

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**НЕУПРУГИЕ ДИФФРАКЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ****Е. Л. Фейнберг****I. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ****1. Введение**

В течение последних двух-трех лет появился цикл (более двадцати) теоретических работ¹⁻¹⁶, в которых были обнаружены некоторые своеобразные особенности процессов соударения частиц при высоких энергиях. Все эти работы объединены одной общей чертой. Дело в том, что, как оказывается, при высоких энергиях, когда длины волн участвующих в соударениях частиц становятся чрезвычайно малыми, тем не менее, в ряде случаев начинают играть особую роль именно волновые свойства частиц.

Так, например, мы привыкли думать, что кристаллическая структура тела может сказываться на поведении падающего на тело электрона только в том случае, если длина волны электрона сравнима с постоянной решётки, т. е. если электрон имеет энергию порядка $10^2 - 10^4$ эв. Оказывается, однако, что если нас интересует тормозное излучение электрона на ядрах, то при энергиях порядка 10^9 эв (для излучения мягких фотонов — ещё раньше) и выше, т. е. когда постоянная решётки в 10^4 и более раз превышает длины волн электрона и излучаемого кванта, становится существенной структура кристалла². Более того, если даже тело и не является кристаллическим, то и в этом случае, когда энергии достаточно велики, тормозное излучение, как оказывается, нельзя считать происходящим на одном атоме. Из-за волновых свойств света влияние остальных атомов среды оказывается фундаментально важным. Так, например, независимо от структуры тела для электрона с энергией порядка $10^{12} - 10^{13}$ эв (когда длина волны в $10^8 - 10^9$ раз меньше среднего расстояния между атомами) в плотной среде типа свинца тормозное излучение должно резко падать³.

Другой пример относится к соударению быстрых дейтронов, имеющих энергию порядка 100 Мэв, с ядрами. Давно известно, что в этой области энергий существует характерная реакция срыва

(английский термин «stripping»), которая состоит в том, что дейтрон, задев край ядра, оставляет в нём один из двух своих нуклонов, а другой нуклон пролетает мимо. Обычная теория^{17, 18} исходит из того, что нуклоны можно рассматривать как точки или шарики, поскольку их длина волны*) в десятки раз меньше размеров ядер. Однако, как оказывается^{11, 12, 13}, диффракция дейтона и нуклонов на ядре (в особенности если ядро непрозрачно), являющаяся следствием их волновых свойств, должна давать эффекты (расщепление дейтона) совершенно того же порядка, что и обычно учитываемый срыв.

Круг изучаемых подобных явлений в настоящее время всё расширяется, а методы рассмотрения совершенствуются. Экспериментальные возможности уже теперь допускают опытное изучение некоторых из этих явлений. Поэтому представляется своевременным дать краткий обзор сделанного (пользуюсь случаем отметить, что ряд затронутых здесь вопросов проявился в результате совместных обсуждений с И. Я. Померанчуком).

Итак, здесь речь будет идти о процессах, протекающих при столкновениях частиц в области высоких энергий, в основном выше 10^8 эв (в ряде случаев особенности явления проступают только при энергиях порядка 10^{12} эв и выше), хотя следует ожидать, что явления подобного типа могут встречаться и при любых энергиях. Мы имеем в виду неупругие столкновения: электромагнитное тормозное излучение, образование пар π -мезонов γ -квантами, расщепление быстрых дейтронов и т. п. Рассматриваемые процессы объединяются тем, что все они связаны с волновыми свойствами частиц, часто просто с процессами диффракции частиц на объекте, играющем роль «третьего тела». Этим объектом может быть «макроскопическое» скопление других частиц (тормозное излучение электрона в среде, в частности в кристаллической решётке, электромагнитное излучение при диффракции π -мезона на ядре и т. п.).

2. Область пространства, существенная при протекании процесса

Прежде всего следует пояснить, каким образом волновые свойства, в частности диффракционные явления, могут сказываться при высоких энергиях.

Физическая аргументация ниже будет всё время опираться то на волновые, то на корпускулярные характеристики процесса. Поэтому необходимо подробнее разобрать пределы возможностей корпускулярного подхода.

*) Нуклон с энергией E Мэв имеет длину волны (поделённую на 2π)

$$\lambda \approx \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot 4,4 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Очевидно, что отнюдь не всегда частицу необходимо описывать с помощью волны, распределённой по всему пространству. Какая-то область пространства при волновом рассмотрении играет определяющую роль. Лишь в пределах этой области недопустимо пренебрежение волновыми свойствами.

Рассмотрим, например, тормозное излучение быстрого электрона на ядре. Такой процесс имеет в основе классическую природу: при кулоновском рассеянии на ядре электрон приобретает перпендикулярный к его первоначальному направлению импульс $q_{\perp}^{(e)}$. Если ускорение достаточно велико, например, если достаточно велико $q_{\perp}^{(e)}$, именно, если $q_{\perp}^{(e)} \gg mc$ (m — масса электрона, c — скорость света), так что в системе координат, в которой электрон первоначально покоился, он приобретает скорость порядка c , то возникает электромагнитное излучение, распределённое в системе электрона довольно изотропно. В системе ядра (т. е. в лабораторной системе) оно заключено в угле порядка отношения $q_{\perp}^{(e)}$ к первоначальному импульсу электрона p_0 :

$$\theta \sim \frac{q_{\perp}^{(e)}}{p_0}. \quad (1)$$

С другой стороны, при волновом расчёте в борновском приближении эффект обнаруживается во втором порядке теории возмущений, причём матричный элемент распадается на произведение двух матричных элементов. Первый из них описывает испускание фотона свободным электроном, второй — рассеяние электрона на атоме. Рассмотрим второй сомножитель, который пропорционален интегралу^{19, 20}

$$\int e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p} - \mathbf{k} = \mathbf{q}^{(e)} - \mathbf{k} \quad (\mathbf{q}^{(e)} = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}) \quad (3)$$

$\mathbf{q}$ — импульс, передаваемый ядру, $\mathbf{p}$ — конечный импульс электрона, $\mathbf{k}$ — импульс излучённого кванта, $V(\mathbf{r})$ — поле ядра и экранирующих его атомных электронов (вообще поле «третьего тела»). Поведение подинтегрального выражения определяет размеры той области пространства (т. е. тех значений $\mathbf{r}$), которая даёт вклад в интеграл и играет существенную роль в процессе. В первую очередь здесь важен множитель $\exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}\right)$. Мы можем разложить его на сомножители $\exp\left(\frac{i}{\hbar} q_{\perp} r_{\perp}\right)$ и $\exp\left(\frac{i}{\hbar} q_{\parallel} r_{\parallel}\right)$, где $q_{\perp}$ и $q_{\parallel}$, а также $r_{\perp}$ и $r_{\parallel}$ — компоненты векторов, перпендикулярные и параллельные по отношению к первоначальному импульсу $\mathbf{p}_0$.

Для дальнейшего существенно следующее обстоятельство. Если мы разобьём пространство атома на цилиндры, вытянутые вдоль движения электрона и имеющие поперечные размеры

$\Delta r_{\perp \text{эфф}} \sim \frac{\hbar}{q_{\perp}}$, то излучения, происходящие от разных цилиндров, будут слабо интерферировать. Поэтому их можно рассматривать независимо. Можно даже в качестве начального состояния электрона взять не плоскую волну, а пакет с поперечными размерами порядка $\Delta r_{\perp \text{эфф}}$. Просуммировав затем интенсивность испускаемого излучения по всем параметрам удара, т. е. по всем возможным расстояниям такого пакета от ядра, мы получим обычный результат борновского приближения (см. Дополнение). Совпадение результатов, полученных двумя методами, и является доказательством независимости излучений, испускаемых различными цилиндрами. Естественно, что при этом недопустимо брать параметр удара меньше, чем размеры пакета. Известно¹⁹, что наиболее существенные значения $q_{\perp}$ лежат в интервале $0 < q \leq mc$. Следовательно, наименьший возможный размер пакета и, соответственно, наименьшее значение параметра удара будет $\frac{\hbar}{mc}$.

Очевидно, что и в продольном направлении можно выделить объем с размерами

$$\Delta r_{\parallel \text{эфф}} \sim \frac{\hbar}{q_{\parallel}}. \quad (4)$$

Излучения, испускаемые разными объемами, не будут интерферировать. Наоборот, излучения разных участков этого объема когерентны между собой.

Таким образом, мы можем выделить область пространства, в которой при данном параметре удара невозможна корпускулярная трактовка и, следовательно, невозможна локализация частиц. Во всей этой области взаимодействие частиц не может быть разделено на этапы. В ней в этом смысле взаимодействие происходит «одновременно». Эта область имеет размеры порядка (4) в продольном направлении и порядка

$$\Delta r_{\perp \text{эфф}} \sim \frac{\hbar}{q_{\perp}} \quad (5)$$

в поперечном. Её можно называть существенно волновой областью или просто существенной, эффективной областью для протекания данного процесса.

Теперь мы переходим к центральному пункту.

В то время как поперечные размеры эффективной области определяются требованием, чтобы состояние частицы было достаточно сильно возмущено (например, чтобы поперечная скорость её стала близка к c и, следовательно, чтобы $q_{\perp}^{(e)}$ стало порядка mc), продольные размеры задаются практически только законом сохранения энергии. Так, например, если $\mathbf{p}_0$, $\mathbf{p}$ и $\mathbf{k}$ направлены одинаково

(нулевой угол вылета), то при релятивистских энергиях¹⁹

$$q_{\parallel} = p_0 - p - k = \\ = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 - m^2 c^4} - \frac{1}{c} \sqrt{(E_0 - ck)^2 - m^2 c^4} - k \approx \frac{m^2 c^4}{2E_0(E_0 - ck)} k. \quad (6)$$

Легко убедиться, что если угол разлёта не равен нулю, а имеет порядок среднего угла, $\theta \sim \frac{mc}{p_0} \ll 1$, то и в этом случае $q_{\parallel}$ имеет порядок, указываемый соотношением (6). Но эта величина может быть очень мала, если E_0 и $E_0 - ck$ достаточно велики. Поэтому $\Delta r_{\parallel \text{эфф}}$ может превысить не только $\frac{\hbar}{mc}$, но и длины волн всех участвующих в процессе частиц и размеры атома и даже приобрести при $E_0 \sim E_0 - ck \sim ck \sim 10^{11} \text{ мс}^2$ макроскопические размеры ($\frac{\hbar}{q_{\parallel}} \sim 1 \text{ см}$). Таким образом, эффективная область при релятивистских энергиях определяется разностью импульсов участвующих частиц. Она чрезвычайно вытянута вдоль направления движения. В частности, если $q_{\parallel}$ станет настолько малым, что на расстоянии $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$ (вдоль оси движения) уместится не один атом, а несколько, то под полем «третьего тела» $V(\mathbf{r})$ в (2) надо понимать сумму полей всех этих атомов $\sum_i V(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, где $\mathbf{r}_i$ характеризует положение i -го атома. Все они будут действовать когерентно и сечение будет пропорционально квадрату их числа.

Известно, что дифракцию рентгеновских лучей можно получить на оптической диффракционной решётке, при достаточно малых углах рассеяния, когда разность проекций волновых векторов на плоскость решётки очень мала (много меньше обратной величины постоянной решётки). Аналогично и здесь электрон, излучивший фотон и имеющий потому импульс $\mathbf{p}_0 - \mathbf{k}$, рассеиваясь на ядре (атоме) в состоянии с импульсом $\mathbf{p}$, может давать малую проекцию их разности.

Заметим, что по той же самой причине все протоны одного ядра при обычном рассмотрении считают действующими когерентно, так что тормозное излучение на одном ядре пропорционально Z^2 . В самом деле, это есть следствие того, что все протоны ядра расположены на расстояниях, которые малы как по сравнению с $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$, так и по сравнению с $\frac{\hbar}{q_{\perp}}$ (хотя длины волн участвующих в процессе частиц могут быть и меньше размеров ядра, например, в случае Рb это имеет место уже при энергии порядка 20 Мэв).

Так как отклоняющие электрон кулоновские силы распространяются на большие расстояния, вплоть до границы атома, то излучение может возникнуть для пакетов, для эффективных цилиндриче-

ских областей, проходящих на самых различных расстояниях от ядра, вплоть до расстояния, равного радиусу атома. Нужно лишь, чтобы они (хотя бы частично) захватывали область действия кулоновского поля. В дальнейшем (см. §§ 4, 5 и др.) мы рассмотрим аналогичные процессы излучения, в которых отклоняющее поле сил — короткодействующее, ядерное. В таком случае необходимо, чтобы эффективная область проходила через ядро или, по крайней мере, захватывала его край.

Мы подробно разобрали размеры эффективной области на примере тормозного излучения. Однако найденные соотношения имеют весьма общее значение. Действительно, мы говорили о процессе, в котором импульс, отдаваемый системой (в нашем примере электрон + фотон), равен q , так что импульс всей этой системы задан, по крайней мере, с такой же точностью. Согласно соотношению неопределённостей мы заключаем, что процесс разыгрывается в области, которая не может быть локализована точнее, чем $\frac{\hbar}{q_{\perp}}$ и $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$ в соответствующих направлениях. Следовательно, и в общем случае «существенная область», в которой частицы (электрон и пр.) «одновременно» испытывают воздействие третьего тела, определяется соотношениями (4) и (5).

Из этих общих соображений ясно, что эффективная область могла бы быть определена и из рассмотрения сомножителя в матричном элементе, дающего излучение фотона свободным электроном, а не сомножителя, описывающего рассеяние на поле атома (2).

Есть ещё один пункт, требующий пояснения. Выше говорилось, что излучение электрона при рассеянии на атоме будет происходить эффективно, если $q_{\perp}^{(e)} \sim mc$, в частности если приобретённая им (в системе, где он первоначально покоился) скорость будет порядка c . Однако излучение определяется ускорением, а не скоростью. Поэтому необходимо, чтобы импульс $q_{\perp}$ был получен неадиабатически за достаточно малое время τ_0 . В данном случае это время есть время взаимодействия, т. е. время пролёта через эффективную область, имеющую длину $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$. Согласно (4) и (6) оно равно в системе покоя атома

$$\tau \sim \frac{\hbar}{q_{\parallel} c} \sim \frac{2E_0(E_0 - ck) \hbar}{m^2 c^4 \cdot ck}. \quad (7)$$

В системе, в которой электрон вначале покоился, оно меньше в E_0/mc^2 раз. Поэтому в основной области энергий кванта,

$$E_0 \sim E_0 - ck \sim ck,$$

получаем

$$\tau_0 \sim \frac{\hbar}{mc^2}. \quad (8)$$

Время приобретения релятивистской скорости имеет, таким образом, также типичную релятивистскую величину; процесс действительно неадиабатичен. Поэтому и происходит излучение.

3. Диффракция на ядре

На примере тормозного излучения мы убедились, что по мере роста энергии участвующих частиц существенная для процесса область пространства неограниченно растёт. Оказывается (см. ниже), что и вообще очень часто в элементарном акте из-за уменьшения, по мере роста энергии, угла разлёта всех частиц продольная компонента импульса q , передаваемого телу, с которым происходит соударение (решётка, ядро), становится малой и с ростом энергии продолжает убывать. В конце концов, при достаточно большой энергии, $q_{\parallel}/\hbar$ становится весьма малым по сравнению с обратной величиной характерных размеров «третьего тела» — с обратной величиной расстояния между атомами a или радиуса ядра R . Другими словами, при достаточно большой энергии начинают выполняться условия

$$q_{\parallel} a \ll \hbar \quad (9)$$

или

$$q_{\parallel} R \ll \hbar. \quad (10)$$

Это означает, что эффективная для всего элементарного акта область пространства становится весьма большой по сравнению с a или R , как бы мала ни была длина волны.

Это весьма важное обстоятельство по-разному сказывается на протекании различных явлений и несколько по-разному используется при построении их теории.

С одной стороны, если эффективная область пространства, в которой разыгрывается процесс, столь велика, то в эту область, помимо обычно учитываемого «третьего тела», попадают и другие частицы среды, процесс в среде будет протекать не так, как на изолированном центре. Это оказывается особенно существенным для чисто электромагнитных процессов: тормозное излучение электрона в кулоновском поле ядра, образование пар и т. п. (см. также ниже IV,13). Роль этого эффекта возрастает по мере роста энергии, когда всё больше частиц среды включается в существенную область.

С другой стороны, иногда по мере роста энергии число частиц среды, попадающих в существенную область, более не растёт, а все попавшие уже рассматриваются в совокупности как одно единое «третье тело». Например, ядро в целом рассматривается как одна частица. В этом случае важно, что его рассеивающее действие на другие участвующие в процессе частицы нужно знать в большой эффективной области, т. е. в основном на больших расстояниях от него. Процесс является «внешним» по отношению к ядру. Здесь рассеивающее действие может быть описано феноменологически, например, по формулам теории дифракции волн на шаре или по известным данным о поведении рассеянных частиц вдали от ядра. Это обстоятельство оказалось весьма плодотворным при изучении

ядерных процессов (излучение фотонов при взаимодействии π -мезонов с ядрами и т. п.).

Рассмотрим дифракцию на ядре подробнее.

Хорошо известно, что частицы, поглощаемые ядрами, испытывают на них вследствие этого дифракционное рассеяние. Если длина волны частиц мала по сравнению с радиусом ядра, то рассеяние можно рассматривать по классической теории дифракции волн в приближении Кирхгофа. Самый простой метод можно проиллюстрировать на примере рассеяния абсолютно поглощающим ядром. Для нуклонов ядро является чёрным при энергиях порядка 30—100 Мэв или выше нескольких Бэв²², для π -мезонов — при энергиях выше 1—2 Бэв²³.

Пусть радиус ядра равен R . Проведем через ядро плоскость, перпендикулярную к импульсу падающей частицы $\mathbf{p}_0$, и примем направление импульса за ось z . Мы можем считать на этой плоскости вне ядра волновую функцию частицы невозмущённой (амплитуда равна единице), на всей же теневой поверхности ядра и внутри ядра — равной нулю. Разлагая в интеграл Фурье по x и y функцию

$$\begin{aligned} \psi(x, y, 0) &= \begin{cases} 0, & \sqrt{x^2 + y^2} < R \\ 1, & \sqrt{x^2 + y^2} > R \end{cases} \equiv 1 - \begin{cases} 1, & \sqrt{x^2 + y^2} < R \\ 0, & \sqrt{x^2 + y^2} > R \end{cases} = \\ &= 1 - \frac{R}{2\pi\hbar} \iint \frac{dq_x dq_y}{q_\perp} J_1\left(\frac{q_\perp R}{\hbar}\right) e^{\frac{i}{\hbar}(q_x x + q_y y)} \quad (11) \end{aligned}$$

(здесь обозначено $q_\perp = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$, поскольку, как будет видно из дальнейшего, $q_\perp$ имеет тот же смысл, что величина, обозначенная так ранее), получаем при $z \neq 0$ рассеянную волну из второго члена, если под интегралом добавим $\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\sqrt{p_0^2 - q_x^2 - q_y^2}z\right\}$:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{расс}} &= \\ &= -\frac{R}{2\pi\hbar} \iint \frac{dq_x dq_y}{q_\perp} J_1\left(\frac{q_\perp R}{\hbar}\right) e^{\frac{i}{\hbar}(q_x x + q_y y + \sqrt{p_0^2 - q_x^2 - q_y^2}z)}. \quad (11a) \end{aligned}$$

Отсюда можно найти поток в направлении, образующем угол ϑ с $\mathbf{p}_0$ ($q_\perp = p_0 \sin \vartheta \sim p_0 \vartheta$), а затем найти дифференциальное сечение дифракционного рассеяния. При таком методе особенно ясно видно, что дифракционное рассеяние есть следствие любых процессов, уничтожающих частицу в первоначальном пучке, вырезающих в первоначальном потоке цилиндрическую «дыру», при дальнейшем движении потока «затягивающуюся» в результате дифракции. В частности, «поглощением» нужно считать и неупругое рассеяние, меняю-

щее энергию частицы. Радиус ядра R отражает суммарное сечение ядра по отношению ко всем таким процессам.

Выполняя вычисления, легко найти, что доля частиц, рассеявшихся под углом ϑ , равна ²¹

$$\frac{d\sigma(\vartheta)}{\pi R^2} = \frac{2}{\sin \vartheta} J_1^2\left(\frac{p_0 R}{\hbar} \sin \vartheta\right) d\vartheta \quad (12)$$

(J_1 — бесселева функция первого порядка).

Основные дифракционные максимумы лежат при $R p_0 \sin \vartheta \sim \hbar$, т. е. при $q_{\perp} \sim p_0 \vartheta \sim \frac{\hbar}{R}$. Для больших ядер эти $q_{\perp}$ существенно меньше, чем μc , где μ — масса π -мезона ($\frac{\hbar}{R} = A^{-\frac{1}{3}} \mu c$). Если нас интересуют большие $q_{\perp}$, то можно $J_1^2\left(\frac{p_0 R}{\hbar} \vartheta\right)$ заменить его асимптотическим значением $\frac{2\hbar}{\pi p_0 R \vartheta} \sin^2\left(\frac{1}{\hbar} p_0 R \vartheta - \frac{\pi}{4}\right)$ и для оценок заменять квадрат синуса быстро осциллирующего аргумента его средним значением $\frac{1}{2}$. В таком случае доля частиц, рассеянных с поперечным импульсом $q_{\perp}$, равна

$$\frac{d\sigma(q_{\perp})}{\pi R^2} = \frac{2\hbar}{\pi R} \frac{dq_{\perp}}{q_{\perp}^2}. \quad (12a)$$

Когда, рассеявшись, частица приобретает поперечный импульс $q_{\perp} = p_0 \vartheta$, то такой же импульс в данном акте рассеяния в обратном направлении получает ядро. Важно, что оно приобретает его всё целиком, и если масса ядра достаточно велика, то энергия отдачи будет мала, никаких процессов возбуждения и расщепления может не произойти.

Интегрируя по ϑ , превышающим некоторый определённый угол, легко получить вероятность приобретения частицей достаточно большого импульса. Выше уже говорилось, что большие $q_{\perp}$ соответствуют малым размерам существенной области. Если они станут меньше взаимного расстояния частиц в ядре, то, быть может, нельзя уже будет считать, что происходит взаимодействие со многими ядерными частицами сразу. Вообще в присутствии абсолютно чёрного шара поле скалярной волны, вначале характеризовавшейся импульсом p_0 и нормированной на объём Ω , может быть записано в кирхгофском приближении как (ср. ²⁴)

$$\psi_{p_0} = \frac{1}{\Omega^{3/2}} \left(e^{\frac{i}{\hbar} p_0 r} + \frac{i p_0}{2\pi \hbar} \int_{\substack{r' \perp p_0 \\ r' < R}} \frac{dr'}{|r - r'|} e^{\frac{i}{\hbar} p_0 |r - r'|} \right), \quad (13)$$

где интегрирование ведётся по большому сечению шара (двухмерный вектор $\mathbf{r}'$), причём сечение следует выбрать перпендикулярным к вектору $\mathbf{p}_0$. При $p_0 R \gg \hbar$ второе слагаемое в скобках (интеграл) даёт существенный вклад лишь для тех точек $\mathbf{r}$, которые лежат в «геометрической тени» шара и вблизи неё. Вне тени (и вне дифракционной переходной области от тени к освещенной области) поле остаётся практически невозмущённым.

Функцию $\psi_{\mathbf{p}_0}$ можно рассматривать как строгое (в том смысле, что оно получено не по теории возмущений) решение уравнения Шредингера в присутствии поглощающего шара, удовлетворяющее граничному условию — наличию приходящей волны.

В ряде случаев нужно знать решение уравнения в присутствии поглощающего шара, когда граничное условие требует, чтобы на бесконечности была уходящая волна. Такое решение описывает рождающуюся в ядре или около него частицу. Его можно получить, например, из следующих рассуждений.

Функция (13) даёт решение уравнения Шредингера при наличии поглощения в шаре, которое можно изобразить комплексным потенциалом взаимодействия $U(r)$ (21, § 18):

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + U(r)\right) \psi_{\mathbf{p}_0} = E \psi_{\mathbf{p}_0}, \quad (14)$$

где индекс $\mathbf{p}_0$ означает, что на бесконечности импульс частицы равен $\mathbf{p}_0$. В случае, если ядро является источником, потенциал U нужно заменить на комплексно сопряжённый U^* . Следовательно, решением «с уходящей волной» $\psi^{(-)}$ уравнения Шредингера может служить комплексно сопряжённая к $\psi_{\mathbf{p}_0}$ функция $\psi_{\mathbf{p}_0}^*$. Однако в такой функции член, соответствующий первому слагаемому в (13), будет

иметь характер $e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 \mathbf{r}}$ и потому на бесконечности будет описывать волну, уходящую с импульсом $-\mathbf{p}_0$. Поэтому в качестве $\psi^{(-)}$ лучше взять комплексно сопряжённую от другого частного решения уравнения (14), именно от решения, дающего дифракционное рассеяние волны, идущей с начальным импульсом $-\mathbf{p}_0$. Тогда $\psi_{\mathbf{p}_0}^{(-)} = \psi_{-\mathbf{p}_0}^*$ будет не только решением уравнения Шредингера в присутствии поглощающего тела, но и на бесконечности будет вести себя, как плоская волна с импульсом $\mathbf{p}_0$. Итак, рождающаяся в ядре частица импульса $\mathbf{p}_0$, испытывающая рассеяние на этом же ядре, если его считать абсолютно поглощающим, в области применимости приближения Кирхгофа описывается функцией

$$\psi_{\mathbf{p}_0}^{(-)} = \frac{1}{\Omega^{3/2}} \left(e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 \mathbf{r}} - \frac{i p_0}{2\pi \hbar} \int \int_{\substack{\mathbf{r}' \perp \mathbf{p}_0 \\ r' < R}} \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right). \quad (15)$$

Как известно, вообще, чтобы получить функцию вылетающей частицы, нужно взять функцию частицы, падающей извне и рассеивающейся в данном поле, заменить в ней начальный импульс на обратный и перейти к комплексно сопряжённой²⁵.

Аналогичные формулы для спинорных волн (уравнение Дирака) были получены в⁵. Рассмотрение без труда обобщается на случай частично прозрачного шара.

Сечения многих из рассматриваемых ниже процессов можно оценить, просто отобрав из полного диффракционного сечения случаи с достаточно большими $q_{\perp}$.

В первых работах рассматриваемого нами круга вопросов, когда требовалось учесть влияние ядра, это влияние рассматривалось именно по теории диффракции на шаре. Но недавно был сделан ещё один существенный шаг¹⁴. Дело в том, что в действительности нам всегда нужно знать лишь рассеивающее действие ядра на участвующие в процессе частицы на больших расстояниях от ядра (только поэтому пригодно приближение Кирхгофа). Часто это действие известно из независимых опытов по рассеянию на данном центре или из каких-либо вычислений. Все сечения в таких случаях выражаются не через радиус абсолютно поглощающего шара или его показатели поглощения и преломления, а через амплитуды рассеяния частиц на данном центре. Однако формулы диффракции на шаре удобны тем, что с их помощью можно получать простые оценки сечений процессов. Так, например, если данный процесс может возникнуть только при условии, что отдача достаточно велика, т. е. $q_{\perp}$ превышает некоторое $q_{\perp \text{ мин}}$, то согласно (12а) сечение для такого эффекта равно

$$\sigma = \int_{q_{\perp \text{ мин}}}^{\infty} d\sigma(q_{\perp}) = 2R \frac{\hbar}{q_{\perp \text{ мин}}}. \quad (16)$$

Здесь возникает характерная пропорциональность первой степени R . Если, как это имеет место для многих процессов, $q_{\perp \text{ мин}} \sim \mu c$, то $\sigma \sim R \frac{\hbar}{\mu c}$.

Уместно разобрать ещё один вопрос, затронутый выше: насколько большие $q_{\perp}$ (при $q_{\parallel} R \ll \hbar$) можно допускать, пользуясь формулами диффракции на шаре. Если $q_{\perp} > \mu c$, то существенная область имеет ширину, малую по сравнению с расстояниями между нуклонами в ядре $r_0 = \frac{\hbar}{\mu c}$. В частности, если эта область пересекает размытый край ядра, то диффракционного рассеяния может не произойти. Дело в том, что здесь свойства среды (в перпендикулярном к p_0 направлении) мало меняются на протяжении $q_{\perp}$. Известно, например, что свет не испытывает отражения от размытой границы тела, если

показатель преломления мало меняется на протяжении нормальной проекции длины волны (в приближении геометрической оптики отражение вообще отсутствует²⁶⁾). Так же и здесь, где роль длины волны играет $\frac{\hbar}{q_{\perp}}$, при $\frac{\hbar}{q_{\perp}} \ll \frac{\hbar}{\mu c} = r_0$ (где r_0 — в то же время ширина переходной области ядра) сечение эффектов должно резко падать (при волновомеханических вычислениях это проявляется в том, что быстро осциллирующий фактор $\exp\left(\frac{i}{\hbar} q_{\perp} r_{\perp}\right)$ резко снижает значение матричных элементов).

Наоборот, если $q_{\perp} \ll \frac{\hbar}{r_0}$, то край можно считать резким. Здесь положение такое же, например, как при дифракции видимого света на крае диска Луны. Наблюдая на Земле свет, диффразирующий на достаточно малый угол ϑ , мы можем пренебречь неровностями лунной поверхности и считать Луну диском с резким краем, если передаваемый Луне импульс в перпендикулярном направлении $q_{\perp} = |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0| = 2k_0 \sin \frac{\vartheta}{2} \approx k_0 \vartheta$ ($\frac{k_0}{\hbar} = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число световой волны) мал по сравнению с неровностями поверхности Луны.

Заметим, что размытость края в продольном направлении не играет роли, если $q_{\parallel} R \ll \hbar$: в этом отношении край ядра всегда резкий.

Несмотря на эти соображения, для тяжёлых ядер положение несколько более благоприятно: допустимые $q_{\perp}$ могут заметно превышать μc . Это связано с тем, что для точечной частицы, проходящей сквозь ядро на расстоянии $r_{\perp}$ от центра ядра, в области $r_{\perp} \sim R$ полное эффективное поглощение убывает с ростом $r_{\perp}$ резко, чем убывает плотность ядерных частиц по мере роста радиального расстояния r (рис. 1).

В самом деле, суммарное поглощение, например, при движении вдоль линии AB может быть большим, хотя эта линия проходит в области малой плотности ядерной материи. Более определённые оценки затруднены, поскольку π -мезоны и нуклоны вряд ли можно считать точечными, хотя, повидимому, радиус, нуклона всё же существенно меньше, чем $\frac{\hbar}{\mu c}$. Мы будем полагать, что в случае тяжёлых ядер можно пользоваться теорией дифракции на шаре для $q_{\perp}$, в несколько раз превосходящих μc .

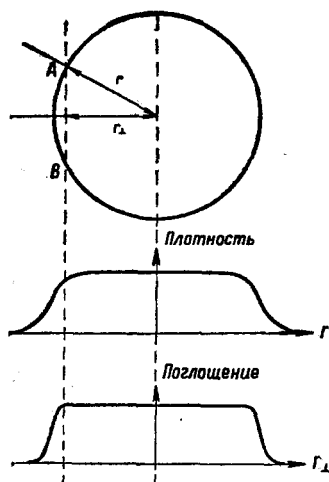


Рис. 1.

Поясним теперь, как можно избавиться^{14, 15} от представления поля ядра в виде абсолютно чёрного шара. Функции вида (13) и (15) при вычислении матричных элементов нужно знать в основном при $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \gg R$ и притом для точек $\mathbf{r}$, лежащих в направлении, образующем малый угол ϑ с вектором $\mathbf{p}_0$ (из-за условия $p_0 R \gg \hbar$ теневой конус очень узок). Поэтому можно положить в показателе под интегралом $p_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx p_0 r - p_0 \frac{r r'}{r} = p_0 r - \mathbf{p}'_0 \mathbf{r}'$, где $\mathbf{p}'_0$ — вектор, направленный из ядра в точку наблюдения $\mathbf{r}$, $p'_0 = p_0$. Пренебрегая в знаменателе подинтегрального выражения $\mathbf{r}'$ по сравнению с $\mathbf{r}$, имеем вместо (13)

$$\begin{aligned} \psi_{\mathbf{p}_0} &\approx \frac{1}{\Omega^{3/2}} \left(e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 \mathbf{r}} + \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 \mathbf{r}}}{r} \frac{i}{2\pi} \iint e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}'_0 \mathbf{r}'} d\left(\frac{p_0}{\hbar} \mathbf{r}'\right) \right) = \\ &= \frac{1}{\Omega^{3/2}} \left(e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 \mathbf{r}} + \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_0 \mathbf{r}}}{r} A(\vartheta) \right), \\ A(\vartheta) &= \frac{i}{2\pi} \iint e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}'_0 \mathbf{r}'} d\left(\frac{p_0}{\hbar} \mathbf{r}'\right) \end{aligned} \quad (13a)$$

(очевидно, действительно, $A(\vartheta)$ зависит только от угла между $\mathbf{p}_0$ и $\mathbf{p}'_0$). Это выражение является частным случаем общей асимптотической формулы для рассеяния частицы импульса $\mathbf{p}_0$ на силовом центре. Следовательно, выполняя все вычисления с помощью более общей формулы вида (13a), мы можем затем для $A(\vartheta)$ подставлять амплитуду рассеяния для того или иного поля, если она найдена каким-либо независимым способом.

Учёт несферичности ядра несколько меняет угловое распределение рассеянных частиц³². Однако при тех оценках, которые нас интересуют, это изменение, повидимому, несущественно.

4. Общая характеристика изученных эффектов

Прежде чем излагать количественные результаты в деталях, перечислим отдельные изученные эффекты и найдём критерий их возникновения.

Рассмотрим, например, процессы чисто электромагнитного характера. Мы уже нашли (см. (6)), что для тормозного излучения электрона, обладающего энергией E_0 , массой m и импульсом p_0 , когда испускается квант энергии ck , в релятивистской области,

$$q \parallel \approx \frac{m^2 c^4}{2E_0(E_0 - ck)} k. \quad (17)$$

Здесь следует обратить внимание, по крайней мере, на следующие эффекты.

1) Если E_0 станет настолько велико (или $\hbar$ настолько мало), что удовлетворится условие (9), то тормозное излучение частицы, движущейся вдоль кристаллографической оси кристалла, будет происходить под совместным (когерентным) воздействием всех $N_{\text{эфф}}$ ядер, расположенных на отрезке $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$:

$$N_{\text{эфф}} \sim \frac{\hbar}{q_{\parallel} a}. \quad (17a)$$

Это значит, что эффективный заряд рассеивающего центра будет не Ze , а $N_{\text{эфф}} Ze$, сечение эффекта будет пропорционально $N_{\text{эфф}}^2$, появится максимум тормозного излучения, имеющий интерференционное происхождение². Оказывается, что этот эффект должен быть весьма существен при $E_0 \geq 50 \text{ Мэв}$.

Следует обратить внимание, что при испускании квантов предельно большой энергии этот эффект не имеет места. Именно, если $E_0 - ck$ мало, то $q_{\parallel}$ велико и может стать больше, чем $\frac{\hbar}{a}$. Тогда вновь соударение происходит с отдельным атомом. Подобные же соображения справедливы с соответствующими изменениями и для других перечисляемых ниже эффектов.

2) При движении как в аморфном, так и в кристаллическом теле, если E_0 достаточно велико или $\hbar$ достаточно мало, электрон может испытать на пути $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$ столь сильное многократное кулоновское

рассеяние, что он выйдет из пределов угла $\frac{mc^2}{E_0}$ и процесс излучения нарушится. Поэтому, по мере роста энергии, тормозное излучение в среде, начиная с некоторой энергии электрона, должно ослабевать³. Оказывается, что в плотном веществе резкое падение излучения должно наступать при $E_0 \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ эв}$.

3) Оба эти эффекта должны практически в тех же условиях иметь место и для образования электронных пар квантом, потому что взаимодействие компонент пары с «третьим телом» имеет тот же характер^{2, 3}.

4) Для мягких тормозных квантов должно проявиться отличие коэффициента преломления среды $\sqrt{\epsilon}$ от единицы: на столь большом пути $\Delta r_{\parallel \text{эфф}}$ дополнительный сдвиг фазы фотона

$$(\sqrt{\epsilon} - 1) \frac{\hbar \Delta r_{\parallel \text{эфф}}}{\hbar} \quad (18)$$

может стать достаточным для того, чтобы фазовые соотношения на пути $\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$ совершенно расстроились и процесс излучения нарушился⁶. Вследствие этого спектр тормозного излучения весьма быстрых

электронов, как показывает исследование, также меняет характер. В плотных средах это имеет место, грубо говоря, для $ck \lesssim 10^{-4} E_0$.

Рассмотрим, с другой стороны, ядерные взаимодействия, где, как указывалось, особенно важно то обстоятельство, что процесс является внешним по отношению к ядру.

5) При взаимодействии ядерно-активной частицы с ядром, как целым, эта частица может испустить фотон, если она обладает электрическим зарядом, или π -мезон (в частности, если этой частицей является нуклон)¹.

Так, если заряженный π -мезон с энергией E_0 и массой μ , падающий на ядро, испускает фотон энергии ck , то при нулевом угле разлёта (пренебрегая отдачей ядра)

$$q_{\parallel} = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 - \mu^2 c^4} - \frac{1}{c} \sqrt{(E_0 - ck)^2 - \mu^2 c^4} - k \approx \\ \approx \frac{1}{2} \frac{\mu^2 c^4}{E_0 (E_0 - ck)} k. \quad (19)$$

Когда E_0 станет достаточно велико, так что удовлетворится условие (10), существенная область пространства станет гораздо больше размеров ядра. Ядро будет действовать как целое, а генерация квантов будет происходить, в основном, далеко вне ядра.

Этот процесс можно понять и иначе. Возможность поглощения π -мезона в ядре приводит к тому, что наряду с поглощением должна происходить и дифракция π -мезона на ядре. При этой дифракции мезон получает отдачу и для столь больших углов рассеяния ϑ , для которых передаваемый мезону импульс $q_{\perp} (\approx p_0 \vartheta)$ достаточно велик, будет происходить излучение фотонов.

В области больших энергий это будет дифракция на чёрном шаре, и когда длина волны π -мезона достаточно мала, можно воспользоваться кирхгофовским приближением теории дифракции. Суммарное излучение имеет энергию порядка $\frac{e^2}{\hbar c} E_0$ и спектр в основной

области частот типа $\frac{dk}{k}$.

6) Подобным же образом можно полуфеноменологически рассмотреть процесс образования π -мезонных пар фотоном^{8, 9}. Его сечение, как оказывается, не зависит от энергии кванта и имеет порядок $\frac{1}{12\pi} \frac{e^2}{\hbar c}$ от геометрического сечения ядра. При этом наряду с простой генерацией пар, когда ядро в целом испытывает лишь слабую отдачу, возможен весьма своеобразный процесс: один из образовавшихся мезонов или оба они могут поглотиться в том же ядре, которое вследствие этого даст звезду. Так возникает новый механизм образования фотозвезд, в частности, сопровождаемых вылетом одного быстрого π -мезона^{14, 15}.

7) Заряженный π -мезон или другая электрически заряженная и в то же время ядерно-взаимодействующая частица, диффрагируя на ядре, может получить достаточный импульс $q_{\perp}$, чтобы своим электрическим полем вызвать образование электронно-позитронной пары¹⁶.

8) Если нуклон большой энергии E_0 (масса M) взаимодействует с ядром, то он может испустить π -мезон (энергия E_{π}). При малых углах разлёта

$$q_{\parallel} = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 - M^2 c^4} - \frac{1}{c} \sqrt{(E_0 - E_{\pi})^2 - M^2 c^4} - \\ - \frac{1}{c} \sqrt{E_{\pi}^2 - \mu^2 c^4} \approx \frac{M^2 c^3 E_{\pi}}{2 E_0 (E_0 - E_{\pi})} + \frac{\mu^2 c^3}{2 E_{\pi}}. \quad (20)$$

Если удовлетворится условие (10), то появится возможность внешней генерации π -мезонов⁴. В этом случае нужно феноменологически учитывать как рассеяние π -мезонов, так и рассеяние нуклона. Этот процесс может возникнуть только при $E_0 \gg A^{1/3} M c^2$, где A — число нуклонов ядра.

9) При падении на ядро быстрых ядер, например дейтонов, происходит их дифракция. Следовательно, они получают поперечный импульс и потому может произойти внешнее (дифракционное) расщепление дейтона совершенно независимо от действия электрического поля ядра^{11, 12, 13}. Так, для нерелятивистского дейтона с кинетической энергией E_0 (энергия связи ϵ_D), считая энергии вылетающих нейтрона и протона близкими (что подтверждается последующими расчётами), получим, снова пренебрегая отдачей ядра,

$$q_{\parallel} \approx \sqrt{4 M E_0} - 2 \sqrt{2 M \frac{E_0 - \epsilon_D}{2}} \approx \frac{\epsilon_D}{\sqrt{M E_0}} M. \quad (21)$$

Условие (10) может быть удовлетворено уже при энергии, превышающей несколько $M \epsilon \text{ эв}$. В случае совершенно непрозрачного ядра сечения для этого процесса, энергетическое и угловое распределение оказываются, в общем, такими же, как для реакции срыва.

Во всех процессах (5)–(9), в которых ядро участвует как целое, своеобразной чертой является то, что всё ядро сразу воспринимает передаваемый ему импульс. Считая

$$q = \sqrt{q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2} \approx q_{\perp}$$

не очень большим, именно $q_{\perp} \lesssim \mu c$ (см. выше, § 3), получим, что воспринимаемая ядром с атомным весом A энергия

$$\frac{q^2}{2 M A} \lesssim \mu c^2 \frac{\mu}{2 M A} \sim \frac{12 M \epsilon \text{ эв}}{A} \quad (22)$$

весьма мала и ядро, как правило, испытывает лишь малую отдачу, но не разрушается.

10) Ещё одно применение того же принципа может быть найдено при рассмотрении лобовых соударений быстрых нуклонов с ядрами, при котором ядро разрушается и рождаются новые частицы. Часто в этом случае в области энергий 10^9 — 10^{12} эв пытаются строить каскадный процесс внутри ядра или, во всяком случае, рассматривать последовательно соударения с отдельными ядерными нуклонами. Оказывается, однако, что подобное рассмотрение последовательных соударений справедливо не всегда. Иногда нужно считать, что падающая частица взаимодействует сразу со всеми нуклонами ядра, расположенными на её пути, т. е. со всем «туннелем»¹⁰.

II. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

5. Излучение фотонов при дифракции и захвате мезонов

Рассмотрим прежде всего электромагнитные процессы, сопровождающие соударение быстрых заряженных π -мезонов с ядрами. Импульс π -мезона предполагается настолько большим, что длина волны мезона много меньше радиуса ядра R .

Ядерное взаимодействие в настоящее время не поддаётся теоретическому расчёту. Однако сопровождающий ядерное взаимодействие процесс электромагнитного излучения может быть детально изучен благодаря особенностям, о которых говорилось выше.

Общий характер процесса определяется тем, что при рассеянии или при поглощении в ядре π -мезон должен излучить увлекаемое им электромагнитное поле, и потому, по крайней мере в области мягких квантов, спектр фотонов имеет характер $\frac{dk}{k}$, а вероятность излучения множителем $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ (и множителями, логарифмически зависящими от энергии) отличается от сечения основного процесса.

Здесь играют роль два взаимодействия: взаимодействие π -мезона с электромагнитным полем и его же ядерное взаимодействие с ядром (сравнительно слабое электромагнитное взаимодействие с ядром мы не будем учитывать). Возможность полного и достаточно строгого расчёта связана с тем, что первое можно рассматривать по теории возмущений, а второе (и это составляет существо метода), строго, не по теории возмущений, поскольку волновая функция π -мезона, учитывающая влияние ядра, в существенной области (вдали от ядра) известна. Именно, если считать, что ядро по отношению к π -мезону является абсолютно чёрным шаром (что, как следует из опыта, справедливо уже при $E_0 > 1 \div 2 \cdot 10^9$ эв²³), то псевдоскалярная волновая функция π -мезона (13) есть суперпозиция начальной плоской волны и волны, диффрагировавшей на шаре.

Здесь присутствуют плоские волны с импульсом, отличающимся от $\mathbf{p}_0$, что выражает ускорение, приобретаемое π -мезоном при дифракционном рассеянии на ядре. Это ускорение будет достаточным, чтобы π -мезон дал электромагнитное излучение, если в системе, где π -мезон вначале покоился, он приобретает достаточно большой импульс за достаточно малое время. Так же как в аналогичном случае для электрона (7), (8), можно убедиться, что необходимо выполнение единственного условия $q_{\perp} \gg \mu c$. Отбрав в Фурье разложении ψ_0 акты рассеяния с $q_{\perp} > \mu c$, можно оценить сечение процесса. Согласно (16) получается $\sigma \sim R \frac{\hbar}{\mu c}$. При такой оценке недопустимо большие значения $q_{\perp}$, которые здесь учитываются, не могут повлиять на порядок величины сечения.

Более полную теорию можно получить, либо применив теорию возмущений к переходу под действием излучения из состояния (13) в состояние (15) (плоская волна плюс сходящаяся; интегрирование по сечению, перпендикулярному к $\mathbf{p}'$), либо¹ написав уравнение для ψ в поле квантованной электромагнитной волны с векторным потенциалом $\mathbf{A}$:

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \left(\frac{\mu c}{\hbar} \right)^2 \right\} \psi = \frac{2e}{ic} \mathbf{A} \nabla \psi, \quad (23)$$

заменяя ψ на

$$\psi = \psi_{\mathbf{p}} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{p}} t} + \sum_{\mathbf{p}'} e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{p}'} t} \psi_{\mathbf{p}'} \quad (24)$$

и используя функцию Грина (в присутствии чёрного шара) получающегося уравнения для $\psi_{\mathbf{p}'}$:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}' \cdot |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{\mathbf{p}'}{2\pi i \hbar} \iint \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}' \cdot |\mathbf{r} - \mathbf{s}|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}' \cdot |\mathbf{r}' - \mathbf{s}|}}{4\pi |\mathbf{r}' - \mathbf{s}|} d\mathbf{s} \quad (25)$$

(интеграл по сечению ядра, перпендикулярному к вектору $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$). В результате получается выражение для волновой функции мезона, вылетающего с импульсом $\mathbf{p}$ и сопровождаемого фотоном импульса k . При вычислении сечения возникает вопрос, можно ли считать π -мезон точечным. Для точечного π -мезона при дифракционном рассеянии на ядре радиуса R сечение излучения кванта k содержит множителем некоторую функцию от безразмерного параметра $\mathfrak{N} \left(\frac{c\mu R}{\hbar} \right)$, обращающуюся при $\mu c R \gg \hbar$ в $\frac{0,56}{R} \frac{\hbar}{\mu c}$.

Если $c\mu R \gg \hbar$ ($A^{1/2} \gg 1$), то

$$\sigma^d(k) \approx 2,3 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{E_0 - ck}{E_0} \frac{1}{k} \frac{R\hbar}{\mu c} \sim 2,3 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{E_0 - ck}{E_0} \frac{A^{1/2}}{k} \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right)^2. \quad (26)$$

Интеграл от произведения излучаемой энергии на сечение равен

$$c \int k \sigma^d(k) dk \approx 2E_0 R^2 \frac{e^2}{\hbar c} \Re \left(\frac{\mu c R}{\hbar} \right) \rightarrow 1,12 \frac{R \hbar}{\mu c} \frac{e^2}{\hbar c} \Re E_0 \quad (27)$$

(последнее выражение написано для тяжёлого ядра, $A^{1/3} \gg 1$).

Излучение γ -квантов может возникнуть не только при дифракционном рассеянии π -мезонов, но и при их захвате ядром. Его можно назвать излучением остановки. Это — излучение, сопровождающее поток мезонов внутрь ядра. Оно пропорционально потоку, и потому его сечение пропорционально R^2 (а не R , как в случае, когда мы отбираем часть актов рассеяния).

Это излучение имеет много общего с дифракционным излучением. В частности, и для него область генерации фотонов чрезвычайно вытянута, поскольку её размеры определяются теми же формулами (4) и (19), т. е. и оно является внешним по отношению к ядру. В данном случае сечение может быть вычислено, поскольку полное решение ψ найдено. Проинтегрированное по частотам $k > k_{\min}$ и углам вылета кванта $\vartheta < \vartheta_{\max}$, сечение оказывается равным

$$\sigma^{(c)} = \frac{e^2 R^2}{\hbar^2 c^3} \left(\ln \frac{\vartheta_{\max}^2 E_0^2}{137 \mu^2 c^4} \right) \left(\ln \frac{E_0}{ck_{\min}} - 1 \right). \quad (28)$$

Учитывая соображения релятивистской инвариантности относительно возможного вида формфактора π -мезона, можно прийти к определённым выводам о его влиянии на излучение фотонов. Именно, этот формфактор, как можно заключить, должен иметь вид

$$F = F \left\{ \frac{k E_0}{2 \mu^2 c^3} \left(\vartheta^2 + \frac{\mu^2 c^4}{E_0^2} \right) \right\}. \quad (29)$$

Можно поэтому высказать надежду, что детальное экспериментальное исследование подобного электромагнитного излучения позволит в будущем подойти к определению такой важной величины, как формфактор π -мезона. Произведение полной энергии, излучаемой при захвате, на сечение оказывается равным по порядку величины $\frac{R^2}{137} E_0$. Особенно велико сечение излучения на малые углы. Так, при

$$\vartheta = \frac{\mu c^2}{E_0}$$

дифференциальное сечение излучения при захвате равно

$$\frac{e^2}{4\pi \hbar c} R^2 \left(\frac{E_0}{\mu c^2} \right)^2 \frac{E_0 - ck}{E_0} \frac{1}{k} \quad (30)$$

и при $E_0 \sim 40 \mu c^2$ равно $R^2 \frac{E_0 - ck}{E_0} \frac{1}{k}$, что имеет порядок величины ядерных сечений.

Был рассмотрен аналогичный процесс излучения и для частицы со спином $\frac{1}{2}$.

Если вместо модели чёрного ядра использовать амплитуду рассеяния π -мезона $A(\vartheta)$ на данном силовом поле, то, естественно, интегрирование по углам не может быть выполнено, пока мы не подставим конкретный вид $A(\vartheta)$. Такое вычисление было выполнено, в частности, для полупрозрачного ядра¹⁴.

6. Образование пар π -мезонов γ -квантами на ядре

Процесс, рассмотренный в § 5, имеет характеристики, порядок величины которых можно заранее предугадать. Однако его изучение позволило не только получить точные формулы, но и развить аппарат, применимый к ряду других процессов. Так, в^{8, 9} был рассмотрен процесс образования пар π -мезонов γ -квантом на ядре, причём действие ядра как чёрного тела по отношению к мезонам учитывается тем, что состояние рождающегося мезона описывается функцией (15). Здесь, таким образом, достаточно точно, а не по теории возмущений (при не имеющем принципиального характера предположении, что ядро абсолютно чёрное) учтено взаимодействие мезона с ядром.

Выражение для эффективного сечения образования пар имеет сложный вид. Однако в случае тяжёлых ядер, радиус которых велик по сравнению с комптоновской длиной π -мезона, формулы существенно упрощаются. Дифференциальное сечение образования пары с импульсами p_1, p_2 квантом с импульсом k равно

$$d\sigma = \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar c} R^2 \frac{J_1^2(\kappa R / \hbar) E_1 (ck - E_1) E_1 b^2 d\mathbf{b} d\kappa}{c^3 \kappa^2 k^3 (b^2 + \mu^2 c^2)^2}. \quad (31)$$

Здесь

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{k}{k} \left(p_1 - \frac{k_1^2}{2p_1} \right) + k_1; & p_2 &= \frac{k}{k} \left(p_2 - \frac{k_2^2}{2p_2} \right) + k_2; \\ \kappa &= k_1 + k_2; & b &= \frac{1}{2} (k_1 - k_2); & E_1 &= c \sqrt{p_1^2 + \mu^2 c^2}, \end{aligned}$$

где k_1, k_2 — двумерные векторы, перпендикулярные к направлению кванта; $k_1^2 \ll k^2, k_2^2 \ll k^2$. В формуле (31) π -мезоны считаются точечными. В противном случае в этой формуле появляется фактор, имеющий смысл формфактора рассматриваемого процесса. При наличии сильного взаимодействия между π^+ - и π^- -мезонами в (31) также

появляется множитель, учитывающий это взаимодействие. Если проинтегрировать (31) по всем $\mathbf{x}$ и по $b < b_{\text{макс}}$, то получается следующее энергетическое распределение пар:

$$d\sigma = \frac{e^2 R^2}{2\hbar c} \frac{E_1 (ck - E_1) dE_1}{c^3 k^3} \left[\ln \frac{\mu^2 c^2 + b_{\text{макс}}^2}{\mu^2 c^2 e} + \frac{\mu^2 c^2}{\mu^2 c^2 + b_{\text{макс}}^2} \right]. \quad (32a)$$

Интегральное сечение равно

$$\sigma = \frac{e^2 R^2}{12\hbar c} \left[\ln \frac{\mu^2 c^2 + b_{\text{макс}}^2}{\mu^2 c^2 e} + \frac{\mu^2 c^2}{\mu^2 c^2 + b_{\text{макс}}^2} \right]. \quad (32b)$$

При больших $b_{\text{макс}}$ существенна «неточность» π -мезонов. Из формул (31) — (32b) можно сделать следующие выводы:

а) Сечение образования π^+ -, π^- -пар, не сопровождающееся возбуждением ядра, при очень больших энергиях не зависит от энергии кванта. Оно пропорционально $R^2 \sim A^{1/3}$, A — число нуклонов в ядре. Его порядок величины равен $\frac{e^2 R^2}{10\hbar c}$.

б) Сумма поперечных импульсов π^+ - и π^- -мезонов ($\mathbf{x} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$) имеет порядок $\frac{\hbar}{R}$. Распределение по $\mathbf{x}$ дается формулой (31).

в) Эффективные значения $\mathbf{b} = \frac{1}{2} (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)$ связаны с «размерами» π -частиц и свойствами их взаимодействия. Следует отметить, что для превращения $\gamma \rightarrow 2\pi^0$ рассматриваемый процесс запрещен. Это связано с законом зарядовой четности: γ -квант зарядово нечетен, π -мезон зарядово четен (ядро выполняет только функции черного тела и поэтому его нужно считать зарядово четным). Следовательно, при больших энергиях сечение процесса $\gamma \rightarrow 2\pi^0$ мало по сравнению с сечением процесса $\gamma \rightarrow \pi^+ + \pi^-$.

Наряду с рассмотренным выше случаем образования пары π -мезонов γ -квантом, когда оба π -мезона уходят на бесконечность, возможен процесс такого поглощения γ -кванта, когда на большом расстоянии от ядра образуется виртуальная пара π -частиц, из которых одна уходит на бесконечность, а другая поглощается ядром и при этом возникает звезда (ядерный взрыв). Кроме того, возможен процесс, в котором оба π -мезона поглощаются ядром. Теория этих процессов¹⁴ обнаруживает ряд их своеобразных черт, которые, как можно надеяться, позволят выделять подобные случаи среди других процессов фоторасщепления ядер.

Дифференциальное сечение процесса, при котором квант энергии ck дает один π -мезон с энергией E_π , оказывается равным¹⁴

$$d\sigma = \frac{3\pi e^2}{16\hbar c} \frac{E_\pi (ck - E_\pi)}{c^3 k^3} R \frac{\hbar}{\mu c} dE_\pi, \quad (33)$$

так что полное сечение приближённо равно

$$\sigma \approx \frac{\pi}{32} \frac{e^2}{\hbar c} R \frac{\hbar}{\mu c} \quad (33a)$$

(здесь всюду считается $R \gg \frac{\hbar}{\mu c}$ и формфактор мезона не принят во внимание).

Для процесса, при котором оба мезона поглощаются ядром, при пренебрежении формфактором полное сечение образования фотозвезды оказывается равным

$$\sigma = \frac{e^2 R^2}{4 \hbar c} \ln \frac{k}{\mu c}. \quad (33b)$$

Это сечение, таким образом, логарифмически растёт с энергией. Подобный механизм образования фотозвёзд может стать существенным при больших энергиях. Результат и в этом случае может быть выражен через амплитуды рассеяния π -мезонов¹⁴.

7. Образование электронно-позитронных пар при диффракции и захвате π -мезона

Этот процесс¹⁶ является процессом высшего порядка относительно $\frac{e^2}{\hbar c}$ по сравнению с процессом излучения γ -кванта π -мезоном (§ 5). Так как электромагнитное взаимодействие при расчёте учитывается по теории возмущений, то вычисления производятся по близкой схеме. Вновь нужно отделить процесс, связанный с диффракцией (его сечение, как и (27), пропорционально, по существу, первой степени R), от процесса, связанного с поглощением (сечение, как и (28), пропорционально R^2). Именно

$$\sigma^{(d)} \approx \frac{2,6}{3\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{R \hbar}{\mu c} \left(\ln \frac{E_0}{mc^2} \right)^2, \quad (34)$$

$$\sigma^{(c)} \approx \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{2R^2}{3\pi} \left(\ln \frac{E_0}{mc^2} \right)^2 \left(\ln \frac{E_0}{\mu c^2} \right). \quad (34a)$$

Характерной чертой здесь является слабая зависимость (34a) от массы налетающей частицы μ .

III. ЧИСТО ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ

8. Тормозное излучение электронов в кристалле

Возможность одновременного влияния различных атомов кристалла на тормозное излучение впервые отметил Вильямс²⁷. Однако он ограничился оценкой, которая привела его (как теперь ясно) к неверному выводу о том, что тормозное излучение при очень больших энергиях из-за упорядочения расположения атомов должно

всегда падать. Критерий появления эффекта, приведённый без вывода, также не подтвердился. Впоследствии²⁸ влияние кристалла было рассмотрено подробнее, однако и в этой работе результаты не носили количественного характера и выводы не подтвердились последующим исследованием, о котором здесь идёт речь.

В работе Тер-Микаеляна² было последовательно, в рамках обычной теории возмущений (практически для вычислений был использован, как и в²⁸, метод Вейцеккера — Вильямса, но те же формулы получаются и при рассмотрении в системе, в которой решётка покоится), изучено тормозное излучение релятивистского электрона, падающего под заданным направлением к кристаллографическим осям (для простоты рассматривалась кубическая решётка). Оказалось весьма существенным, что были учтены тепловые колебания узлов решётки.

Для вычисления этого процесса, как следует из (2), нужно просто в обычных вычислениях вместо $V(\mathbf{r})$ подставить суммарный потенциал всех ядер кристалла $\sum_i V(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, где $\mathbf{r}_i$ — положение i -го ядра. Матричный элемент распадается на сумму элементов, и, так же как в аналогичном случае рассеяния рентгеновских лучей, сечение для процесса, при котором решётка получает импульс $\mathbf{q}$, будет отличаться от сечения тормозного излучения на изолированном атоме интерференционным множителем:

$$\left| \sum_i e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_i} \right|^2,$$

где сумма берётся по мгновенным положениям ядер $\mathbf{r}_i$. Усреднение по тепловым колебаниям приводит к замене этого множителя, как обычно в теории рассеяния рентгеновских лучей, на

$$N_1 N_2 N_3 (1 - e^{-2\mathfrak{M}}) + e^{-2\mathfrak{M}} \left| \sum_i e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}_{i0}} \right|^2.$$

Здесь N_1, N_2, N_3 — числа узлов, уместающихся в направлении различных осей, $2\mathfrak{M} = \frac{1}{\hbar^2} q^2 \bar{u}^2$, где $\bar{u}^2$ — средний квадрат теплового смещения узла, $\mathbf{r}_{i0}$ — равновесные положения узлов. Соответственно сечение разбивается на «амфорную» часть, для которой сечение пропорционально полному числу атомов кристалла $N_1 N_2 N_3$, и «интерференционное излучение». Сечение амфорного излучения меньше суммы излучений на таком же числе изолированных атомов на величину, которая зависит от температуры и для разных элементов имеет порядок 10—20%. С ростом температуры поправка убывает. Это излучение не зависит от угла влёта электрона.

Сложнее и интереснее интерференционная часть.

Так как перпендикулярная компонента передаваемого ядру импульса $q_{\perp}$ обычно велика ($q_{\perp} \lesssim mc$), то ядра, расположенные в одной плоскости, перпендикулярной к движению, не дают интерференционного эффекта («существенная область» всегда проходит в поле только одного из этих ядер). Ядра же, расположенные вдоль движения, дают этот эффект. Уточнение оценок, которые можно получить по формулам (9) и (16), приводят к значению энергии, определяющей появление эффекта:

$$\frac{E_0}{mc} \gtrsim \frac{am}{4\pi\hbar c} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \sim a\text{Å} \frac{137}{2\pi} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}, \quad (35)$$

где $a\text{Å} = 10^8 a$ — постоянная решётки в ангстремах, a — постоянная решётки в см, $\varepsilon = \frac{ck}{E_0}$ — доля энергии электрона, уносимая фотоном. При $a\text{Å} \sim 3$, $\varepsilon \sim \frac{1}{2}$ это даёт $E_0 \gtrsim 50$ Мэв. При больших энергиях (или в отношении излучения более мягких квантов, чем $\varepsilon \sim \frac{1}{2}$) сечение растёт пропорционально квадрату эффективного числа атомов $N_{\text{эфф}}$, укладываемых вдоль направления движения. Были исследованы условия появления интерференционных максимумов, показано, как совершается переход к кристаллу произвольной толщины, даны границы применимости полученных формул. Исследована зависимость от направления падения электрона². Так, интерференционная часть сечения тормозного излучения пучка электронов с угловой шириной θ , падающего вдоль оси кристалла, в пересчёте на одно ядро равна

$$\frac{1}{N_1 N_2 N_3} \sigma_{\text{инт}}(\varepsilon) d\varepsilon = \sigma_{\text{Б.-Г.}}(\varepsilon) d\varepsilon \frac{\pi\rho}{a\theta} \quad (36)$$

при условии, что

$$\frac{2\pi}{a} \sqrt{\frac{1}{u^2}} = \theta_{\text{макс}} > \theta > \theta_{\text{мин}} = \frac{amc}{2\hbar} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{mc^2}{E_0}.$$

Здесь $\sigma_{\text{Б.-Г.}}$ — обычное сечение Бете—Гайтлера, $\rho = Z^{-1/3} \frac{\hbar^2}{me^2}$ — радиус экранирования атома. Интерференционное излучение падает при $\theta < \theta_{\text{мин}}$. Для вольфрама $\theta_{\text{макс}} = 2,4^\circ$ при абсолютном нуле, $\theta_{\text{макс}} = 4,8^\circ$ при дебаевской температуре. Так как $\frac{\pi\rho}{a} \sim \frac{2\pi}{a\text{Å}} \frac{1}{Z^{1/3}} \sim 1$, то при достаточно малых θ , например при $\theta \sim \theta_{\text{макс}}$, интенсивность излучения может во много раз превосходить интенсивность излучения на изолированном атоме.

Существенно, что интеграл по всем углам строго даёт ту же интенсивность, что и излучение на изолированном атоме. Таким образом, при прохождении пучка электронов через достаточно тол-

стый поликристалл отличие от обычных формул исчезает. Действие структуры среды состоит для монокристалла в появлении при изменении угла влёта электрона резких и узких максимумов, компенсируемых небольшим понижением общего фона вне максимумов *).

9. Влияние многократного рассеяния на тормозное излучение электронов

В случае аморфной среды, когда нет интерференционных явлений, при достаточно большой энергии начинает сказываться другой эффект — влияние многократного кулоновского рассеяния электрона на атомах среды (в случае кристалла он также присутствует, но при наличии интерференционного эффекта играет подчинённую роль²⁾). На существование этого эффекта было указано Ландау и Померанчуком³⁾. Ими же были даны оценки и приближённые предельные формулы в случае классической теории тормозного излучения (что вполне строго для излучения мягких квантов $ck \ll E_0$ и достаточно для оценки всего эффекта). Более точная количественная теория в классическом случае⁷⁾ и особенно квантовая теория оказались сложными. Её результаты, в частности, подтверждают приближённые оценки, полученные с помощью классического рассмотрения.

Существо эффекта, о котором идёт речь, можно понять следующим образом. Если за время движения частиц через существенную область длиной $\frac{\hbar}{q_{||}} \sim \frac{2E_0(E_0 - ck) \hbar}{m^2 c^4 k}$ многократное кулоновское рассеяние в данной среде выведет электрон из пределов угла $\vartheta \sim \frac{mc^2}{E_0}$, то весь процесс излучения расстроится.

На этой длине средний квадрат угла рассеяния равен

$$\overline{\vartheta_s^2} = \left(\frac{E_s}{E_0}\right)^2 \frac{r_{|| \text{эфф}}}{L} \sim \frac{2E_s^2 \hbar}{m^2 c^4 k L} \frac{E_0 - ck}{E_0},$$

где $E_s \approx 21 \text{ Мэв}$, L — лавинная единица длины (в см) в данной среде. Если $\overline{\vartheta_s^2} \gg \left(\frac{mc^2}{E_0}\right)^2$, т. е. если

$$\frac{E_0}{mc^2} \gg \frac{1}{60} \sqrt{\frac{E_0}{E_0 - ck} \cdot \frac{kL}{\hbar}}, \quad (37)$$

то интенсивность излучения будет падать. Даже для жёстких

*) Примечание при корректуре.

Недавно F. Dyson and H. Uberall, Phys. Rev. **99**, 604 (1955), ознакомившись с работой³⁾, но не зная о работе²⁾, также пришли к выводу о том, что из-за больших размеров эффективной области тормозное излучение электронов в кристалле должно обладать интерференционными особенностями. В их заметке приводятся только некоторые оценки.

квантов, полагая для оценки $ck \sim \frac{1}{2} E_0$, получаем условие

$$\frac{E_0}{mc^2} > \frac{E_{\text{расс}}}{mc^2} = \frac{1}{2} \frac{Lmc}{\hbar} \left(\frac{mc^2}{E_s} \right)^2 \approx \frac{1}{7200} \frac{Lmc}{\hbar}, \quad (38)$$

где через $E_{\text{расс}}$ обозначена характерная энергия, определяющая появление эффекта (в работах ^{3, 6 и 7} она обозначена через E_0). Для свинца $L \sim 5 \cdot 10^{-1}$ см, для воздуха в нормальных условиях $L \sim 3 \cdot 10^4$ см. Соответственно при $E_0 \gg 2 \cdot 10^6 mc^2$ в свинце и при $E_0 \gg 10^{11} mc^2$ в воздухе сечение тормозного излучения должно падать по сравнению с его обычно принимаемым значением. Для более мягких квантов эффект наступает при ещё меньших энергиях электрона. При данной энергии E_0 он сказывается на излучении фотонов с энергией

$$ck < 3600 \left(\frac{E_0}{mc^2} \right)^2 \frac{\hbar c}{L} \quad (39)$$

(в частности, в свинце при $ck < 4 \cdot 10^{-7} \frac{E_0}{mc^2} E_0$). Так, например, электрон с энергией $E_0 \sim 5 \cdot 10^{10}$ эв в свинце должен давать очень мало фотонов с энергией, меньшей $0,01 E_0 \sim 5 \cdot 10^8$ эв.

При более последовательной оценке в области справедливости классического рассмотрения ($ck \ll E_0$) оказывается, что в отличие от обычной формулы Бете — Гайтлера, для интенсивности излучения частоты $\omega = \frac{ck}{\hbar}$

$$dI_{\text{Б.Г.}} = \frac{e^2}{3\pi} \left(\frac{E_s}{mc^2} \right)^2 \frac{d\omega}{L} = \frac{16}{3} ne^2 (Zr_0)^2 \ln(191 Z^{-1/3}) d\omega \quad (40)$$

(n — число атомов среды в единице объёма, Z — порядковый номер элемента, r_0 — радиус электрона), интенсивность излучения описывается формулой ³

$$dI = \frac{e^2}{2} \frac{E_s}{E_0} \frac{\sqrt{\omega d\omega}}{\sqrt{6\pi Lc}} (E_s = \sqrt{4\pi \cdot 137} mc^2 \approx 21 \text{ Мэв}), \quad (41)$$

справедливой при $\omega < \frac{c}{6L} \left(\frac{E_0 E_s}{m^2 c^4} \right)^2$; $E_0 > \frac{m^2 c^4}{E_s} \sqrt{\frac{6\omega L}{c}}$.

Таким образом, сечение тормозного излучения при больших энергиях падает, как $\frac{1}{E_0}$, а спектр фотонов имеет характер

$\frac{dI}{\omega} \sim \frac{d\omega}{\sqrt{\omega}}$. При достаточно больших энергиях электроны и позитроны в среде приобретают свойства проникающей компоненты.

Как уже говорилось, то же справедливо для образования пар. Следовательно, проникающими становятся и фотоны.

Для получения этой формулы рассматривается классическое выражение для энергии, излучаемой внутрь элемента телесного угла $d\Omega$ при частоте ω электроном, движущимся по определённой

траектории:

$$dI = \frac{e^2}{4\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega d\Omega \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathbf{v}\mathbf{n}] e^{i\left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{r}}{\hbar} - \omega t\right)} dt \right|^2. \quad (42)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ — радиус-вектор и скорость электрона как функция времени t , $\mathbf{n}$ — единичный вектор направления излучения, $c\mathbf{k} = \hbar\omega\mathbf{n}$. Классическое приближение к обычной формуле Бете — Гайтлера получается, если считать, что $\mathbf{r} = \mathbf{v}t$, причём в некоторой области с размерами a скорость меняется от одного постоянного значения $\mathbf{v}_1$ до другого значения $\mathbf{v}_2$ (формула при этом будет справедлива для излучения длин волн $\lambda \gg a$). В частности, при $\mathbf{v}_2 = 0$ получится «излучение остановки». Однако в среде вследствие многократного рассеяния $\mathbf{v}$ непрерывно меняется вблизи значений $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$, причём можно с достаточной точностью считать, что флуктуируют только перпендикулярные к $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ слагающие радиус-вектора и скорости. Их квадрат линейно растёт со временем. Так, например, для излучения строго вдоль направления первоначального движения ($\mathbf{k}\mathbf{v}_1 = kv_1$) в фазе при $-\infty < t < 0$ будет в среднем стоять не $\frac{kr}{\hbar} - \omega t = \omega t \left(\frac{v_1}{c} - 1 \right)$, а выражение типа $\omega t \left[\frac{v_1}{c} \left(1 - \frac{1}{2} \vartheta^2(t) \right) - 1 \right]$, где $\vartheta(t)$ — угол многократного рассеяния, который считается малым ($\cos \vartheta \approx 1 - \frac{\vartheta^2}{2}$). При $kv_1\vartheta \gg 2kc \left(1 - \frac{v_1}{c} \right)$ в фазе появляется существенное дополнительное слагаемое и из-за быстрой осцилляции подинтегрального выражения dI (см. (42)) падает. Чтобы получить истинное излучение, формулу (42) нужно усреднить по всем значениям перпендикулярных слагающих скорости или, что то же, по ϑ . Первоначально вместо усреднения dI производилось усреднение фазы, это и приводит к оценке, выражаемой формулой (41)³.

Впоследствии Мигдалом⁷ с помощью изящной методики были проведены строгие вычисления, справедливые при $E \gg mc^2$. Была дана также и квантовая теория явления. Именно, с целью усреднения по актам рассеяния (в классическом случае) величины dI , определяемой формулой (42), это выражение было преобразовано к такому виду, что его удалось выразить через Фурье-компоненты (появляющиеся благодаря экспоненциальному множителю в (42)) вероятности данного значения скорости W_k . В пространстве угловой переменной, как оказывается, W_k удовлетворяет уравнению типа Фоккера — Планка. Его удалось решить. В результате было найдено, что интенсивность излучения на единицу пути и в интервале частот $d\omega$ описывается формулой*)

$$dI' = \{dI'\}_0 \Phi(s) = \frac{4e^2}{3\pi c} \left(1 + \frac{v}{c} \right) Q \Phi(s), \quad (43)$$

*) Здесь исправлены опечатки, вкравшиеся в 7.

где

$$s = \frac{1 - \frac{v}{c}}{4} \sqrt{\frac{\omega}{Q}}, \quad Q = 2\pi n (Zr_0)^2 \ln(191 Z^{-1/3}).$$

$(dl')_0$ — выражение для излучаемой энергии без учёта многократного рассеяния (классическое приближение к формуле Бете — Гайтлера). $\Phi(s)$ — табулируемая функция:

$$\Phi(s) = 3s \int_0^\infty e^{-sx} \frac{\cos sx + \sin sx}{\operatorname{ch}^2 \frac{x}{2}} dx + \\ + 24s^2 \int_0^\infty e^{-sx} \frac{\sin sx}{\operatorname{sh} x} dx - 6\pi s^2. \quad (43a)$$

При $s \rightarrow \infty$ (рассеяние пренебрежимо мало) $\Phi(s) \rightarrow 1 - \frac{48}{7s^4}$ и получается формула (40); при $s \rightarrow 0$ $\Phi(s) \rightarrow 6s$ и результат отличается от приближённой формулы (41) множителем порядка единицы. Из полной формулы найдено, что в свинце для фотонов с энергией $ck = \frac{1}{2} E_0$ отклонение от формулы Бете — Гайтлера достигает 50%, если $E_0 = 3 \cdot 10^{12}$ эв. Квантовое рассмотрение, необходимое для получения точной формулы в области $ck \sim E_0$, гораздо сложнее. При учёте рассеяния частица, дающая тормозное излучение, уже не описывается волновой функцией и приходится рассматривать матрицу плотности. Для неё строится квантовое кинетическое уравнение, которое впоследствии решается. Результат выражается следующими формулами. Интенсивность тормозного излучения частоты ω на единицу пути равна

$$dl' = \frac{8e^2 Q}{3\pi c (p_0 + p)^2} \left\{ \frac{p_0^2 + p^2}{2} \Phi(s) + \frac{(p_0 - p)^2}{4} G(s) \right\} d\omega, \quad (44)$$

$$G(s) = 48 s^2 \left(\frac{\pi}{4} - \int_0^\infty e^{-2st} \frac{\sin 2st}{\operatorname{sh} t} dt \right)$$

(p_0 и p — импульсы электрона до и после излучения. При $\omega \rightarrow 0$ эта формула переходит в формулу классического приближения (43).

Интерес этого исследования состоит не только в получении приведённых формул, дающих весьма полную и замкнутую теорию процесса, в частности содержащих квантовую теорию эффекта, но и в развитии особой методики квантового кинетического уравнения, которое может найти применение и в других проблемах.

10. Поляризация среды

Как было показано Тер-Микаеляном⁶, рассмотрение влияния многократного рассеяния на тормозное излучение должно быть дополнено учётом поляризации среды. Именно, нужно учесть от-

личие скорости распространения фотонов от единицы. Для этого следует в формуле (42) добавить множитель $\sqrt{\varepsilon}$ и вместо $ck = \hbar\omega$ положить

$$ck = \sqrt{\varepsilon} \hbar\omega, \quad (45)$$

где диэлектрическую проницаемость среды можно считать равной

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi nZe^2}{m\omega^2}. \quad (46)$$

Эффект, как видно отсюда, существует только для самых мягких квантов, так что можно ограничиться классическим приближением. Производя после этой замены снова усреднение фазы подинтегрального выражения в (42) по актам рассеяния, мы видим, что в фазе, кроме члена типа $\omega t \left(1 - \frac{1}{2} \bar{q}^2(t)\right)$, обусловленного рассеянием, появляется слагаемое $\omega t (\sqrt{\varepsilon} - 1) \approx \frac{2\pi nZe^2}{m\omega}$. Если оно окажется больше, чем слагаемое, обусловленное рассеянием (низкие частоты), то поляризация среды играет роль большую, чем рассеяние. В целом же результаты таковы:

а) Пока энергия электрона не превышает некоторой критической, т. е.

$$E_0 < E_{\text{крит}} = \left(\frac{mc^2}{E_s}\right)^2 \frac{6L}{c} \sqrt{\frac{4\pi nZe^2}{m}} mc^2 \quad (47)$$

(для плотных сред середины и конца периодической системы $E_{\text{крит}} \sim 10^4 mc^2 \sim 10^{10}$ эв), влияние многократного рассеяния вообще не успевает проявиться, так как существеннее поляризация среды. При этом в области

$$\omega > \omega_p^{(1)} \equiv \sqrt{\frac{4\pi nZe^2}{m}} \frac{E_0}{mc^2} \quad (48)$$

справедлива формула, получаемая при пренебрежении влиянием среды, — классический аналог формулы Бете — Гайтлера, совпадающий с ней при $ck \ll E_0$:

$$dI = \frac{e^2}{3\pi} \frac{d\omega}{L} \left(\frac{E_s}{mc^2}\right)^2. \quad (48')$$

В области же

$$\sqrt{\frac{4\pi nZe^2}{m}} \ll \omega \ll \sqrt{\frac{4\pi nZe^2}{m}} \frac{E_0}{mc^2} \equiv \omega_p^{(1)}.$$

(Для $\omega \ll \sqrt{\frac{4\pi nZe^2}{m}}$ приближенная формула (46), строго говоря, непригодна) имеем:

$$dI = \frac{m}{12\pi^2 L n Z} \left(\frac{E_s}{E_0}\right)^2 \omega^2 d\omega. \quad (49)$$

б) Когда энергия электрона возрастает и становится больше критической ($E_0 > E_{\text{крит}}$), то появляется область частот, в которой

определяющую роль играет многократное рассеяние. Именно, при

$$\left(\frac{4\pi nZe^2}{m}\right)^{2/3} \left(\frac{6E_0^2 L}{E_s^2 c}\right)^{1/3} \equiv \omega_p^{(2)} \ll \omega \ll \frac{E_0}{\hbar} \frac{E_0}{mc^2} \left(\frac{E_s}{mc^2}\right)^2 \frac{\hbar}{Lmc} = \omega_s \quad (50)$$

справедлива формула (41). При $\omega \ll \omega_p^{(2)}$ сохраняется формула (49), а для $\omega \gg \omega_s$ — формула (40). Для $E_0 \gg E_{\text{расс}} = mc^2 \frac{Lmc}{\hbar} \left(\frac{mc^2}{E_s}\right)^2$ эта область, указываемая соотношением (50), покрывает почти всю область высоких частот. Необходимо, однако, подчеркнуть, что при испускании квантов предельно большой энергии всегда справедливы обычные формулы тормозного излучения Бете — Гайтлера. Это связано с отмеченным уже в § 3 обстоятельством — именно с тем,

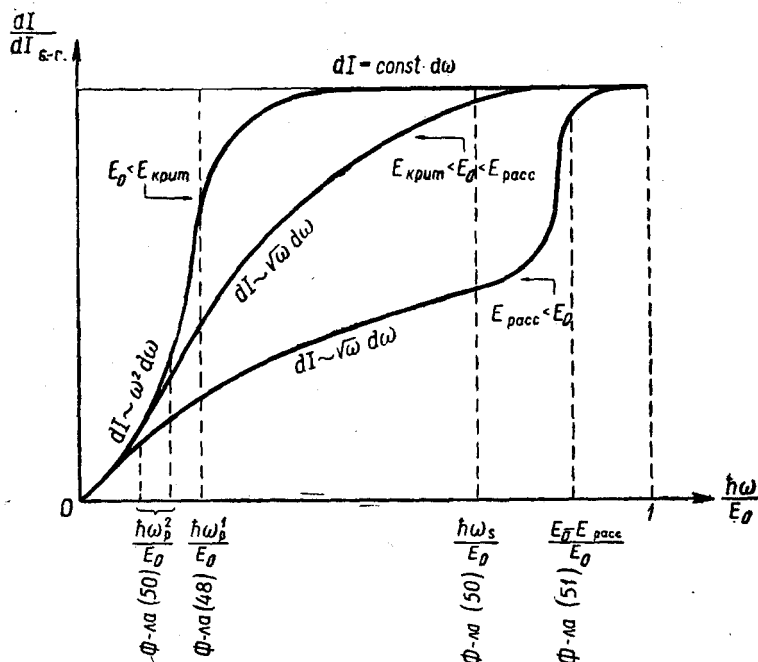


Рис. 2.

что при очень малом $E_0 - ck$ значение $q_{\parallel}$ велико и эффективная область мала, так что достаточно большое рассеяние не успевает произойти. В самом деле, согласно (37) вблизи верхней границы спектра, т. е. если $E_0 - ck \ll E_0$, так что $ck \sim E_0$, многократное рассеяние сказывается только при условии

$$E_0 - ck \gg \frac{mc^2}{3600} \sqrt{\frac{Lmc}{\hbar}} = \frac{1}{2} \frac{Lmc}{\hbar} \left(\frac{mc^2}{E_s}\right)^2 mc^2 \equiv E_{\text{расс}}, \quad (51)$$

где $E_{\text{расс}}$ — введённая выше характерная для эффекта величина. В свинце $L \sim 0,5$ см, $E_{\text{расс}} \sim 2 \cdot 10^{12}$ эв. Таким образом, для обла- сти энергий квантов $E_0 - E_{\text{расс}} \leq ck \leq E_0$ излучение происходит на изолированном атоме. В целом картина может быть схематически изображена графиком рис. 2, где, однако, масштаб не выдержан: в действительности $\hbar\omega_p \ll E_0$ и т. п.

Интересной чертой влияния среды является, в частности, то, что устраняется инфракрасная катастрофа. Следовательно, при проверке на эксперименте вычисляемых по теории радиационных поправок к различным эффектам действие среды должно быть учтено, по- скольку обычно эти поправки испытывают сильное влияние инфра- красной катастрофы.

IV. ЯДЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

11. Испускание мезонов нуклонами при диффракционном рассеянии

Указанный процесс⁴ отличается от других рассмотренных про- цессов тем, что он не может быть надёжно рассчитан количественно. Этому препятствует отсутствие последовательной мезонной теории, неприменимость в этом случае теории возмущений, которая может дать только ненадёжное указание на порядок величины сечения.

Условие (10) при подстановке (20) даёт энергетический порог возникновения эффекта. Если мезон уносит малую долю энергии, порядка $\frac{\mu}{M} E_0$, то должно быть

$$E_0 \gg \frac{c\mu R}{\hbar} Mc^2 \sim A^{1/2} Mc^2. \quad (52)$$

Если энергия мезона порядка начальной энергии нуклона, то долж- но быть

$$E_0 \gg \frac{M}{\mu} A^{1/2} Mc^2, \quad (52')$$

т. е. порог существенно растёт. Для генерации нескольких мезонов в одном акте порог растёт пропорционально их числу. Отличитель- ная черта подобного процесса генерации состояла бы в том, что мезоны летели бы (в системе центра тяжести) только вперёд, т. е. отсутствовал бы так называемый «второй конус».

Для оценки величины сечения следует учесть, что мы можем считать дифракцию происходящей на всём ядре, как целом, толь- ко в том случае, когда перпендикулярная компонента передаваемого импульса не очень велика, именно, если её обратная величина не сильно превышает взаимное расстояние частиц в ядре. Это послед- нее можно принять равным $\frac{\hbar}{pc}$. Следовательно, должно быть $q_{\perp} \leq pc$. При этом приобретаемая нуклоном скорость (в его системе покоя)

мала: $v \sim \frac{\mu}{M} c$. Поэтому излучение мезонов не может быть очень сильным. Действительно, применение (по схеме, использованной в § 4) теории возмущений в предположении псевдоскалярной связи псевдоскалярных мезонов даёт для испускания одного мезона

$$\sigma \sim \frac{g^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{\mu c} \right)^2 A^{1/3} \left(\frac{\mu}{M} \right)^2 \sim \frac{g^2}{\hbar c} \left(\frac{\mu}{M} \right)^2 \frac{\sigma_0}{A^{1/3}}, \quad (53)$$

где g — константа связи, σ_0 — геометрическое сечение ядра. Даже при $\frac{g^2}{\hbar c} \sim 10 \div 20$ сечение заметно меньше геометрического. Этот эффект как вследствие условия (51) — (52) его возникновения, так и согласно формуле (53) должен быть относительно заметнее для лёгких ядер.

Поскольку мезонные взаимодействия являются сильными, следует полагать, что возможен подобный же эффект генерации π -мезона π -мезоном, диффрагирующим на ядре. В таком случае малость массы рассеиваемого мезона играет благоприятную роль.

12. Диффракционное расщепление дейтона

Расчёт диффракционного расщепления дейтона может быть произведён довольно полно, несмотря на то, что вид сил взаимодействия между нуклонами неизвестен. Нужно знать лишь волновую функцию дейтона. Так как она достоверно известна только на расстояниях протон — нейтрон, превышающих радиус действия сил $\frac{\hbar}{\mu c}$, то вполне надёжно можно вычислить лишь часть сечения расщепления, соответствующую передаче не очень больших импульсов q . Исследование было проведено для дейтонов с энергией в интервале порядка 30—170 Мэв, когда энергия каждого из налетающих нуклонов такова, что ядро мишени можно считать непрозрачным. Написав функцию дейтона, диффрагирующего как целое на чёрном шаре, который представляет ядро мишени (здесь приходится учитывать конечные размеры дейтона, поэтому входит функция внутреннего движения в дейтоне $\varphi(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n|)$), можно для получения оценки просто отобрать те акты рассеяния, в которых передаваемый дейтону импульс достаточен для расщепления дейтона (скажем, имеет порядок μc). Отсюда, согласно формуле (12а), для оценки сечения получаем $\sigma \sim R R_d$ (R — радиус ядра, R_d — радиус дейтона). Таким образом, сечение имеет порядок сечения срыва и меньше геометрического сечения ядра мишени. Поэтому, считая $R_d \ll R + R_d$ (предположение это не имеет принципиального значения), можно применить теорию возмущений. Можно убедиться, что сечение расщепления с вылетом протона и нейтрона, обладающих импульсами p_p и p_n , равно

$$d\sigma(\mathbf{p}_p, \mathbf{p}_n) = 2\pi |\langle \Psi_p^{(-)} \Psi_n^{(-)} | U | \Psi_d \rangle|^2 \delta(E_i - E_f), \quad (54)$$

где $\psi_p^{(-)} \psi_n^{(-)}$ — функции рождающихся протона и нейтрона вида (15), ψ_d — функция дейтона, диффрагирующего как целое (следовательно, функция вида (13)), U — оператор взаимодействия протон — нейтрон. Если ограничиться частью процессов, соответствующих передаче импульса $q \lesssim \mu c$, то край ядра заведомо можно считать резким, функцию дейтона можно заменить на $\varphi \sim \frac{1}{r} \exp \{ -\alpha |r_p - r_n| \}$, $\alpha = \sqrt{M\varepsilon_D}$ и U рассматривать как дельтообразную функцию расстояния. Последнее упрощение возможно потому, что относительная скорость вылетающих нуклонов мала — порядка их скорости внутри дейтона.

Таким образом, разваливаясь от слабого толчка, дейтон даёт протон и нейтрон с таким же их распределением по углам и энергиям, как при срыве, поскольку в обоих случаях эти распределения заданы распределением скоростей в дейтоне. Однако в данном случае, в отличие от срыва, вылетают и нейтрон и протон в каждом акте. Сечение процесса, если ограничиться случаями $q_{\perp} < q_{\perp \text{ макс}} \lesssim \mu c$, получается равным

$$\sigma \approx \frac{3}{2} R R_d^2 \frac{\mu c}{\hbar} \frac{q_{\perp \text{ макс}}}{\mu c}, \quad (55)$$

где $q_{\perp \text{ макс}}$ — максимальное из допускаемых при расчёте значений передаваемого импульса. При $q_{\perp \text{ макс}} \sim \mu c$ получаем $\sigma \sim R R_d$ (как ясно из формулы (12а), это и должно было получиться, поскольку для развала дейтона ему нужно сообщить импульс $q_{\perp} \sim \frac{\hbar}{R_d} \sim \frac{\mu c}{2}$).

Экспериментальная проверка указанного эффекта требует опытов на совпадения. Однако необходимо отметить, что опыты по наблюдению числа протонов в реакции срыва всегда давали слишком большие величины. В частности, недавно, не принимая во внимание возможность указанного процесса, группа американских физиков²⁹ получила из своих данных удивительно большое значение радиуса ядра: $R = r_0 A^{1/3}$ с $r_0 = 1,6 \div 1,7 \cdot 10^{-13}$ см. Возможно, что в действительности здесь проявился обсуждаемый эффект и избыточное число протонов неправильно приписывалось эффекту срыва.

Заметим, что подобный диффракционный развал имеет чисто кинематический характер и определяется поперечными импульсами (это видно, в частности, из того, что сечение не зависит от энергии дейтона). Поэтому он должен протекать в таком же виде и при релятивистских энергиях дейтона (когда ядро мишени вновь становится непрозрачным).

Что касается энергий, меньших, чем рассмотренные выше, то, конечно, и здесь диффракционные процессы играют роль, однако их нельзя отделить от всех других процессов взаимодействия дейтона с ядром. Они автоматически учитываются в квантовой теории дейтонных реакций.

13. Соударение нуклона с ядром

Выше уже отмечалось (§ 4), что из-за роста размеров существенной области может оказаться недопустимым рассматривать сопровождающееся генерацией мезонов соударение попавшего в ядро быстрого нуклона или мезона с нуклонами ядра как процесс последовательных соударений¹⁰. При более детальных оценках положение осложняется тем, что передаваемую при соударении нуклон — нуклон энергию, быть может, нельзя считать малой и нуклон мишени нельзя считать покоящимся.

В самом деле, налетающий нуклон энергии E_0 , генерируя например, π -мезон с энергией E_π и оставаясь с энергией E , в то же время передаст некоторую энергию $W = E_0 - E - E_\pi$ нуклону отдачи, т. е. импульс, теряемый налетающим нуклоном и мезонным полем, если угол разлёта нулевой, равен

$$q_{\parallel} = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 - M^2 c^4} - \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - M^2 c^4} - \\ - \frac{1}{c} \sqrt{E_\pi^2 - \mu^2 c^4} \approx \frac{E_0 - E - E_\pi}{c} + \frac{M^2 c^3}{2E_0 E E_\pi} \left[E_\pi (E_0 - E) + \frac{\mu^2}{M^2} E_0 E \right].$$

При $E_0 \sim E \sim E_\pi$, а также при $E_\pi \ll E_0$, будет

$$q_{\parallel} \sim \frac{W}{c} + \frac{M c^2}{2E_0} \cdot M c.$$

Таким образом, если передаваемая нуклону отдачи энергия не превышает $\mu c^2 \sim 140 \text{ Мэв}$, то при $E_0 > \frac{M}{\mu} M c^2$ имеем $\frac{\hbar}{q_{\parallel}} > \frac{\hbar}{\mu c} = r_0$, т. е. нельзя считать, что соударение происходит с индивидуальным нуклоном ядра. При больших углах разлёта, $\vartheta \sim \sqrt{\frac{M c^2}{E}}$, что соответствует изотропии в системе центра тяжести, картина индивидуальных соударений сохраняется, а при углах порядка $\frac{M}{E_0}$ она недопустима (разумеется, если $W < \mu c^2$). При весьма малой энергии отдачи и малых углах разлёта соударение происходит сразу со всей трубкой. Повидимому, действительно, существуют экспериментальные указания³⁰, свидетельствующие против представлений о последовательных соударениях внутри ядра не только при высоких энергиях, где справедлива теория Ферми — Ландау, но и при энергиях порядка $10^{10} - 10^{11} \text{ эв}$. Это можно согласовать с данными о том, что нуклоны космических лучей, соударяясь с ядрами атомов воздуха, передают нуклонам отдачи (в среднем на пути нуклона в ядре встречаются три частицы) энергию порядка 400 Мэв , т. е. около 130 Мэв на нуклон отдачи³¹. Если эти данные подтвердятся, то действительно нужно будет считать, что картина последовательных соударений в ядре не всегда применима.

Легко видеть, что окончательные формулы для процессов с участием ядерных сил (гл. II, IV) содержат некоторые оценки (толщина переходной области и пр.), из-за которых числовые коэффициенты могут оказаться неточными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разобранные выше десять различных эффектов не только иллюстрируют особенности диффракционных процессов при взаимодействии частиц, но и показывают разнообразие возможных явлений, в которых могут проявиться диффракционные и вообще типично волновые особенности поведения частиц. Изученные до сих пор процессы относились, как правило, к высоким энергиям. Однако уже диффракционное расщепление дейтона происходит при энергиях, которые нельзя считать большими. Во всяком случае, здесь частицы отнюдь не являются релятивистскими. Не исключено, что в будущем удастся найти подобные же примеры в области ещё меньших энергий.

Выяснившаяся при изучении всех этих процессов роль волновых свойств частиц лишний раз показывает, как осторожно нужно пользоваться классическими моделями, в которых предполагается локализация частиц, даже если длины волн частиц чрезвычайно малы. Близкий пример представляет здесь вопрос о взаимодействии частиц сверхвысокой энергии, приводящем к множественной генерации частиц³³.

Естественно было попытаться^{34, 35} рассматривать соударения с большим параметром удара столь же классическими методами, как и центральные соударения. Действительно, при больших параметрах удара двух нуклонов взаимодействие не может за время соударения распространиться на всю область, занимаемую нуклонами³⁶. Поэтому можно было бы думать, что отдельные «перекрывающиеся» части мезонных полей разных нуклонов, рассматриваемые как распределённая в пространстве ядерная материя, могут независимо вступать между собой в локальное взаимодействие.

Однако оказывается^{36, 37}, что такое рассмотрение является недопустимым, слишком «классическим». Квантовые свойства мезонного поля совершенно меняют результат. Это заключение следует как из рассмотрения конкретной квантовой схемы строения мезонного поля³⁶, так и в более общем виде из соотношения неопределённостей для времени и энергии^{37, 38} (подобно тому как размеры существенной для тормозного излучения области получаются в § 2 и из конкретной схемы процесса, и из соотношения неопределённостей для координаты и импульса).

Рассмотренные в настоящем обзоре процессы до сих пор не находили себе экспериментального подтверждения. В некоторых случаях это связано с тем, что подобных явлений не искали,

поскольку их возможность была установлена совсем недавно. В других случаях необходимые энергии ещё недостижимы (хотя уже в близком будущем могут быть достигнуты). В некоторых же случаях не так просто отделить эти явления от обычных. Представляется всё же, что они заслуживают внимания.

Дополнение

1. Пусть происходит тормозное излучение электрона на голом ядре. Если электрон описывается плоской волной, то сечение процесса, при котором ядро получает импульс $\mathbf{q}$, пропорционально квадрату матричного элемента¹⁹:

$$|M_c|^2 \sim \left| \int e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{q} \mathbf{r}} \frac{Ze^2}{r} d\mathbf{r} \right|^2 = \left| \frac{4\pi Ze^2 \hbar^2}{q^2} \right|^2 \sim \frac{1}{q^4}. \quad (\text{A. 1})$$

Кроме того, сечение содержит множители типа $(E_0 - p_0 \cos \theta)^{-2}$ и т. п.

Если падающий электрон описывается пакетом с поперечными размерами $\Delta r_{\perp} \sim \frac{\hbar}{q_{\perp}}$ и продольным размером порядка $\Delta r_{\parallel} \sim \frac{\hbar}{q_{\parallel}}$ (как мы знаем, $q_{\parallel} \ll q_{\perp}$), проходящим на расстоянии $\bar{r}_{\perp}$ от ядра, то при вычислении матричного элемента перехода неопределённость импульсов $\mathbf{p}_0$, $\mathbf{p}$ и т. п. сравнительно слабо изменит множители типа $(E_0 - p_0 \cos \theta)^{-1}$, но изменит интеграл (A. 1), который нужно будет брать по $r_{\perp}$ в пределах малой площадки размером $(\Delta r_{\perp})^2$, а по $r_{\parallel} \equiv z$ — в пределах от $-\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$ до $+\frac{\hbar}{q_{\parallel}}$:

$$|M'_c|^2 = \left| \int_{(\Delta r_{\perp})^2} e^{\frac{i}{\hbar} \mathbf{q}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}} d\mathbf{r}_{\perp} \int_{-\hbar/q_{\parallel}}^{+\hbar/q_{\parallel}} \frac{Ze^2 e^{\frac{i}{\hbar} q_{\parallel} z}}{\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2}} dz \right|^2. \quad (\text{A. 2})$$

Считая $\Delta r_{\perp} = \frac{\hbar}{q_{\perp}} \ll \bar{r}_{\perp}$, мы можем экспоненциальные множители приближённо заменить единицей, а $r_{\perp}$ — на $\bar{r}_{\perp}$, так что интеграл по $r_{\perp}$ даст просто $(\Delta r_{\perp})^2$. Поэтому

$$|M'_c(\bar{r}_{\perp})|^2 \sim \left| \frac{4\pi Ze^2 \hbar^2}{q_{\perp}^2} \right|^2 \left\{ \ln \frac{\sqrt{\frac{\bar{r}_{\perp}^2 q_{\parallel}^2}{\hbar^2} + 1} + 1}{\bar{r}_{\perp} q_{\parallel} / \hbar} \right\}^2. \quad (\text{A. 3})$$

Следовательно, при использованном здесь выборе ширины пакета мы получаем правильную зависимость от $q_{\perp} \approx q$. Нормировочный объём $V (= \frac{\hbar^3}{q_{\parallel} q_{\perp}^2})$, как всегда, выпадает из результата, поскольку

его размеры велики по сравнению с длиной волны. Вероятность процесса, таким образом, лишь очень слабо зависит от параметра удара $\bar{r}_\perp$ и от $q_\parallel$. Усредняя по всем возможным параметрам от $\bar{r}_\perp = \Delta r_\perp$ до $\bar{r}_\perp = \frac{\hbar}{q_\parallel}$, мы вместо квадрата логарифма получаем числовой множитель, очень близкий к единице. Для больших параметров $\left(\bar{r}_\perp > \frac{\hbar}{q_\parallel}\right)$ логарифмический множитель, а следовательно и сечение, резко убывает.

2. В случае ядра, экранированного электронной оболочкой, если $\frac{\hbar}{q_\parallel}$ больше радиуса оболочки (основной случай), во-первых, при интегрировании по z пределами будут не $\pm \frac{\hbar}{q_\parallel}$, а $\pm b$, где $b = a_0 Z^{-1/2}$ — радиус электронной оболочки; во-вторых, при усреднении по параметрам удара нужно считать $\Delta r_\perp < \bar{r}_\perp < b$, и следовательно, интегрирование по z вновь приводит только к множителю, близкому к единице; в-третьих, для того чтобы пакет попадал внутрь атома, должно быть $\Delta r_\perp < b$, т. е. $q_\perp$ должно быть не меньше, чем $\frac{\hbar}{b}$. При интегрировании вероятности процесса по углам разлёта это и приведёт к обычному логарифмическому множителю.

3. Если вдоль линии первоначального движения электрона расположена цепочка атомов, то потенциал $\frac{Ze^2}{r}$ следует заменить на $\sum_i \frac{Ze^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}$, где $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$ — расстояние до i -го ядра. Когда $\frac{\hbar}{q_\parallel}$ превышает расстояние между ядрами, интеграл по z распадается на сумму тождественных интегралов, число которых равно числу атомов на отрезке $\frac{\hbar}{q_\parallel}$, на котором осциллирующий множитель может

быть заменён его эффективным значением, $\sim \frac{\hbar}{q_\parallel a}$, где a — расстояние между атомами. Таким образом, интегрирование по z даёт множитель, резко растущий по мере убывания $q_\parallel$. Это и приводит к интерференционным эффектам рассмотренным в работе².

4. Если интерференционные эффекты отсутствуют (аморфная среда, то матричный элемент (А. 1) в присутствии среды не меняется. Тогда нужно учесть более слабое влияние среды на второй множитель в матричном элементе второго приближения теории возмущений, который описывает испускание фотона электроном и даёт в сечении множители типа $(E_0 - p_0 \cos \theta)^{-2}$ и т. п. Здесь сказываются волновые свойства света. Влияние среды состоит в многократном рассеянии электрона, нарушающем процесс тормозного излучения³.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау и И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **24**, 505 (1953).
2. М. Л. Тер-Микаелян, ЖЭТФ **25**, 289, 296 (1953).
3. Л. Д. Ландау и И. Я. Померанчук, ДАН **92**, 535, 735 (1953).
4. И. Я. Померанчуки Е. Л. Фейнберг, ДАН **93**, 439 (1953).
5. А. И. Ахиезер ДАН **94**, 651 (1954), А. И. Ахиезер и И. Я. Померанчук, ДАН **94**, 821 (1954).
6. М. Л. Тер-Микаелян, ДАН **94**, 1033 (1954).
7. А. Б. Мигдал ДАН **96**, 49 (1954); **105**, 77 (1955).
8. И. Я. Померанчук, ДАН **96**, 265 (1954).
9. И. Я. Померанчук, ДАН **96**, 481 (1954).
10. Е. Л. Фейнберг ЖЭТФ **28**, 242 (1955).
11. Е. Л. Фейнберг, ЖЭТФ **29**, 115 (1955).
12. А. И. Алиев и Е. Л. Фейнберг, ЖЭТФ **30**, 115 (1956).
13. А. И. Ахиезер и А. Г. Ситенко, Учёные записки Харьковского государственного университета **64**, 9 (1955).
14. Ю. А. Вдовин, Некоторые процессы взаимодействия квантов высокой энергии с π -мезонами и нуклонами. Автореферат диссертации Изд. МИФИ, М., 1955.
15. Ю. А. Вдовин, ДАН **105**, 947 (1955).
16. Е. Я. Рабинович, Дипломная работа МИФИ, 1953.
17. R. Serber, Phys. Rev. **72**, 1114 (1947).
18. А. И. Ахиезер и И. Я. Померанчук, Некоторые вопросы теории ядра, Гостехиздат, М., 1950, § 14.
19. В. Гайтлер Квантовая теория излучения, Гостехиздат, 1940, § 17
20. H. Bethe, W. Heitler, Proc. Roy. Soc. **146**, 83 (1934).
21. А. И. Ахиезер и И. Я. Померанчук, Некоторые вопросы теории ядра, Гостехиздат, М., 1950; см. § 18, 20.
22. В. И. Гольданский, А. И. Любимов, Б. В. Медведев, УФН **48**, 531 (1952).
23. Физика космических лучей, под ред. Дж. Вильсона, ИЛ, 1954.
24. М. Борн, Оптика, ОНТИ, Харьков, 1937, §§ 46, 47.
25. A. Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien, 1939, гл. VI, § 4 и гл. VII, § 2.
26. См. напр., Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн Гостехиздат, М., 1953, § 65.
27. E. J. Williams, Kgl. Danske Vid. Selsk. Mat.-fys. Med. **13**, 276 (1935).
28. B. Feretti, Nuovo Cimento **7**, 118 (1950).
29. G. P. Millburn, W. Birnbaum, W. E. Crandall, L. Schechter, Phys. Rev. **95**, 1268 (1954); W. Heckrote, Phys. Rev. **95**, 1279 (1954).
30. И. Л. Розенталь и Д. С. Чернавский, УФН **52**, 185 (1954); **55**, 121 (1955).
31. С. Н. Вернов, Н. Л. Григоров, Г. Т. Зацепин, А. Е. Чудаков, Изв. АН СССР, серия физич. **19**, № 4 (1955).
32. С. И. Дроздов, ЖЭТФ **28**, 734, 736 (1955).
33. E. Fermi, Progr. Theor. Phys. **5**, 570 (1950).
34. W. Heisenberg, Zeits. f. Phys. **133**, 65 (1952).
35. H. J. Vhabha Proc. Roy. Soc. **219**, 293 (1953).
36. Е. Л. Фейнберг и Д. С. Чернавский, ДАН **81**, 795 (1951).
37. Е. Л. Фейнберг и Д. С. Чернавский, ДАН **91**, 511 (1953).
38. Л. Д. Ландау, Изв. АН СССР, серия физич. **17**, 51 (1953).