

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ВСПЫШКИ В ЭФФЕКТЕ
ВАВИЛОВА — ЧЕРЕНКОВА *)

И. М. Франк

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение	111
§ 2. О длительности вспышки	113
§ 3. Эффект Вавилова — Черенкова и люминесценция. Среда без дисперсии	115
§ 4. Особенности разложенного в спектр светового пучка	122
§ 5. Эффект Вавилова — Черенкова в преломляющей среде	132
§ 6. Счётчики излучения Вавилова — Черенкова	136
§ 7. Ахроматические счётчики	143

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Исполнилось двадцать лет с того времени, как в Докладах АН СССР появились статьи С. И. Вавилова¹ и П. А. Черенкова², содержавшие первые данные о природе и свойствах явления, в дальнейшем получившего название эффекта Черенкова. В этих работах было показано, что все без исключения чистые жидкости светятся под действием γ -лучей радия и притом с примерно одинаковой яркостью. Сразу же был установлен и ряд основных свойств этого слабого синего свечения. Важнейший из выводов, сделанных в работе Вавилова, состоял в том, что явление, открытое С. И. Вавиловым и П. А. Черенковым, не может быть люминесценцией.

Действительно, по определению С. И. Вавилова³, необходимым свойством всякой люминесценции является наличие конечной длительности высвечивания (порядка или более чем 10^{-10} сек). В явлениях люминесценции эта длительность определяется вероятностью перехода из возбуждённого состояния атома или молекулы в состояние энергетически более низкое. Поэтому воздействием на возбуждённые частицы всегда возможно в той или иной мере поту-

*) Доклад на коллоквиуме Физического института АН СССР, посвящённом памяти С. И. Вавилова, прочитанный 25 января 1954 г. Текст доклада переработан и дополнен.

шить люминесценцию. Чем меньше длительность высвечивания, тем больше должна быть температура или концентрация тушащих веществ для того, чтобы вызвать уменьшение яркости люминесценции.

Опыты П. А. Черенкова показали, что с помощью известных методов тушения не удаётся уменьшить яркость универсального синего свечения. Отсюда С. И. Вавилов¹ сделал вывод, что «наблюдаемый эффект вообще не может быть каким-либо видом люминесценции, для которой конечная длительность возбуждения является необходимым характерным признаком».

Явления люминесценции, как известно, чрезвычайно распространены в природе. В частности, ещё Пьеру и Марии Кюри⁴ было хорошо известно видимое свечение различных соединений радия^{*)}. В последующие десятилетия свечение, вызываемое радиоактивными веществами, в том числе, несомненно, и излучение Вавилова — Черенкова, наблюдалось неоднократно^{**)}. Однако среди различных видов люминесценции никто не заметил, что преобладающим в свечении чистых жидкостей и многих твёрдых тел является как раз не люминесценция, а новое оптическое явление — эффект Вавилова — Черенкова. Можно полагать поэтому, что не будь работы С. И. Вавилова, применившего к данному случаю свой критерий длительности свечения, это новое явление ещё ряд лет не было бы обнаружено^{***)}.

За истекшие 20 лет явление было изучено весьма детально. Однако развитие физики в последние годы заставляет вновь обратиться к вопросу о том, какова длительность излучения Вавилова — Черенкова. В самом деле, в работах С. И. Вавилова и П. А. Черенкова было показано только, что длительность высвечивания зна-

^{*)} В воспоминаниях о П. Кюри, говоря об открытии радия, Мария Кюри⁵ писала: «Мы особенно обрадовались при наблюдении, что наши содержащие радий соли все светились самопроизвольно. Пьер Кюри говорил, что эта неожиданная особенность дала ему большее удовлетворение, чем он мог мечтать». Красочное описание того, как было сделано это наблюдение, имеется в биографии М. Кюри⁶.

^{**)} Свечение чистых жидкостей под действием γ -лучей наблюдалось, например, Малле⁷.

^{***)} Что это так, видно из рассмотрения некоторых зарубежных работ. Так, в нескольких работах 1950—1951 гг. было вновь открыто свечение чистых жидкостей под действием γ -лучей, и в этом свечении не было заподозрено чего-либо, кроме люминесценции⁸. В дальнейшем, чтобы выяснить, является ли это свечение излучением Черенкова или люминесценцией, в одной из этих работ наблюдаемая яркость сравнивалась с теоретически ожидаемой для эффекта Вавилова — Черенкова^{9, 10}. Никакие другие критерии для определения природы излучения использованы не были. Таким образом, можно полагать, что если бы эффект Вавилова — Черенкова не был известен, то авторы этих работ, повидимому, его и не обнаружили бы.

Из сказанного следует также, что общепринятое теперь название эффект Черенкова, которым ранее пользовался и автор этой статьи, по существу не точно. Мы будем поэтому называть это явление эффектом Вавилова — Черенкова.

чительно меньше, чем 10^{-10} сек, и выходит за пределы того, что могло быть измерено на опыте. Более детальное рассмотрение вопроса в то время вообще не имело смысла. Сейчас положение начинает меняться. Действительно, широкое применение люминесцентных счётчиков вызвало значительное усовершенствование фотоумножителей и методики их применения. В результате стало возможным наблюдение эффекта Вавилова — Черенкова для отдельных частиц и использование его для изучения их свойств. (Литературу по этим вопросам см., например, в ¹⁰.)

При решении многих физических задач существенно не только зарегистрировать частицу, но и фиксировать момент её попадания в счётчик (всякого рода схемы совпадения). В таких работах, помимо количества световой энергии, приходящей на фотокатод, важна также и длительность световой вспышки. По мере развития экспериментальной техники все большие требования предъявляются к разрешающей способности аппаратуры, а следовательно, и к ограничению длительности используемой вспышки*). Вместе с тем ввиду слабости излучения Вавилова — Черенкова практически применяются системы, собирающие на фотокатод свет, излучённый частицей на значительном пути, время прохождения которого частицей уже нельзя считать бесконечно малым (например, при длине радиатора в несколько десятков сантиметров это время уже порядка 10^{-9} сек). Поэтому вопрос о длительности световой вспышки, создаваемой излучением Вавилова — Черенкова, от отдельной частицы уже сейчас имеет практическое значение. В связи с этим в отдельных работах рассматривается влияние используемой аппаратуры на длительность светового сигнала ¹¹.

В этих работах отмечается роль ряда очевидных факторов, не являющихся принципиальными, но могущих практически удлинить продолжительность вспышки. Если, однако, отвлечься от несовершенства условий опыта, то возникает естественный вопрос о том, какова же минимально возможная длительность световой вспышки в случае эффекта Вавилова — Черенкова и от каких причин она зависит**). Эти вопросы и обсуждаются в последующих разделах статьи.

§ 2. О ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВСПЫШКИ

Прежде всего необходимо иметь в виду, что длительность световой вспышки в какой-либо точке, например на поверхности фотокатода, вобще говоря, не совпадает с длительностью высвечивания

*) В недавно опубликованной работе Е. К. Завойского, Г. Е. Смолкина, А. Т. Плахова и М. М. Бутслова ¹¹ указывается, что разрешающее время может быть доведено до 10^{-14} сек.

**) Этот вопрос был поставлен перед автором Е. К. Завойским. Пользуясь случаем, чтобы поблагодарить его за сделанные замечания.

отдельных элементарных излучателей. Действительно, наблюдаемая длительность вспышки может зависеть от ряда причин: от того, что возбуждение излучателей, расположенных в различных точках светящегося объекта, происходит не одновременно, что длина пути, проходимая светом от этих точек до фотокатода, не одинакова и что в некоторых случаях свет может распространяться от излучателей до фотокатода различными путями. Совокупность всех этих причин вместе с длительностью высвечивания элементарных излучателей и определяет продолжительность светового сигнала, которую мы в дальнейшем будем называть длительностью вспышки.

При определении длительности свечения, например при изучении затухания флуоресценции, в зависимости от применяемого метода может определяться как длительность вспышки, так и длительность высвечивания. Так, методом тушения флуоресценции определяется длительность пребывания молекулы в возбужденном состоянии, то есть в чистом виде длительность высвечивания. При применении различных фосфороскопов к длительности высвечивания в той или иной мере прибавляется время, определяемое тем, что вспышка возбуждающего света имеет конечную продолжительность и что толщина люминесцирующего слоя также конечна. Таким образом, возбуждение различных молекул происходит не одновременно и путь света от отдельных излучателей до приёмника не совсем одинаков, а следовательно, определяемая длительность есть длительность вспышки *). Практически, однако, в таких опытах толщина светящегося объекта обычно составляет сантиметры или даже менее и, следовательно, длительность вспышки превышает длительность высвечивания на время, меньшее чем 10^{-10} сек. Так как это время мало по сравнению с длительностью высвечивания при люминесценции, то проводить различие между длительностью вспышки и длительностью высвечивания в большинстве случаев не имеет смысла (если только импульс возбуждающего света достаточно кратковременен). Существенно иное положение имеет место при эффекте Вавилова — Черенкова, так как длительность высвечивания должна быть, как показывает отсутствие тушения, крайне мала.

В общей форме вопрос о длительности вспышки при этом явлении до настоящего времени не рассматривался. Соотношения, необходимые для такого рассмотрения, были получены ещё в работе И. Е. Тамма¹³, однако они не только не были использованы, но, повидимому, весьма мало известны.

Можно полагать, что это связано с тем, что обычная трактовка эффекта Вавилова — Черенкова основана на рассмотрении интерфе-

*) Здесь не рассматривается удлинение вспышки в результате реабсорбции света, когда свет люминесценции последовательно несколько раз поглощается и излучается вновь.

(См., например, работу М. Д. Галанина¹².)

ренции монохроматических волн. Между тем для получения сведений о длительности светового сигнала необходимо выяснить поведение группы волн, то есть провести интегрирование по частоте. (См. работу И. Е. Тамма¹³.)

§ 3. ЭФФЕКТ ВАВИЛОВА — ЧЕРЕНКОВА И ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ СРЕДА БЕЗ ДИСПЕРСИИ

Сравнительно просто выяснить вопрос о длительности светового импульса, связанного с эффектом Вавилова — Черенкова, если частица движется в среде, в которой отсутствует дисперсия света. В реальной преломляющей среде дисперсия света не может быть малой на протяжении всего спектра. Однако можно допустить, что в некотором интервале частот от ν_1 до ν_2 показатель преломления света меняется настолько мало, что можно пренебречь дисперсией света. Допустим, что условия опыта таковы, что регистрируется только излучение с частотами, лежащими внутри этого интервала. Тогда область длин волн, для которых дисперсия света имеет место, вообще исключается из рассмотрения. Что касается требований к малости величины дисперсии, то они будут ясны из дальнейшего.

Обратимся к обычной наглядной трактовке эффекта Вавилова — Черенкова. Она состоит в том, что каждая точка траектории заряженной частицы в веществе рассматривается как источник волн различных частот. Если скорость частицы v больше, чем фазовая скорость света $u = \frac{c}{n(\nu)}$, то оказывается, что для распространения света имеются выделенные направления, образующие угол θ_v с направлением движения частицы. При этом

$$\cos \theta_v = \frac{1}{\beta n(\nu)}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (3.1)$$

Если построить конус, вершина которого совпадает с мгновенным положением движущейся частицы (рис. 1), а угол между образующими и осью равен $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta_v$, то поверхность его является поверхностью одинаковых фаз для волн от любых точек траектории частицы. В самом деле, из рис. 1

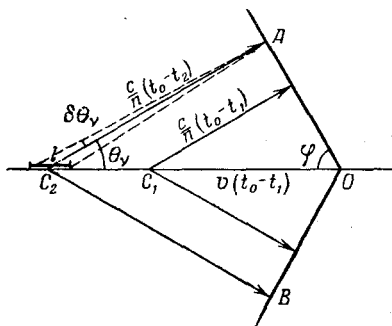


Рис. 1.

видно, что за то время, как частица успеет дойти от какой-либо точки C_2 , в которой она находилась в момент t_2 , до точки O (момент $t = t_0$), волны, распространяющиеся в направлении θ_v , перемещаются от C_2 до поверхности конуса AOB . Точка C_2 произвольна, поэтому тот же результат получится для волн из любой другой точки пути частицы, например C_1 .

Для определения поля в точке A в момент t_0 , когда через неё проходит поверхность конуса AOB , следует рассмотреть результат сложения волн, возникших на различных участках траектории. Как известно, поле движущегося заряда e можно заменить полем совокупности неподвижных диполей, электрический момент которых на элементе длины равен ¹⁷:

$$p, dz = \frac{e}{2\pi^2 v} z_1 \sin \left\{ 2\pi v \left(t - \frac{z}{v} \right) \right\} dz. \quad (3,2)$$

При этом предполагается, что заряд движется вдоль оси z и его положение $z = vt$ в момент t . (В формуле (3,2) через z_1 обозначен единичный вектор, направленный вдоль оси z .) В этом случае вектор Герца в точке A должен быть равен:

$$\Pi_z = \frac{e}{2\pi^2 v} z_1 \int \frac{\sin \left\{ 2\pi v \left(t - \frac{z}{v} - \frac{Rn}{c} \right) \right\}}{R} dz, \quad (3,3)$$

где R — расстояние от точки с координатой z до A и интегрирование распространяется на всю траекторию частицы.

Из простых соображений, основанных на рассмотрении рис. 1, следует, что сложение волн происходит только в направлениях, близких к углу θ_v . Таким образом, основной вклад в (3,3) должны давать z , близкие к точке C_2 (координату точки C_2 обозначим через z_2 , а её расстояние от точки A через R_0). Можно ожидать поэтому, что для точки A , расположенной в волновой зоне, в результате интегрирования по z из (3,3) получится выражение вида

$$\Pi_z = \frac{e}{2\pi^2 v} z_1 l \frac{\sin \left\{ 2\pi v \left(t - \frac{z_2}{v} - \frac{R_0 n}{c} \right) - \varphi \right\}}{R_0}. \quad (3,4)$$

Здесь l — эффективная длина участка траектории около точки C_2 , определяющая поле в точке A , а величина φ учитывает отличие фазы, получающейся при суммировании волн, идущих от этого участка, по сравнению с волной, приходящей из точки C_2 .

Для обоснования этого соотношения и определения величин l и φ поступим следующим образом. Величину R в формуле (3,3) разложим по степеням $(z - z_2)$

$$\begin{aligned} R &= [R_0 + (z - z_2)^2 - 2R_0(z - z_2) \cos \theta_v]^{1/2} = \\ &= R_0 - (z - z_2) \cos \theta_v + (z - z_2)^2 \frac{\sin^2 \theta_v}{2R_0} + \dots \end{aligned} \quad (3,5)$$

Предполагая, что для нас существенны только $|z - z_2| \ll R_0$, ограничимся в разложении (3,5) членами со второй степенью и будем считать R в знаменателе (3,3) равным R_0 . Подставляя эти значения R в (3,3) и принимая во внимание, что θ_v удовлетворяет (3,1),

а длина волны $\lambda_v = \frac{c}{v n}$, получим вместо (3,3):

$$\Pi'_v = \frac{e}{2\pi^2 v R_0} z_1 \int \sin \left\{ 2\pi v \left(t - \frac{z_2}{v} - \frac{n R_0}{c} \right) - \frac{\pi}{\lambda_v R_0} \sin^2 \theta_v (z - z_2)^2 \right\} dz. \quad (3,6)$$

Таким образом, фаза волн, приходящих в A из точек, близких к z_2 , зависит квадратично от расстояния $|z - z_2|$. При увеличении этого расстояния настолько, что $(z - z_2)^2 \sin^2 \theta_v \gg \lambda R_0$, синус под интегралом (3,6) начинает быстро осциллировать и, следовательно, область изменения z , удовлетворяющего этому неравенству, не вносит заметного вклада в величину интеграла (3,6). Допустим, что R_0 настолько велико, что возможны такие $|z - z_2|$, что

$$R_0^2 \gg (z - z_2)^2 \sin^2 \theta_v \gg \lambda_v R_0. \quad (3,7)$$

В этом случае использованное нами в (3,6) приближённое значение R правильно во всей области изменения z около точки C_2 , которая даёт заметный вклад в Π'_v , т. е. Π'_v в этой области совпадает с Π_v . Считая путь частицы достаточно длинным и выполняя интегрирование в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, из (3,6) получаем *):

$$\Pi_v = \frac{e}{2\pi^2 v R_0} \sqrt{\lambda_v R_0} \frac{1}{\sin \theta_v} z_1 \sin \left\{ 2\pi v \left(t - \frac{z_2}{v} - \frac{R_0 n}{c} \right) - \frac{\pi}{4} \right\}. \quad (3,8)$$

Сравнивая с (3,4), имеем:

$$l = \sqrt{\lambda R_0} \frac{1}{\sin \theta_v}; \quad \varphi = \frac{\pi}{4}. \quad (3,9)$$

Из (3,9) сразу можно определить степень направленности излучения Вавилова — Черенкова.

Действительно, направление распространения волн, идущих в A от различных участков l , образует с $C_2 A$ угол, не превышающий (см. рис. 1)

$$\vartheta \theta = \frac{\frac{1}{2} l \sin \theta_v}{R_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{R_0}}, \quad (3,10)$$

*) Формула (3,8), разумеется, совпадает с полученной ранее в теории эффекта Вавилова—Черенкова^{18, 13}, в чём нетрудно убедиться, если от вектора Герца перейти к векторному потенциалу $A_\omega = \frac{1}{c} \dot{\Pi}_\omega$. При обычном рассмотрении сдвиг фазы на $\frac{\pi}{4}$ получается автоматически при замене функции Ханкеля, описывающей поле вблизи от оси z , её асимптотическим значением.

т. е., как и следовало ожидать, излучение является строго направленным*). Сказанное позволяет также сразу определить фазу колебаний на поверхности волнового конуса. Действительно, в момент t_0 , когда через точку A проходит поверхность волнового конуса, из (3,8), учитывая, что $\frac{z_2}{v} = t_2$ и $t_0 - t_2 = \frac{R_0 n}{c}$, получаем фазу $-\frac{\pi}{4}$.

То же самое имеет место для любой точки волнового конуса AOB за исключением области, близкой к вершине, у которой условие (3,7) не выполнено. В случае отсутствия дисперсии положение волнового конуса не зависит от частоты и, значит, в момент t_0 фаза в A одинакова для всех частот.

В реальной среде это правильно для интервала частот $\nu_1 - \nu_2$, если дисперсия света настолько мала, что на пути $C_2 A = R_0$ между волнами различных частот не накапливается заметная разность фаз, т. е.

$$\nu \left[(t_0 - t_2) - \frac{n(\nu) R_0}{c} \right] \ll 1 \quad (3,11)$$

при ν , лежащем в интервале от ν_1 до ν_2 . Неравенство (3,11) определяет то ограничение величины дисперсии, которое нам необходимо в этом рассмотрении, и мы будем считать, что оно выполнено. Очевидно, что этому требованию тем легче удовлетворить, чем уже интервал $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ и чем меньше R_0 , т. е. чем ближе расположена точка A в траектории частицы.

Фазы колебаний с различными частотами, совпадающие в точке A в момент t_0 , в другие моменты времени будут различаться. Так, в моменты времени $t_0 \pm \Delta t$ разность фаз колебаний с частотами ν_1 и ν_2 станет равной 2π , если

$$(\nu_2 - \nu_1) \Delta t = 1. \quad (3,12)$$

Полагая $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$, получим:

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (3,13)$$

Таким образом, за промежуток времени Δt различие фаз станет таким, что волны одной половины интервала частот $\nu_2 - \nu_1$ окажутся в противофазе по отношению к волнам второй половины. Если при этом амплитуды волн слабо зависят от частоты (в интервале от ν_1 до ν_2), то интенсивность света в точке A будет спадать от максимальной до нулевой за время Δt . Таким образом, Δt из (3,13) определяет полуширину продолжительности светового сигнала. Величина Δt , удовлетворяющая (3,4), есть, как известно, минимальная возможная длительность светового сигнала, содержащего интервал частот $\nu_2 - \nu_1$.

*) Результат, содержащийся в (3,9), разумеется, не является специфическим для излучения Бавилова — Черенкова. (См. в конце этого параграфа.)

Допустим, например, что $\Delta t \sim 10^{-12}$ сек, причём это имеет место для области частот видимого света ($\lambda \sim 5 \cdot 10^{-5}$ см). Тогда получаем $\Delta \nu = 10^{12}$ сек $^{-1}$, и так как $\Delta \nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda$, то $\Delta \lambda \sim 10$ Å. Таким образом, длительность, превышающая 10^{-12} сек, оказывается возможной, только если из сплошного спектра выделен узкий спектральный интервал, либо если спектр излучения содержит узкие полосы *).

Как известно, спектр излучения Вавилова — Черенкова сплошной, причём интенсивность его слабо меняется в интервале частот $\Delta \nu$, малом по сравнению с ν (при $n = \text{const}$ теория даёт пропорциональность интенсивности величине ν). Таким образом, в рассматриваемом случае среды без дисперсии не может возникнуть длительная компонента в излучении Вавилова — Черенкова, если только его не монохроматизировать или если не окажется, что его спектр содержит узкие полосы. Так, если бы в излучении Вавилова — Черенкова заметную роль могло играть явление люминесценции ($\Delta t > 10^{-10}$ сек), то это означало бы наличие в спектре излучения спектральных линий с шириной $\Delta \lambda < 0,1$ Å (при $\lambda \sim 5 \cdot 10^{-5}$ см). Отсюда следует, что люминесценция может проявиться в эффекте Вавилова — Черенкова только в том случае, если она обладает узким линейчатым спектром. В плотной среде, в которой наблюдается обычно эффект Вавилова — Черенкова, такая люминесценция вряд ли возможна **).

Из сказанного, разумеется, не следует, что наличие эффекта Вавилова — Черенкова в какой-то мере исключает возможность люминесценции. В действительности, вероятно, люминесценция имеет место не только в люминесцирующих веществах, но в какой-то слабой степени и в веществах, излучение которых под действием быстрых частиц сейчас целиком приписывают эффекту Вавилова — Черенкова. Сказанное выше означает лишь, что эта люминесценция не может дать направленного излучения, характерного для эффекта Вавилова — Черенкова.

Спектр люминесценции в плотных веществах, как известно, либо сплошной, либо состоит из сравнительно широких полос, ширина которых значительно больше естественной ширины, определяемой затуханием. Фактическая ширина определяется тем, что в результате различных воздействий на излучающую систему частота излучаемого света или, по крайней мере, фаза излучения

*) Выше было сделано предположение, что внутри $\Delta \nu$ амплитуды волн меняются мало. В случае линейчатого спектра $\Delta \nu$, очевидно, определяется полушириной линий.

**) Для частиц очень высокой энергии эффект Вавилова — Черенкова возможен и в разреженном газе, в котором, конечно, возможно наличие узких линий излучения. Однако в этом случае сделанное выше предположение о малости дисперсии заведомо неправильно (о связанных с этим особенностях см. в § 4 и 5).

за время затухания колебаний многократно изменяются. Поэтому свет, испускаемый такими излучателями, может интерферировать лишь в течение времени, определяемого не длительностью затухания, а средним промежутком времени до возникновения возмущения. Иначе говоря, длительность направленного излучения, которое может при этом возникнуть, определяется фактической шириной спектра излучения, т. е. удовлетворяет соотношению (3,4).

Положение дела не изменится, если предположить, что сплошной спектр люминесценции на самом деле состоит из тесно расположенных узких линий, каждая из которых в отдельности затухает медленно (разумеется, если только начальные фазы колебаний одинаковы и определяются моментом возбуждения). В этом случае в первый момент после возбуждения совместное действие этих излучателей даст вспышку направленного излучения, которое затем, когда накопится значительная разность фаз колебаний для различных частот (см. 3,12), будет погашено. При этом энергия возбуждения практически не будет излучаться до тех пор, пока в результате столкновений не нарушится когерентность колебаний. Однако после этого направленность излучения исчезнет, и люминесценция приобретёт свои обычные свойства.

Возможное в этом случае отсутствие излучения в промежуточной стадии — «темновая пауза» — имеет простую аналогию с излучением двух диполей, колеблющихся с одинаковой частотой и расположенных на расстоянии, много меньшем, чем длина световой волны. Если фазы колебаний этих диполей сдвинуты друг относительно друга на $\frac{\pi}{2}$, то излучение их всюду гасится, а затухание колебаний в результате излучения отсутствует.

Аналогично этому начальный момент излучения также имеет аналогию с моделью двух диполей, но колеблющихся в фазе друг с другом. Амплитуды волн в этом случае складываются, а затухание колебаний возрастает. На особенности излучения и затухания таких близко расположенных осцилляторов в своё время неоднократно указывал академик Л. И. Мандельштам *).

Таким образом, немонохроматическое длительное послесвечение не может дать направленного излучения, и следовательно, люминесценция в условиях, когда возможен эффект Вавилова — Черенкова, будет иметь свои обычные свойства. Некоторых особенностей можно ожидать лишь для интенсивности люминесценции, поскольку как в момент возбуждения, так и в начальный момент высвечивания люминесценция не может быть выделена из эффекта Вавилова — Черенкова.

Что касается эффекта Вавилова — Черенкова, то, как мы видели, характерная для него направленность излучения в сочетании с непре-

*) Л. И. Мандельштам, Лекции.

рывностью спектра излучения (т. е. отсутствие узких полос даже на фоне сплошного спектра) определяет малость связанного с этим эффектом времени высвечивания.

Следует отметить, что при доказательстве этого утверждения было сделано вытекающее из теории предположение об одинаковости начальных фаз для волн различных частот (см. 3,2). Если не исходить из теории явления, то мы могли бы получить направленное излучение, приняв вместо (3,2)

$$p_{\nu} \sim \sin \left\{ 2\pi\nu \left(t - \frac{z}{v} \right) + \delta(\nu) \right\}, \quad (3,14)$$

т. е. предположив, что начальная фаза $\delta(\nu)$ зависит от ν . Естественно, что (3,14) приводит к тому же уравнению (3,8) (разумеется, с добавкой $\delta(\nu)$ под знаком синуса), из которого получаются (3,9) и (3,10). Что касается величины Δt , то она и в этом случае будет определяться (3,13), если $\delta(\nu)$ равно постоянной величине или меняется линейно $\delta(\nu) = \alpha + \beta\nu$. В последнем случае, как нетрудно убедиться, сложение волн различных частот будет происходить с одинаковыми фазами не в момент t_0 , а в зависимости от знака β в более ранний

или более поздний момент $t' = t_0 - \frac{\beta}{2\pi}$. Особый случай может иметь место, только если фаза $\delta(\nu)$ резко изменяется в интервале $\Delta\nu$. В предельном случае, когда $\delta(\nu)$ многократно и не регулярно принимает все значения от 0 до 2π , результат сложения волн вообще не будет зависеть от времени *).

Такое поведение $\delta(\nu)$ означало бы, что взаимодействие движущегося заряда с теми или иными атомами или молекулами, содержащимися в среде, резко меняется в узком интервале частот, т. е. приводит к допущению каких-то выделенных частот в интервале $\Delta\nu$. При этом следует допустить, что эти собственные частоты возбуждаются с начальными фазами, хотя и определяемыми моментом возбуждения, но меняющимися от линии к линии. Так как спектр излучения сплошной, то, следовательно, мы возвращаемся к уже рассмотренному выше предположению о частоте линий, но с тем отличием,

*) Нетрудно построить модель, соответствующую этому крайнему случаю. Допустим, что в направлении под углом θ к оси z распространяются плоские волны белого света. Предположим, что путь света перегороден непрозрачной диафрагмой, имеющей бесконечно тонкую щель, положение которой совмещено с осью z . Будем рассматривать эту щель как источник света. Для монохроматических составляющих света, очевидно, применимо уравнение (3,14), и мы получим излучение, направленное под углом θ . Вместе с тем длительность светового сигнала в точке A , разумеется, не будет ограничена. Причина этого состоит в данном случае в том, что $\delta(\nu)$ хаотически меняется с изменением ν . Таким образом, волны от различных точек щели с одинаковыми ν когерентны между собой, но когерентность волн с различными ν отсутствует.

что в силу разброса начальных фаз темновой паузе не будет предшествовать вспышка в начальный момент. Поэтому до тех пор, пока не нарушится когерентность, т. е. до перехода в обычную люминесценцию, высвечивание такой системы будет происходить медленно и соответственно с малой интенсивностью. Искусственность такого рода допущений более чем очевидна, и поэтому у нас нет оснований сомневаться в правильности (3,13), в особенности в области спектра, не содержащей аномалий для поведения показателя преломления. Мы приходим, таким образом, к выводу, что свечение Вавилова — Черенкова обладает не только удивительным свойством когерентности излучения, возникающего в различных точках траектории частицы, но и обладает когерентностью волн с различными частотами.

В этом разделе статьи мы пренебрегали дисперсией, в результате которой по мере распространения волн в среде между волнами различных частот накапливается разность фаз. Вопрос о влиянии дисперсии света, которая всегда в какой-то мере имеет место, рассмотрен в §§ 4 и 5.

§ 4. ОСОБЕННОСТИ РАЗЛОЖЕННОГО В СПЕКТР СВЕТОВОГО ПУЧКА

Для реальной среды, обладающей дисперсией, необходимо принимать во внимание, что величина групповой скорости света

$$w = \frac{c}{n(\nu) + \nu \frac{dn}{d\nu}} = \frac{c}{\frac{d}{d\nu}(\nu n)} \quad (4,1)$$

отлична от величины фазовой скорости $u(\nu) = \frac{c}{n(\nu)}$. Вместе с тем распространение светового импульса происходит, как известно, не с фазовой, а именно с групповой скоростью. Из этого, однако, вовсе не следует, что в приведённом в § 3 рассмотрении, из которого получен угол (формула 3,1), можно просто заменить величину фазовой скорости на групповую. По этому вопросу не могло бы возникнуть сомнений, если бы не замечание, сделанное Зоммерфельдом в его книге по оптике¹⁴. Отмечая, что угол θ , аналогичен в явлениях акустики углу Маха для снаряда, движущегося со сверхзвуковой скоростью, Зоммерфельд пишет: «Скорость фронта излучения, испускаемого остающимися позади молекулами, не равна фазовой скорости u , а равна групповой скорости w . Поэтому угол Маха будет несколько меньше, чем это следует из формулы (47,8) (т. е. $\sin \varphi = \frac{u(\nu)}{v}$ и $u(\nu) = \frac{c}{n(\nu)}$)*, так как в последней не-

*) Угол $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$, т. е. эта формула тождественна с (3,1) (см. рис. 1).

личием направлений обеих волн наклонены относительно сплошных на малый угол $\Delta\theta$.

На рис. 3 точки A_{-2} , A_{-1} , A_0 , A_{+1} , лежащие на пересечении сплошных и пунктирных прямых, определяют точки, в которых фазы обеих волн равны соответственно -2π , $-\pi$, 0 , $+\pi$ и т. д. Нетрудно убедиться, что проходящая через них прямая a является геометрическим местом точек, в которых фазы обеих волн одинаковы. Таким образом, эта прямая (a в пространстве плоскость) определяет точки пространства, в которых амплитуды обеих волн складываются. Эту плоскость можно поэтому считать серединой группы, образованной волнами с частотами ν и ν' .

Из рис. 3 видно, что эта плоскость наклонена по отношению к волновым поверхностям обеих волн, образующих группу. Также наклонены и плоскости, определяющие положение минимумов интенсивности. Минимум интенсивности определяется геометрическим местом точек, в которых фазы обеих волн отличаются на величину π . На рис. 3 отмечена, например, точка A_{-3-4} , в которой фаза волны ν равна -3π , а ν' равна -4π , точка A_{-4-5} , в которой фазы соответственно -4π и -5π и т. д. Очевидно, что геометрическое место точек, лежащих на прямой b , их соединяющей, характеризуется различием фаз на полволны, т. е. определяет минимум группы. Такая же прямая c с точками A_{+3+4} , A_{+4+5} может быть проведена симметрично, по другую сторону относительно центра группы a . Область, заключённая между прямыми b и c , определяет, таким образом, геометрические размеры группы *).

Определим протяжённость группы $2l$, т. е. расстояние между b и c , отсчитанное вдоль направления лучевой скорости (расстояние между точками A_{-5-6} и A_{+5+6} рис. 3). Расстояние l можно найти из условия, что для частот ν и ν' числа полувоплн, укладываемых на этой длине, отличаются на единицу (в случае рис. 3 на этой длине укладывается пять полувоплн для частоты ν и шесть для частоты ν'). Таким образом, l находится из условия

$$\frac{2l \cos \Delta\theta}{\lambda_{\nu'}} - \frac{2l}{\lambda_{\nu}} = 1. \quad (4,2)$$

Так как $\cos \Delta\theta$ отличается от единицы на величину второго порядка малости и $\lambda = \frac{c}{\nu n(\nu)}$, то получаем:

$$\frac{2l}{c} [\nu' n(\nu') - \nu n(\nu)] = \frac{2l}{c} \Delta \nu \frac{d}{d\nu} (\nu n(\nu)) = 1,$$

*) Если рассматриваются только две волны, то, разумеется, области минимумов и максимумов периодически повторяются по обе стороны от рассматриваемой области. В случае сплошного спектра такая ширина группы волн соответствует интервалу частот от $\nu - \Delta\nu$ до $\nu + \Delta\nu$, т. е. спектральной полуширине $\Delta\nu$. Прямые c и b ограничивают при этом область, в которой заключён главный максимум интенсивности.

откуда, принимая во внимание (4,1), имеем:

$$2l = \frac{w}{\Delta\nu}. \quad (4,3)$$

Определим также величину угла χ между плоскостями b , c или a и волновыми плоскостями. Для этого проведём из точки A_0 прямую A_0B , перпендикулярную к плоскости волны (рис. 3). Расстояние от точки A_0 до следующей сплошной прямой, т. е. A_0B , по определению равно $\frac{\lambda_v}{2}$. Длина отрезка прямой $BD = \Delta l$ между сплошной и пунктирной прямыми (см. рис. 3) равна

$$\Delta l = \frac{\lambda_v}{2} - \frac{\lambda_v}{2 \cos \Delta\theta}. \quad (4,4)$$

Далее из рис. 3 видно, что расстояние между точками B и A_{-1}

$$r = \frac{\Delta l}{\operatorname{tg} \Delta\theta}, \quad (4,5)$$

а тангенс искомого угла между плоскостью волны и плоскостью группы

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{\lambda}{2r}. \quad (4,6)$$

Подставляя в (4,6) величину r из (4,4) и (4,5) и заменяя ввиду малости $\Delta\theta$, $\operatorname{tg} \Delta\theta$ и $\sin \Delta\theta$ через $\Delta\theta$, а также полагая $-\Delta\lambda = \lambda_v - \lambda_v$, и $\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{d\theta}{d\lambda}$, получим:

$$\operatorname{tg} \chi = -\lambda_v \frac{d\theta}{d\lambda} = -\lambda \frac{d\theta}{d\nu} \frac{d\nu}{d\lambda}. \quad (4,7)$$

Кроме того,

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2 n^2} \frac{d}{d\nu} (\nu n) = -\frac{\lambda^2}{w}. \quad (4,8)$$

Отсюда окончательно

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{w}{\lambda} \frac{d\theta}{d\nu}. \quad (4,9)$$

Таким образом, $\operatorname{tg} \chi$ пропорционален величине групповой скорости w и не зависит от фазовой скорости u .

При построении рис. 3 мы не делали никаких предположений о свойствах среды, в которой распространяется свет. Единственное условие, которое было использовано, состояло в том, что направление фазовой скорости зависит от частоты. Действительно, из (4,9) видно, что χ обращается в нуль, только если $\frac{d\theta}{d\nu} = 0$.

На рис. 4 воспроизведена часть рис. 3, но для двух моментов времени, отличающихся друг от друга на 1 секунду. Волновая

плоскость m переместилась за это время в направлении лучевой скорости на расстояние A_0E , равное $u(\nu) = \frac{c}{n(\nu)}$. Аналогично волновая плоскость для частоты $\nu' = \nu + \Delta\nu$ перешла из положения n в n' . При этом направление её движения образует с A_0E угол $\Delta\theta$, а величина смещения равна $u(\nu')$.

Пересечение A'_0 волновых поверхностей m' и n' определит новое положение плоскости центра группы a' . Нетрудно убедиться, что если $u(\nu) \neq u(\nu')$, т. е. если среда обладает дисперсией, то точка A_0 перемещается в направлении $A_0A'_0$, образуя с направлением фазовой скорости AE некоторый угол θ_v . Обозначим через v скорость перемещения точки A_0 , численно равную длине отрезка $A_0A'_0$. Из рис. 4 видно, что θ и v связаны с величиной фазовой скорости соотношением

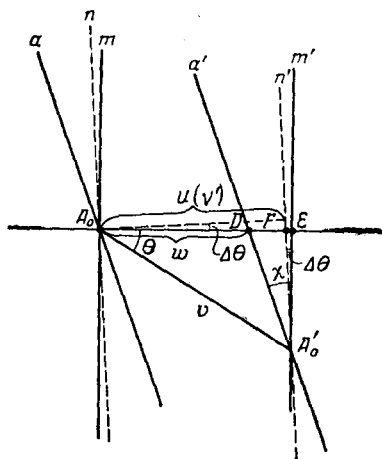


Рис. 4.

$$\cos \theta_v = \frac{c}{n(\nu)v}. \quad (4,10)$$

С помощью рис. 4 нетрудно определить эти величины. Действительно,

$$FE = u(\nu) - \frac{u(\nu + \Delta\nu)}{\cos \Delta\theta} \approx - \frac{du}{d\nu} \Delta\nu = \frac{c}{n^2(\nu)} \frac{dn(\nu)}{d\nu} \Delta\nu, \quad (4,11)$$

$$A'_0E = \frac{FE}{\operatorname{tg} \Delta\theta} \approx \frac{c}{n^2(\nu)} \frac{dn(\nu)}{d\nu} \frac{d\nu}{d\theta}, \quad (4,12)$$

При определении DE использовано значение $\operatorname{tg} \chi$ из (4,7), а также выражение для величины групповой скорости (4,1). Кроме того, мы полагаем, что $\Delta\nu$ выбрано так, что отношения $\frac{\Delta n}{\Delta\nu}$ и $\frac{\Delta\theta}{\Delta\nu}$ можно заменить производными. Для величины $\operatorname{tg} \theta_v$, в результате получаем:

$$\operatorname{tg} \theta_v = \frac{A'_0E}{AE} = \frac{1}{n} \frac{\frac{dn(\nu)}{d\nu}}{\frac{d\theta}{d\nu}}, \quad (4,13)$$

и, наконец,

$$v = \sqrt{(A_0 E)^2 + (A'_0 E)^2} = \frac{c}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} \left(\frac{dn}{d\theta} \right)^2}. \quad (4,14)$$

Кроме того, из (4,12) видно, что скорость движения плоскости центра группы в направлении распространения волны действительно равна групповой скорости. В самом деле, эта скорость равна (см. (4,12))

$$A_0 D = AE - DE = v. \quad (4,15)$$

Обратимся к рассмотрению полученных результатов. Прежде всего выясним, какой смысл имеет скорость v . Допустим, что спектр волн, распространяющихся в среде, ограничен интервалом частот $\Delta\nu$, для которого v имеет заданную величину и направление. Электрическое и магнитное поля, создаваемые этими волнами, в произвольной точке A зависят от распределения амплитуд и фаз монохроматических волн внутри интервала $\Delta\nu$ и могут быть произвольны. Однако из определения величины v следует, что поле в точке B , расположенной от A на расстоянии vt_1 , пробегает те же значения, что и в A , но с запозданием по времени на величину t_1 . Действительно, построение точек A_0 и A'_0 таково (см. рис. 4), что любая из волн интервала частот $\Delta\nu$ имеет в момент t в точке A_0 такую же фазу, как в A'_0 в момент $t+1$.

В рассматриваемом случае сложения плоских волн отсюда однозначно следует, что результирующее поле в A_0 тождественно полю в A'_0 для момента времени, сдвинутого на величину $t_1 = 1$. При этом для плоских волн такой же результат в смысле тождественности в сопоставимые моменты времени фаз, а следовательно, и результирующих амплитуд, получим, если вместо начальной точки A_0 выберем любую другую, т. е. при произвольном параллельном перемещении отрезка $A_0 A'_0$.

Таким образом, скорость v можно назвать скоростью переноса картины поля.

В частном случае отсутствия дисперсии, т. е. $\omega = u$ (для интервала частот $\Delta\nu$), как видно из (4,14) и (4,15), $\theta = 0$ и $v = u$, т. е. v и по направлению, и по величине совпадает с фазовой скоростью.

При определении величины v было сделано предположение, что интервал частот $\Delta\nu$ является узким, так что соответствующее ему $\Delta\theta$ мало. Возможно, однако, что частота колебаний и направление распространения волн связаны так, что для $\Delta\nu$, вырезанных из любых участков широкого спектрального интервала $\nu_1 - \nu_2$, получается одно и то же направление вектора $\mathbf{v}$. Примем это направление за

начало отсчёта угла θ_* , определяющего направление распространения волн. Тогда уравнение (4,13) должно выполняться для любого ν , лежащего в пределах $\nu_1 - \nu_2$. Запишем это уравнение в виде

$$\operatorname{tg} \theta_* \frac{d\theta_*}{d\nu} = \frac{1}{n} \frac{dn(\nu)}{d\nu}. \quad (4,16)$$

Выполняя интегрирование и принимая во внимание (4,10), получаем:

$$n(\nu) \cos \theta_* = n(\nu_1) \cos \theta_{*1} = \frac{c}{v}, \quad (4,17)$$

где ν — произвольная частота, лежащая внутри интервала $\nu_1 - \nu_2$. Уравнение (4,10) определяет, таким образом, связь между направлением распространения волн θ_* и частотой ν в случае, когда задан вектор $\mathbf{V}$.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий смысл величины v . Пусть параллельный пучок света из среды 1 с показателем преломления $n_1 = \text{const}$ падает под углом φ на поверхность раздела со средой 2, обладающей дисперсией. Поле в лежащей на границе раздела точке C_2 в момент t_2 такое же, как и в точке C_1 в момент t_1 , в который до неё дойдёт волновая плоскость C_2B (см. рис. 5). Отсюда получаем, что скорость переноса поля направлена параллельно границе раздела и равна

$$v = \frac{c}{n_1 \cos \varphi}. \quad (4,18)$$

Таким образом, в среде 2 волны частоты ν должны быть направлены по отношению к ν под углом θ_* , удовлетворяющим (4,10), т. е.

$$\cos \theta_* = \frac{c}{n(\nu)v}.$$

Подставляя величину v из (4,18), получаем закон преломления света

$$\frac{\cos \theta_*}{\cos \theta} = \frac{n_1}{n(\nu)}.$$

Другим примером является излучение Вавилова — Черенкова. В этом случае электромагнитное поле должно быть постоянно в системе координат, связанных с частицей, если только частица движется неограниченно долго прямолинейно и равномерно. Отсюда скорость переноса картины поля совпадает и по направлению, и по величине со скоростью частицы. Действительно, (4,10) и условие (3,1) тождественны, если под v понимать скорость частицы.

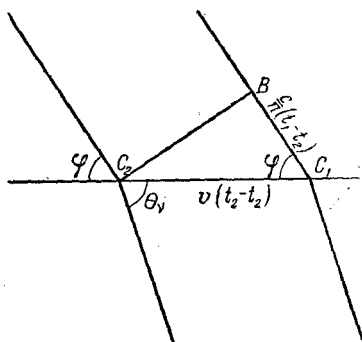


Рис. 5.

Прежде чем переходить к рассмотрению эффекта Вавилова-Черенкова, вновь вернёмся к вопросу о наклоне плоскости группы по отношению к волновой плоскости (угол между которыми удовлетворяет (4,7)). Этот результат также имеет простое физическое истолкование. Чтобы выяснить его, допустим, что на пути рассматриваемого светового пучка нормально к плоскости падения поставлена диафрагма с отверстием диаметром d (рис. 6). Определим длительность промежутка времени, в течение которого группа волн,

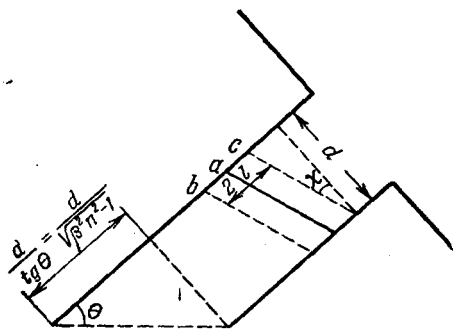


Рис. 6.

заданная интервалом частот $\nu \pm \Delta\nu$, пройдет через это отверстие. Прежде всего очевидно, что этот промежуток распадается на две части. Так как группа имеет конечную протяженность $2l$, то через каждую точку отверстия группа будет проходить в течение некоторого промежутка времени τ_0 . Кроме того, прохождение группы волн через различные точки отверстия проис-

ходит не одновременно, поскольку плоскость группы образует угол χ с плоскостью волны. Это удлинение сигнала обозначим τ_1 .

Время τ_0 равно длине отрезка $2l$ между прямыми s и b , деленной на групповую скорость w . Так как согласно (4,3) величина $2l = \frac{w}{\Delta\nu}$, то

$$\tau_0 = \frac{2l}{w} = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (4,19)$$

Мы получаем вновь, как и следовало ожидать, общее условие (3,13), связывающее длительность импульса с интервалом частоты.

При конечном диаметре отверстия d происходит, как уже отмечалось, дополнительное удлинение сигнала на величину τ_1 . Из рис. 6 видно, что

$$\tau_1 = \frac{\text{tg } \chi \cdot d}{w}. \quad (4,20)$$

Подставляя величину $\text{tg } \chi$ из (4, 9), получаем:

$$\tau_1 = \frac{d}{\lambda} \frac{d\theta}{d\nu}. \quad (4,21)$$

Нетрудно убедиться, что τ_1 из (4,21) также непосредственно связано с общим условием (3,13). Для этого воспользуемся простым соотношением, определяющим разрешающую силу спектроскопов. Известно, что если пучок параллельных лучей света, содержащий две близкие

спектральные линии с длинами волн λ , и λ_* , прошёл через призму и если $\Delta\theta$ — угол между направлениями лучевых скоростей и d — ширина пучка, то в спектре эти линии могут быть разрешены, если*)

$$d \cdot \Delta\theta = \lambda. \quad (4,22)$$

Если направление распространения света является функцией частоты, то

$$\Delta\theta = \frac{d\theta}{d\nu} \Delta\nu. \quad (4,23)$$

Тогда из (4,22) получаем:

$$\frac{1}{\Delta\nu} = \frac{d}{\lambda} \frac{d\theta}{d\lambda}. \quad (4,24)$$

При этом $\Delta\nu$ — минимальный интервал частот, который может быть разрешён, т. е. выделен из спектра. Длительность сигнала, которая соответствует этому $\Delta\nu$,

$$\tau_1 = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{d}{\lambda} \frac{d\theta}{d\nu}, \quad (4,25)$$

в точности совпадает с (4,21).

Таким образом, удлинение сигнала, связанное с наклоном плоскости группы к плоскости волны, определяется тем, что при $\frac{d\theta}{d\nu}$, отличным от нуля, группа волн без каких-либо дополнительных устройств распадается на более узкие спектральные группы. Связанная с каждой из них длительность равна τ_1 , а их последовательность, содержащаяся в исходном сигнале, будет иметь длительность $\tau_1 + \tau_0$.

Из сказанного следует также, что если такой расходящийся пучок пропустить через оптическую систему, которая его ахроматизирует, то длительность сигнала сожмётся до минимальной величины τ_0 . Действительно, если расходящийся пучок превратится в параллельный, то выполнится условие $\frac{d\theta}{d\nu} = 0$, и следовательно, плоскость группы станет параллельна плоскости волны, т. е. $\tau_1 = 0$ (см. рис. 6).

) Это соотношение нетрудно получить. Рассмотрим поперечное сечение пучка света, например, в плоскости диафрагмы, через которую проходит свет. Допустим, что свет с длиной волны λ , от всех точек отверстия диафрагмы приходит в некоторую точку O в одинаковой фазе. Тогда для света с длиной волны λ_ диаметр отверстия эквивалентен двум зонам Френеля (так как на ширине d и при угле $\Delta\theta$, согласно (4,22), получим для крайних лучей разность хода, равную длине волны). Таким образом, максимум интенсивности для λ совпадает с положением первого минимума для λ_* , что и является по Релею критерием разрешения линий.

§ 5. ЭФФЕКТ ВАВИЛОВА — ЧЕРЕНКОВА В ПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ СРЕДЕ

В § 4 был выяснен ряд особенностей пучков света, разложенных в спектр. Хотя рассмотрение велось для плоских волн, но, как легко убедиться, результаты его целиком могут быть применены к рассмотрению эффекта Вавилова — Черенкова. Различие состоит лишь в том, что вместо плоских волновых поверхностей в этом случае мы имеем конические. Однако в любой плоскости, проведенной через ось v (направление движения частицы), сечения волнового конуса и конуса группы представляются прямыми, и картина в точности совпадает с рассмотренной выше (рис. 3 и 4). Нетрудно, впрочем, убедиться, что угол χ на рис. 2 между волновым конусом и конусом группы для излучения Вавилова — Черенкова действительно удовлетворяет (4,9), т. е.

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{w}{\lambda} \frac{d\theta}{dv}. \quad (5,1)$$

В случае эффекта Вавилова — Черенкова направление фазовой скорости задаётся (3,1) или, что то же (4,10), т. е.

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta_v &= \frac{c}{vn(v)}, \\ \sin \theta_v &= \frac{c}{vn(v)} \sqrt{\beta^2 n^2 - 1}, \\ \operatorname{tg} \theta_v &= \sqrt{\beta^2 n^2 - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (5,2)$$

В (5,1) величину $\frac{d\theta}{dv}$ можно записать в явном виде, воспользовавшись (4,14) или дифференцируя (5,2)

$$\frac{d\theta_v}{dv} = \frac{1}{n} \frac{\cos \theta_v}{\sin \theta_v} \frac{dn}{dv} = \frac{1}{n \sqrt{\beta^2 n^2 - 1}} \frac{dn}{dv}. \quad (5,3)$$

Поскольку $\lambda = \frac{c}{vn}$ и $w = \frac{c}{n + v \frac{dn}{dv}}$, то в результате получаем:

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{v}{\left(n + v \frac{dn}{dv}\right) \sqrt{\beta^2 n^2 - 1}} \frac{dn}{dv}. \quad (5,4)$$

Из рис. 2 видно, что если $\frac{dn}{dv} > 0$, т. е. $w < u$, то конус группы лежит внутри волнового конуса, а если $\frac{dn}{dv} < 0$, то конус группы лежит вне волнового конуса. Первому случаю соответствует положительный $\operatorname{tg} \chi$ и второму — отрицательный.

Нетрудно определить угол между образующими конуса группы и его осью (угол с направлением, противоположным направлению скорости v). Из рис. 2 видно, что этот угол

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta_v - \chi, \quad (5,5)$$

то есть

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} (\theta_v + \chi) = \frac{\operatorname{tg} \theta_v + \operatorname{tg} \chi}{1 - \operatorname{tg} \theta_v \operatorname{tg} \chi}. \quad (5,6)$$

Пользуясь (5,2) и (5,4), имеем:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 n^2 - 1}} \left[\beta^2 n^2 - 1 + \beta^2 n v \frac{dn}{dv} \right] = g(v). \quad (5,7)$$

С помощью простого преобразования величина $\operatorname{ctg} \alpha = g(v)$ может быть выражена через величины фазовой и групповой скорости света и скорости частицы следующим образом (формула (5,7) работы Тамма¹³):

$$g(v) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{v^2 - uv}{w \sqrt{v^2 - u^2}}. \quad (5,8)$$

Формулу (5,8) нетрудно также получить и непосредственно с помощью простого тригонометрического рассмотрения, используя рис. 2. Таким образом, для каждой частоты v , для которой $v > u$, т. е. имеет место эффект Вавилова — Черенкова, получаем определённое значение $g(v)$. Если выделить из спектра излучения интервал частот Δv настолько узкий, что угол α внутри него можно считать постоянным, то конус с углом α и вершиной, совпадающей с положением частицы, определит мгновенное положение середины группы волн, соответствующих участку спектра Δv . Группа волн заключена при этом между двумя конусами, зазор между которыми, измеренный вдоль направления θ_v , равен $w\tau_0 = \frac{w}{\Delta v}$.

Для широкого интервала частот величину α нельзя считать постоянной, и если рассмотреть излучение с широким спектром частот от v_1 до v_2 , то получим, что энергия излучения в каждый момент времени сосредоточена между поверхностями конусов, образующих углы с осью α_1 и α_2 , причём

$$\operatorname{ctg} \alpha_2 = g_{\min} \quad \text{и} \quad \operatorname{ctg} \alpha_1 = g_{\max}, \quad (5,9)$$

а величины $g_{\min}$ и $g_{\max}$ — минимальное и максимальное значения, которые принимает величина $g(v)$, определяемая (5,7) или (5,8), когда частота меняется от v_1 до v_2 .

Допустим, что приёмник излучения имеет малые геометрические размеры и находится на расстоянии ρ от траектории частицы. Так как общая вершина конусов движется со скоростью v , то приёмник

будет регистрировать излучение в течение промежутка времени

$$\tau_2 = \frac{g_{\max} - g_{\min}}{v} \rho. \quad (5,10)$$

(Величиной τ_0 здесь пренебрегаем, что возможно при больших Δv .)

Рассмотрим несколько подробнее вопрос о возможной величине τ_2 .

Если распространить интервал $v_1 - v_2$ на всю область частот, в которой возможен эффект Вавилова — Черенкова, то можно сделать некоторые заключения о пределах изменения величины $g(v)$, определяющей τ_2 . Очевидно, что излучение Вавилова — Черенкова со стороны больших частот имеет границу в области аномальной дисперсии при частоте, при которой $n(v)$ уменьшается настолько, что

$$u(v_2) = \frac{c}{n(v_2)} = v.$$

Так как при $\frac{dn}{dv} < 0$ $\omega > u$, то в формуле (5,8) при $v = v_2$ знаменатель обращается в нуль, а числитель не равен нулю и отрицателен. Таким образом,

$$g(v_2) = \operatorname{ctg} \alpha_2 = -\infty.$$

Это значит, что конус группы сжимается к направлению скорости $\alpha = \pi$. В самом деле, при этой граничной частоте $\theta_{v_1} = 0$, т. е. лучевая скорость направлена вдоль оси, и так как $\omega > u = v$, то излучение опережает частицу, распространяясь в том же направлении, в котором она движется.

При удалении v от граничной в сторону меньших частот величина $g(v)$ быстро возрастает. При $u\omega = v$ величина $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Для всех частот, лежащих в области нормальной дисперсии, α заведомо меньше $\frac{\pi}{2}$, так как $\omega < u$ и, следовательно, $v^2 > u\omega$ (см. (5,8)).

Если эффект Вавилова — Черенкова имеет граничную частоту и со стороны малых частот, т. е. в области нормальной дисперсии $\left(v = u(v_1), \frac{dn}{dv} > 0 \right)$, то аналогично из формулы (5,8) получаем $g(v_1) = \operatorname{ctg} \alpha_1 = +\infty$. При этой граничной частоте $\theta = 0$ и $\omega < v$, т. е. излучение отстаёт от частицы. Таким образом, если эффект Вавилова — Черенкова возможен в ограниченной области частот от v_1 до v_2 и излучающая частица двигалась неограниченно долго, то её излучение заполняет всё пространство. Если излучение Вавилова — Черенкова не имеет границы со стороны малых частот, т. е. если $v_1 = 0$, то величина g меняется от $-\infty$ до некоторой конечной положительной величины (вид функции $g(v)$ зависит от хода показателя преломления и при этом она не обязана быть монотонной функцией частоты). Из сказанного следует, что если не ограничивать интер-

вала $\nu_2 - \nu_1$, то в формуле (5,10), по крайней мере, один из пределов величины $g(\nu)$ обращается в бесконечность и, следовательно, $\tau_2 = \infty$. При этом частота излучения в различных точках пространства является функцией угла конуса вращения, ось которого совмещена с траекторией частицы, а вершина совпадает с её мгновенным положением.

Таким образом, спектр в точке, в которой регистрируется излучение, является функцией времени. Если с помощью затвора из величины τ_2 выделить некоторую часть, то тем самым из спектра излучения будет вырезан определённый интервал частот. Ранее, при рассмотрении величины τ_1 , уже отмечалось, что если τ_1 отлично от нуля, то с помощью диафрагмы возможно выделить спектральный

интервал $\Delta\nu = \frac{1}{\tau_1}$ (см. (4,25)). В данном случае картина во многом аналогична, но сужения спектрального интервала можно добиться не с помощью пространственного, а с помощью временного ограничения сигнала. Такая возможность монохроматизации излучения представляется неожиданной с точки зрения методов обычной оптической спектроскопии.

В условиях реального опыта величина τ_2 не только не равна бесконечности, но обычно весьма мала (хотя её и следует принимать во внимание, см. § 7). Это связано с тем, что всегда имеются ограничения как для интервала частот, который регистрируется, так и для пути, на котором происходит излучение.

Вероятно, более существенной является длительность τ_1 (см. § 4). Величина её велика в тех практически важных случаях, в которых в приёмник попадает излучение, возникшее на значительном пути частицы. Допустим, например, что отверстие диафрагмы рис. 6 есть входное отверстие линзы, которая фокусирует падающее на неё излучение Вавилова — Черенкова. Время, в течение которого группа волн (заданная спектральной полушириной $\Delta\nu$) доходит до поверхности линзы, а следовательно, и длительность импульса в фокусе линзы равны $\tau_0 + \tau_1$, причём τ_1 определяется (4,25). Подставляя в неё величину $\frac{d\theta}{d\nu}$ из (5,3), имеем:

$$\tau_1 = \frac{d}{\lambda n \sqrt{\beta^2 n^2 - 1}} \frac{dn}{d\nu} = \frac{d}{\lambda_0 \operatorname{tg} \theta_0} \frac{dn}{d\nu}. \quad (5,11)$$

Таким образом, множитель при $\frac{dn}{d\nu}$ есть выраженная в долях $\lambda_0 = n\lambda$ разность путей от самой дальней и самой ближней точек траектории частицы, свет от которых доходит до линзы.

Вопрос о длительности сигнала применительно к реальным системам, предназначенным для регистрации свечения Вавилова — Черенкова, рассмотрен в §§ 6 и 7.

§ 6. СЧЁТЧИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА — ЧЕРЕНКОВА

Как уже отмечалось (§ 1), вопрос о длительности сигнала, создаваемого излучением Вавилова — Черенкова, возникает в том случае, когда в приёмник попадает свет, излучаемый на значительном пути частицы.

Под длительностью вспышки всегда понимается продолжительность светового сигнала в какой-либо определённой точке. Поэтому, говоря о полной длительности вспышки, создаваемой некоторым количеством света, следует предполагать, что эта длительность определяется в точке, в которую этот свет фокусируется, или в точке, из которой он излучается. В случае эффекта Вавилова — Черенкова, при котором излучение света происходит из различных точек траектории частицы, вопрос о длительности вспышки для всего излучённого света имеет смысл лишь при условии, что этот свет фокусируется.

В реальных условиях, однако, фокусировка никогда не бывает идеальной. В действительности свет падает на некоторую поверхность, величина которой может быть и значительной. Возникающий от этой поверхности сигнал (например, поток электронов, вылетающих с поверхности фотокатода) с помощью тех или иных устройств передаётся затем регистрирующему устройству. Длительность сигнала обусловлена в этом случае не только длительностью световых импульсов в различных точках поверхности и моментами дохождения до них света, но и временем дальнейшего распространения сигнала от этих точек. Поэтому для очень кратковременных вспышек, например для эффекта Вавилова — Черенкова, получаемую таким образом длительность сигнала нельзя просто отождествлять с длительностью световой вспышки.

Очевидно, что чем меньше линейные размеры площадки, на которую приходит свет, тем до меньших времён законно отождествлять время собирания ею света с продолжительностью вспышки и рассматривать её как исходную длительность для дальнейшего распространения сигнала. Поэтому мы будем в дальнейшем рассматривать только счётчики, обладающие фокусирующими свет устройствами. Как раз такие счётчики и применяются в большинстве случаев, так как они основаны на использовании света, излучённого на значительном пути, который при отсутствии фокусировки не попал бы в приёмник.

Рассмотрим две принципиальные схемы счётчиков для регистрации вспышек от эффекта Вавилова — Черенкова, предложенные впервые Геттингом^{10, 19}.

Одной из таких систем является радиатор конической формы (рис. 7). Мы ограничимся рассмотрением идеализированного случая, когда частица движется точно по оси радиатора и скорость её строго постоянна. Вначале будем предполагать, что среда практически не

обладает дисперсией в рассматриваемом интервале частот $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$. Если угол между образующими конуса радиатора и осью равен $\varphi = \frac{1}{2}\theta$, то все лучи после отражения от его поверхности становятся строго параллельными оси. Тогда собирающая линза, помещённая за основанием конуса, полностью соберёт в своём фокусе

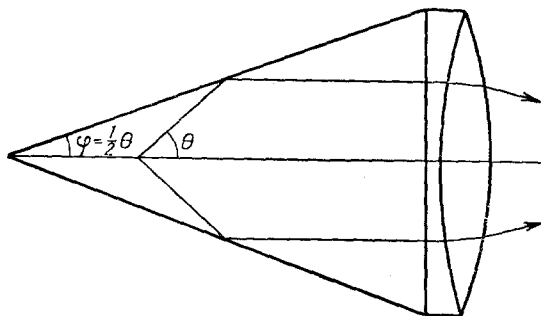


Рис. 7.

всё излучение, возникшее на некотором отрезке пути частицы в радиаторе.

Что касается длительности вспышки, то в случае среды без дисперсии она, как мы видели, определяется соотношением $\tau_0 = \frac{1}{\Delta\nu}$. Действительно, отражение не меняет длительности сигнала, так как оно только поворачивает направление распространения волн. Не меняется длительность и при собирании света в фокусе линзы, так как соотношения между фазами волн в плоскости линзы и в фокусе остаются без изменения (линза предполагается ахроматической *)).

Что касается длительного послесвечения, которое может возникнуть в радиаторе, то оно, как было показано (см. § 3), не должно давать направленного излучения и, следовательно, не будет сфокусировано.

В реальной преломляющей среде угол θ , зависит от частоты и, следовательно, удовлетворительную фокусировку пучка получим лишь для сравнительно узкого спектрального интервала. Допустим, что этот интервал $\Delta\nu$ выделен. Тогда необходимо принять во внимание, что группа волн, соответствующая этому интервалу, пройдёт через поверхность линзы не одновременно.

*) Наличие хроматической аберрации вызовет удлинение сигнала. Положение фокуса зависит в этом случае от частоты, поэтому из сфокусированного пучка становится возможным выделить интервал частот $\Delta\nu'$. Это можно осуществить, поместив на оси линзы диафрагму с маленьким отверстием. Если $\Delta\nu' \ll \Delta\nu$, то удлинение сигнала станет заметным.

Для определения порядка величины τ_1 приравняем величину d в формуле (5,11) радиусу линзы R . Тогда

$$\tau_1 = \frac{R}{\lambda_0} \frac{\cos \theta_v}{\sin \theta_v} \cdot \frac{dn}{dv}, \quad (6,1)$$

где $\lambda_0 = n\lambda$ — длина световой волны в вакууме.

Сделаем оценку величины τ_1 для стекла. Положим, что для $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см величина $n = 1,66$ и $\frac{dn}{dv} = 1,2 \cdot 10^{-16}$ сек, что соответствует флинтгласу. Считая, что скорость частицы близка к скорости света, т. е., что можно положить $\beta = \frac{v}{c} \approx 1$, имеем $\cos \theta = 0,6$ и $\sin \theta = 0,8$. Подставляя эти величины в (6,1), получаем:

$$\tau_1 = 2 \cdot 10^{-12} R \text{ сек.} \quad (6,2)$$

Таким образом, при $R = 10$ см имеем $\tau_1 = 2 \cdot 10^{-11}$ сек.

Это означает, что наличие дисперсии приводит к значительному спектральному разложению излучения Вавилова — Черенкова, т. е. что точно в фокусе линзы соберётся свет, принадлежащий лишь очень узкому спектральному интервалу.

Вместе с тем очевидно, что может быть достигнуто и сокращение длительности сигнала, и соответственно улучшение качества фокусировки, если система будет ахроматизирована для излучения Вавилова — Черенкова (об этом см. в § 7).

В большинстве случаев устройство «счётчика» отличается от рассмотренной выше схемы. Различие состоит в том, что отражающий свет конус дополняется цилиндром (рис. 8). Свет, испущенный

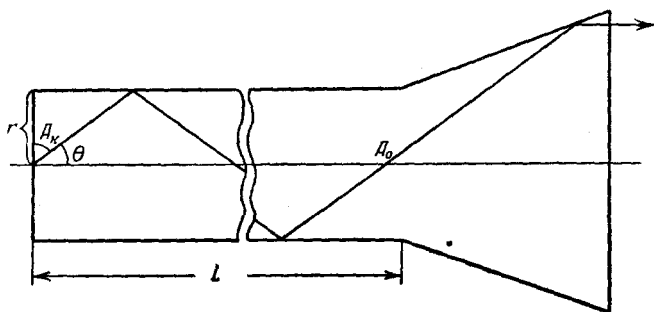


Рис. 8.

частицей, движущейся по оси цилиндра, после некоторого числа отражений от поверхности цилиндра попадает в конус. Так как при отражении от поверхности цилиндра величина угла между направлением распространения света и осью счётчика не меняется, то усло-

вия фокусировки света, попадающего в конус, остаются такими же, как для света, возникшего в конусе. Таким образом, если частица движется точно по оси счётчика, то количество света, выходящего из основания конуса, должно возрасть пропорционально суммарной длине счётчика.

Допустим, что радиатор не обладает дисперсией света. Ход лучей при отражении от боковой поверхности цилиндра пояснён на рис. 9. Если бы не было ограничивающих распространение света стенок

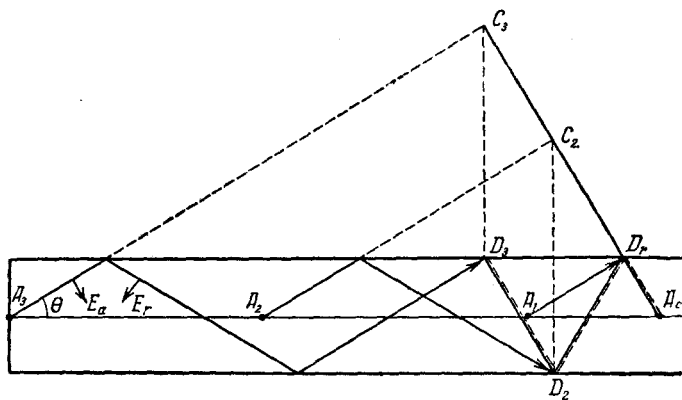


Рис. 9.

цилиндра, то за то время, пока частица пройдёт путь от точки A_3 до точки A_0 , свет из точки A_3 дошёл бы до точки C_3 . К этому же моменту времени свет из A_2 дошёл бы до C_2 и из A_1 до D_1 . Таким образом, фронт волны для света, излучённого на пути $A_3—A_0$, имел бы мгновенное положение, определяемое волновым конусом (при $n = \cos \theta$, совпадающим с конусом группы), одна из образующих которого является A_0C_3 . При каждом отражении составляющая скорости света, перпендикулярная к оси счётчика, меняет свой знак, а продольная составляющая остаётся неизменной. В результате свет, излучённый на пути от A_3 до A_2 , после двух отражений дойдёт до поверхности $D_3—D_2$. Аналогично свет, излучённый на пути $A_1—A_0$, испытает одно отражение и мгновенное положение фронта волны будет $D_2—D_1$. Наконец, свет, излучённый на пути $A_1—A_0$, отражений не испытает и для него фронт волны D_0A_0 совпадёт с конусом A_0C_3 *).

Чем большее число отражений испытывает свет, тем в большей длине цилиндра позади частицы будет заключено излучение.

*) Чтобы не загромождать рис. 9, на нём показан ход лучей, испущенных только в одну сторону по отношению к траектории частицы. Таким образом, из двух образующих каждого конуса, лежащих в плоскости рис. 9, на нём показана только одна (вторая расположена, очевидно, симметрично относительно оси цилиндра).

Излучение, выходящее из цилиндра, разбивается при этом на ряд последовательных световых импульсов, заполняющих промежутки времени, возрастающий с возрастанием длины цилиндра.

В рассматриваемом идеализированном случае отражённые волны остаются между собой когерентными. Если рассматривать распространение монохроматической волны с частотой ν , то суммарная амплитуда получится в результате сложения последовательности отражённых волн. При этом будут усиливаться волны только тех частот, для которых разность хода, приобретаемая при последовательных отражениях, кратна целому числу длин волн. Таким образом, спектр излучения приобретает линейчатый характер. Результирующее удлинение сигнала, как и следовало ожидать, связано с монохроматизацией излучения.

Таким образом, в этом случае увеличение длительности сигнала происходит в результате механизма, аналогичного действию интерференционного спектрального аппарата *).

Определим длину пути, проходимую светом в счётчике, состоящем из цилиндра и конуса. Допустим, что свет, излучённый из точки A_k , лежащей в начале цилиндра длиной L (рис. 8), испытывает k отражений от его боковых стенок. При этом k -е отражение является последним, так что после него свет в точке A_0 пересекает ось счётчика и затем падает на боковую поверхность конуса. Таким образом, дальнейший путь света от точки A_0 такой же, как и для света, излучённого из этой точки в момент, когда частица пролетит через неё.

Путь, проходимый светом от точки A_k до A_0 , равен

$$s_k = \frac{2kr}{\sin \theta}, \quad (6,3)$$

где r — радиус цилиндра. Расстояние между этими точками по прямой (которое проходит частица) равно

$$c_k = 2kr \operatorname{ctg} \theta, \quad (6,4)$$

Свет, испущенный из точки A_k , дойдёт до точки A_0 с опозданием на время

$$t_k = \frac{n}{c} s_k - \frac{1}{v} c_k = 2kr \frac{n}{c} \sin \theta, \quad (6,5)$$

В формуле (6,5) принята во внимание связь величины θ с v (см. (5,2)).

Очевидно, что волны, пришедшие в A_0 после k отражений, могут отличаться по фазе от волн, излучённых из этой точки. Используя

*) В работе ¹⁶ содержится неправильное утверждение, что частица, неограниченно долго движущаяся по оси бесконечного цилиндра, свет из которого за счёт полного внутреннего отражения не может выйти, не теряет энергии на излучение. Этот вопрос детально рассмотрен в диссертации Б. М. Болотовского.

формулу (6,5), можно определить разность хода лучей, которая накапливается в результате каждого отражения. Она оказывается равной

$$\vartheta = 2\omega r \frac{n}{c} \sin \theta, - \gamma + \frac{3}{4} \pi. \quad (6,6)$$

Первый член в ϑ получается из (6,5) умножением t_k при $k=1$ на частоту света $\omega = 2\pi\nu$, а величина γ есть изменение фазы волны при полном внутреннем отражении. Кроме того, следует принять во внимание два сдвига фазы. Во-первых, при отражении направление распространения луча поворачивается вокруг прямой, перпендикулярной к плоскости падения, и вместе с ним поворачивается направление электрического вектора (E_a переходит в E_r , см. рис. 9). Проекция вектора E на направление скорости меняет знак, а при рассмотрении интерференции это эквивалентно сдвигу фазы на π . Во-вторых, как было показано в § 3 (см. формулы (3,8) и (3,9)), фаза, которая получается при сложении волн от участка траектории, окружающего данную точку (здесь A_k), отличается на $\frac{\pi}{4}$ от фазы волны из этой точки. Добавочный сдвиг фазы на $\frac{3}{4} \pi$ в (6,6) учитывает обе эти причины. Что касается величины γ , то когда электрический вектор лежит в плоскости падения (что имеет место в эффекте Вавилова — Черенкова), то

$$\gamma = 2 \arctg \frac{n \sqrt{n^2 \cos^2 \theta - 1}}{\sin \theta}. \quad (6,7)$$

Величину ϑ можно также с помощью (5,2) записать так:

$$\gamma = 2 \arctg \frac{n^2 \sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{\beta^2 n^2 - 1}}. \quad (6,8)$$

Если положить ϑ кратным 2π , то (6,6) определит собственные частоты излучения Вавилова — Черенкова для частицы, движущейся по оси цилиндра*). Уравнение (6,6), очевидно, правильно также и для среды, обладающей дисперсией (как n , так и $\sin \theta$ и γ являются при этом функциями частоты).

Однако вряд ли возможно столь точное совпадение траектории частицы с осью цилиндра, чтобы световые волны после нескольких отражений оставались бы между собой когерентными. В реальных условиях сигнал, получающийся от счётчика, состоящего из цилиндра и конуса, представится в виде последовательности независимых световых импульсов. При максимальном числе отражений k последний сигнал запоздает на время t_k по сравнению с первым (см. (6,5)).

*) Это является частным случаем более общего условия для собственных частот, полученного в диссертации Б. М. Болотовского.

Допустим, что длина цилиндра $L = 20$ см; тогда, так как

$$L \approx 2kr \operatorname{ctg} \theta, \quad (6,9)$$

то, полагая, так же как в рассмотренном ранее случае,

$$n = 1,66, \quad \cos \theta_v = 0,6 \quad \text{и} \quad \sin \theta_v = 0,8,$$

получим:

$$\Delta t_k \sim 1 \cdot 10^{-9} \text{ сек.}$$

Таким образом, увеличение количества света, достигаемое присоединением к счётчику цилиндра, влечёт за собой пропорциональное и весьма заметное увеличение суммарной длительности сигнала.

В связи с этим можно отметить, что измерение длительности t_k , возможно, окажется полезным для определения скорости частицы. Допустим, что скорость частицы меняется в малых пределах так, что число отражений k не меняется. Тогда промежуток t_k пропорционален $\sin \theta$ и, значит, измерение t_k эквивалентно определению величины θ . Вместе с тем известно, что измерением θ можно пользоваться для нахождения скорости частицы v . Очевидно, что для отдельной частицы удобнее определять длительность интервала времени, чем угол.

При уменьшении скорости v величина $\sin \theta_v$, а значит, и t_k убывают. Дифференцируя t_k по v , получим:

$$\frac{d}{dv} t_k = \frac{2kr}{v^2} \operatorname{ctg} \theta_v \approx \frac{L}{v^2}. \quad (6,10)$$

Таким образом, величина производной от t_k по v такая же, как и для времени пролёта частицей пути L , т. е. для

$$t_k = \frac{L}{v},$$

но имеет противоположный знак. Фактически зависимость t_k от скорости ещё значительнее, так как при больших изменениях v происходит изменение не только $\sin \theta$, но и числа отражений k

$$k \sim \frac{L}{2r} \operatorname{tg} \theta_v. \quad (6,11)$$

В принципе определение числа световых импульсов, содержащихся в световом сигнале, также может служить методом измерения скорости частицы.

Для цилиндра маленького диаметра, в котором импульсы, определяемые отдельными отражениями от стенок, сливаются между собой, для величины t_k из (6,5) и (6,11) получаем:

$$t_k = L \frac{n}{c} \frac{\sin^2 \theta_v}{\cos \theta_v}. \quad (6,12)$$

В случае реальной среды, обладающей дисперсией, в полученные выше формулы должны быть внесены некоторые поправки. Прежде всего следует принять во внимание, что скорость распространения импульса света равна групповой скорости. Таким образом, в формуле (6,5) величину s_k следует делить не на $u = \frac{c}{n}$, а на групповую скорость w . Далее следует иметь в виду, что скачок фазы при отражении от стенки цилиндра зависит от частоты (так как и θ_v , и $n(v)$ в этом случае суть функции частоты). Это приводит к тому, что конус группы хотя и будет испытывать зеркальное отражение, но при расчёте отражающую поверхность следует считать несколько смещённой по отношению к геометрической границе цилиндра. Дополнительное время, которое затрачивается при этом на отражение, равно, как можно показать,

$$\Delta t = \frac{1}{2\pi} \frac{d\gamma}{dv}, \quad (6,13)$$

где γ — скачок фазы при отражении*).

Таким образом, вместо (6,5) получим:

$$t_k = \frac{1}{w} s_k - \frac{1}{v} c_k + k\Delta t. \quad (6,14)$$

Величина Δt находится дифференцированием (6,8) и совпадает по порядку величины с $\frac{1}{2\pi} (1 - \beta^2) \frac{dn}{dv}$. Эта величина, например, для рассматриваемого нами случая стекла с $\frac{dn}{dv} = 1,2 \cdot 10^{-16}$ пренебрежимо мала. Поэтому из (6,14) вместо (6,5) получаем:

$$t_k = \frac{n + v \frac{dn}{dv}}{c} s_k - \frac{1}{v} c_k = 2kr \frac{n}{c} \left[\sin \theta_v + \frac{1}{n \sin \theta_v} v \frac{dn}{dv} \right]. \quad (6,15)$$

Таким образом, качественно картина сохраняется, но в величину t следует внести поправку.

§ 7. АХРОМАТИЧЕСКИЕ СЧЁТЧИКИ

Из сказанного в предыдущих разделах следует, что наиболее короткий световой импульс можно получить с помощью радиатора, в котором свет не разбивается на ряд пучков, и при условии, что радиатор не обладает дисперсией.

Этого возможно добиться различными способами, например с помощью конического радиатора, если сделать его ахроматическим,

*) Пользуюсь случаем, чтобы поблагодарить С. М. Рытова за разъяснение ряда вопросов, связанных с отражением группы волн.

т. е. добиться того, чтобы для выходящего из радиатора пучка

$$\frac{d\theta}{d\nu} = 0.$$

Возможные схемы такого рода представлены на рис. 10, а и 10, б.

Допустим, что частица движется по оси ob в радиаторе A , вещество которого обладает нормальной дисперсией. Свет, испущенный частицей

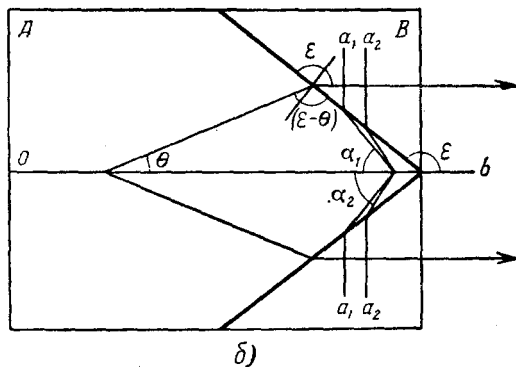
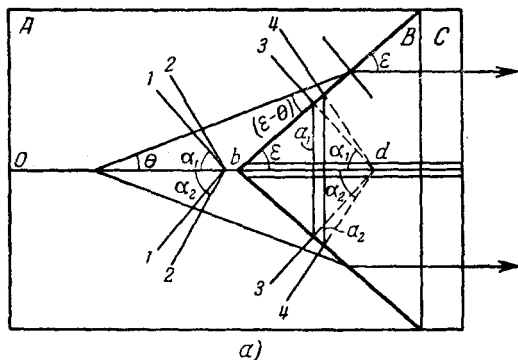


Рис. 10.

под углом θ , к направлению ob , можно превратить в пучок, параллельный этому направлению, не с помощью отражения, а с помощью преломления на границе раздела среды A и среды B , имеющей коническую форму (вершина конуса в b и его угол с осью $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$; см. рис. 10, а).

Из закона преломления получаем требование

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{\cos(\varepsilon - \theta)}{\cos \varepsilon} = \cos \theta + \sin \theta \cdot \operatorname{tg} \varepsilon, \quad (7.1)$$

где n_B и n_A — показатели преломления среды B и среды A .

Так как $\varepsilon > \theta_v$, то для того чтобы (7,1) могло быть удовлетворено, необходимо, чтобы

$$\frac{n_B}{n_A} > \frac{1}{\cos \theta_v} = \beta n_A, \quad \text{т. е.} \quad n_B > \beta n_A^2 \quad (7,2)$$

((7,2) получается из (7,1) заменой величины $\text{tg } \varepsilon$ её минимальным значением, равным $\text{tg } \theta_v$). Если неравенство (7,2) выполнено, то можно найти такой угол $\varepsilon > \theta_v$, и меньший $\frac{\pi}{2}$, что излучение, идущее под углом θ_v после преломления пойдёт параллельно оси.

Того же результата можно добиться и для конуса с тупым углом ε (см. рис. 10, б). Равенство (7,1) правильно и в этом случае, но $\cos(\varepsilon - \theta)$ и $\cos \varepsilon$ отрицательны. Так как $\text{tg } \varepsilon$ в этом случае меньше нуля, а максимальное его значение равно нулю, то равенству (7,1) для тупого угла можно удовлетворить, если

$$\frac{n_B}{n_A} < \cos \theta_v = \frac{1}{\beta n_A}, \quad \text{т. е.} \quad n_B < \frac{1}{\beta}. \quad (7,3)$$

Пользуясь (7,1) и принимая во внимание, что $\cos \theta_v = \frac{1}{\beta n_A}$, получаем, что

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{\beta n_B - 1}{\text{tg } \theta_v}; \quad (7,4)$$

при этом должно быть выполнено неравенство (7,2) для $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$ или (7,3) для $\varepsilon > \frac{\pi}{2}$. Таким образом, преломление света конической поверхностью может быть использовано подобно коническому зеркалу для превращения пучка лучей, идущих под углом θ к оси, в пучок, параллельный оси.

Различие с зеркалом состоит, однако, в том, что в данном случае можно превратить в параллельный пучок не только лучи, идущие под определённым углом θ_v (т. е. при заданной скорости v только для одного v). В случае преломляющего конуса этого можно добиться для некоторого интервала углов $\Delta\theta$, соответствующих интервалу частот $\Delta\nu$. Для этого необходимо потребовать, чтобы величина ε в (7,4) не менялась при изменении частоты в пределах $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$.

Дифференцируя правую часть (7,4) по частоте и приравнявая величину производной нулю, получим следующее условие ахроматизации излучения:

$$\frac{dn_B}{dn_A} = \frac{\beta n_B - 1}{\beta n_A \sin^2 \theta_v} \frac{dn_A}{d\nu} = \frac{\beta n_A (\beta n_B - 1)}{\beta^2 n_A^2 - 1} \frac{dn_A}{d\nu}. \quad (7,5)$$

(При дифференцировании принята во внимание формула (5,3), в которой показателю преломления следует приписать индекс A .)

В случае острого угла $\varepsilon < \frac{\pi}{2}$ обе среды могут иметь нормальную дисперсию. Действительно, так как в этом случае согласно (7,2) $n_B > \beta n_A^2$ и, кроме того, $\beta n_A > 1$, то $\left| \frac{dn_B}{dv} \right| > \left| \frac{dn_A}{dv} \right|$ и обе производные имеют одинаковый знак.

Принципиально возможно, что условие (7,5) будет удовлетворено в сравнительно широком интервале частот от ν_2 до ν_1 , и тогда для преломлённых лучей в этом интервале

$$\frac{d\theta'}{dv} = 0$$

(θ' — направление распространения преломлённых лучей; $\theta' = 0$). В результате длительность τ должна обратиться в нуль, а кроме того, $\tau_0 = \frac{1}{\nu_1 - \nu_2}$ при больших $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$ также будет весьма мала. Поэтому можно ожидать, что в фокусе линзы, собирающей параллельный пучок света, выходящий из основания конуса, получится весьма кратковременная вспышка.

Однако это правильно лишь до тех пор, пока $\Delta\nu$ ещё настолько мало, что величины групповой скорости для ν_1 и ν_2 можно считать одинаковыми. При увеличении $\Delta\nu$ существенное значение приобретает длительность, связанная с τ_2 (см. § 5, формула (5,10)). Действительно, угол α между образующими конуса группы и осью счётчика (рис. 2 и формула (5,7)) зависит от частоты и равен для ν_1 и ν_2 соответственно α_1 и α_2 . На рис. 10, а положение образующих этих конусов 1 и 2 показано в момент, когда частица, излучающая свет, подходит к границе раздела обеих сред в точке b . Когда частица дойдёт до точки d , образующие этих конусов групп займут в среде A положение 3 и 4 (очевидно, что распространение света в среде A не зависит от наличия среды B). В среде B свет распространяется в виде параллельного пучка плоских волн в направлении оси счётчика, и поэтому вместо конуса группы получаем плоскости a_1 и a_2 , перпендикулярные к оси и пересекающиеся с конусами 3 и 4 на поверхности раздела. Действительно, при преломлении света не происходит изменения фазы волн и, следовательно, группа волн должна непрерывным образом переходить через границу раздела.

Из рис. 10, а видно, что по мере того как частица продвигается внутрь среды B , плоскости a_1 и a_2 всё больше раздвигаются. Скорости их перемещения в среде, очевидно, равны величине групповой скорости для частот ν_1 и ν_2 . Из условия пересечения на границе раздела плоскостей a_1 и a_2 с конусами группы нетрудно получить, пользуясь рис. 10, а, что групповая скорость в среде B должна удовлетворять соотношению

$$\frac{1}{w_B} = \frac{1}{v} \left(\frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\operatorname{tg} \alpha} + 1 \right). \quad (7,6)$$

Наличие такого соотношения объясняется тем, что свойства среды A

и B связаны между собой условием (7,5). В самом деле, если принять во внимание соотношения (5,7) и (7,4), определяющие величины $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{tg} \epsilon$, то из (7,5) вытекает (7,6).

Если высота конуса B равна L_B , то волновые пакеты с частотами ν_1 и ν_2 пройдут путь, равный высоте конуса, за времена, отличающиеся на величину

$$\tau_2 = L_B \left| \frac{1}{w_B(\nu_2)} - \frac{1}{w_B(\nu_1)} \right| = \\ = \frac{L_B}{c} \left| r_B(\nu_2) - r_B(\nu_1) + (\nu_2 - \nu_1) \frac{dn_B}{d\nu} \right| = \frac{2L_B}{c} \left| (\nu_2 - \nu_1) \frac{dn_B}{d\nu} \right|. \quad (7,7)$$

(предполагается, что изменение n_B в интервале частот ν_1 до ν_2 можно считать линейным, т. е. $\frac{dn_B}{d\nu} = \text{const}$). Допустим, например, что среда B изготовлена из тяжелого флинта. Тогда для величин, стоящих в правой части (7,7), можно принять следующие значения: для $\lambda_C = 6563 \text{ \AA}$, $n_B = 1,715$ и для $\lambda_F = 4861 \text{ \AA}$, $n = 1,735$, $\frac{dn}{d\nu} = 1,43 \cdot 10^{-16} \text{ сек}$ и $\nu_F - \nu_C = 1,68 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}$. Подставляя эти значения в (7,7), получим:

$$\tau_2 = 1,67 \cdot 10^{-12} L_B \text{ сек.}$$

Полагая, например, $L_B = 10 \text{ см}$, получим, что величиной τ_2 действительно нельзя пренебречь, если используется широкий интервал спектра излучения.

Таким образом, из сказанного выше следует, что с помощью ахроматического счётчика действительно можно получить весьма кратковременную вспышку света в том случае, если подходящим образом ограничить интервал частот $\Delta\nu$. Это, однако, приводит к уменьшению количества используемого света. Поэтому существенно, что сокращения величины τ_2 можно добиться и иным путём.

Для этого поместим после конуса B плоско-параллельную пластинку C , обладающую в отличие от A и B аномальной дисперсией (рис. 10, а). В такой пластинке $w(\nu_2) > w(\nu_1)$ и, следовательно, группа волн с частотой ν_2 будет в ней нагонять группу волн с частотой ν_1 . Очевидно, что подбором толщины компенсатора C в принципе можно добиться сокращения τ_2 до нуля. В случае счётчика с тупым углом ϵ (рис. 10, б) роль такого компенсатора играет сама среда B . В самом деле, повторяя то же рассмотрение, которое было сделано выше, получим, что плоскости a_1 и a_2 будут сближаться по мере того, как частица подходит к вершине конуса — точке b (см. рис. 10, б). При прохождении точки b они совпадут, т. е. τ_2 обратится в нуль. Такое сжатие волнового пакета объясняется тем, что, как уже указывалось, при $\epsilon > \frac{\pi}{2}$ среда B обязательно должна обладать аномальной дисперсией, если дисперсия в среде A нормальна.

Таким образом, в отличие от обычных оптических задач в рассматриваемом случае недостаточно сделать систему ахроматической. Для получения кратковременной вспышки требуется, чтобы время распространения группы волн в известных пределах не зависело от частоты ν^*).

Принципиальные схемы рис. 10, а и 10, б, разумеется, не являются единственно возможными типами ахроматических счётчиков.

Ахроматизировать излучение Вавилова — Черенкова можно и иными способами, например с помощью последовательного отражения и преломления коническими поверхностями. Одна из таких воз-

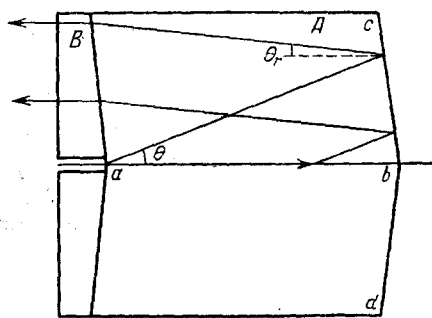


Рис. 11.

можных схем представлена на рис. 11. Траектория частицы ab предполагается совпадающей с осью конусов и направление её указано стрелкой. Излучённый свет после отражения от поверхности конуса cbd распространяется в направлении, обратном направлению траектории под углом ab к оси. Выбором подходящего угла отражающего конуса можно угол θ , превратить в произвольный угол θ_r . Угол преломляющего конуса ε ,

при котором преломлённый луч идёт параллельно оси, определится тем же условием (7,1), если заменить в нём θ на θ_r . Тогда

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{n_B - n_A \cos \theta_r}{n_A \sin \theta_r}. \quad (7,8)$$

Для острого угла ε из требования (7,1) и $\varepsilon > \theta_r$ вновь получим условие (7,2)

$$\frac{n_B}{n_A} > \frac{1}{\cos \theta_r}. \quad (7,9)$$

Условие независимости $\operatorname{tg} \varepsilon$ от частоты получим, приравнявая нулю производную по ν от правой части (7,8), причём $\frac{d\theta_r}{d\nu} = \frac{d\theta}{d\nu}$ и, следовательно, равно (5,3)

$$\frac{dn_B}{dn_A} = \left(\frac{n_B}{n_A} + \frac{\frac{n_B}{n_A} \cos \theta_r - 1}{\sin \theta_r \sqrt{\beta^2 n_A^2 - 1}} \right) \frac{dn}{d\nu}. \quad (7,10)$$

Очевидно, что условию (7,10), поскольку оно содержит угол θ_r ,

*) При точном расчёте толщины компенсатора C следует принимать во внимание и распространение света в ахроматической линзе, фокусирующей свет, выходящий из счётчика.

величина которого в известных пределах может быть выбрана произвольно, легче удовлетворить, чем (7,5).

Следует также иметь в виду, что применение преломляющего конуса в сочетании с ахроматической линзой вовсе не является обязательным. Ахроматизация излучения может быть, например, достигнута и с помощью линзы, обладающей подходящим образом подобранной хроматической аберрацией, так, чтобы свет, выходящий из счётчика, фокусировался в одной точке.

Выше рассматривались схемы, соответствующие идеальным условиям. В действительности эти условия никогда не выполняются строго. На самом деле, траектория частицы может быть смещена относительно оси счётчика и наклонена по отношению к ней. Многократное рассеяние, а также потеря скорости в результате ионизационных потерь вносят дополнительные отклонения истинной траектории от идеальной. Очевидно, что все эти причины вызывают разброс в длине пути, проходимой светом, т. е. вызывают увеличение длительности сигнала.

Увеличение длительности сигнала и в этих случаях одновременно приводит и к ухудшению фокусировки излучения, выходящего из счётчика. Смещение траектории на расстояние от оси порядка миллиметра вызовет удлинение сигнала на время 10^{-12} — 10^{-11} сек. Таким образом, отклонение от идеальных условий опыта является существенной и, вероятно, основной причиной, ограничивающей возможность сокращения длительности сигнала.

* *
*

Сказанное в предыдущих разделах этой статьи позволяет подвести некоторый итог.

Уже в первых работах С. И. Вавилова и П. А. Черенкова было показано, что открытое ими свечение обладает временем высвечивания, во всяком случае малым по сравнению с длительностью люминесценции. Действительно, характерная для эффекта Вавилова — Черенкова направленность излучения в сочетании со сплошным его спектром оказывается несовместимой с наличием длительного послесвечения (§ 3).

Направленность излучения весьма существенна для возможности его регистрации, так как позволяет сфокусировать свет, испущенный частицей на значительном пути, т. е. за сравнительно большой промежуток времени. Особенности излучения при этом таковы, что в определённых условиях длительность вспышки, получаемая в фокусе линзы, всё же может оставаться весьма кратковременной.

При рассмотрении этого вопроса приходится принимать во внимание ряд обстоятельств. Так, например, значительное увеличение длительности сигнала происходит в счётчиках, в которых различные лучи испытывают разное число отражений (цилиндрический счётчик). Эта особенность может быть использована для измерения

скорости частицы (§ 6), однако для получения крайне кратковременных вспышек такие счётчики не должны применяться.

Далее следует иметь в виду, что наличие дисперсии света в веществе радиатора вызывает разложение излучения в спектр и приводит к удлинению сигнала (§ 5). Однако эта причина удлинения вспышки может быть устранена, если сделать счётчик ахроматическим (§ 7). Кроме того, происходит удлинение вспышки, связанное с расползанием волнового пакета при прохождении диспергирующей среды. Однако и эта причина может быть устранена с помощью компенсатора, обладающего аномальной дисперсией (§ 7).

Таким образом, радиация Вавилова — Черенкова может служить источником излучения, длительность которого теоретически является минимальной ($\tau_0 = \frac{1}{\Delta v}$). Фактическая длительность вспышки, наблюдаемая на опыте, должна быть больше и определяется практическими причинами (несовершенство оптики и отклонение траектории частицы от идеальной и др.). Тем не менее при регистрации частиц большой энергии, которые почти не теряют своей скорости в радиаторе и слабо рассеиваются, возможно получение весьма кратковременных вспышек.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Вавилов, ДАН СССР 2, 457 (1934).
2. П. А. Черенков, ДАН СССР 2, 451 (1934).
3. З. И. Вавилов, Изв. АН СССР, сер. физ. 9, 277 (1945); Собрание сочинений, т. II, стр. 185.
4. Мария Кюри, Радиоактивность, Гостехиздат, 1947.
5. М. Кюри, Пьер Кюри, 1924.
6. Ева Кюри, Жизнь Марии Кюри, 1944.
7. M. L. Mallet, C. R. 183, 274 (1926); 187, 222 (1928); 188, 445 (1929).
8. H. Kalmann and M. Furst, Phys. Rev. 79, 857 (1950); E. H. Belcher, Nature 167, 314 (1951).
9. E. H. Belcher, Proc. Roy. Soc. 216, 90 (1953).
10. Сборник, Проблемы современной физики «Эффект Черенкова и поляризационные потери», № 7, 1953.
11. Е. К. Завойский, Г. Е. Смолкин, А. Г. Плахов, М. М. Бутслов, ДАН СССР 100, 241 (1955).
12. М. Д. Галанин, Время возбуждённого состояния молекул и свойства флуоресценции растворов (диссертация), Труды ФИАН, т. V, 1940.
13. I. E. Tamm, Journ. of Physics., 1 439 (1939).
14. А. Зоммерфельд, Оптика, ИЛ, 1953, стр. 430.
15. H. Motz and L. I. Schiff, Phys. Rev. 92, 540 (1953). Amer. Journ. of Phys. 21, 258 (1953).
16. В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, ДАН СССР 56, 669, 1947.
17. И. М. Франк, УФН 30, № 3—4, 149 (1946).
18. И. М. Франк и И. Е. Тамм, ДАН СССР 14, 109 (1937).
19. I. A. Gettings, Phys. Rev., 71, 123 (1947).