

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЖИДКОГО ГЕЛИЯ**

(Окончание)*

Дж. Г. Доунт и Р. С. Смит**СОДЕРЖАНИЕ**

6. Поверхностные плёнки (насыщенные и ненасыщенные). 6.1. Толщина плёнки и её теплоёмкость. 6.2. Теории образования плёнки. 6.3. Ненасыщенная гелиевая плёнка — статические свойства. 6.4. Сверхтекучесть в ненасыщенных плёнках. 6.5. Теории ненасыщенной плёнки	93
7. Скорость переноса гелия по плёнке. 7.1. Первые экспериментальные результаты. 7.2. Новые измерения переноса по поверхности стекла. 7.3. Измерения переноса по поверхностям металлов и пластмасс. 7.4. Определение линейной скорости течения. 7.5. Критическая скорость течения плёнки и её истолкование	109
8. Гидродинамика двухкомпонентной жидкости. 8.1. Термо-гидродинамические уравнения. 8.2. Экспериментальные исследования нелинейности уравнений движения	126
9. Первый и второй звук. 9.1. Скорость и затухание первого звука. 9.2. Уравнения Тиссы и Ландау для скорости второго звука. 9.3. Другие уравнения для скорости второго звука. 9.4. Экспериментальное исследование второго звука. 9.5. Влияние давления на скорость второго звука. 9.6. Диск Рэлея и трубка Пито в поле второго звука. 9.7. Затухание второго звука.	133
Цитированная литература	156

6. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПЛЁНКИ (НАСЫЩЕННЫЕ И НЕНАСЫЩЕННЫЕ)**6. 1. Толщина плёнки и её теплоёмкость**

Впервые Роллином^{R.36}, а также Роллином и Зимоном^{R.39} было показано, что на всех твёрдых поверхностях, погружённых в жидкий гелий, образуются плёнки. Эти плёнки, представляющие собой одну из характерных особенностей гелия II, послужили объектом многочисленных исследований (относившихся, повидимому, главным образом к их толщине и скорости переноса).

*) J. G. Daunt and R. S. Smith, Rev. of Mod. Phys. 26, № 2, 172—236 (1954). (Начало перевода см. УФН, LVI, вып. 3, 1955.)

Толщина плёнки была впервые измерена Доунтом и Мендельсоном D.^{33b} и D.^{39b} и Кикоиным и Лазаревым K.^{38b}. Первая группа авторов использовала развитую медную поверхность (площадью 103 м^2), удерживаемую нитью подвеса вблизи поверхности жидкого гелия. По тонкой проволочке, прикреплённой к медной поверхности и погружаемой в жидкий гелий, плёнка натекала на медь при температуре ванны. Затем медная поверхность перемещалась в область комнатной температуры, и количество испаряющегося с неё при этом гелия наблюдалось по повышению уровня жидкости в ванне. Таким путём авторы могли замечать плёнки толщиной 10^{-7} см и более. В результате измерений средняя толщина поверхностной плёнки гелия была найдена равной $3,5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$. Толщина плёнки мало зависела от температуры для интервала температур $1,59 - 2,14^\circ \text{ К}$. Было найдено, что выше λ -точки ($2,18^\circ \text{ К}$) толщина плёнки меньше 10^{-7} см .

Используя другое экспериментальное устройство, также связанное с испарением плёнки с развитой поверхности, Кикоин и Лазарев K.^{38b} нашли для средней толщины плёнки, измеренной при некоторой не указанной температуре, значение $2 \div 3 \cdot 10^{-6} \text{ см}$. Эти авторы сообщили также о качественном наблюдении очень быстрого образования плёнки: они говорят о «скачке» уровня ванны, происходившем при набегании плёнки на большую поверхность их прибора.

Мы должны временно отклониться от нашего обсуждения вопроса о толщине плёнки, чтобы упомянуть об одной трудности в интерпретации относящихся к плёнкам данных и о разрешении этой трудности. Измерения толщины, которые мы только что обсуждали, в действительности являются измерениями объёма, а именно объёма массивной жидкости. Чтобы перейти к толщине плёнки, приходится принимать, что плотность гелиевой плёнки мало отличается от плотности массивной жидкости. Мнение, что этот способ оправдан не просто соображениями удобства, может быть высказано, пожалуй, на основании измерений Фредериксе F.^{49a} теплоёмкости адсорбированных гелиевых плёнок. Теплоёмкость измерялась в калориметре, в котором известные количества газообразного гелия адсорбировались на поверхности порошка крокуса (F_2O_3) с общей площадью в 4000 м^2 . Результаты представлены на рис. 32. Было найдено, что для случая самых тонких из подвергнутых измерению плёнок, состоявших, согласно Фредериксе, примерно из четырёх атомных слоёв, теплоёмкость очень сильно отличается от теплоёмкости массивной жидкости, не обнаруживая λ -точки, но для плёнок, толщина которых больше примерно 20 слоёв, средняя теплоёмкость почти совпадает с теплоёмкостью массивного жидкого гелия. Эти эксперименты наглядно показывают сглаживание λ -превращения и его исчезновение по мере уменьшения толщины плёнки. Из этих результатов разумно сделать вывод, что усреднённые

свойства обычной плёнки, состоящей из более чем 100 атомных слоёв, очень близки к свойствам жидкости в сосуде.

Эксперименты, описанные выше, дают лишь среднее значение толщины плёнки и ничего не говорят об её изменении с высотой над уровнем в ванне. Но интуиция, а также сравнение с водой, смачивающей стекло, наводит на мысль, что толщина плёнки может изменяться с высотой. Эксперименты Джексона и Бёрджа^{49a} и В.^{51d} ставили своей целью определение этого изменения, а также проверку теорий гелиевой плёнки, уже выдвинутых к тому времени. Джексон и Бёрдж выполнили ряд изящных экспериментов по измерению толщины поверхностной плёнки в неприкосновенном состоянии. Их метод, основанный на применённом Ротеном⁴⁵ методе определения толщины слоёв стеарата бария, позволяет оценить толщину гелиевой плёнки, прилипшей к зеркалу из нержавеющей стали, нижний конец которого погружается в ванну жидкого гелия II, по измерениям состояния поляризации отражённого от зеркала света. Падающий на плёнку плоскополяризованный свет при отражении от покрытого плёнкой зеркала становится эллиптически поляризованным, причём эксцентриситет и ориентация эллипса являются мерой толщины плёнки.

(Конечно, должен быть известен показатель преломления плёнки. Как и в аналогичном случае, упомянутом выше, за отсутствием лучших данных приходится использовать свойства массивной жидкости.) Главное преимущество этого метода состоит в том, что толщина плёнки может быть измерена на различной высоте над уровнем ванны. Измерения могут с равным успехом производиться с покоящейся и движущейся плёнкой. Некоторые из результатов Бёрджа и

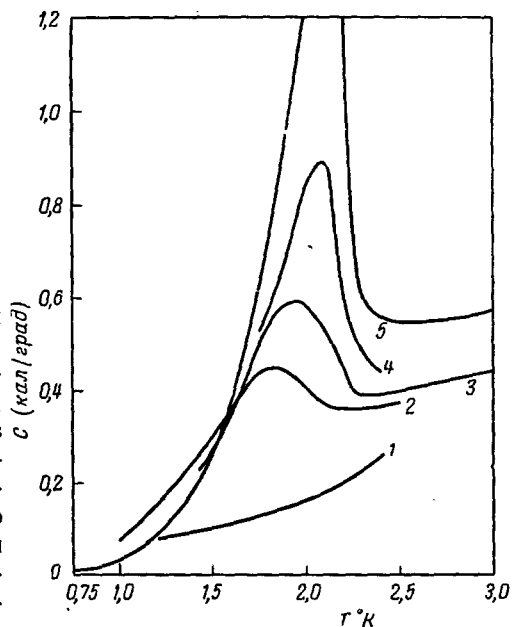


Рис. 32. Теплоёмкость адсорбированного гелия (в кал/град.г) по данным Фредериксе^{49a}. Кривая 1—3—4 слоя, кривая 2—5—6 слоёв, кривая 3—7—9 слоёв, кривая 4—9—12 слоёв, кривая 5— для жидкого гелия в сосуде. Указанные числа слоёв даны Фредериксе. Относительно новой интерпретации см. раздел 6.3.

Джексона^{B.51d} для покоящихся плёнок показаны на рис. 33 и рис. 34. На этих рисунках H означает высоту над уровнем жидкости в ванне и ΔN — число, пропорциональное толщине плёнки. Видно, что:

а) при заданной высоте H толщина плёнки мало меняется с температурой в интервале между крайними значениями применявшихся температур*), а именно между $1,1^\circ \text{K}$ и температурой, немногим меньшей λ -точки; этот результат находится в согласии с результатами, полученными ранее Доунтом и Мендельсоном^{D.39b};

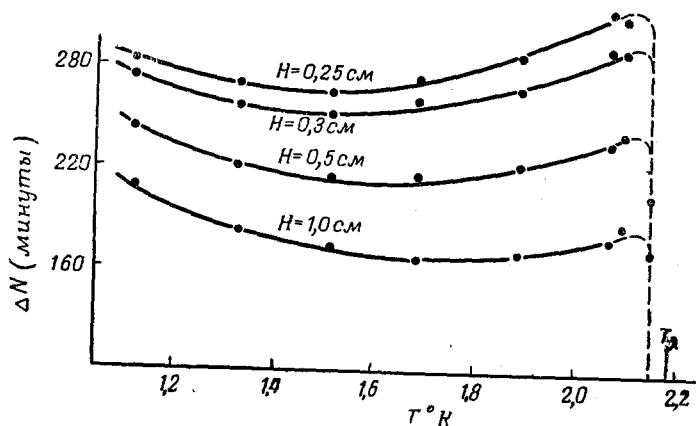


Рис. 33. Результаты измерений температурной зависимости толщины плёнки на различных высотах H (Бёрдж и Джексон^{B.51d}). Угол поворота николя N пропорционален толщине плёнки.

б) толщина плёнки падает до неизмеримо малых значений в λ -точке ($2,18^\circ \text{K}$) и при более высоких температурах, что также наблюдалось ранее^{D.39b}. Поведение плёнки в области вблизи λ -точки могло наблюдаться при медленном повышении либо понижении температуры ванны. Эти результаты, относящиеся к температурам, близким к T_λ , как мы убедимся позже, имеют некоторое теоретическое значение. Последующие наблюдения Джексона и Хеншоу^{J.53} показали, однако, что при температурах выше T_λ гелиевая плёнка имеет толщину, близкую к толщине 10 атомных слоёв. В соответствии с этим наблюдением к толщинам, полученным по рис. 33 и рис. 34, нужно добавить постоянную толщину порядка 10 атомных слоёв. Эта поверхностная плёнка может быть легко удалена падающим на нее излучением.

*) Хеншоу и Джексон^{H.51}, пользовавшиеся той же методикой, опубликовали кривую, показывающую небольшое монотонное изменение толщины плёнки с температурой. Нам неясно, какие из результатов следует считать более достоверными.

Бёрдж и Джексон сделали попытку выразить изменение толщины плёнки с H при заданной температуре с помощью формулы

$$d = \frac{d_0}{H^{1/z}}, \quad (6.1)$$

где d_0 — толщина плёнки на высоте одного сантиметра.

Соотношение этого вида было использовано потому, что оно уже встречалось в некоторых теоретических работах, посвящённых

толщине плёнки. Однако эксперименты показали, что z изменяется как с температурой, так и с высотой H . Иначе говоря, даже при фиксированной температуре уравнение (6.1) является лишь приближенным. Например, при измерениях с покоящейся плёнкой было найдено, что $z_{\text{средн}} = 2,5$ при $2,1^\circ \text{K}$ и возрастает до $3,5$ при $1,1^\circ \text{K}$; вместе с тем (при некоторой неуказанной температуре) z менялось от $2,9$ до $3,3$ при изменении H от $0,25 \text{ см}$ до $1,2 \text{ см}$.

К сожалению, в результаты для z , приведённые в предыдущем абзаце, должна быть внесена поправка в сторону их повышения на величину, указанную Джексоном и Хеншоу^{1.53}. Поскольку Джексон и Хеншоу не привели определённых значений толщины плёнки

с учётом поправки, мы не будем пересчитывать z на основании их экспериментов. Бауэрс в двух недавно опубликованных работах добавил ряд новых данных, важных для обсуждаемого вопроса. Бауэрс исследовал толщину неподвижных гелиевых плёнок при температурах выше и ниже T_λ для случаев как насыщенных, так и ненасыщенных плёнок. Его метод состоял во взвешивании плёнки, образующейся на алюминиевой фольге, при помощи микровесов, смонтированных в криостат. В экспериментах с насыщенными плёнками при температурах ниже T_λ Бауэрс пользовался фольгой высотой $7,6 \text{ см}$, которая погружалась в жидкий гелий II соединённой с ней тонкой проволокой длиной около 3 см , так что измеренные

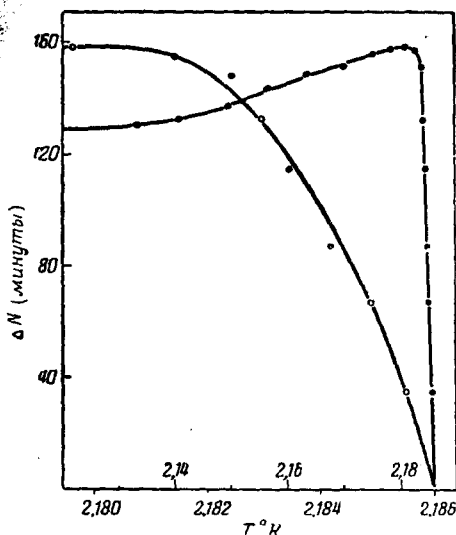


Рис. 34. Температурная зависимость толщины плёнки при температурах, близких к T_λ по данным Бёрджа и Джексона В. 51d. Угол-поворота николя ΔN пропорционален толщине плёнки. Чёрные точки относятся к верхней, светлые — к нижней температурным шкалам.

им значения толщины плёнки оказывались усреднёнными и соответствовали примерно $H_{\text{средн}} = 5$ см (уравнение (6.1)). Интегрируя уравнение (6.1) для случая применённой им фольги, Бауэрс нашёл, что его результаты могут быть представлены соотношением

$$n = \frac{295}{H^{1/z}}, \quad (6.2)$$

где n — число слоёв и $z = 2,0 \pm 0,3$. Бауэрс указывает при этом, что число 295 не обязательно ведёт к такому значению толщины плёнки на высоте 1 см над уровнем жидкости, поскольку использованная им фольга была в среднем поднята над уровнем жидкости много выше, чем на 1 см. (Относительно метода, использованного для установления связи между n и толщиной плёнки, см. работу Бауэрса^{B.53d}. Эти результаты для z не согласуются с уже приведёнными результатами Джексона и сотрудиников, а также с результатами Аткинса (см. ниже). Усредняя уравнение (6.2) по значениям H , имевшимся в его опыте, Бауэрс получил согласие с более ранними результатами Доунта и Мендельсона^{D.39b}. При температурах выше T_1 Бауэрс нашёл толщину плёнки равной приблизительно 10 слоям, в согласии с Джексоном и Хеншоу^{J.53}. Бауэрс также замечает, что толщина плёнки исключительно чувствительна к излучению. Что касается изменения толщины плёнки с температурой, результаты Бауэрса находятся во вполне удовлетворительном согласии с результатами Бёрджа и Джексона.

Результаты, изложенные в предыдущих абзацах, относятся к покоящимся плёнкам. Помещая на верхнем конце своего стального зеркала источник тепла, Бёрдж и Джексон смогли наблюдать также плёнки, движущиеся по поверхности их зеркала. Они нашли, что толщина движущейся плёнки при заданной высоте на целых 20% больше толщины покоящейся плёнки. При этом изменение толщины плёнки с высотой также является различным в этих двух случаях. Описывая данные, полученные из экспериментов с движущимися плёнками, при помощи уравнения (6.1) авторы установили, что z в этом случае меняется от 2,5 до 9 при изменении H от 0,25 до 1,8 см. Эти результаты были сообщены авторами работы^{B.51d} только как предварительные, ибо в то время они не располагали определёнными данными о тепловом состоянии движущейся плёнки.

До сих пор ещё нами ничего не было сказано о значении параметра d_0 в уравнении (6.1), полученном Бёрджем и Джексоном. В своих первых сообщениях^{J.49a} и ^{J.49b} Джексон и Хеншоу приводят значение $d_0 = 1,9 \cdot 10^{-6}$ см при $1,5^\circ \text{K}$ в качестве предварительного значения. В более поздней работе по движущейся плёнке Джексон и Хеншоу^{J.50} указывают значение d_0 , согласующееся со значением, упомянутым выше, так что последнее может рассматриваться как установленное. Оба эти значения находятся также в приблизительном согласии со значениями, найденными Аткинсом, которые

будут приведены позже. (Предварительный характер первого из названных значений был связан с трудностью абсолютного измерения толщины плёнки сравнительно с её относительным измерением.)

Эксперименты Аткинса ^{A.50a} и ^{A.50b} по определению толщины плёнки были выполнены также с движущимися плёнками. Его метод заключался в количественном исследовании явления, замеченного впервые Алленом и Майзнером ^{A.39a}, наблюдавшими, что уровень жидкого гелия II в резервуаре, из которого жидкость вытекает через очень узкую щель, не приходит немедленно к своему равновесному значению (совпадающему с уровнем жидкого гелия в ванне, в которую погружён резервуар), а совершает колебания*) (с амплитудой порядка 1 мм) вокруг равновесного положения. Типичные результаты наблюдений этих колебаний представлены на рис. 35.

Аткинс наблюдал подобные колебания уровня жидкого гелия II в резервуаре, опорожнявшемся лишь переносом через плёнку при сближении уровней в сосуде и ванне. При математической обработке результатов наблюдений этих колебаний он сделал определённые предположения о характере движения, например о том, что скорость движения постоянна по сечению плёнки. В результате Аткинс пришёл к следующему выражению для периода колебаний:

$$\tau = 2\pi \left\{ \frac{\rho}{\rho_s} \frac{r}{2g} \left(1 + \frac{r}{R} \right) \int_0^l \frac{dH}{d} \right\}^{1/2}. \quad (6.3)$$

Эксперимент, к которому относится это уравнение, состоит в том, что плёнка движется по внутренней и внешней поверхностям трубки (с радиусами, соответственно, r и R), выступающей вертикально на высоту l над поверхностью гелия в ванне. Если допустить, что изменение d с H даётся уравнением (6.1), то можно, измеряя τ как функцию l и используя уравнение (6.3), получить значения обоих параметров d_0 и z уравнения (6.1). Таким путём Аткинс нашёл, что $d_0 = 1,5 \cdot 10^{-6}$ см при $1,1^\circ \text{K}$ и $d_0 = 2,4 \cdot 10^{-6}$ см при $2,0^\circ \text{K}$ и что $z \approx 7$. Эти результаты как для d_0 , так и для z находятся в удовлетворительном согласии с результатами Бёрджа и Джексона; однако необходимо вспомнить, что данные обеих работ не могут быть подвергнуты непосредственному сравнению, поскольку Аткинс получил среднее значение z для области, в которой,

*) Эти колебания были изотермическими или квазиизотермическими, поскольку резервуар был связан с гелиевой ванной через газовую фазу. Если, однако, два резервуара, связанные узкой щелью, хорошо изолированы друг от друга, то колебания, которые могут возникнуть при сближении уровней в резервуарах, будут усилены термомеханическим эффектом. Анализ таких адиабатических колебаний был проведён Робинсоном ^{R.51}, который пришёл к заключению, что экспериментальные наблюдения таких колебаний могли бы оказаться эффективными с точки зрения измерения температурной зависимости энтропии нормальной компоненты гелия II.

как показали Бёрдж и Джексон, z заметно меняется. (По аналогичным причинам остаётся неясным, может ли быть проведено точное сравнение результатов Джексона и сотрудников с результатами Бауэрс.)

Результаты Аткинса были подвергнуты критике Кагановым и Есельсоном^{К.51}, которые, изменив уравнение (6.3), получили зависимость d_0 от температуры, по их мнению, лучше согласующуюся с результатами Бёрджа и Джексона. Однако Дингль (R. B. Dingle)

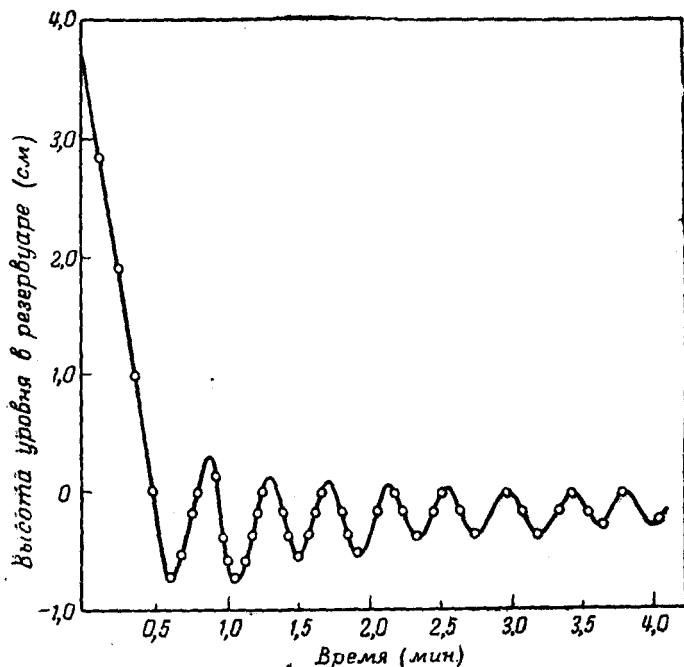


Рис. 35. График, показывающий колебательный характер сверхтекучего вытекания гелия из резервуара при разности уровней, близкой к нулю. Аллен и Майзнер А. 39а.

в частном сообщении указал, что им проведён прямой вывод уравнения Аткинса, не оставляющий сомнений в том, что при сделанных предположениях оно является правильным.

6.2. Теории образования плёнки

Теории образования толстых плёнок на вертикальных поверхностях, погружённых в ванну гелия II, были выдвинуты Френкелем^{Ф.40}, Шиффом^{С.41}, Бейлем, де Буром и Михельсом^{В.41} и Темперли^{Т.49б}. Как Френкель, так и Шифф предположили, что плёнка

образуется вследствие действия ван-дер-ваальсовых сил между атомами вещества стенки и атомами, образующими плёнку. Такие силы после интегрирования по всем атомам стенки, являющейся практически полубесконечной, приводят к выражению для потенциала, содержащему расстояние от стенки в минус третьей степени. Если прибавить такой потенциал к потенциалу сил тяжести, можно убедиться, что уравнением свободной поверхности будет как раз уравнение (6.1) с $z = 3$. Этот результат находится в удовлетворительном согласии с имеющимся в настоящее время экспериментальным материалом, однако трудность заключается в том, что теория «объясняет больше, чем требуется». В ней не содержится указаний на какое-либо различие между гелием I и гелием II. Конечно, эта теория, строго говоря, относится лишь к абсолютному нулю, поскольку в ней рассматривается скорее внутренняя энергия, а не свободная энергия; но если наблюдающееся приблизительное постоянство толщины плёнки в интервале температур $1-2^\circ$ приводится в качестве доказательства справедливости теории в этой области температур, то, с точки зрения самой теории, повидимому, нет никаких причин, которые помешали бы плёнке существовать в области гелия I. Шифф предполагает, что наблюдающееся различие в толщине плёнки для случаев гелия I и гелия II может быть объяснено различием в гидродинамических свойствах этих двух фаз: в области сверхтекучести быстрый перенос вещества приводит к образованию плёнки при понижении температуры и уравнивает любое испарение плёнки при повышении температуры, тогда как в области гелия I вязкость препятствует образованию плёнки и приводит к испарению любой плёнки, уже образовавшейся при температуре ниже λ -точки, если температура, повышаясь, проходит через λ -точку. Однако это предположение было в некоторой мере опровергнуто Бёрджем и Джексоном. Джексоном и сотрудниками было экспериментально показано, что в λ -точке толщина плёнки скачком падает до очень малой величины (~ 10 атомных слоёв) и что температура резкого падения толщины плёнки не зависит от скорости подачи тепла к плёнке. Это, повидимому, исключает возможность объяснения исчезновения плёнки при T_λ исключительно гидродинамическими свойствами плёнки гелия.

Бейль, де Бур и Михельс^{В. 41} подошли к проблеме плёнки с другой точки зрения. Они рассматривают все атомы гелия в плёнке как частицы идеального бозе-эйнштейновского газа, сконденсировавшиеся на низшем энергетическом уровне. Эта наименьшая энергия определяется толщиной d плёнки. Часть волновой функции, зависящая от движения, перпендикулярного к стенке, является синусоидальной, и энергия, приходящаяся на одну частицу, равна

$$\epsilon = \frac{h^2}{8md^2}, \quad (6.4)$$

где h — постоянная Планка и m — масса атома гелия. Если гравитационную потенциальную энергию прибавить к этой нулевой энергии и принять, что число частиц n , приходящихся на единицу площади плёнки, пропорционально её толщине, т. е. $n = Kd$, то энергия на единицу площади плёнки при постоянной высоте H будет равна

$$E = Kd \left(mgH + \frac{h^2}{8md^2} \right). \quad (6.5)$$

Толщина d при постоянной H находится из условия

$$\frac{dE}{dd} = K \left(mgH - \frac{h^2}{8md^2} \right) = 0.$$

Таким образом, в равновесии

$$d = \left(\frac{h^2}{8m^2g} \right)^{1/2} H^{-1/2}. \quad (6.6)$$

Эта зависимость d от H находится в согласии с результатами Бауэрс и, возможно, не очень далека от экспериментальных данных Бёрджа и Джексона. Постоянный множитель в уравнении (6.6), не содержащий никаких произвольных параметров, с точностью до множителя порядка пяти совпадает с наблюдаемой величиной d_0 , что безусловно является удивительным результатом. В заключение укажем, что согласно этой теории изменение толщины плёнки при прохождении через T_λ качественно объясняется первоначальным допущением, что частицы, образующие плёнку, суть бозе-эйнштейновские частицы в их наинизшем состоянии. Когда температура повышается до значений, превышающих λ -точку, плёнка исчезает, так как число частиц, пригодных для образования плёнки, падает до нуля.

Однако необходимо заметить, что уравнение (6.5) содержит только положительные члены. В равновесии $E = 2KdmgH$, так что, повидимому, для образования плёнки вообще нет никаких причин. Чтобы преодолеть эту трудность, необходимо ввести взаимодействие со стенкой и притом достаточно сильное, чтобы поднять частицы от уровня ванны, где энергия, даваемая уравнением (6.4), должна была бы равняться нулю. Однако можно ожидать, что любой разумный потенциал взаимодействия со стенкой привёл бы к изменению волновых функций и, следовательно, зависимости энергии от толщины плёнки. Другое серьёзное возражение было выдвинуто Моттом^{М. 49b}, указавшим, что синусоидальные волновые функции, которые требуются для справедливости уравнения (6.4), подразумевают большие изменения плотности по сечению плёнки, так что все частицы оказываются сосредоточенными в центре плёнки. При наличии какого бы то ни было взаимодействия между частицами это не могло бы соответствовать состоянию с наинизшей

энергией. Более приемлемой волновой функцией была бы волновая функция с амплитудой, постоянной в большей части сечения плёнки, не приводящая к зависимости энергии типа d^{-2} .

Более искусственная теория плёнки была дана Темперли^{Т.49b}. Он исходит из одномерного волнового уравнения, в котором учитывается энергия ван-дер-ваальсова взаимодействия данного атома гелия со стенкой и другими атомами гелия, находящимися в плёнке; иначе говоря, остальные атомы гелия дают самосогласованное поле. Его волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left[\frac{8\pi^2 m E}{h^2} + \frac{k^2}{(s+d+x)^3} + \frac{l^2}{(s+x)^3} - \frac{l^2}{(s+d+x)^3} \right] \psi = 0. \quad (6.7)$$

В этом уравнении s — диаметр атома, d — толщина плёнки, k^2 является мерой энергии атома, связанной с наличием стенки, и l^2 — мерой энергии атома в поле остальных атомов плёнки. Методами вариационного исчисления Темперли находит, что наинизший энергетический уровень в этой задаче равен

$$E = -\frac{h^2}{32\pi^2 m} \left(a + \frac{b}{d^2} \right)^2, \quad (6.8)$$

где a — постоянная, зависящая от s и l , а b — постоянная, зависящая от k и l . К уравнению (6.8) прибавляется гравитационная энергия, и уравнение эквипотенциальной поверхности принимается за уравнение поверхности плёнки

$$mgH - \left(\frac{h^2}{32\pi^2 m} \right) \left(a + \frac{b}{d^2} \right)^2 = \text{const.} \quad (6.9)$$

Экспериментальные данные вряд ли позволяют точно оценить постоянные, однако Темперли находит, что имеется согласие по порядку величины между наклоном поверхности плёнки, определённым по уравнению (6.9) с использованием найденных им значений a и b , с одной стороны, и экспериментальными результатами Джексона и Бёрджа, с другой. Попутно отметим, что форма уравнения (6.9) подчёркивает тот факт, что уравнение типа (6.1), возможно, является совершенно непригодным для описания результатов эксперимента. Мы уже упоминали об изменениях z в широких пределах, возникающих при подстановке экспериментальных данных в уравнение (6.1).

Темперли качественно предсказал также температурную зависимость толщины плёнки. Согласно его ожиданиям, толщина плёнки, изображённая как функция температуры, будет иметь пологий максимум приблизительно при $1,8^\circ \text{K}$ и падать до нуля в λ -точке. Это предсказание не подтверждается экспериментальными результатами, показанными на рис. 33.

6.3. Ненасыщенная гелиевая плёнка — статические свойства

Ненасыщенная гелиевая плёнка — это плёнка, находящаяся в равновесии со своим паром, давление которого меньше упругости насыщенного пара при данной температуре. Её свойства изучались

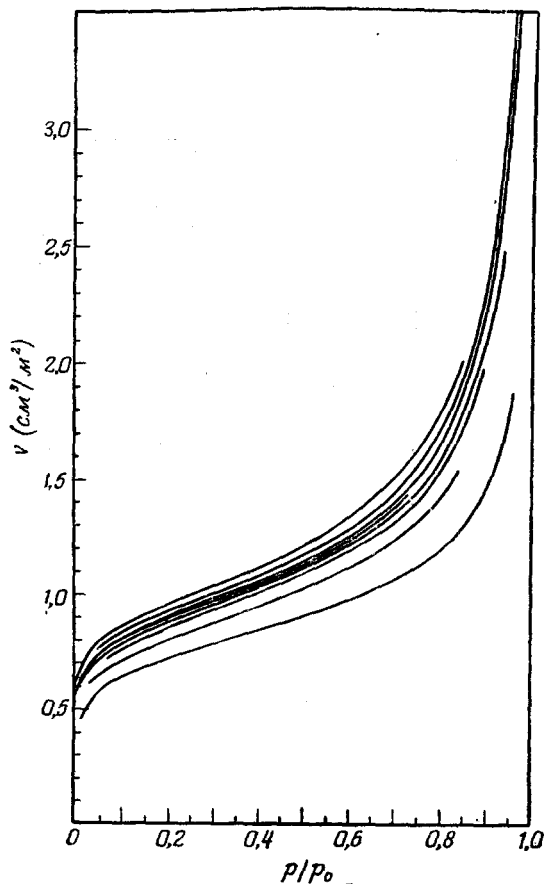


Рис. 36. Изотермы адсорбции гелия на порошке крокуса. Зависимость адсорбированного объёма (в куб. см гелия при нормальных температуре и давлении на 1 м^2 адсорбирующей поверхности) от степени насыщения p/p_0 при различных температурах: $4,21^\circ \text{ К}$ (нижняя кривая), $3,02^\circ \text{ К}$, $2,42^\circ \text{ К}$, $2,25^\circ \text{ К}$, $2,14^\circ \text{ К}$, $2,01^\circ \text{ К}$, $1,80^\circ \text{ К}$ и $1,59^\circ \text{ К}$ (верхняя кривая). Данные Штраусса (см. Лонг и Мейер ^{L. 53a}).

несколькими исследователями, и приходится признать, что результаты этих исследований являются чрезвычайно разноречивыми. Эти результаты и относящиеся к ним проблемы были предметом обзора,

опубликованного недавно Лонгом и Мейером ^{L. 53a}, к работе которых мы отсылаем читателя за дальнейшими деталями; однако новые данные, опубликованные после появления их обзора, согласуются не со всеми результатами, приведёнными в этом обзоре.

Главным предметом исследования являются изотермы адсорбции. Эти изотермы были получены для случая адсорбции на стекле Кеезомом и Шмидтом ^{K. 33b}, Кеезомом и Швеерсом ^{K. 41c}, Кистмаккером ^{K. 47b} и Брюэром и Мендельсоном ^{B. 53e}, на крокусе — Лонгом и Мейером ^{L. 49} и Штрауссом ^{L. 53a}, на угле — Шиффером, Смитом и Уэнделлом ^{S. 49}, на крокусе и стали — Фредериксе и Гортером ^{F. 50}, на TiO_2 — Мастранджело и Астоном ^{M. 51a} и на алюминиевой фольге — Бауэрсом ^{B. 53d}.

Общая полученная картина иллюстрируется рис. 36, на котором показаны изотермы адсорбции на Fe_2O_3 , полученные Штрауссом; однако имеются отклонения от указанной картины. Результаты Фредериксе и Гортера подобны полученным Штрауссом, тогда как Лонг и Мейер нашли, что при температурах ниже T_λ изотермы

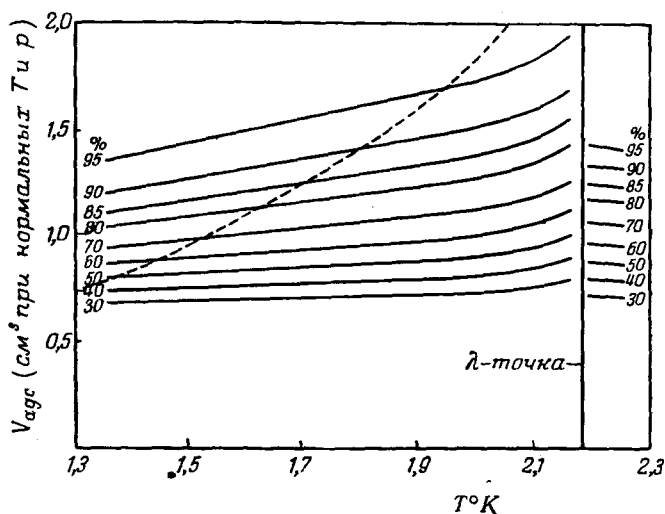


Рис. 37. Температурная зависимость адсорбции гелия на $0,5 \text{ м}^2$ стекла для различных значений степени насыщения p/p_0 (в процентах) по Брюэру и Мендельсону ^{B. 53e}. Пунктирная линия показывает температуры появления сверхтекучести для различных значений p/p_0 .

могут накладываться друг на друга. Наиболее поразительным, однако, является результат Брюэра и Мендельсона, показанный на рис. 37, из которого следует, что на графике, подобном изображённому на рис. 36, изотермы для $T > T_\lambda$ располагаются ниже.

Кроме расхождений, отмеченных выше, имеется значительная неопределённость в вопросе о максимальной толщине адсорбированной

плёнки при температурах ниже λ -точки для давления p (при котором производится измерение), несколько меньшего p_0 (давления насыщенного пара). Данные Кистемакера, пересчитанные Фредериксе и Кистемакером (см. Лонг и Мейер^{L. 53a}, стр. 11), приводили в случае плёнки, очень близкой к насыщению, к толщине, равной 150 атомным слоям. Лонг и Мейер^{L. 49} приводят близкое значение. Однако Бауэрс^{B. 53d} наблюдал плёнки, не превышающие по толщине 20 атомных слоёв, вплоть до насыщения в 99,92%. Другой несогласующийся результат был недавно сообщён Брюэром и Мендельсоном^{B. 53f} (см. также Брюэр и Мендельсон^{B. 53g}). В их экспериментах плёнка гелия II осаждалась на стопке стеклянных пластинок, расстояние между которыми составляло около 10^{-4} см; далее измерялось количество газа, десорбировавшего при нагревании пластинок до температуры выше T_λ . Это количество в десять раз превосходило ожидаемое количество для случая нормальной плёнки гелия II^{*}). Этот избыток авторы относят за счёт образования утолщений, связанных с аномальным поверхностным натяжением.

Несмотря на уже упомянутые расхождения результатов для почти насыщенных и насыщенных плёнок, изотермы адсорбции для случая малых значений p/p_0 вполне могут обсуждаться на языке теории многослойной адсорбции Брунауэра—Эмметта—Теллера^{B. 38}. Эта теория предсказывает ход изотерм, и, кроме того, позволяет вычислить некоторые физические константы адсорбируемого вещества. В частности, по изотермам можно определить объём первого адсорбированного слоя. Поведение гелия отличается от предсказываемого теоретически в том отношении, что объём первого адсорбированного слоя, вычисленный по изотермам, примерно в четыре раза больше объёма монослоя, обладающего свойствами массивного гелия. Это показывает, что первый адсорбированный слой обладает большей плотностью, чем массивный жидкий гелий. Множитель четыре — это как раз отношение объёма атомов с межатомными расстояниями, имеющимися в жидкости, к объёму плотно упакованных гелиевых атомов, диаметр которых определён в приближении жёстких сфер. Исключительно большой объём жидкости в сосуде приписывается высокой нулевой энергии (см. Зимон^{S. 34} и Беневиз и Зимон^{B. 23}); в адсорбированной плёнке большие силы притяжения со стороны стенки преодолевают действие сил нулевого отталкивания и приводят к образованию плотной упаковки, так что первый слой, в сущности, является скорее слоем двухмерного твёрдого тела, чем слоем жидкости. Эти результаты приводят

^{*}) Аналогичные неопубликованные эксперименты Гейгера (W. B. Gager) и одного из нас, выполненные в 1952 г. на горизонтальных стопках из латунных, стеклянных и алюминиевых пластинок, разделённых проводочными разделителями диаметром 0,005 см, также привели к аномальным значениям кажущейся толщины плёнки ($\sim 50 \cdot 10^{-6}$) в случае латуни и Al. Результаты для случая стекла не были аномальными.

к новой интерпретации данных Фредериксе по теплоёмкости адсорбированной плёнки (см. рис. 32). Первые четыре слоя Фредериксе — это в действительности один слой, находящийся в условиях сильного сжатия и обладающий, как показывает теплоёмкость, свойствами двумерного твёрдого тела.

Видоизменение теории Брунауэра — Эмметта — Теллера, требуемое указанной выше аномальной упаковкой атомов первого слоя, было предпринято Бандом В.^{49b} и Астоном и Мастранджело А.^{51c}. Обе попытки привели к улучшению согласия между теорией и экспериментом для достаточно малых значений p/p_0 . (Отклонения от изотерм Брунауэра — Эмметта — Теллера наблюдаются совершенно общим образом для значений p/p_0 , больших 0,4.) Банд В.^{51e} дал также возможное объяснение изотерм адсорбции на основе представления о конденсации идеального бозе-эйнштейновского газа в слое двумерного газа, связанного с поверхностью энергией $W(n)$, где n — номер слоя, отсчитываемый от твёрдой поверхности. Форма получающихся изотерм зависит от связи между W и n . К сожалению, наилучшее соответствие с экспериментальными данными не получается при наиболее естественном выборе этой зависимости.

Недавно Тьекстра, Хофтман и Мейденберг (Physica 19, 935 (1953)) применили остроумный дифференциальный манометр Мак-Леода для измерения изотерм адсорбции гелия II на стекле. В пределах точности их измерений изотермы, снятые при температурах в интервале от 1,5° К до T_λ , не могут быть отличены друг от друга.

6.4. Сверхтекучесть в ненасыщенных плёнках

Лонг и Мейер сообщили об экспериментах, предпринятых с целью обнаружения сверхтекучести в адсорбированных плёнках L.^{50a} и L.^{54a}. В одной серии экспериментов (их «метод I») они нашли, что при понижении температуры сверхтекучесть наступала при вполне определённой температуре ниже 2,18° К, причём эта температура понижалась с уменьшением толщины плёнки. Однако в другой серии экспериментов (их «метод II»), в которой их система, как можно полагать, была ближе к состоянию механического равновесия, сверхтекучесть появлялась при T_λ (для массивного жидкого гелия) для плёнок любой толщины. Последний результат как будто свидетельствует в пользу заключения, что положение λ -точки не зависит от толщины плёнки. Однако эксперименты Бауэrsa, Брюэра и Мендельсона В.^{51a} по теплопередаче в ненасыщенных плёнках ведут к противоположному заключению. Эти исследователи нашли, что для данного отношения p/p_0 поток тепла, который сам, как можно думать, связан со сверхтекучестью, убывает при повышении температуры. В случае

тонкой плёнки поток тепла падал до нуля при низкой температуре, тогда как для толстой плёнки прекращение потока тепла происходило при более высокой температуре. Недавно Лонг и Мейер^{L. 52c} повторили эксперименты Бауэрса, Брюэра и Мендельсона и пришли к результатам, находящимся в согласии с результатами этих исследователей. Кроме того, значения температур, при которых в этих экспериментах как раз начинается перетекание тепла, для данной толщины плёнки согласуются с температурами, найденными по методу I в работе^{L. 52a} и указывают на изменение T_λ с толщиной плёнки.

Дальнейшие сведения по этому вопросу были получены в работе Брюэра и Мендельсона^{B. 5e}, упомянутой в разделе 6.3; результаты Брюэра и Мендельсона показаны на рис. 37. Наступление сверхтекучести происходило при всё более и более низкой температуре по мере того, как уменьшалась толщина плёнки; этому моменту, однако, повидимому, не соответствовали какие-либо аномалии в наблюдаемых изотермах. На этом основании Брюэр и Мендельсон утверждают, что путём изучения изотерм нельзя обнаружить никаких указаний на переход от сверхтекучего к несверхтекучему состоянию в адсорбированной плёнке.

6.5. Теории ненасыщенной плёнки

Помимо сравнения наблюдаемых изотерм с теоретическими изотермами адсорбции, некоторые авторы делали попытки дать более далеко идущее термодинамическое истолкование этих данных. Эти усилия включают в себя вычисления, имеющие целью корреляцию данных по изотермам адсорбции (раздел 6.3) с данными по сверхтекучести (раздел 6.4), а также рассмотрение данных по изотермам с целью обнаружения указаний на λ -переход. (Начало возникновения сверхтекучести при понижении температуры не должно обязательно совпадать с появлением термодинамических аномалий.)

Выводы относительно теплоёмкости, энтропии, энтальпии и т. п. были сделаны на основании данных по абсорбции, например, Мاستранджело и Астоном^{M. 51a} и A. 51a, Мейером и Лонгом^{M. 52}, Лонгом и Мейером^{L. 53a, L. 53b}, Райсом и Уидоном^{R. 53c}. Однако ввиду расхождений между имеющимися данными, рассмотренными в разделе 6.3, авторы настоящей статьи считают, что на аргументы, основанные на выведенных термодинамических величинах, вряд ли можно полагаться.

Несколько другой характер имеет обсуждение проблемы гелиевой плёнки на основе свойств идеального ансамбля Бозе — Эйнштейна. Осборн^{O. 49b} показал, что двухмерный бозе-эйнштейновский газ не подвержен конденсации, сравнимой с конденсацией в трёхмерном газе, а скорее характеризуется постепенной «акку-

муляцией» в низшее энергетическое состояние. Эта аккумуляция происходит при температуре, намного более низкой, чем температура конденсации газа в сосуде. Займан ^{Z. 53a} исследовал свойства ансамблей, имеющих форму прямоугольной плиты. Если L_z — конечная длина ребер этой плиты и $L_x \leq L_y = L_z$, то λ -температура такого ансамбля меньше, чем λ -температура ансамбля кубической формы (L_z^3). Предполагая, что жидкий гелий как в ванне, так и в плёнках может быть разделён на «домены» с длиной ребра порядка 10^{-5} см, Займан смог получить изменение λ -температуры с толщиной идеальной бозе-эйнштейновской плёнки, которое очень хорошо воспроизводит данные о наступлении сверхтекучести, полученные в уже обсуждавшихся экспериментах Бауэrsa, Брюэра и Мендельсона В. 51a.

7. СКОРОСТЬ ПЕРЕНОСА ГЕЛИЯ ПО ПЛЁНКЕ

7.1. Первые экспериментальные результаты

Замечательное свойство гелия II — течение гелия по поверхности плёнке — было открыто и исследовано Роллином R. 36, R. 39; затем это свойство подробно изучалось Доунтом и Мендельсоном D. 38b, D. 38c, D. 39b, D. 39c. Основные свойства течения поверхностной плёнки, обнаруженные этими исследователями, неоднократно излагались в обзорах K. 42, B. 40, D. 40, K. 48, M. 49c, S. 53b, однако для того, чтобы выяснить связь первых результатов с недавними исследованиями, целесообразно кратко рассмотреть эти результаты. За деталями экспериментов читатель отсылается к прежним обзорам.

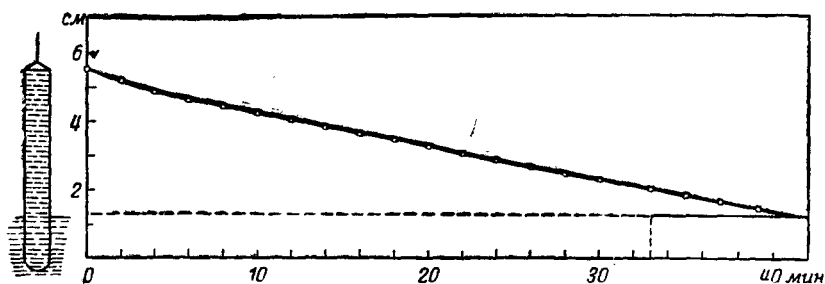


Рис. 38. Зависимость переноса по плёнке из стеклянного сосуда от времени (по Даунту и Мендельсону D. 39c). Кривая изображает уровень жидкого гелия в сосуде в разные моменты времени.

Первые исследования Доунта и Мендельсона проводились в изотермических условиях и заключались в измерении переноса гелия II из одного сосуда в другой по соединяющей поверхности. Ход типичного эксперимента представлен графически на рис. 38, на котором показана зависимость от времени высоты уровня жидкого

гелия в стеклянной пробирке, из которой гелий перетекал в виде плёнки по поверхности пробирки в ванну. Следует отметить, что за исключением аномальной области, когда внутренний уровень находился возле самой кромки пробирки, скорость понижения внутреннего уровня оставалась постоянной, причём не изменилась даже тогда, когда на 33-й минуте разность уровней была внезапно изменена. В результате целой серии измерений Доунт и Мендельсон пришли к заключению, что при температурах ниже λ -точки:

- 1) в изотермических условиях гелий II всегда собирался на низшем из возможных уровней,
- 2) перенос гелия из одного резервуара в другой происходил в виде плёнки, образующейся на твёрдой поверхности, соединяющей резервуары,
- 3) скорость переноса практически не зависела от разности уровней *),
- 4) скорость переноса не зависела от материала стенки,
- 5) скорость переноса была пропорциональна периметру соединяющей поверхности,
- 6) перенос из одного сосуда в другой был ограничен самой узкой частью соединяющей поверхности, расположенной выше верхнего уровня. В местах, расположенных ниже верхнего уровня, жидкость из плёнки могла собираться в капли **),

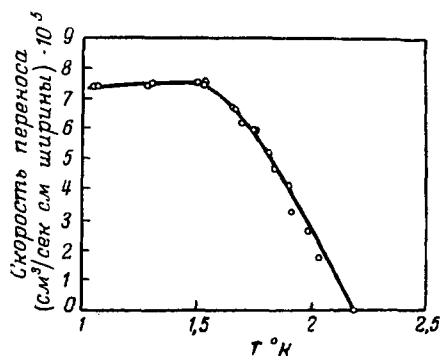


Рис. 39. Зависимость скорости переноса по плёнке на стеклянной поверхности (в $\text{см}^3/\text{сек см ширины}$) от температуры (Доунт и Мендельсон D. 39b).

7) скорость переноса в пределах ошибок эксперимента не зависела от длины соединяющей поверхности,

8) численные значения скорости переноса гелия (по стеклянной поверхности), измеренной в куб. см перенесённой жидкости на 1 см периметра плёнки за 1 сек., как функции от температуры, приведены на рис. 39.

В других экспериментах Доунта и Мендельсона D. 39a, D. 39b и Роллина и Зимона R. 39 было показано, что при неизотермических

*) Доунт и Мендельсон наблюдали малое изменение скорости переноса с высотой, когда наблюдения велись при разности высот более 6 см . Изменение скорости переноса составляло примерно 2% на сантиметр высоты.

**) Элегантное визуальное подтверждение последнего обстоятельства было получено недавно Джексоном и Хеншоу J. 53 и Хэмом и Джексоном H. 53 с помощью оптической методики (см. также раздел 7.4).

условиях гелиевая плёнка движется к тем местам, в которых происходит наибольшее выделение тепла, причём скорость течения плёнки совпадает со значением, полученным при изотермических условиях.

7.2. Новые измерения переноса по поверхности стекла

Описанная выше картина явления, считавшаяся установленной, была подвергнута сомнению в 1948 г. и начале 1949 г. экспериментами Аткинса^{А. 48} и де-Гааза и ван-дер-Берга^{Н. 49}, получившими результаты, сильно отличавшиеся от приведённых выше. В связи с этим интерес к явлению переноса гелиевой плёнки возобновился и в течение 1949—1952 гг. было выполнено много работ по этому вопросу, неизменно подтверждавших результаты ранних исследований Доунта и Мендельсона.

В связи с большим теоретическим значением данных о течении плёнки (см. ниже) следует привести некоторые сведения о работах Аткинса и де-Гааза и ван-дер-Берга. Эксперименты Аткинса заключались в исследовании изотермического течения плёнки гелия II из стеклянной пробирки; его результаты оказались отличными от результатов Доунта и Мендельсона, резюмированных в пунктах 3, 5, 7 и 8 раздела 7.1. Аткинс^{А. 48} наблюдал скорости переноса, превышавшие более чем в 5 раз величины скорости при тех же температурах, приведённые на рис. 39; кроме того, он обнаружил заметные изменения скорости переноса с длиной плёнки, соединяющей сосуды.

Далее Аткинс сообщил о наблюдаемой им зависимости скорости переноса от разности уровней; при постоянной разности уровней скорость переноса сложным образом зависела от ширины соединяющей поверхности и от геометрии пробирки. Де-Гааз и ван-дер-Берг в кратком сообщении привели результаты своих экспериментов, относящихся также к изотермическому вытеканию гелиевой плёнки из стеклянной пробирки. Полученная ими скорость переноса для $1,4^\circ\text{K}$ равна $140 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см} \cdot \text{сек}$ (сравните со значением на рис. 39, равным $7,5 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см} \cdot \text{сек}$); скорость переноса сильно зависела от разности уровней. Де-Гааз и ван-дер-Берг объяснили свой результат тем, что в их опытах было устранено попадание на поверхность с плёнкой излучения от внешних источников.

Последующие опыты по изучению течения плёнки из стеклянных же пробирок, проведённые с применением разнообразной экспериментальной методики, дали значения скоростей переноса, весьма близкие к данным первых опытов Доунта и Мендельсона. Подтверждение правильности ранних опытов получили, например, Лейн с сотрудниками^{W. 49, F. 49}, Есельсон и Лазарев^{Е. 51}, Бурс и Даш^{В. 50d}, а затем и сами Аткинс^{А. 50b} и де-Гааз и ван-дер-Берг^{В. 51f}.

Заслуга выяснения физических причин аномальных результатов Аткинса А.⁴⁸ и де-Гааза и ван-дер-Берга Н.⁴⁹ принадлежит Мендельсону и его сотрудникам.

Серией изыскных опытов Бауэрс и Мендельсон В.^{49с}, В.^{50е} показали, что аномальный эффект, наблюдаемый Аткинсом и де-Гаазом и ван-дер-Бергом, имеет вторичный характер и не отражает истинных свойств течения плёнки. Сравнивая экспериментальную методику различных исследователей, Бауэрс и Мендельсон пришли к заключению, что разнообразие полученных результатов объясняется тем, что состояние подложки плёнки — твёрдой поверхности, по которой течёт плёнка, — различно в различных опытах; в частности, подложка может быть загрязнена конденсированными газами. Они произвели опыты по изотермическому вытеканию плёнки гелия из стеклянной пробирки, нанося на подложку контролируемые загрязнения. Результаты серии таких опытов приведены на рис. 40.

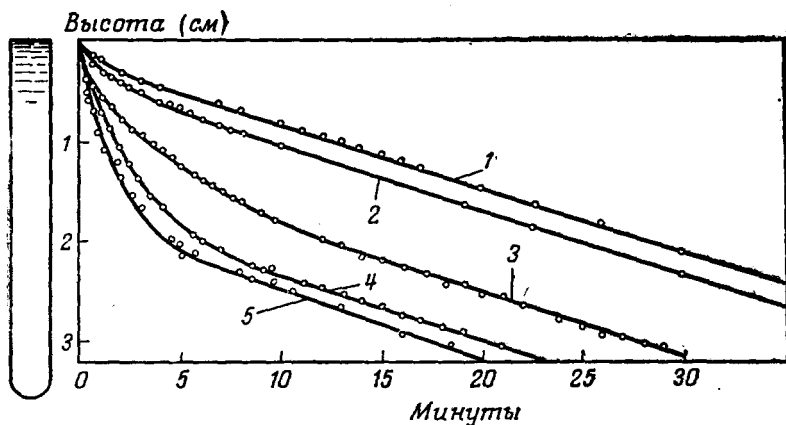


Рис. 40. Зависимость переноса по плёнке из стеклянного сосуда от времени для различных состояний поверхности стекла (см. текст). Бауэрс и Мендельсон В.^{50с}.

на котором отложена в зависимости от времени высота уровня гелия II внутри пробирки. Кривая 1 соответствовала течению плёнки по весьма чистой поверхности стекла. Как и прежде, скорость переноса, за исключением небольшой области вблизи кромки пробирки, независима от разности уровней (см. раздел 7.1) и совпадала со значением, полученным ранее Доунтом и Мендельсоном Д.^{39с}. Кривая 2 воспроизводит результаты течения по стеклу, на котором предварительно был осаждён тонкий слой твёрдого воздуха путём конденсации газообразного гелия с небольшой примесью воздуха прямо в дьюаре с пробиркой. В этом случае скорость переноса слегка возросла в начале перетекания, но общий характер течения остался прежним. Кривые 3, 4 и 5 воспроизводят резуль-

таты, полученные после трёх последовательных осаджений воздуха на пробирке при 2°K . Видно, что характер течения плёнки полностью изменился. Скорость переноса в начале перетекания возросла во много раз; её зависимость от разности уровней совпадала с тем, что наблюдали Аткинс А.⁴⁸ и де-Гааз и ван-дер-Берг Н.⁴⁹. Кривая 5 соответствовала «насыщению» в том смысле, что последующие осаджения воздуха не изменяли результатов заметным образом.

Нужно отметить, что эта осажжённая плёнка твёрдого газа была совершенно прозрачной и бесцветной и что подобные результаты были получены при использовании в качестве загрязнений H_2 и He . Кроме того, следует заметить, что осажде-ние твёрдой плёнки происходило сразу, как только загрязнённый газ впускался в систему и независимо от того, была ли пробирка вынута из жидкого гелия или погружена в него. После отогрева прибора до комнатной температуры и очистки его продолжительной откачкой можно было воспроизвести результаты, изображённые на кривой 1.

На этом основании было сделано заключение, что большие значения скорости переноса, её зависимость от разности уровней и прочие аномальные эффекты, наблюдаемые Аткинсом и де-Гаазом и ван-дер-Бергом, были связаны с загрязнениями подложки, гранулированная структура и случайный характер которых сильно осложняли явление. В свете многочисленных исследований переноса плёнки по поверхности металлов представляется возможным, что увеличение скорости переноса по загрязнённым поверхностям связано с увеличением периметра поверхности, обусловленным наличием осадка.

Возможность эффекта изменения скорости переноса при освещении поверхности плёнки, предположенная де-Гаазом и ван-дер-Бергом, также была исследована Бауэрсом и Мендельсоном В.^{50с}. В их опыте стеклянная пробирка В (см. рис. 41) была помещена

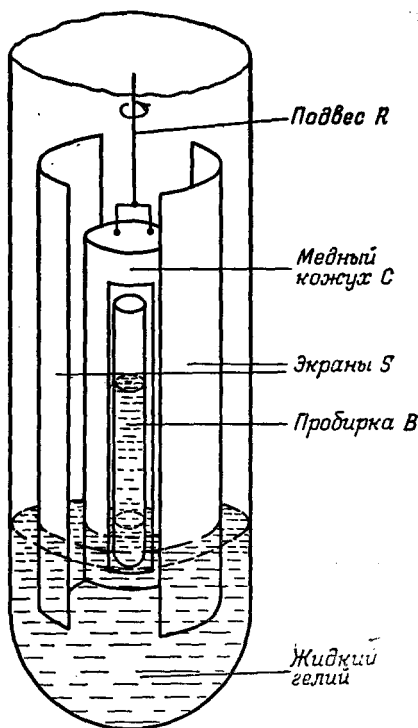


Рис. 41. Прибор Бауэрса и Мендельсона В.^{50с} для изучения влияния излучения на скорость переноса по плёнке.

в медном кожухе *C*, в котором были прорезаны две узкие щели для наблюдения уровня жидкости в пробирке. Вся эта система была снаружи защищена медными экранами *S*, так что, вращая сосуд с пробиркой на подвесе *R*, можно было либо полностью экранировать пробирку от внешнего излучения, либо сделать возможными наблюдения уровня. Перенос гелия II из пробирки происходил поочередно при облучении и без него; результаты приведены на рис. 42. Как видно из кривой (рис. 42), все точки

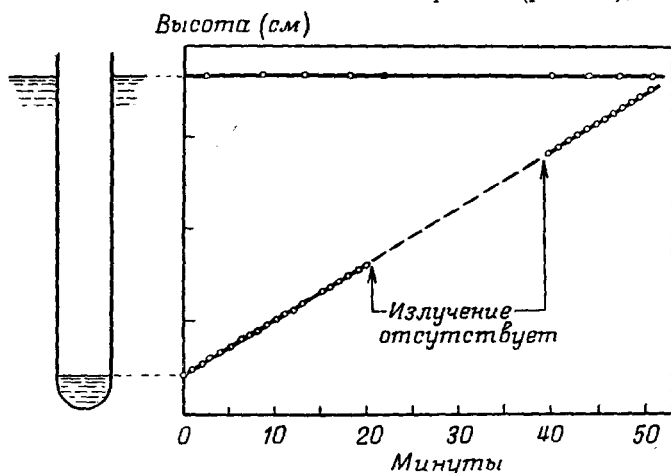


Рис. 42. Типичный результат опытов Бауэрс и Мендельсона В. 50е с прибором, изображённым на рис. 41. На кривой отложена зависимость от времени высоты уровня гелия в пробирке при её наполнении.

легли на одну и ту же прямую линию; следовательно, скорость переноса в отсутствие облучения плёнки оставалась неизменной. Абсолютное значение скорости переноса совпадало с результатами ранней работы Д. 39с, как этого и следовало ожидать для чистой поверхности. Отсутствие влияния облучения на скорость переноса было в последующем подтверждено Аткинсом А. 50б.

Последовавшая работа Брауна и Мендельсона В. 50f по вытеканию плёнки из чистых стеклянных пробирок разной формы также подтвердила ранние исследования Доунта и Мендельсона и показала, что результаты Аткинса имеют вторичный характер и связаны с загрязнением поверхности.

Мендельсон и Уайт М. 50а детально исследовали температурную зависимость скорости переноса по чистым стеклянным поверхностям; их результаты вместе с результатами ранней работы Доунта и Мендельсона Д. 39с и более поздней работы Уэббера и Фербанка и Лейна W. 49 приведены на рис. 43. Видно, что согласие всех этих измерений друг с другом удовлетворительное. Мендельсон и Уайт предложили следующее выражение, описывающее их

результаты:

$$R = A \left[1 - \left(\frac{T}{T_\lambda} \right)^\alpha \right], \quad (7.1)$$

где R — скорость переноса в $\text{см}^3/\text{сек см ширины}$, а α лежит между 6 и 8. К сожалению, погрешности измерений не позволяют более

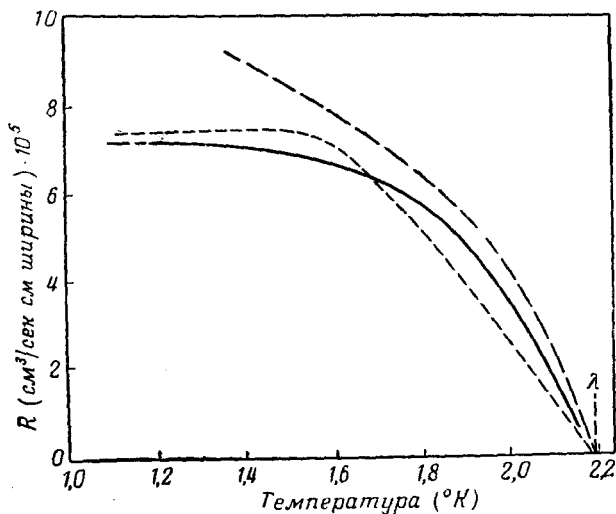


Рис. 43. Температурная зависимость скорости переноса по плёнке на стеклянной поверхности (в $\text{см}^3/\text{сек см ширины}$). (Сплошная кривая по данным Мендельсона и Уайта^{М. 50а}, штриховая кривая по Уэбберу и др. W. 49, пунктирная кривая по Доунту и Мендельсону^{D. 39с}).

точно определить значение α . Константа A для стекла лежит между $7,3 \cdot 10^{-5}$ и $7,65 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{сек см}$.

Далее Мендельсон и Уайт подтвердили ранние результаты Доунта и Мендельсона, что а) скорость переноса нечувствительна к высоте плёнки и б) скорость переноса возрастает, когда уровень гелия находится очень близко от кромки сосуда. Они отметили также, что, когда разность уровней меньше 3 мм, скорость переноса убывает. Подобный эффект наблюдался также Аткинсом^{А. 50б} в опытах с чистыми стеклянными пробирками (см. рис. 44).

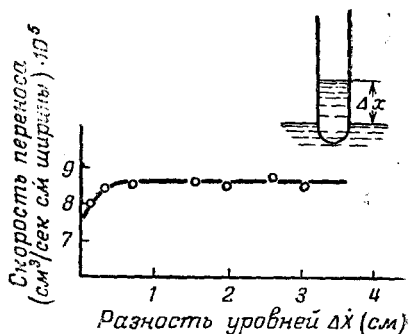


Рис. 44. Зависимость скорости переноса по плёнке на стекле от разности уровней (перепада давления). Аткинс^{А. 50б}.

Эти отклонения скорости переноса от постоянного значения ещё не получили удовлетворительного объяснения; одно интересное наблюдение Джексона и сотрудников, связанное с этими эффектами, будет описано ниже. Вопрос о течении плёнки при очень малых разностях уровней был снова экспериментально рассмотрен Пикусом. В предварительном сообщении Р. 53а указано, что полная скорость переноса (т. е. скорость, соответствующая большим

разностям уровней) наблюдалась даже при разностях уровней порядка 1 мм. Дальнейшее обсуждение этого вопроса требует более полной информации.

Исследуя температурную зависимость скорости переноса, Амблер и Кюрти А. 52b произвели измерения при температурах ниже 1°К. Они наблюдали вытекание жидкого гелия из стеклянной пробирки, которая была охлаждена до температур вплоть до 0,15° К посредством прямого контакта с парамагнитной солью. Их предварительные результаты приведены на рис. 45. Виден значительный разброс численных значений скорости переноса, полученных в различных опытах; несомненно, однако, что эти значения лежат выше значений, полученных в рабо-

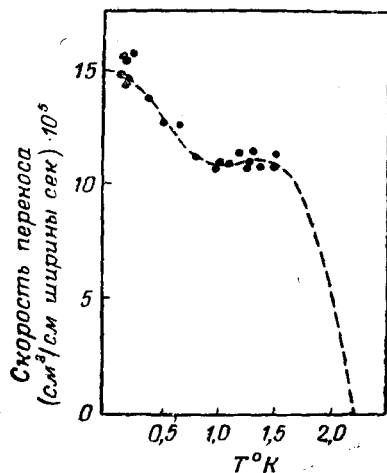


Рис. 45. Скорость переноса по плёнке на стекле при температурах ниже 1° К (Амблер и Кюрти А. 52b).

те М. 50а для стекла в области температур от 1° К до 2,18° К. На рис. 45 низкотемпературные результаты «нормализованы», т. е. смещены так, чтобы при 1,2° К они совпадали с данными М. 50. В этих результатах представляет интерес быстрый рост скорости переноса с понижением температуры вблизи 0,5° К. Лесенский и Бурс Л. 52b измеряли скорость течения плёнки по медной поверхности вплоть до 0,75° К; их измерения также обнаружили тенденцию роста скорости переноса с понижением температуры ниже 1° К.

7.3. Измерения переноса по поверхностям металлов и пластмасс

В своей ранней работе Доунт и Мендельсон отмечали (см. раздел 7.1), что скорость переноса поверхностной плёнки гелия II одна и та же по полированной медной поверхности и по стеклу. Однако они отметили, что скорость переноса по тянутой медной проволоке

была несколько выше. Вопрос о влиянии подложки (незагрязнённой) на скорость переноса за последние годы был основательно экспериментально исследован. Результаты этого исследования оказались довольно сложными.

Наблюдения скорости переноса гелия II по меди, нержавеющей стали, люситу, железу и свинцу (обработанным различным образом) были произведены Бурсом и Дашем В. 50d, В. 50g, В. 51g, по платине и никелю — Мендельсоном и Уайтом М. 50a, М. 50b, по нержавеющей стали — Джексонном и Хеншоу J. 50, по пластмассам — люситу и перспексу — Чандрасекаром С. 52b, по нержавеющей стали — Чандрасекаром и Мендельсоном С. 52c. Было найдено, что общий характер температурной зависимости скорости переноса по металлическим поверхностям таков же, как и в случае стекла, однако абсолютные значения скорости переноса оказались заметно больше. Например, как сообщили Бурс и Даш В. 51g, скорость переноса по травленной меди при $1,5^{\circ}\text{K}$ равна $50 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см сек.}$

В связи с измерениями вытекания гелия из непрозрачных пробирок, которые приходится производить при изучении переноса по металлическим поверхностям, уместно упомянуть о методе Бурса и Даша В. 50d, В. 50g, В. 51g, отличном от визуального метода, которым пользовались все остальные исследователи. В методе Бурса и Даша индикатором полного количества жидкого гелия в сосуде являлись диэлектрические свойства жидкого гелия, находившегося между электродами цилиндрического конденсатора. Изменение уровня жидкого гелия в кольцевом зазоре конденсатора приводило к изменению его ёмкости, которое измерялось по изменению частоты колебательного контура, в который входил этот конденсатор. Конденсатор, служивший для измерения глубины, помещался внутри пробирки, изготовленной из материала, по поверхности которого требовалось измерить скорость переноса.

Поверхности металлов и пластмасс после обычной механической обработки были, в общем, грубее и более склонны к поверхностным дефектам, чем оплавленная поверхность стекла. Поэтому следовало ожидать, что эти изъяны поверхности металлов и пластмасс приведут к увеличенным значениям скорости переноса, подобно тому, как искусственная порча поверхности стекла посредством осаждения на нём твёрдого воздуха (см. разд. 7.2) приводила к увеличению скорости переноса. Это заключение подтверждено а) работами Бурса и Даша В. 50g, В. 51g, установивших, что скорость переноса при $1,5^{\circ}\text{K}$ по механически обработанной меди была равна $14,8 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см сек.}$, а после травления этого самого сосуда возросла до $49 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см сек.}$ при той же температуре, причём оказалось, что неровности поверхности меди после травления оказались заметными в микроскоп; б) работой Чандрасекара С. 52b, показавшего, что скорость переноса по перспексу при $1,5^{\circ}\text{K}$ изменяется от $16,0 \cdot 10^{-5}$ до $10,7 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см сек.}$ после полировки крокусом; в) работой

Чандрасекара и Мендельсона^{C. 52c}, показавших, что скорость переноса по поверхности нержавеющей стали, после её окончательной доводки, такая же, как и для чистого стекла ($R = 8,0 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см сек}$), в то время, как эта же самая поверхность после нагрева докрасна, нарушавшего чистоту обработки, и лёгкой полировки давала значение $R = 12,8 \cdot 10^{-5} \text{ см}^3/\text{см сек}$.

Можно заключить, особенно в связи с вышеупомянутой работой Чандрасекара и Мендельсона, что скорость переноса по различным материалам не отличается от скорости переноса по незагрязнённому стеклу, если только поверхности материалов можно сделать такими же гладкими, как поверхность стекла. Этот результат был получен для меди в ранней работе Доунта и Мендельсона. Это же заключение было, в основном, подтверждено недавней работой Смита и Бурса^{S. 53a}.

Повидимому, можно заключить, что увеличение скорости переноса по грубо обработанным поверхностям связано с увеличением периметра соединяющей поверхности, подобно тому, как это имело место в случае загрязнённого стекла. Этот вопрос будет рассмотрен ниже, в разделе 7.5.

В заключение можно указать на одно обстоятельство, иллюстрирующее сложность явления переноса плёнки по неровным поверхностям, а именно на то, что примерно при $1,5^\circ \text{ К}$ на кривой температурной зависимости скорости переноса по люситу и перспексу обнаружен В. 50g, В. 51g, С. 52b максимум. Чандрасекар^{C. 52b} предположил, что существуют два конкурирующих процесса переноса, один — чистый сверхтекучий перенос (как в случае стекла), другой — сифонный процесс полукапиллярной природы, присущий только неровным поверхностям. Однако в справедливости этого предположения нет полной уверенности, в частности потому, что Смит и Бурс^{S. 53a} не наблюдали никакого максимума. Можно предположить, что в последующих работах полезным было бы детальное изучение микроструктуры применяющихся поверхностей.

7.4. Определение линейной скорости течения

Для того чтобы определить линейную скорость течения плёнки по значениям скорости переноса, представляющей собой объём жидкости, протекающей через 1 см ширины плёнки за 1 сек., необходимо иметь данные о толщине плёнки. Серия изящных опытов, в которых одновременно измерялись толщина плёнки и скорость переноса, была произведена Джексоном и Хеншоу^{J. 50}. Их прибор схематически изображён на рис. 46. Он состоял из цилиндрической пробирки А из нержавеющей стали, на боковой поверхности которой имелась параллельная оси пробирки плоская полоска шириной 2 мм; полоска была полирована и представляла собой зеркало. Это зеркало было покрыто плёнкой стеарата бария; определение толщины

гелиевой плёнки, движущейся по зеркалу, велось оптическим методом, разработанным Джексонсом и описанным в разделе 6.1. К низу пробирки через спай K ковар-стекло была присоединена стеклянная капиллярная трубка B , при помощи которой можно было вести наблюдение уровня жидкости в пробирке. Таким образом можно было определить количество вытекшего или втекшего жидкого гелия и одновременно вести измерения толщины плёнки. Полученные результаты собраны в таблице 7.1 (см. стр. 120); приведённая в ней толщина плёнки d измерялась на высоте 1 см над внешним уровнем жидкости.

Столбец 4 в таблице 7.1 даёт критическую скорость течения плёнки по внутренней поверхности пробирки на высоте 1 см над уровнем жидкого гелия, полученную делением скорости переноса R (столбец 2) на толщину плёнки d на высоте 1 см*).

При этом вычислении предполагается:

а) что средняя плотность гелия в плёнке равна плотности жидкого гелия в большом объёме;

б) что толщина плёнки внутри пробирки изменяется с высотой в соответствии с наблюдаемым изменением снаружи пробирки;

в) что в движении принимает участие вся жидкость, образующая плёнку.

Предположения а) и б), повидимому, справедливы. Напротив, предположение в) вызывает сомнения. Если вместо в) предположить, что в движении плёнки принимает участие только сверхтекучая компонента и что плотность сверхтекучей компоненты в плёнке та же, что и в массивном жидком гелии (см. раздел 2), то средняя критическая скорость v_s сверхтекучей компоненты в плёнке может быть получена умножением величин из столбца 4 таблицы 7.1 на ρ_s/ρ ; она приведена в столбце 5.

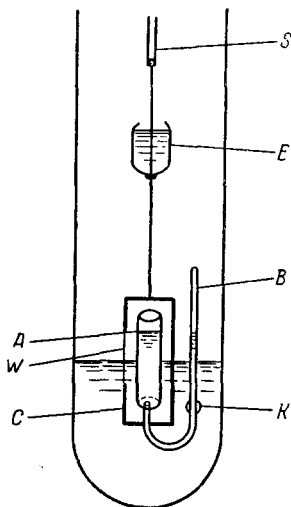


Рис. 46. Прибор Джексона и Хэншоу^{1.50} для одновременного измерения скорости переноса и толщины плёнки. A — стальная пробирка со стеклянной трубкой B , присоединённой к ней при помощи спая ковар-стекло K , C — медный экран с окошком W для наблюдения, E — тепловой экран с жидким гелием, S — подвес.

*) Приведённые здесь данные численно отличаются от данных, полученных Хэншоу и Джексонсом, так как эти авторы вычисляли скорость плёнки снаружи пробирки. Однако скорость течения снаружи не является критической скоростью, ибо скорость переноса определяется наиболее узким периметром соединяющей поверхности, расположенным над верхним уровнем.

Из этих результатов можно сделать следующие заключения:

1. Величина средней критической скорости $\bar{v}_s$ сверхтекучей компоненты в плёнке нечувствительна к изменению температуры. Теоретическая интерпретация этого факта будет обсуждена ниже в разделе 7.5.

2. Значения $\bar{v}_s$ порядка 110 см/сек , т. е. примерно вдвое превышают величины, вычисленные из уравнения (7.2). Однако ещё

Таблица 7.1*)

T (°K)	R ($\text{см}^3/\text{см сек}$)	d (см)	$\bar{v}_{\text{крит}}$ (см/сек)	$\bar{v}_s$ (крит.) (см/сек)
1,1	$16,9 \cdot 10^{-5}$	$1,63 \cdot 10^{-6}$	104	105
1,3	16,9	1,63	104	110
1,5	16,8	1,66	101	114
1,7	16,1	1,82	88,5	118
1,9	12,8	1,94	66	118

преждевременно делать вывод о непригодности уравнения (7.2), поскольку а) скорости переноса, приведённые в таблице 7.1**), примерно вдвое больше значений скорости переноса, полученных для стекла и для наиболее тщательно отполированной нержавеющей стали (см. выше раздел 7.2) и б) толщина плёнки в этих опытах измерялась на поверхности стеарата бария, а критическая скорость переноса измерялась для нержавеющей стали.

Дальнейшие наблюдения Джексона и Хеншоу касались особенностей явления переноса плёнки из пробирки в случае, когда внутренний уровень находился всего в нескольких миллиметрах от кромки пробирки. Как было ранее сообщено Доунтом и Мендельсоном (см. раздел 7.1), скорость переноса аномально высока, пока уровень понижается на первые несколько миллиметров, если опыт начинать с полной пробиркой. После того, как внутренний уровень опустится ниже этой аномальной области, скорость переноса принимает своё характеристическое значение, не зависящее от разности уровней, как это было подробно описано в разделе 7.2. Производя с помощью своего оптического метода определение толщины плёнки, Джексон и Хеншоу заметили, что в аномальной области течения в поле зрения микроскопа появляются яркие пятнышки, соответствующие каплям,

*) Значения, приведённые в столбцах 1, 2 и 3, взяты из данных Хеншоу и Джексона по «Симпозиуму по физике низких температур» (Proc. Natl. Bur. Standarts, 185, 1952 г.) и из частных сообщений Джексона.

**) Примечание переводчика: в оригинале «в разделе 7.1» это, видимо, опечатка.

образованным из жидкости; эти капли имеют длину от $\frac{1}{10}$ до $\frac{1}{3}$ мм и довольно медленно движутся вниз со скоростью примерно 1 см/сек . Когда уровень отступал от кромки и перенос переставал зависеть от разности уровней, капли пропадали.

Одновременные измерения толщины плёнки и скорости переноса в случае течения по стеклянной поверхности были произведены Аткинсом ^{A. 50b}. Скорость переноса определялась непосредственно по изменению уровня жидкости при опорожнении или наполнении стеклянной пробирки; толщина плёнки вычислялась по наблюдениям колебаний уровня жидкости в пробирке возле равновесного уровня (см. выше раздел 6.1). Результаты Аткинса приведены в таблице 7.2 и представляют сглаженные значения, взятые с кривой наполнения пробирки при $1,47^\circ \text{K}$. В этой таблице различные значения толщины плёнки при одной и той же температуре $1,47^\circ \text{K}$ соответствуют различным высотам над уровнем гелиевой ванны (от $0,5 \text{ см}$ до $3,5 \text{ см}$).

Эти результаты указывают, во-первых, на то, что толщина плёнки на стекле не очень сильно отличается от значения, полученного Джексоном и Хеншоу (таблица 7.1)

Т а б л и ц а 7.2

R ($\text{см}^3/\text{см сек}$)	d (см)	$v_{\text{крит}}$ (см/сек)
$7,4 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-6}$	39
7,8	2,1	37
8,15	2,3	35

для плёнки на стеарате бария, и, во-вторых, на то, что критическая скорость $v_{\text{крит}}$ равна примерно 37 см/сек . Эта критическая скорость, полученная путём деления величин из первого столбца таблицы 7.2 на величины из второго столбца, примерно

равна критической скорости течения сверхтекучей компоненты $\bar{v}_s$, так как при $1,47^\circ \text{K}$ плотность сверхтекучей компоненты мало отличается от полной плотности. Значение 37 см/сек для $\bar{v}_s$ находится в хорошем согласии с предсказаниями, сделанными с помощью уравнения (7.2), которое будет обсуждено ниже.

Кнудсен и Диллинджер ^{K. 53d} в кратком сообщении приводят результаты опытов с течением плёнки вдоль медных спиралей. Ими получена критическая скорость 37 см/сек при $1,3^\circ \text{K}$ и толщина плёнки примерно $2 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ — значения, находящиеся в замечательном согласии с результатами Аткинса.

7.5. Критическая скорость течения плёнки и её истолкование

Характеристические скорости движения плёнки, о которых шла речь в предыдущем разделе, равны по порядку величины 50 см/сек , т. е. являются относительно малыми, равными, например, скорости, получающейся при свободном падении без трения под действием

силы тяжести с высоты 3 мм. Все измерения изотермического опорожнения пробирки, как видно, например, из рис. 38, происходили при разности уровней (т. е. перепаде давления), значительно большей, чем 3 мм. Следовательно, существует некоторый механизм, ограничивающий скорость течения плёнки этими сравнительно «низкими» скоростями, не зависящими, как установлено на опыте, от величины перепада давления, вызвавшего это движение.

Экспериментальный факт независимости скорости течения плёнки от длины пути, а также способность плёнки совершать мало затухающие колебания указывают на то, что при этих критических скоростях и при меньших скоростях отсутствует сопротивление течению плёнки *).

Таким образом, течение плёнки можно рассматривать как сверхтекучее. Далее, можно показать, что при скоростях, превышающих критическую, сопротивление течению резко возрастает до огромных значений, не поддающихся измерению. Этот вопрос изучался при наблюдении неизотермического течения плёнки, о котором сейчас и пойдёт речь.

Ещё Роллином и Зимоном^{R. 39} было показано, что течение плёнки может быть вызвано равным образом как разностью температур, так и разностью уровней, причём наибольшие скорости, достижимые в первом случае, равны критическим скоростям, наблюдаемым при изотермическом течении под действием силы тяжести.

Течение плёнки, обусловленное градиентом температуры, происходит в направлении к источнику тепла. Это явление изучалось подробно Доунтом и Мендельсоном^{D. 38b, D. 39c}, в частности в их работах по термомеханическому эффекту у плёнок^{D. 39a, D. 50b}, Доунтом и др.^{D. 47a}, Аткинсом^{A. 48}, Брауном и Мендельсоном^{B. 50f} и Чандraseкаром и Мендельсоном^{C. 51 **}). В работе последних авторов гелий II втекал через узкую щель, расположенную выше уровня жидкости, в совершенно замкнутый дьюар при пропускании тока через нагреватель, помещённый внутри дьюара (см. рис. 47). На рис. 47 приведена измеренная зависимость объёмной скорости жидкого гелия от подводимой мощности при 2,09° К. Видно, что объёмная скорость росла линейно с подводимой мощностью, пока не было достигнуто критическое значение ($2,4 \cdot 10^{-4}$ см³/см сек); после этого увеличение подводимой мощности не приводило к сколько-нибудь заметному увеличению объёмной скорости. Резкий излом кривой может быть интерпретирован как указание на то, что для скоростей, меньших критического значения, движение является свободным от трения

*) Касуйа К.^{53f} предложил объяснить затухание колебаний выравниванием температуры между резервуарами посредством теплопроводности через медную стенку; в связи с этим он заключил, что движение плёнки впадне свободно от трения.

**) Значение этого эффекта при конструировании криостатов было недавно экспериментально изучено Амблером и Кюрти^{A. 52d}.

и что большие силы трения препятствуют увеличению скорости выше критической.

Наблюдённый факт, что течение плёнки, обусловленное как силой тяжести, так и градиентом температуры, является сверхтекучим вплоть до некоторого критического значения скорости переноса, являющегося функцией только температуры, повидимому, имеет первостепенное значение для понимания свойств гелия II. Подобный же эффект наблюдается и при течении массивного жидкого

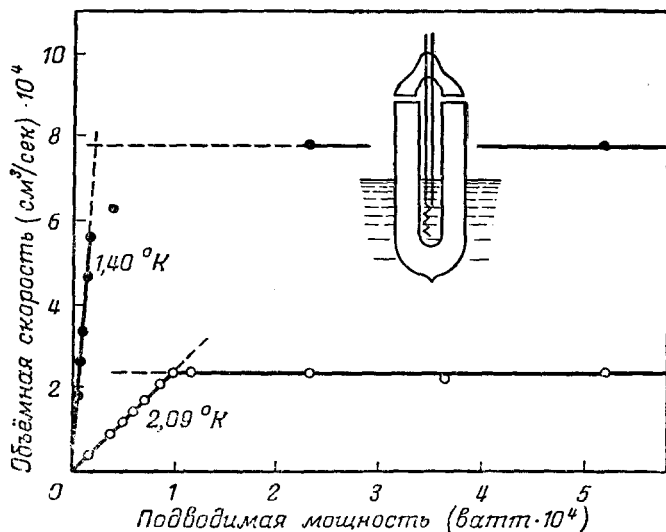


Рис. 47. Прибор и результаты измерений Чандрасекара и Мендельсона⁵¹, зависимости объёмной скорости перетекания гелия II по плёнке в резервуар от мощности, выделяемой в резервуаре.

гелия через очень узкие щели (см. раздел 2.5); однако для течения массивного жидкого гелия даже через самые узкие щели этот эффект не столь ярко выражен, как для течения плёнки. Этот эффект сравнивался Доунтом и Мендельсоном⁴² с существованием предельной плотности сверхпроводящего тока на поверхности сверхпроводника, превышение которой, как известно, приводит к разрушению сверхпроводимости (так называемый «критический ток»). Авторы предположили далее, что изменение предельной скорости переноса плёнки с температурой может быть связано с изменением плотности сверхтекучей компоненты. Такая зависимость должна приводить к существованию некоторой максимальной, не зависящей от температуры скорости сверхтекучего движения. Результаты по течению гелиевой плёнки, приведённые в предыдущем разделе, не противоречат этой гипотезе. С помощью этой гипотезы можно вычислить долю нормальной компоненты ρ_n/ρ , т. е. отношение плотности нормальной

компоненты к полной плотности, пользуясь данными о скорости переноса плёнки. К сожалению, разброс результатов по скорости переноса слишком велик (см. рис. 43), чтобы можно было провести сколько-нибудь точные вычисления. Тем не менее видно, что формула (7.1), предложенная для зависимости скорости переноса от температуры при значении показателя $\alpha = 6$, совпадает с формулой (2.2) для $[1 - (\rho_n/\rho)]$. Вычисленные таким образом значения ρ_n/ρ в пределах точности согласуются с данными, полученными Андроникашвили и другими (см. разд. 2.3), и не противоречат гипотезе о независимой от температуры максимальной скорости сверхтекучего движения.

В связи со скоростью течения плёнки следует указать на одно интересное обстоятельство, отмеченное Бейлем, де-Буром и Михельсом^{B. 41}, и независимо от них Ф. Лондоном^{L. 45}, обстоятельство, которым неявно пользовались Гогейт и Рэй^{G. 44}. А именно, произведение среднего импульса сверхтекучих атомов, движущихся с критической скоростью, на толщину плёнки равно, по порядку величин, постоянной Планка:

$$mvd \approx \hbar. \quad (7.2)$$

Лондоном^{L. 45} было установлено, что количество гелия (в граммах), перенесённое за секунду через сантиметр ширины соединительной поверхности, делённое на число сверхтекучих атомов в 1 см^3 , имеет размерность момента количества движения и численно близко к $\hbar$. Более того, для случаев, когда имелись необходимые данные, Лондон показал, что такое квантовое соотношение справедливо не только для плёнок гелия II, но и для сверхпроводящего тела электронов в сверхпроводниках, что может служить доводом в пользу предложенной Доунтом и Мендельсоном^{D. 42} аналогии между свойствами гелия II и сверхпроводимостью.

Соотношение (7.2) показывает, что независимо от значения толщины плёнки d скорость переноса R (в $\text{см}^3/\text{см} \cdot \text{сек}$) является постоянной, так как R пропорционально $v \cdot d$. Поэтому, хотя толщина плёнки изменяется с высотой над уровнем жидкости, R должно быть независимо от высоты; это доказано экспериментально с большой точностью. Экспериментальное доказательство независимости R от высоты получено для высот вплоть до 6 см (см. разд. 7.1 и, например, рис. 44). Однако недавно Есельсон и Лазарев^{E. 52} сообщили о своеобразной зависимости R от высоты. Касуйа^{K. 53a} высказал предположение, что на большой высоте скорость переноса плёнки начинает определяться гортеровским взаимным трением. Он заключил, что скорость переноса R на больших высотах должна быть пропорциональна $(\Delta\rho)^{1/2}$. Экспериментальных подтверждений этого предположения пока не существует.

Другим следствием из уравнения (7.2) является то, что хотя толщина плёнки может изменяться при переходе от одной подложки

к другой, полная скорость переноса R не должна зависеть от материала подложки. Это находится в согласии с последними опытами по переносу плёнки по нержавеющей стали^{С. 52с}, в которых R получилась равной скорости переноса по стеклу. Однако измерения толщины плёнки на подложках из разных материалов продолжают представлять интерес.

Делались различные попытки теоретически доказать существование критической скорости сверхтекучего движения и получить её численные значения.

Ландау^{Л. 41а} рассмотрел возникновение вязкого сопротивления при скорости течения, немного превышающей критическую. Для этого он проанализировал взаимодействие покоящейся жидкости с движущейся через неё стенкой. Он постулировал, что движение жидкости начнётся с возбуждения в ней фонона или ротона. Для возбуждения фонона относительная скорость движения должна быть больше скорости звука u_i (т. е. $v_{\text{крит}} \geq u_i$), для возбуждения ротона скорость должна быть больше $(2\Delta/\mu)^{1/2}$, где Δ и μ — величины, описанные в разделе 3.3*).

Однако абсолютное значение $v_{\text{крит}}$, даваемое обоими этими неравенствами, равнялось примерно 10^4 см/сек, что значительно превосходило экспериментальные значения критической скорости. Термодинамические соображения, выдвинутые позже Гинзбургом^{Г. 44}, также приводили к значениям $v_{\text{крит}}$, на несколько порядков превышающим значения, полученные из опыта.

В 1949 г. Гинзбург^{Г. 49}, повторяя в какой-то мере аргументы, выдвинутые ранее Доунтом и Мендельсоном^{Д. 46б}, рассмотрел нулевую энергию частиц и пришёл к выводу, что $v_{\text{крит}}$ должно быть связано с нулевой скоростью, определяемой при помощи соотношения неопределённостей для частицы, заключённой в объёме с линейным размером, равным толщине плёнки d . Это сразу же приводит к уравнению (7.2). Такая точка зрения развивалась также Мендельсоном^{М. 45}, который предположил, что в обоих случаях — сверхтекучести гелия II и сверхпроводимости — перенос массы представляет собою диффузию, обусловленную нулевым движением частиц. Такое рассмотрение должно приводить к не зависящей от температуры средней скорости переноса; соотношение (7.2) будет при этом автоматически выполнено.

Мотт^{М. 49б} предложил другой механизм, объясняющий существование максимума средней скорости сверхтекучего движения. При этом у него $v_{\text{крит}}$ изменяется скорее пропорционально $d^{-1/2}$, а не d^{-1} , как это следует из уравнения (7.2). Краткое описание модели Мотта приведено в разделе 2.5. Существующие в настоящее время данные не позволяют с уверенностью сделать выбор между моделью Мотта и моделью, связанной с уравнением (7.2).

*) Обсуждение вопроса о $v_{\text{крит}}$ см. также у Дингля^{Д. 52а}.

Несколько иное возможное объяснение существования критической скорости $v_{\text{крит}}$ предложено одним из нас (Р. Смит, не опубликовано). Плёнка представляется в виде совокупности цепочек атомов, вытянутых параллельно оси z , т. е. перпендикулярно к плоскости подложки; длина цепочек d , расстояние между ними (постоянная решётки) a_1 . Если теперь кристаллическая решётка подложки (с постоянной решётки $a_0 \neq a_1$) движется вдоль оси x со скоростью v относительно плёнки, то нижние концы каждой цепочки подвергаются действию периодической силы с основной частотой $\nu = v/a_0$. В результате в цепочках образуются волны; но для данной d и достаточно малой v отражённые волны обладают такой фазой, что цепочка не поглощает энергию движущегося кристалла. Однако, если v возрастает, цепочка, наконец, начинает резонировать, в ней появляется фонон за счёт энергии, поглощённой у кристалла. Такая скорость, при которой впервые обнаруживается вязкость, является критической скоростью и определяется из уравнения

$$v_{\text{крит}} = a_0 \nu_0 = a_0 \frac{u_1}{\lambda_{\text{макс}}} = \frac{a_0 u_1}{4d}, \quad (7.3)$$

где u_1 — скорость звука в цепочке.

Любопытно, что из формулы (7.3) следует постоянство произведения $v_{\text{крит}} d$. Далее, если подставить в (7.3) разумное численное значение a_0 и взять известное значение u_1 для жидкого гелия, то получится $v_{\text{крит}} \cdot d \approx 10^{-4} \text{ см}^2/\text{сек}$, что согласуется с экспериментальными данными.

Следует отметить, что в этой несколько идеализированной модели предполагается отсутствие у плёнки микроскопической жёсткости; ранее это было явно указано в теории Тиссы^{7, 47}. В противном случае касательные силы, возникающие при движении кристаллической подложки, привели бы к возбуждению волн, распространяющихся в направлениях иных, нежели перпендикулярно к подложке; при этом основные частоты получились бы гораздо меньшими, чем $\frac{u_1}{4d}$, и поэтому взаимодействие появилось бы при исчезающе малых относительных скоростях.

8. ГИДРОДИНАМИКА ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ

8.1. Термо-гидродинамические уравнения

Обычные гидродинамические уравнения однокомпонентной жидкости должны быть дополнены и изменены в теории, использующей двухкомпонентную модель, таким образом, чтобы объяснить возникающие в гелии II специфические эффекты. В обычном однокомпонентном случае движение жидкости в отсутствии внешних сил определяется уравнениями Эйлера, уравнением непрерывности и гра-

ничными условиями. Эти уравнения имеют вид

$$\rho \frac{D \mathbf{v}}{Dt} = \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \operatorname{grad} \mathbf{v} =$$

$$= -\operatorname{grad} p + \eta \left(\frac{4}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v} \right), \quad (8.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0, \quad (8.2)$$

где второй коэффициент вязкости принят равным нулю в соответствии с приближением Стокса *). Этот раздел будет посвящён вопросу о том, какими уравнениями следует заменить (8.1) и (8.2) в гидродинамике двухкомпонентной жидкости.

Мы уже ранее (в разделе о вязкости) обсуждали вопрос о разложении плотности гелия II. Естественно точно таким же образом разложить на два слагаемых плотность потока массы (плотность импульса). Тогда получаем:

плотность

$$\rho = \rho_s + \rho_n \quad (8.3)$$

и плотность импульса

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n. \quad (8.4)$$

В соответствии с идеями, высказанными в разделах 2, 4 и 5 $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{v}_n$ в (8.4) могут быть совершенно различными в зависимости от условий течения. В частности, любая из скоростей $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{v}_n$ может равняться нулю, в то время как остальные две отличны от нуля. Также в духе результатов, рассмотренных в разделах 2, 4 и 5, можно предположить, что на течение нормальной и сверхтекучей компонент влияет различная вязкость. Именно, мы принимаем

$$\eta_s = 0, \quad \eta_n \neq 0.$$

На основании вышеупомянутых результатов (или в качестве предположения, согласующегося с теориями, рассмотренными в разделе 3) мы можем записать уравнение сохранения энтропии (если необратимые процессы отсутствуют или пренебрежимо малы) в форме

$$\frac{\partial (\rho S)}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho S \mathbf{v}_n) = 0, \quad (8.5)$$

где S — энтропия одного грамма всей жидкости. Это означает, что только нормальная компонента переносит энтропию. Некоторые авторы предпочитают считать энтропию сверхтекучей компоненты очень малой, мы будем считать её равной нулю, полагая

$$\rho S = \rho_n S_n \quad (8.6)$$

*) См. Рэлея, Теория звука, т. II, Гостехиздат, 1955.

ВМЕСТО ВОЗМОЖНОГО

$$\rho S = \rho_s S_s + \rho_n S_n$$

(здесь S_n — энтропия одного грамма нормальной компоненты).

Если уравнения (8.3) и (8.4) подставить в уравнение непрерывности (8.2), то мы получим два уравнения, сумма которых равна нулю:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_n \mathbf{v}_n) &= \Gamma, \\ \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_s \mathbf{v}_s) &= -\Gamma. \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

В (8.7) Γ является количеством нормальной компоненты, образующимся в 1 сек. в единице объема. В большинстве случаев при рассмотрении гидродинамики двухкомпонентной жидкости используется приближение, в котором $\Gamma = 0$.

Мы пока ещё не написали для двухкомпонентной жидкости аналогов уравнения (8.1). В настоящее время точные, не вызывающие сомнений уравнения (одно для $\frac{D\mathbf{v}_n}{Dt}$, другое для $\frac{D\mathbf{v}_s}{Dt}$), пока ещё не получены. Известны уравнения, линейные по скоростям, пригодные в пределе при малых скоростях; однако квадратичные по скоростям члены, предлагаемые разными авторами, различны. Уравнения первого приближения (записанные в пренебрежении необратимыми процессами), относительно которых разногласий нет, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \rho_n \frac{\partial \mathbf{v}_n}{\partial t} &= -\frac{\rho_n}{\rho} \operatorname{grad} p - \rho_s S \operatorname{grad} T, \\ \rho_s \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} &= -\frac{\rho_s}{\rho} \operatorname{grad} p + \rho_s S \operatorname{grad} T. \end{aligned} \right\} \quad (8.8)$$

Эти уравнения впервые были даны (в несколько иной форме) Тиссой⁴⁰ в 1940 г., однако одно из уравнений было им написано ещё раньше Т. 38b, и Т. 38c. Вместо членов с $\operatorname{grad} T$ Тисса написал слагаемые, пропорциональные градиенту некоторого осмотического давления p_n ; затем это осмотическое давление было принято равным давлению фонтанирования, определяемому уравнением Г. Лондона (см. раздел 4.7) и уравнения Тиссы были приведены к виду (8.8). При выводе (8.8) Тисса предположил, что Γ из (8.7) равняется нулю; это предположение делается всегда при выводе (8.8). (Полный и ясный вывод гидродинамических уравнений в первом приближении дан у Дингля⁴⁹.)

Эти же самые уравнения были выведены Ландау^{41a}, исходившим из других предпосылок. Ландау предположил, что термодинамический потенциал Гиббса гелия II, содержащего возбуждения (т. е. нормальную компоненту), равен термодинамическому потенциалу чистой сверхтекучей компоненты плюс кинетическая энергия возбуждений относительно сверхтекучей компоненты. Если учесть ещё

закон сохранения импульса, то как линейное приближение получаем уравнение (8.8).

В своей последней работе, где выведены уравнения для второго звука (см. раздел 9.2), Тисса^{Т. 47} получил уравнения (8.8) ещё одним методом. Дингль^{Д. 49} также использовал этот метод для вывода (8.8). Эти уравнения могут быть получены также из принципа Гамильтона, как линейное приближение.

Если поинтересоваться лучшим, чем (8.8), приближением гидродинамических уравнений, то обнаруживаются разногласия во мнениях. Уравнения с членами, квадратичными по скоростям, были получены (или постулированы) целым рядом авторов: Ландау^{Л. 41а}, Гортером и Мелликом^{Г. 49а}, Накаджимой, Томитой и Усуи^{Н. 50а}, Зилслом^{З. 50а}, Темперли^{Т. 51с}, Пригожиным и Мазуром^{Р. 51б}, Усуи^{У. 51а} и Динглем^{Д. 52а}. Интерес к этим уравнениям в основном определяется тем, что сверхтекучесть гелия II ограничена некоторой критической скоростью (см. раздел 7). Полная система гидродинамических уравнений должна объяснять существование критической скорости (или области скоростей), тогда как уравнения (8.8), разумеется, не могут дать об этом никаких сведений.

Мы здесь не располагаем возможностью сколько-нибудь подробно описывать и обсуждать теории всех авторов, тем более, что Дингль в своём обзоре уделит им достаточное внимание. Мы просто перечислим, пользуясь, насколько это возможно, одними и теми же обозначениями, варианты уравнения движения сверхтекучей компоненты, предложенные различными авторами, и кратко обсудим содержащиеся в них члены.

Ландау:

$$\rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s S \text{grad } T + \rho_s \text{grad} \left[\frac{\rho_n}{2\rho} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 \right];$$

Гортер и Меллинок:

$$\begin{aligned} \rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = & -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right) \text{grad } T - \\ & - A \rho_s \rho_n (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_n)^2; \end{aligned}$$

Накаджима, Томита и Усуи:

$$\rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s S \text{grad } T - \frac{\Gamma}{2} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) + \mathbf{f};$$

Зилсел:

$$\begin{aligned} \rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = & -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s S \text{grad } T + \frac{\rho_n \rho_s}{2\rho} \text{grad} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2; \\ \rho_n \frac{D\mathbf{v}_n}{Dt} = & -\frac{\rho_n}{\rho} \text{grad } p - \rho_s S \text{grad } T - \\ & - \frac{\rho_n \rho_s}{2\rho} \text{grad} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 - \Gamma (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s); \end{aligned}$$

Темперли:

$$\rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s S \text{grad } T - \frac{\Gamma}{2} (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s);$$

Пригожин и Мазур:

$$\rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s x \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right) \text{grad } T + \frac{\rho_n \rho_s}{\rho} \text{grad} (\mu_n - \mu_s) - \\ - \frac{\rho_s}{\rho} \Gamma (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) + \zeta (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s);$$

Дингль:

$$\rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \text{grad } p + \rho_s S \text{grad } T + \rho_s \text{grad} \left[\frac{1}{2\rho} \int_0^{v=v_n-v_s} \rho_n d(v^2) \right].$$

Как было указано выше, Ландау получил своё уравнение, постулировав вид термодинамического потенциала для двухкомпонентной жидкости. При выводе полной системы уравнений он пользовался также законами сохранения (массы, импульса, энергии и энтропии), справедливыми при обратимых процессах.

Гортер и Меллинк получили свои уравнения, обобщая (8.8). Последнее слагаемое в правой части их уравнения учитывает взаимное трение (см. выше разделы 2 и 5), действующее на обе компоненты, как силы, одинаковые по величине и противоположные по направлению; эта сила взаимного трения постулирована авторами для объяснения экспериментов по теплопередаче*). Второй член в правой части их уравнения содержит комбинацию $x \frac{\partial S}{\partial x}$

($x = \frac{\rho_n}{\rho}$), получающуюся в результате предложенного Гортером^{G. 49b} обобщения постулата Тиссы об энтропии (см. раздел 4.7). Если справедливо равенство (8.6), эта комбинация равна входящей в (8.6) величине S .

Накаджима, Томита и Усуи вывели своё уравнение из законов сохранения. Вектор $\mathbf{f}$ является разделительным параметром, введённым потому, что законом сохранения определяют поведение лишь суммы $\rho_s \frac{D\mathbf{v}_s}{Dt} + \rho_n \frac{D\mathbf{v}_n}{Dt}$. Третий член их уравнения содержит Γ из (8.7). Аналогичный член авторы ввели в своё уравнение

*) Касуйа предложил в дополнение к силе взаимного трения Гортера — Меллинка силу трения, действующую на сверхтекучую компоненту $f_s = -B\rho_s(v_s)^3$, где $B=0$ при $v_s < v_{\text{крит}}$. Эта дополнительная сила позволяет лучше описывать результаты экспериментов, чем одно взаимное трение. Совершенно очевидно, как следует вставить эту силу в гидродинамические уравнения.

для $\left(\frac{D\mathbf{v}_n}{Dt}\right)$. Обсуждая свои уравнения в свете результатов экспериментов, Накаджима и др. полагали Γ равным нулю, а $\mathbf{f}$ принимали равным силе взаимного трения Гортера — Меллинка.

Зилсел получил свои уравнения, пользуясь вариационным принципом Экарта^{Е. 38}. Этот принцип формально сходен с принципом Гамильтона, но сформулирован для квантовой механики, так что понятие траекторий частиц в нём отсутствует и варьирование ведётся не по смещениям, а по скоростям. Мы выписали оба уравнения Зилсела, чтобы показать, что они не симметричны по Γ , в отличие от уравнения Накаджимы и др. и уравнения Темперли. Зилсел показал, что эта асимметрия связана с представлением о сверхтекучих частицах, «сконцентрированных» в смысле бозе-эйнштейновской конденсации.

Любопытно, что из принципа Экарта автоматически получается $\text{rot } \mathbf{v}_s = 0$; напомним, что это условие было постулировано Ландау.

Отметим, также, что в уравнении Зилсела имеется член, очень сходный с последним членом уравнения Ландау.

Уравнения Темперли выведены из законов сохранения. Они также симметричны по Γ (мы несколько изменили обозначения Темперли, используя соотношение между Γ и $\frac{DS_n}{Dt}$, даваемое (8.5), (8.6) и (8.7)).

Пригожин и Мазур вывели свои уравнения с помощью методов термодинамики необратимых процессов. Кроме использования законов сохранения, авторы ввели представление о двух парциальных давлениях, каждое из которых действует на одну из компонент. Написанное нами уравнение представляет собой комбинацию уравнений (3.41) и (5.2) из их статьи. Величины μ в их уравнении являются химическими потенциалами компонент; они не равны друг другу, если $x = \frac{\rho_n}{\rho}$ не равно своему равновесному значению. Можно показать, что член с $\text{grad}(\mu_n - \mu_s)$ у Пригожина и Мазура эквивалентен члену с $\frac{1}{2} \text{grad}(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2$ в уравнении Зилсела. Последний член у Пригожина и Мазура является силой взаимного трения Гортера — Меллинка; он был постулирован авторами с целью получить уравнение Гортера и Меллинка.

Мы опустили уравнение Усуи, поскольку оно отличается от уравнения Накаджимы, Томиты и Усуи лишь тем, что в нём вместо $x \frac{\partial S}{\partial x}$ стоит S .

Следует сделать общее замечание, относящееся ко всем уравнениям, содержащим члены, пропорциональные $\Gamma(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)$. При всех выводах из законов сохранения возникает некоторый производ

в том, как разделить этот член между двумя компонентами, так что это разделение требует дополнительных предположений. Несимметричное разделение в уравнении Зилсела следует из предположения о применимости принципа Экарта к рассматриваемому вопросу.

Уравнение Дингля является обобщением уравнения Ландау. Ландау ограничил своё рассмотрение членами порядка $(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s)^2$, а Дингль в своих вычислениях учёл все степени относительной скорости.

Полная система термо-гидродинамических уравнений (для невязкой нетеплопроводной жидкости), включая в себя определения (8.3), (8.4) и (8.6), законы сохранения (8.5) и (8.7) и уравнения Эйлера типа (8.8), обычно выводится полностью или частично из термодинамических соображений. Однако недавно Крониг^{К. 53g} с помощью статистической механики вывел уравнения (8.5) и (8.8) в линейном приближении. Вывод Кронига базировался на идеях Ландау^{Л. 41a} и применим, строго говоря, только к области температур, в которой, по предположению, все возбуждения в жидкости являются фононами, т. е. для температур ниже примерно $0,6^\circ \text{K}$. Работа Кронига является развитием и модификацией выводов, относящихся, в основном, к скорости второго звука и полученных Динглем^{Д. 52c} и Уордом и Уилксом^{У. 51b, У. 52}; эти результаты будут рассмотрены в разделе 9.3 о втором звуке.

Г. А. Крамерс^{К. 52d} предпринял рассмотрение вопроса, подобное проведённому Кронигом. Он рассматривал возбуждения общего типа, по отношению к которым фононы и ротоны являлись частными случаями. Однако вычисления Крамерса привели к выражению для скорости второго звука (см. раздел 9), справедливому лишь в пределе $T \rightarrow 0^\circ \text{K}$.

Статистическое рассмотрение проблемы на основе модели бозе-эйнштейновского газа было предпринято Боголюбовым^{Б. 47} и Зилселем^{З. 58b}. Боголюбов рассмотрел неидеальный газ и, пользуясь методом вторичного квантования, показал, что в случае слабого взаимодействия возбуждённые состояния газа могут рассматриваться как идеальный бозе-эйнштейновский газ «квази-частиц». Энергетический спектр квази-газа точно неизвестен; однако показано, что для специальной формы $E(p)$ (существенно, чтобы кривая $E(p)$ не была бы выпуклой по направлению к оси p при $p \rightarrow 0$) газ распадается на возбуждённую и конденсированную фракции, которые могут иметь различные средние скорости, если только относительная скорость достаточно мала.

Подобным же образом Зилсел обсуждал возможность двух скоростей в бозе-эйнштейновском газе и получил аналогичные ограничения для энергетического спектра. В частности, он рассматривал спектр Бейля, де-Бура и Михельса^{Б. 41} и обсуждал возможность возникновения критической скорости.

8.2. Экспериментальные исследования нелинейности уравнений движения

Для проверки приведённых выше нелинейных уравнений или выбора лучшего из них предпринято сравнительно мало экспериментов. Уравнения первого порядка (8.8) подверглись проверке, в основном с помощью экспериментов со вторым звуком (раздел 9). Выше было отмечено, что полные уравнения должны описывать явление критической скорости. Однако объяснение этому явлению до сих пор не найдено. Фрид и Зилсел^{Г. 52}, пользуясь уравнениями Зилсела, попытались получить критерии применимости линейных уравнений. Они нашли, что линейное приближение перестаёт быть справедливым при $v_s \cdot d \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{сек}$, что более или менее согласуется с уравнением (7.2).

Уравнения Гортера и Меллинка также приводят к довольно расплывчатому эффекту критической скорости, так как сила взаимного трения возрастает плавно (хотя и быстро) с относительной скоростью. Уравнения Гортера и Меллинка являются единственными уравнениями, для которых произведено непосредственное сравнение с наблюдениями. Их уравнения были построены таким образом, чтобы объяснить результаты экспериментов по теплопроводности. Эти и другие эксперименты, предназначенные для проверки уравнений, были рассмотрены в разделах 2 и 5, а также довольно подробно обсуждались в недавнем обзоре Аткинса^{А. 52а}. Из их результатов можно заключить, что уравнения Гортера и Меллинка не описывают полностью поведение гелия II. К сожалению, в отношении других уравнений, рассмотренных и приведённых выше, такой экспериментальной проверки не предпринималось.

9. ПЕРВЫЙ И ВТОРОЙ ЗВУК

9.1. Скорость и затухание первого звука

Два различных поля скоростей в гелии II приводят к возможности существования двух видов волнового движения в жидкости. Это обстоятельство впервые было замечено и исследовано Тиссой^{Г. 38б}. В отсутствие градиента температуры оба уравнения (8.8) могут быть сложены друг с другом; при этом они дадут гидродинамическое уравнение для одной жидкости, согласно которому возможен обычный (первый) звук, при котором колебания плотности или давления распространяются при постоянной энтропии со скоростью

$$u_1 = \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \right]^{1/2}. \quad (9.1)$$

Первые измерения скорости u_1 были сделаны Финдлеем, Питтом, Грейсон-Смитом и Вильгельмом^{Г. 38} методом стоячих ультразвуковых волн. Звук возбуждался колебаниями кварца, погружённого в жидкий

гелий, на частоте 1,338 Мгц. Последующие измерения были сделаны Пелламом и Сквайром^{Р. 47}, использовавшими импульсную технику на 15 Мгц, и Аткинсом и Чейзом^{А. 51b}, также применившими импульсную технику на 14 Мгц. Все результаты хорошо совпадают друг с другом; график, показывающий значение скорости первого звука u_1 как функцию температуры при давлении насыщенных паров по данным Аткинса и Чейза, представлен на рис. 48. Этот гра-

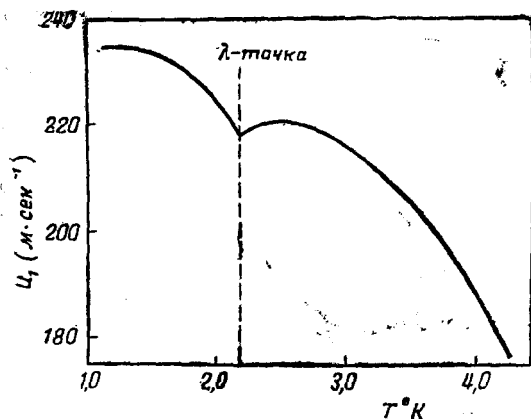


Рис. 48. Скорость первого звука u_1 (м/сек) в жидком гелии по измерениям Аткинса и Чейза^{А. 51b}.

Одной из отличительных черт кривой её вблизи T_λ . Аткинс и Чейз детально исследовали эту область и пришли к заключению, что установить существование разрыва в этой точке (как это следует ожидать из соотношений Эренфеста, для перехода второго рода) невозможно. С другой стороны, они предположили, что обе ветви кривой u_1 как функции T выше и ниже T_λ могут опускаться до более низких значений, чем до сих пор было наблюдалось. Учитывая, что измерения проведены до 1,2° К и что кривая, повидимому, стремится к насыщению, из рис. 48 можно путём экстраполяции получить значение u_1 при абсолютном нуле, тем более, что согласно теории $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$ должно быть практически постоянным вблизи абсолютного нуля. Экстраполяция Аткинса и Чейза даёт $u_1 = 237 \pm 2$ м/сек при $T \rightarrow 0^\circ \text{ К}$.

Импульсная методика измерений, впервые использованная Пелламом и Сквайром^{Р. 47}, позволила им наблюдать затухание первого звука. Их результаты для коэффициента затухания α показаны на рис. 49 чёрными кружками. Последующие измерения α на частоте 15 Мгц были проведены Аткинсом и Чейзом (неопубликовано, см. А. 52a и С. 53b); значения хорошо согласуются с предшествующей

график обнаруживает аномальный минимум при λ -температуре 2,18° К, обусловленный переходом жидкого гелия I в жидкий гелий II. Интересен также максимум около 2,5° К, соответствующий минимуму адиабатической сжимаемости. Совпадение результатов различных авторов, применявших различные действующие частоты, показывает, что, по крайней мере, выше 1,6° К дисперсия незначительная (меньше 1%).

работой Пеллама и Сквайра. Авторы более поздней работы продолжили свои измерения ниже температуры $1,6^\circ \text{K}$, до которой Пеллам и Сквайр довели исследования; эти результаты вплоть до $1,2^\circ \text{K}$ также приведены на рис. 49. Заслуживает внимания очень сильное затухание в жидком гелии I при приближении к λ -точке, имеющее место наряду с монотонным возрастанием α в жидком гелии II при понижении температуры.

Теоретические значения коэффициента затухания α , показанные на рис. 49 пунктирной кривой, были вычислены Пелламом и Сквайром строго классическими методами, на основании оценки раздельных вкладов в поглощение, вызванных как вязкими потерями, так и потерями вследствие теплопроводности. (См., например, Бергман В.^{39b}). Видно, что вплоть до 3°K имеется хорошее согласие между теорией и экспериментом, обусловленное, вероятно, как указывали Пеллам и Сквайр, одноатомностью гелия, который свободен от релаксационных явлений, связанных с внутренними степенями свободы молекул или комплексов.

С другой стороны, экспериментально наблюдается чрезвычайно сильное увеличение значения α ниже 3°K , которое, повидимому,

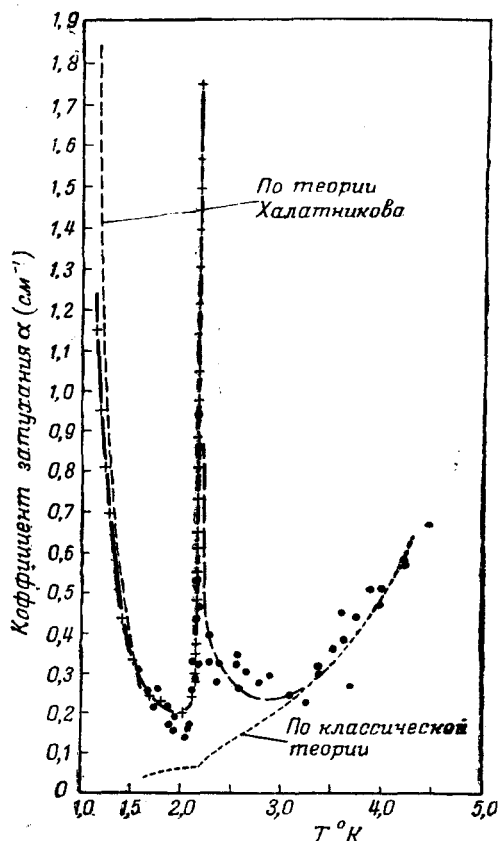


Рис. 49. Коэффициент затухания ультразвука как функция температуры по измерениям Пеллама и Сквайра^{Р. 47}. В области от $1,6$ до $1,2^\circ \text{K}$ кривая проведена по данным недавней работы Аткинса и Чейза (см. А. 52а). Пунктирная кривая выше $1,6^\circ \text{K}$ изображает теоретическую кривую для α , вычисленную Пелламом и Сквайром^{Р. 47} классическим методом. Пунктирная кривая ниже $1,6^\circ \text{K}$ представляет коэффициент α по вычислениям Халатникова, полученный совмещением его результатов с экспериментальными значениями при высокой температуре по измерениям Аткинса^{А. 52а}. ● — измерения Пеллама и Сквайра^{Р. 47}, + — измерения Аткинса и Чейза (см. А. 52а).

стремится к бесконечности при T_λ . Те же авторы предположили, что это увеличение вызвано принудительными переходами жидкого гелия I в жидкий гелий II, происходящими локально при температурах, близких к T_λ , и обусловленных вариациями давления в звуковых волнах. Это объяснение согласуется с выдвинутым Кеезом^{К.42} объяснением кривой теплоёмкости выше T_λ . Пиппард^{Р.51а} подробно рассмотрел вопрос о локальных флуктуационных переходах гелия I в гелий II и наоборот. Он получил выражение для скорости и затухания первого звука в неоднородной жидкости, содержащей сферические включения со сжимаемостью, отличной от сжимаемости среды, в которой они находятся. Применяя эти результаты к жидкому гелию, Пиппард обратил внимание на то, что сжатие включений гелия II будет вызывать их охлаждение в то время как сжатие основной среды (гелия I) вызовет её нагревание. Последовательное приближение к равновесию должно сопровождаться релаксационным процессом, который будет вызывать аномальное поглощение звуковых волн. Делая правдоподобные предположения для того, чтобы применить теорию к жидкому гелию, Пиппард вычислил кривую α_1 как функцию T вблизи T_λ и нашёл, что аномальное затухание в жидком гелии I вблизи T_λ может быть объяснено рассмотрением включений в гелий I объёмов жидкого гелия II размерами около 850 атомов.

Рост затухания в жидком гелии II с понижением температуры был обсуждён Пелламом и Сквайром. Они отметили, что расчётные нормальные вязкие и теплопроводные потери совершенно не соответствуют наблюдаемому росту поглощения, и предположили, что это расхождение могло быть вызвано не учётом диссипативных явлений релаксационного типа. При оценке доли обычных вязких потерь, входящих в α , для получения совпадения с результатами Пеллама и Сквайра можно использовать значения η_n , приведённые в 2.4. Более того, согласно Ландау и Халатникову^{Л.49} возможно теоретическое вычисление η_n . По поводу применения их теории для вычисления затухания первого звука в гелии II, проведённого Халатниковым^{Л.49}, здесь уместно будет дать некоторые разъяснения.

Теория вязкости жидкого гелия II, построенная Ландау и Халатниковым^{Л.49}, основана на представлении о жидкости, вытекающем из теории Ландау, согласно которой нормальная компонента представляет собою «газ» возбуждений — фононов и ротонов, имеющих энергетический спектр, описанный в разделе 3. Теория построена на расчёте рассеяния одного слоя газа возбуждений на другом, прилегающем слое, когда два слоя имеют слегка различные макроскопические скорости. С этой целью были впервые вычислены поперечники рассеяния фононов на фононах, фононов на ротонах и ротонов на ротонах, откуда были получены интегралы столкновений, которые определяют изменение функции распределения. Оказалось, что ротоны ведут себя, как тяжёлые частицы, а фононы, как лёгкие. Ротоны рассеиваются

на ротонах при всех температурах, и такие процессы обуславливают появление не зависящей от температуры составляющей вязкости. Выше $0,9^\circ \text{K}$ эффект столкновений фонон — фонон мал по сравнению с влиянием столкновений фонон — ротон, однако ниже этой температуры столкновения фонон — фонон могут играть заметную роль и ниже $0,7^\circ \text{K}$ они дают большой вклад. Проблема ещё более усложняется по той причине, что скорость образования и распада фононов далеко не незначительна по сравнению со скоростью процесса рассеяния, в действительности, ниже $0,9^\circ \text{K}$ первая скорость больше, в то время как выше $0,9^\circ \text{K}$ больше вторая. Это приводит к двум различным формулам для вычисления вязкости: одной, справедливой ниже $0,8^\circ \text{K}$, другой, справедливой выше $1,0^\circ \text{K}$.

Подробности этих, по истине героических вычислений не могут быть здесь приведены. Было найдено, что фононная часть вязкости сильно зависит от температуры. Если эту часть вычесть из экспериментальных значений Андроникашвили^{А.48а}, получится постоянная ротонная вязкость. Окончательные выражения для коэффициента вязкости *) (в пузах) суть:

$$\left. \begin{aligned} \eta \cdot 10^{-5} &= 1 + 8,7 \cdot 10^{-4} T^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{\Delta}{kT}\right), & T > 1,0^\circ \text{K}, \\ \eta \cdot 10^5 &= 7,8 \cdot 10^{-5} \left[T^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-\Delta}{kT}\right) + 4,8 \cdot 10^{-6} T^5 \right]^{-1}, & T < 0,8^\circ \text{K}. \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

Вязкость в интервале между $0,8$ и $1,0^\circ \text{K}$ найдена интерполяцией. Оказывается, что при экстремально низких температурах $\eta \sim T^{-5}$, что является следствием рассеяния фонон — фонон.

В своей работе авторы стремились свести к минимуму ошибки, обусловленные неопределённостью в значении таких параметров, как $\frac{\partial^2 \Delta}{\partial \rho^2}$ и $\frac{\partial p_0}{\partial \rho}$. Делая правдоподобные предположения относи-

тельно величины этих параметров, авторы получили прекрасное совпадение с экспериментом. Более важно, с другой стороны, что, по мнению авторов, температурная зависимость получена с достаточной точностью. Искусное применение вышеописанной теории было сделано Халатниковым^{Х.50} для расчёта затухания первого звука. Он показал, что в звуковой волне локальные неравновесные фононные и ротонные плотности могут принимать равновесные значения только в конечные промежутки времени, что создаёт релаксационный механизм, который вызывает затухание. Он рассмотрел два времени релаксации, характеризующих два наиболее важных

*) К сожалению, совсем не очевидно, дают ли уравнения (9.2) действительно η или η_L . Однако Ландау и Халатников, производя численную оценку, сравнивают свои результаты с экспериментальными значениями η_L .

процесса столкновения, с помощью которых устанавливается равновесие, а именно: фонон-фононные столкновения и фонон-ротонные столкновения. Из этого он смог оценить температурную зависимость коэффициента затухания, обусловленного эффектами релаксации, и нашёл, что α резко возрастает с понижением температуры. Совмещая абсолютное значение коэффициента затухания при некоторой температуре (выше $1,6^\circ \text{K}$) с экспериментальными результатами Пеллама и Сквайра, Халатников получил для температур ниже $1,6^\circ \text{K}$ кривую, показанную на рис. 49 пунктиром.

Недавно Халатников ^{X.52b, X.52c} рассмотрел более подробно эти эффекты и показал, что нужно рассматривать три коэффициента второй вязкости наряду с коэффициентом, аналогичным коэффициенту теплопроводности в обычных жидкостях. Он показал, что эти новые результаты не изменяют полученные ранее ^{X.50} заключения относительно затухания первого звука, однако для второго звука они приводят к заметному поглощению на частотах 10^4 гц.

Крониг, Теллунг и Вольдринг ^{K.52e} также построили релаксационную теорию для расчёта затухания первого звука. Пользуясь двухкомпонентной моделью, предварительно исследованной Кронигом и Теллунгом ^{K.50}, они рассмотрели релаксацию одной компоненты в другую и, сравнивая α с экспериментальными значениями, пришли к заключению, что ниже T_λ время релаксации должно быть либо меньше 10^{-12} сек., либо больше 10^{-4} сек.

9.2. Уравнения Тиссы и Ландау для скорости второго звука

Помимо движения жидкости, соответствующего первому звуку, при котором периодически изменяется плотность в каждой точке жидкости, возможно, как это впервые обнаружил Тисса ^{T.38}, также другое волновое движение, при котором плотность и давление (в первом приближении) остаются постоянными, а происходят колебания энтропии (или температуры). (При таком движении нормальная и сверхтекучая компоненты движутся в противофазе.) В своей статье от 1947 г. Тисса рассмотрел более полно эти два волновые движения, показал, что связь между волнами плотности и волнами энтропии в действительности очень мала, и получил уравнение для скорости температурной волны u_2 (так называемый «второй звук»).

$$u_2 = \left[- \frac{\partial T}{\partial \left(\frac{1}{S'_n} \right)} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_n} \right]^{1/2}, \quad (9.3)$$

где S'_n — энтропия нормальной компоненты на грамм полной жидкости.

Для того чтобы привести уравнение (9.3) для скорости второго звука к численным значениям, Тисса использовал ряд предположений, частично обоснованных экспериментально. А именно:

(а) Энтропия S'_n в уравнении (9.3) была принята равной наблюдаемой полной энтропии жидкости в температурном интервале $1^\circ\text{K} - T_\lambda$. Было подтверждено экспериментально, что энтропия сверхтекучей компоненты в этой температурной области ничтожно мала.

(б) Сверхтекучая компонента так же, как и нормальная, способна содержать тепловые возбуждения сжатия (дебаевские волны). Как следствие отсюда вытекает, что при достаточно низкой температуре ($0,4^\circ\text{K} < T < 1,0^\circ\text{K}$) механо-калорический эффект исчезнет. Эта гипотеза, однако, не была принята во внимание при вычислениях u_2 между 1°K и T_λ . Её действие будет заключаться в том, что при температурах ниже температуры гипотетического второго фазового перехода второй звук должен полностью затухать.

(с) Квази-термодинамический аргумент наводит на мысль, что

$$\frac{\rho_n}{\rho} = \frac{S}{S_\lambda} = \left(\frac{T}{T_\lambda}\right)^{5,5} \quad (9.4)$$

в температурной области от 1°K до T_λ , где дебаевскими фоновыми возбуждениями можно пренебречь. Это соотношение, как показано в разделе 4, является прекрасной аппроксимацией экспериментальных результатов в температурной области от $1,6^\circ$ до T_λ .

Используя пункты (а) и (с), Тисса получил следующее выражение для u_2 :

$$u_2 = 26 \left\{ \frac{T}{T_\lambda} \left[1 - \left(\frac{T}{T_\lambda} \right)^{5,5} \right] \right\}^{1/2} \text{ м/сек.} \quad (9.5)$$

Численное значение константы было впервые найдено Лондоном^{L.46a}, а показатель 5,5 получается из требования наилучшего согласия уравнения (9.4) с экспериментальными результатами. (См. уравнения (2.2) и (4.3).) Было найдено, что уравнение (9.5) удовлетворительно передаёт экспериментальные значения u_2 (см. 9.4) в температурном интервале между $1,2^\circ\text{K}$ и T_λ . Однако было отмечено, что при низких температурах u_2 согласно уравнению (9.5) должно монотонно убывать с уменьшением T , причём при $T \rightarrow 0$ $u_2 \rightarrow 0$. Это полностью расходится с экспериментальными данными.

Ландау^{L.41a} из своих гидродинамических уравнений также получил две скорости распространения волн, которые он назвал волнами первого и второго звука. Терминология Ландау продолжает существовать (может быть, потому, что идея о «втором звуке» является интригующей), хотя второе движение является почти чисто температурной волной и не может быть возбуждено обычными механическими средствами (такими, как микрофон), так как в первом приближении не существует колебаний плотности или давления. Исходя из предположения, что энтропия сверхтекучей компоненты

равна нулю, Ландау получил выражения для скорости второго звука

$$u_2 = \left[\frac{p_s}{p_n} \cdot \frac{S^2 T}{C} \right]^{1/2} = \left[- \frac{p_s}{p_n} \left\{ \frac{\partial T}{\partial \left(\frac{1}{S_n} \right)} \right\} \right]^{1/2}, \quad (9.6)$$

(здесь C — теплоёмкость).

Хотя формулы для скорости второго звука, полученные Тиссой и Ландау, почти идентичны, авторы интерпретировали величины, входящие в них, различным образом. Основные идеи, выдвинутые Ландау, состояли в следующем:

(а') Энтропия S'_n в уравнении (9.6) была принята равной наблюдаемой полной энтропии S жидкости для всех температур ниже T_λ .

(б') Только нормальная компонента предполагалась способной содержать фононные возбуждения. Отсюда механо-калорический эффект и второй звук должны наблюдаться при самых низких температурах.

(с') Значение p_n/ρ было оценено двумя различными способами*).

1. На основании таких экспериментов, как эксперименты Андроникашвили А.46, А.46а (см. 2.3);

2. Из микроскопической теории жидкого гелия II Ландау Л.41а, Л.47, которая даёт вполне определённое выражение для p_n в зависимости от параметров Δ , μ и p_0 (см. раздел 3).

Впервые вычисление u_2 , как функции температуры на основании теории Ландау, было выполнено Лифшицем Л.44б, который использовал ранние значения микроскопических параметров Δ и μ для получения p_n . Результат качественно совпадал с экспериментом (см. 9.4) между 1,2° К и T_λ , однако, что более важно, результат вычислений показал, что значение u_2 должно заметно возрасть около 1° К и в конечном итоге стремиться, как было впервые подчеркнуто Ландау, к постоянному значению $u_1/\sqrt{3}$ при $T \rightarrow 0$. Этот замечательный рост при низких температурах, обусловленный ролью фононов в этой области, полностью подтвердился дальнейшими экспериментами. Вычисление u_2 проведённое Лифшицем и давшее лишь качественное совпадение с экспериментом, было пересмотрено Ландау Л.47, который предложил новые численные значения для Δ , μ и p_0 , на основании которых могло быть вычислено p_n . Пересмотренная схема привела к зависимости u_2 от T , которая грубо согласуется с уравнением Тиссы выше примерно 1,5° К, имеет минимум около 1,1° К, довольно резко возрастает ниже этой температуры и при T , стремящемся к нулю, приближается к постоянному значению $u_1/\sqrt{3}$.

*) Справедливость уравнения (9.6) в настоящее время не подвергается сомнению, и вместо того, чтобы получать u_2 , подставляя в него p_n , обычно используют уравнение (9.6) вместе с наблюдаемыми значениями u_2 для вычисления p_n .

При сравнении с экспериментальными данными (см. 9.4 и 9.6) оказывается, во-первых, что в области температур от $1,2^\circ$ до T_λ обе теории качественно совпадают. Во-вторых, при температурах ниже $1,2^\circ \text{K}$ интерпретация Тиссы неверна, отчасти, возможно, из-за жёсткости соотношения (с), однако, в основном из-за того, что предположение (b) запрещает рост u_2 при низких температурах. В-третьих, выражение для u_2 , полученное Ландау, указывает на важность фононного вклада в нормальную энтропию при низких температурах и даёт возможность сделать численную её оценку. Наличие фононного вклада указывает, что гипотеза Ландау (b'), а именно существование механо-калорических эффектов вплоть до абсолютного нуля, правильна. При написании уравнений (9.1) и (9.6) мы пренебрегли зависимостью между колебаниями плотности и колебаниями температуры. Эта зависимость, пропорциональная разности между теплоёмкостями $c_p - c_v$, делённой на c_p , фактически ничтожно мала в гелии II. Этот вопрос был рассмотрен Лифшицем^{Л.44b}, Пешковым^{П.48a} и Динглем^{Д.50c}.

9.3. Другие уравнения для скорости второго звука

Помимо Тиссы и Ландау различными авторами было предложено ещё несколько вариантов уравнений второго звука. Мы остановимся лишь на некоторых из них. Для более полного ознакомления читатель отсылается к ранее упомянутому обзору Дингля^{Д.52a}.

Гогейт и Патак^{Г.47b} дали элементарный вывод уравнения для скорости второго звука, который хотя и не является вполне строгим, зато нагляден. Уравнение совпадает с уравнением Ландау. С другой стороны, Гортер, Кастеляйн и Меллинк^{Г.50a} и Усуи^{У.51a} получили несколько отличное уравнение, основанное на уравнении Гортера^{Г.49b} для энтропии $S^* = x \frac{\partial S}{\partial x}$, где $x = \frac{\rho_n}{\rho}$, ранее упомянутое в разделе 4.7. Гортер, Кастеляйн и Меллинк (для высоких частот) получили

$$u_2^2 = x(1 - x) G_{xx}, \quad (9.7)$$

а Усуи

$$u_2^2 = x(1 - x) S_x T_x. \quad (9.8)$$

(В этом разделе и в разделе 9.7 функции с индексами являются частными производными.)

Для низких частот Гортер и др. получили другое уравнение для скорости второго звука, которое будет кратко рассмотрено в разделе 9.7. В приближении, в котором (9.7) и (9.8) правильны, они эквивалентны. (В одном из них пренебрежено членом G_{px} в другом G_{pT} . Эти величины, повидимому, незначительны.)

Накаджима и Шимицу^{Н.50b, Н.51} использовали уравнение Усуи для вычисления скорости второго звука, исходя из двух различных

уравнений для энтропии гелия II, как функции температуры — одним, основанном на представлении Ландау, другом, основанном на обобщении модели Тиссы, в которой фононная энтропия включена в нормальную энтропию. Применяя модель Ландау, они нашли что предельное значение u_2 при низких температурах составляет три четверти от значения, предсказанного Ландау; это значение, как будет показано в 9.4, является слишком малым. Дингль D. 51 поставил под сомнение справедливость уравнения Гортера для энтропии.

Несколько соотношений для скорости второго звука было получено остроумным путём, без помощи какой-либо двухкомпонентной модели. Во всех рассмотренных такого рода возбуждения жидкости трактовались как газовые частицы (следуя Ландау Л. 41a). С этой точки зрения волны второго звука являются волнами плотности в газе возбуждений или «частиц». Для того чтобы такие волны распространялись, «частицы» должны удовлетворять известным условиям (более полно обсуждённым в приведённой в конце литературе), среди которых: (1) между частицами возможны только упругие столкновения, (2) средняя длина пробега возбуждений должна быть мала по сравнению с длиной волны второго звука и (3) диссипативные процессы не должны вызывать слишком сильного затухания второго звука.

Впервые такое рассмотрение было сделано Уордом и Вилксом W. 51b, W. 52. Они построили аналогию между фононами и фотонами с тем, чтобы получить предсказанное Ландау предельное значение для скорости второго звука при $T \rightarrow 0$, а именно $u_2 = u_1 / \sqrt{3}$. Они кратко обсудили возможность существования второго звука в кристаллах — исследование, которое впервые было предложено Пешковым П. 46a. (Аналогия, построенная Уордом и Вилксом, предполагает также возможность существования волн второго звука в газе фотонов, однако, как было указано Лондоном L. 51, фотоны не удовлетворяют условию (2), сформулированному выше.)

Позднее Уорд и Вилкс получили те же самые результаты, применяя к возбуждениям уравнение Больцмана.

Дингль также рассмотрел эту проблему D. 52a, D. 52c аналогично Уорду и Вилксу. Дингль ввёл термодинамические функции газа возбуждений, из которых получил выражение

$$u_2^2 = \frac{TS^2\rho}{c_v\rho_n}, \quad (9.9)$$

которое отличается от уравнения (9.6) множителем (ρ/ρ_s) , так что согласие с этим уравнением имеет место лишь при $T \rightarrow 0$. Различие между (9.6) и (9.9) вызвано, по мнению Дингля D. 52a, неправильным учётом основного состояния при выводе уравнения (9.6). При выводе двухкомпонентных уравнений Кронигом K. 53g, о котором уже упоминалось в разделе 8, статистический подход был

применён к разрешению проблемы второго звука, причём Крониг нашёл возможным учесть импульс основного состояния.

Как мы уже указывали, существуют различные предположения относительно возможности распространения второго звука в среде, отличной от гелия II. Дингль D. ^{52a} недавно вычислил скорость u_2 , ожидаемую в некоторых средах. При этом, конечно, должны быть выполнены ограничения, указанные выше. В частности, если интересоваться возможностью существования второго звука в He^3 , то на это можно получить ответ из того факта, что He^3 , повидимому, не сверхтекуч (см. (3.7)), и что диссипативные процессы в He^3 могут предотвратить распространение волн второго звука. Тем не менее исследование второго звука в чистом жидком He^3 будет чрезвычайно интересным и важным.

9.4. Экспериментальное исследование второго звука

Первые эксперименты со вторым звуком в жидком гелии были выполнены Пешковым. В серии красивых опытов, опубликованных с 1944 по 1949 гг. П. 44, П. 46а, П. 46б, П. 48б, П. 48с, П. 49, Пешков исследовал температурную область от λ -точки до температуры около 1°K . Пешков использовал метод стоячих волн: колебания температуры или энтропии возбуждались на одном конце трубки, заполненной жидким гелием II. Колебания возбуждались при помощи нагревателя, состоящего из плоской проволочной катушки, через которую пропусклся синусоидальный ток. Другая плоская катушка, представляющая собой термометр сопротивления из фосфористой бронзы и установленная перпендикулярно к оси трубки, служила детектором и могла передвигаться вдоль трубки вверх и вниз.

Соотношение между длиной волны и частотой могло быть изучено либо по установлению резонанса температурных волн в трубке и измерению резонансной кривой, либо перемещением детектора вдоль трубки и наблюдением расстояния между узлами и пучностями температурных колебаний. Пешков использовал частоты от 10 до 10^4 гц и не обнаружил дисперсии в волнах. Его результаты показаны на рис. 50 пунктирной кривой. Заметим, что значение скорости второго звука u_2 резко возрастает от нуля при T_λ и достигает максимума, равного 20,3 м/сек около $1,65^\circ \text{K}$, значение, которое приблизительно удерживается постоянным в широкой области температур. Однако перед конечным подъёмом до существенно более высоких значений ниже 1°K u_2 проходит через минимум, равный приблизительно 18,4 м/сек несколько выше 1°K .

Пешков П. 48а, П. 48б исследовал также некоторые дополнительные эффекты, которые за неимением места мы не можем здесь обсудить подробно. Один из интересных опытов заключался в изучении второго звука при помощи пористого фильтра, помещённого перед обычным акустическим излучателем. Между излучателем

и фильтром нормальная и сверхтекучая компоненты движутся как одно целое, создавая колебания плотности, или первый звук. В фильтре вследствие вязкости нормальная жидкость в отличие от сверхтекучей тормозится, что приводит к возникновению относительного движения жидкостей и, следовательно, появлению по другую сторону фильтра второго звука.

Произведя эксперименты при более низких температурах, Пешков *П. 48с* первым нашёл, что, в противоположность уравнению Тиссы (9.5), скорость второго звука проходит через минимум при температуре несколько выше $1,0^\circ \text{K}$, тем самым экспериментально подтвердив предположение Ландау о том, что плотность и энтропия фоонов входят в соответствующие величины для нормальной жидкости.

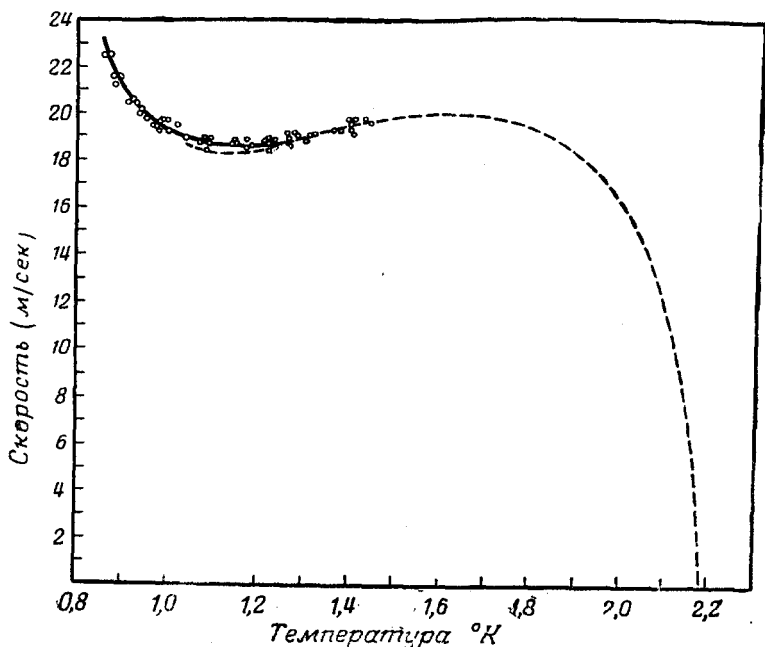


Рис. 50. Скорость второго звука u_2 как функция температуры. Пунктирная кривая изображает результаты Пешкова *П. 44, П. 46б, П. 48б, П. 48с, П. 49а*. Выше приблизительно $1,25^\circ \text{K}$ эта пунктирная кривая представляет также результаты Лейна и сотрудников *Л. 46с, Л. 47б*, Пеллама *Р. 48, Р. 49б* и Осборна *О. 48б* — все они хорошо согласуются. Сплошная кривая, проведённая по экспериментальным результатам, представленным кружками, получена Маурером и Херлином *М. 49д*.

Другие измерения скорости второго звука были выполнены Лейном, Фейербенком, Шульцем и Фейербенком *Л. 46с, Л. 47*, использовавшими несколько иной метод. В их приборе цилиндрический объём

из люсита с нагревателем в дне, служившим источником периодических колебаний температуры, частично заполнялся гелием II. В верхней части объёма был укреплен магнитный микрофон, служивший приёмником. Согласно предположению, выдвинутому Онсагером, «второй звук», возбуждённый в жидкости, трансформируется на её поверхности в обычный звук в паре с высоким коэффициентом трансформации энергии. Колебания давления в обычном звуке в паре могли воздействовать на микрофон. Так как уровень жидкости в объёме падает медленно, то можно было наблюдать резонансы, и, зная длину столба жидкости при каждом резонансе, можно определить скорость температурных волн с точностью до 0,5%. Полученные результаты совпали с данными Пешкова, как показано на рис. 50.

Более поздние работы по измерению скорости второго звука были выполнены с импульсной техникой, разработанной Пелламом Р. 48, Р. 49а и Осборном О. 48b. Короткий тепловой импульс (продолжительностью около 10^{-4} сек) посылался в гелий и принимался приёмником. Оба импульса — посланный и принятый — смещены относительно друг друга на экране осциллографа. За подробностями экспериментального устройства следует обратиться к оригинальным статьям. Скорость находится из отношения длины пути к промежутку времени между посылкой и принятием сигнала, непосредственно определяемому по осциллографу. Метод имеет преимущество, заключающееся в удобстве (не нужно добиваться резонансных условий) и в малой средней мощности, излучаемой в гелий. Это второе преимущество становится всё более и более важным по мере понижения температуры и уменьшения энтропии гелия II.

Результаты этих экспериментов дали достаточное подтверждение точности измерений, выполненных ранее Пешковым и Джейном и сотрудниками. Они также показали, что не существует какой-либо измеримой дисперсии в широкой области частот, что было найдено также Пешковым.

Для того чтобы углубить теоретическое понимание механизма второго звука, были интересны измерения ниже температуры примерно $1,1^\circ\text{K}$ — наименьшей границы области, исследованной в цитированных выше работах. Результаты таких измерений были опубликованы в течение нескольких последних лет сначала Пешковым до $1,03^\circ\text{K}$ П. 48c, затем Маурером и Херлином М. 49d и Пешковым П. 52 до $0,86^\circ\text{K}$ и затем Пелламом и Скоттом Р. 49b, Аткинсом и Осборном А. 50c и Клерком, Хадсоном и Пелламом К. 53a вплоть до температур, достигнутых парамагнитным охлаждением. Результаты работ Маурера и Херлина, и Пешкова даны на рис. 50, куда включены также и более поздние данные. Эти результаты, как уже отмечалось, впервые указали на существование минимума кривой u_2 как функции T и начало резкого роста u_2 ниже 1°K .

Следовательно, эти результаты впервые позволили сделать однозначный выбор между основными предположениями Тиссы, с одной стороны, и Ландау, с другой стороны (см. 9.2), относящимися к интерпретации уравнения для второго звука в жидком гелии II.

Результаты измерений u_2 в области температур парамагнитного охлаждения, полученные Аткинсом и Осборном ^{А. 50с} и де-Клерком, Хадсоном и Пелламом ^{К. 53а}, использовавшими импульсную технику, показаны на рис. 51. Оставляя в стороне вопрос о точности изме-

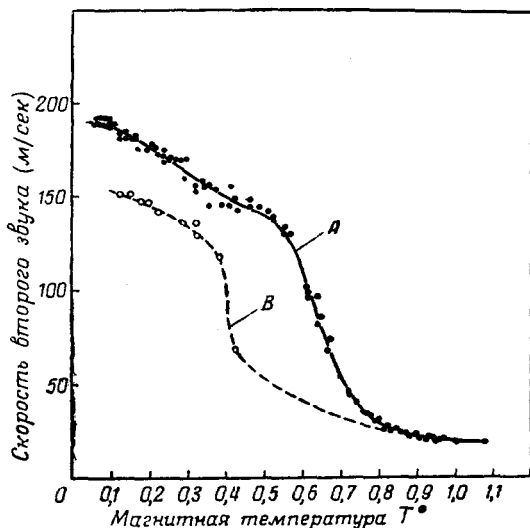


Рис. 51. Скорость второго звука как функция температуры при низких температурах (по де Клерку, Хадсону и Пелламу ^{К. 53а}). Кривая *A* и соответствующие ей точки — данные де Клерка и др. Пунктирная кривая *B* и точки на ней — данные Аткинса и Осборна ^{А. 50с}.

рений температур в работе Аткинса и Осборна (более поздняя работа поставила под сомнение измерения температуры), мы отметим их результаты как некую веху в измерениях скорости второго звука. Они наблюдали, что скорость u_2 возрастает очень сильно около $0,4^\circ \text{K}$, и затем становится постоянной. Экстраполируя свои результаты к 0°K , они получили для $u_2(0) \approx 152 \text{ м/сек}$, что примерно на 10 процентов выше значения, ожидаемого Ландау.

Совсем недавно де Клерк и др., работая в том же температурном интервале, обнаружили несколько иное поведение. Во-первых,

они установили, что крутой подъем наступает скорее при $0,6^\circ \text{K}$, чем при $0,4^\circ \text{K}$. Они это объяснили тем, что прибор Аткинса, охлаждаемый парамагнитной солью, никогда не имел её низкой температуры. Температура, указанная Аткинсом и Осборном, ближе, повидимому, к температуре соли, нежели к температуре гелия. Некоторое время назад, ещё до опубликования результатов де Клерка и др., Крамерс указал на то, что крутой подъем u_2 с температурой должен наступить при той же температуре, при которой начинается зависимость теплоёмкости по T^3 , т. е. в начале чисто фоновой области. Измерения теплоёмкости Крамерса и др. ^{К. 52а} показали, что эта температура лежит около $0,6^\circ \text{K}$. Следовательно,

эксперименты де Клерка и др. явились убедительным подтверждением соображений Крамерса.

Далее, де Клерк и др. обнаружили, что при наинизших достигнутых ими температурах, а именно при $0,01^\circ \text{K}$ скорость второго звука заметно выше значения, предсказанного Ландау, и, повиному, ещё более возрастает с понижением температуры. (Они получили столь высокие значения скорости, как 192 м/сек.) Эти результаты показаны на рис. 51.

Де Клерк, Хадсон и Пеллам ориентировочно привели следующие три возможные объяснения своих результатов:

(1) Возможно, что полученное ими высокое значение скорости является действительным свойством распространения второго звука. Это означает, что предсказание Ландау относительно предельного значения скорости при низких температурах ошибочно.

(2) Эффект мог быть вызван явлением ударной волны, обнаруженным Осборном ^{О. 51}.

(3) Эффект мог быть обусловлен большой длиной свободного пробега фононов.

Относительно первого из этих предположений можно сказать, конечно, очень мало. Однако Дингль ^{Д. 52d} недавно произвёл некоторые вычисления, касающиеся распространения прямоугольного или δ -образного импульса в вязкой или теплопроводящей среде. Эффект затухания вызывает размытие импульса и искажение его симметрии, так что начало принятого импульса дойдёт за время $t = x/u_{20}$ (где u_{20} — скорость, вычисленная из уравнения (9.6)). Если вычислить скорость $u_{\text{фр}}$ фронта импульса, она окажется очень большой. Дингль получает при $0,2^\circ \text{K}$

$$u_{20} \approx u_{\text{фр}} (1 - 60 \sqrt{\eta}). \quad (9.10)$$

Оценивая*) это выражение, он находит, что наблюдения Аткинса и Осборна (которые измеряли распространение переднего фронта импульса) согласуются с предсказанием Ландау. Эта поправка к наблюдаемым значениям скорости не годится при низких температурах, использованных де Клерком и др. Если же в измерениях фиксируются другие точки принятого импульса, то скорости могут получиться в несколько раз меньшими. Поэтому Пеллам предположил, что использование импульсов высокочастотных колебаний для определения скорости второго звука может привести к появлению зависимости скорости от несущей частоты. Однако, несмотря на то, что несущие частоты были использованы также де Клерком и др., зависимость от несущей частоты не была обнаружена.

*) Для того чтобы использовать (9.10), Дингль вынужден был отказаться от значения η , использованного Ландау и Халатниковым ($\eta \approx 1$ пуазу при $0,2^\circ \text{K}$), и использовать аппроксимацию Тиссы ^{Т. 47}: $\eta \sim T^{-1/2}$. Даже при таком предположении формула (9.10) становится несправедливой при $0,06^\circ \text{K}$.

Что касается ударных волн, то ясно, что они начинают играть большую роль с понижением температуры, так как всякое отличие от нуля выделение тепла в систему будет вызывать заметное повышение температуры в среде с исчезающе малой энтропией. Если такие ударные волны нельзя устранить, в пределе они приведут, согласно Клерку, Хадсону и Пелламу К. 53а, к кажущейся скорости второго звука, равной скорости первого звука. Ударные волны были рассмотрены Темперлеем Т. 51с и Халатниковым Х. 51. Халатников подверг критике работу Темперлея, построенную на ошибочных гидродинамических уравнениях. Исходя из уравнений Ландау, которые он решает во втором приближении, Халатников получает:

$$u_{\text{фр}} = v_{z0} + \frac{1}{2} \alpha_2 (v_{n1} + v_{n2}), \quad (9.11)$$

$$\alpha_2 = \frac{ST}{C} \frac{\partial}{\partial T} \left[\ln \left(u_{z0}^3 \frac{C}{T} \right) \right], \quad (9.12)$$

где v_{n1} и v_{n2} — скорости нормальной компоненты по одну и другую сторону поверхности разрыва ударной волны. При изменении температуры α_2 меняет знак, так что в одних областях температур поверхности разрыва возникают на переднем фронте, в других — на заднем фронте волны. При $T \rightarrow 0$, если скорость нормальной компоненты перед фронтом волны равна нулю,

$$u_{\text{фр}} \rightarrow \frac{u_1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} v_n, \quad (9.13)$$

и так как v_n становится очень большим, однако не превосходит u_1 ,

$$u_{\text{фр}} \rightarrow u_1 \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{3} \right). \quad (9.14)$$

Ударным волнам уделено большое внимание в недавних обзорах Дингля D. 52a и Аткинса А. 52a.

Третье возможное объяснение наблюденных значений скорости заключается в большой длине свободного пробега фононов, как было предположено Уордом W. 53b, Гортером G. 52 и Аткинсом А. 53. Это может быть объяснено следующим образом: возникновение второго звука заключается в установлении в жидкости периодически изменяющейся «локальной температуры». Такая локальная температура, соответствующая локальному равновесию, может иметь место только, если средняя длина пробега фононов в жидкости много меньше длины волны второго звука. Если средняя длина свободного пробега фононов становится макроскопической при низких температурах, как это было предположено в теории вязкости Ландау и Халатникова Л. 49 (см. 9.1), равновесие может не установиться при распространении импульса. В этом случае тепловой импульс

будет распространяться со скоростью фоонов, т. е. со скоростью первого звука.

В недавнем исследовании влияния длины свободного пробега Крамерс, ван-ден-Берг и Гортер^{К. 53п} сравнили распространение импульсов в двух объемах, длиной 3 см и 6 см между 0,1° К и 1,0° К.

При наимизших температурах резко очерченный передний фронт импульса имел скорость, равную 230 м/сек. С повышением температуры скорость падала и фронт принятого импульса становился нерезким. В объеме длиной 6 см это наблюдалось при более низкой температуре, чем в объеме длиной 3 см и вплоть до 0,8°. Скорость, измеренная в длинном объеме, была меньше, чем в коротком. При 0,8 К наблюденная скорость оказалась совпадающей с результатами измерений других авторов. Следовательно, результаты подтверждают постулированный эффект длины свободного пробега.

9.5. Влияние давления на скорость второго звука

Измерения влияния давления на скорость второго звука были сделаны Пешковым и Зиновьевой^{П. 48с} в температурной области от 1,3° К до T_λ при давлениях от упругости насыщенных паров

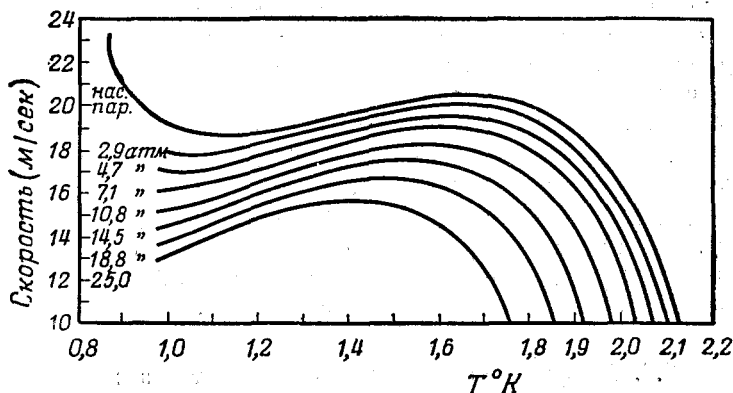


Рис. 52. Скорость второго звука как функция температуры и давления по Мауреру и Херлину^{М. 51с}. Экспериментальные точки общей численностью около 250, хорошо ложащиеся на кривые, не изображены. Максимальное отклонение точек от кривой составляет $\pm 1\%$. Давления на кривых указаны в атмосферах.

до давлений, при которых гелий затвердевает, и Маурером и Херлином^{М. 51б, М. 51с}, Мейпером и Херлином^{М. 53}, расширившими температурную область много ниже 1° К и использовавшими давления до 25 атм. Выше 1° К результаты, взятые из опубликованных данных Херлина и др., представляют собою семейство изобар, представленных на рис. 52. Видно, что максимум кривой u_2 как

функция температуры, смещается в сторону низких температур по мере увеличения давления. Как указывали Пешков и Зиновьева, линия максимумов (на кривой p , как функции $T_{\text{макс}}$) имеет $\frac{dT}{dp} < 0$ и параллельна λ -линии.

При очень низких температурах (около $0,4^\circ \text{K}$, не показанных на рис. 52) скорость второго звука резко возрастает в полном соответствии с сообщениями де Клерка и др.^{К. 53а}; однако, как видно из рис. 52, чем больше давление, тем ниже температура, при которой начинается рост скорости. После резкого подъема скорости наступает насыщение, как и ожидалось, но здесь кривые пересекаются и при приближении к абсолютному нулю предельная скорость тем больше, чем выше давление.

Эти результаты важны с теоретической точки зрения. Они подтверждают предположение, сделанное впервые Ландау, что при низких температурах в нормальную жидкость входят только фононы. Резкое возрастание скорости второго звука наступает при температуре, при которой фононная часть энтропии составляет заметную долю полной энтропии, а предельная скорость при 0°K пропорциональна скорости первого звука. Так как скорость первого звука возрастает с увеличением давления, а фононная часть энтропии изменяется обратно пропорционально кубу скорости первого звука, то увеличение давления гелия II понижает температуру, при которой наступает рост скорости и увеличивает её предельное значение. Оба эти эффекта наблюдаются. Аналогично де Клерку, Хадсону и Пелламу^{К. 53а} Мейпер и Херлин наблюдали, что полученные предельные значения скорости больше ожидаемых по теории Ландау значений $u_1/\sqrt{3}$.

Кондо, Накаджима и Шимицу^{К. 51} сравнили результаты Маурера и Херлина в области выше 1°K с вычислениями, основанными на уравнении Усуи для скорости второго звука (9.8). Они получили качественное, но не количественное совпадение.

9.6. Диск Рэлея и трубка Пито в поле второго звука

Помимо измерений, в которых интерес представляла скорость второго звука, как таковая, Пеллам и сотрудники поставили изящные эксперименты со вторым звуком с целью проверки гипотезы двухкомпонентной модели. Они провели обширную серию экспериментов с тепловой трубкой Пито и тепловым диском Рэлея в полях второго звука.

В экспериментах Пеллама с тепловой трубкой Пито в объеме, длина которого равнялась половине длины волны, устанавливались стоячие волны второго звука. Прибор был остроумно сконструирован таким образом, что давление гелия II можно было измерить

посредине объёма (пучность волны) и в конце объёма (узел волны), используя сам жидкий гелий в качестве манометрической жидкости. Давление жидкости оказалось выше в узле. Пеллам объяснил это интуитивным обобщением уравнения Бернулли, в которое он ввёл член, связанный с относительным движением нормальной и сверхтекучей жидкостей, а именно:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p + \frac{1}{2} \rho \frac{p_n}{\rho_s} \left(\frac{\dot{H}}{\rho ST} \right)^2 = \text{const}, \quad (9.15)$$

где $\dot{H} = \rho ST v_n$ — тепловой поток. Введение четвёртого члена в уравнение (9.15) показывает, что там, где кинетическая энергия относительного движения двух жидкостей велика, давление мало и наоборот — заключение, подтверждающееся наблюдениями.

В этом эксперименте было установлено, что давление изменяется пропорционально квадрату скорости частиц; как отмечалось ранее, не существует изменений давления, пропорциональных первой степени скорости. В публикации Пеллама были приведены лишь качественные результаты экспериментов.

Применение теплового диска Рэлея для исследования полей второго звука было впервые предложено Пелламом и Морзом^{Р. 50а}; экспериментальные результаты были сообщены недавно Пелламом и Хансоном^{Р. 52б}. Основная идея этих экспериментов состоит в том, что каждая компонента жидкого гелия II будет действовать на диск Рэлея так, как если бы другая отсутствовала, ибо воздействие на диск пропорционально квадрату скорости, а не её первой степени. Известно, что максимальный вращательный момент, который действует на небольшой диск, подвешенный в звуковом поле, даётся выражением

$$\tau = \frac{4}{3} a^3 \rho v^2, \quad (9.16)$$

где a — радиус диска, ρ — плотность жидкости, v — её скорость. Мы

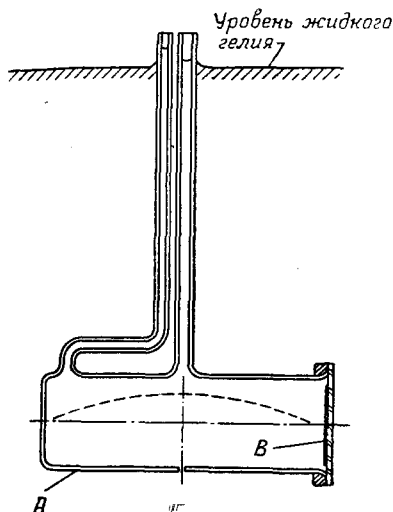


Рис. 53. Схема тепловой трубки Пито-Пеллама Р-50б. Пунктирная кривая внутри горизонтального сосуда А представляет распределение плотности теплового потока (В — плоский электрический нагреватель) при резонансе. Обусловленная этим разность уровней в вертикальных трубках, так же как и подъём вследствие капиллярных сил, здесь преувеличены.

можем написать такое выражение как для сверхтекучей, так и для нормальной компонент гелия II:

$$\left. \begin{aligned} \tau_n &= \frac{4}{3} a^3 \rho_n v_n^2, \\ \tau_s &= \frac{4}{3} a^3 \rho_s v_s^2. \end{aligned} \right\} \quad (9.17)$$

В поле второго звука полный вращательный момент есть сумма обоих членов (9.17). Обе скорости связаны условием, что плотность потока массы в уравнении (8.4) равна нулю, и могут быть заменены тепловым потоком $\dot{H}$ согласно уравнению $\dot{H} = \rho S T v_n$. Таким образом, как было показано подробно Пелламом P. 52b,

$$\begin{aligned} \langle \tau \rangle_{\text{средн}} &= \langle \tau_n \rangle_{\text{средн}} + \langle \tau_s \rangle_{\text{средн}} = \\ &= \frac{4}{3} a^3 \rho \frac{\rho_n}{\rho_s} v_n^2 = \\ &= \frac{4}{3} a^3 \rho \frac{\rho_n}{\rho_s} \left(\frac{\dot{H}}{\rho S T} \right)^2. \end{aligned} \quad (9.18)$$

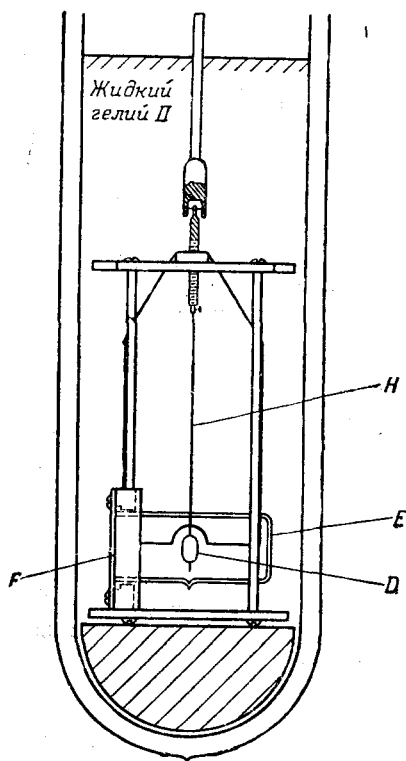


Рис. 54. Схема прибора, использованного Пелламом и сотрудниками P. 52b для экспериментов с диском Рэля в жидком гелии II (см. текст).

Экспериментальная техника, использованная для наблюдения диска Рэля в жидком гелии II Пелламом и сотрудниками, схематически показана на рис. 54. Диск D, представляющий собой зеркальце гальванометра диаметром 12 мм, был подвешен на тонкой медной ленте H в центре цилиндрического горизонтального сосуда E. Луч света, отраженный от диска на стандартную шкалу, указывал на малейшие отклонения зеркальца, вызванные полем второго звука. Второй звук возбуждался при помощи плоского электрического нагревателя F, укрепленного на вертикальной стенке

сосуда E; через нагреватель пропусклся синусоидальный ток. Стоячие волны второго звука устанавливались в сосуде настройкой частоты тока, питающего нагреватель приблизительно на основную частоту. При данной температуре вращательный момент, действующий на диск, измерялся как функция частоты периодического

нагревания и из формы резонансной кривой можно было вычислить эффективный тепловой поток в центре сѣёма. Из частоты, соответствующей максимуму, т. е. максимальному вращательному моменту, можно было подсчитать скорость второго звука. Она оказалась совпадающей с прежними результатами, приведѣнными ранее. Более интересен вращательный момент сам по себе. Из уравнения (9.17) и из отсутствия потока массы следует, что та компонента, которая имеет меньшую плотность, создаѣт больший вращательный момент, и если плотность практически исчезает, вращательный момент становится равным бесконечности. Так- вблизи

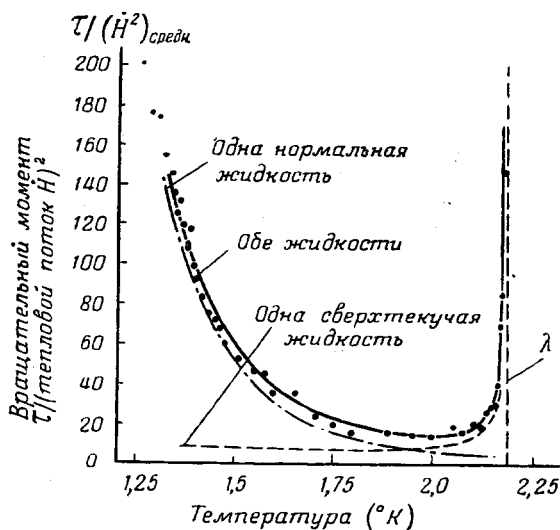


Рис. 55. Отношение $\tau/(H^2)_{\text{среди}}$ как функция температуры T . Кривые соответствуют теоретическим ожиданиям; кружки — наблюдаемые значения.

λ -точки вращательный момент почти целиком обусловлен сверхтекучей жидкостью, в то время как ниже $1,2^\circ \text{K}$ момент создаѣтся нормальной жидкостью. Теория красиво подтверждается экспериментом; каждая из компонент создаѣт свой вращательный момент, показанный на рис. 55, заимствованном из статьи Пеллама и Хансона. Эксперимент даѣт изящное подтверждение двухкомпонентной теории.

Теоретическая кривая на рис. 55 получается из уравнения (9.18), если ρ_n и S известны. При этом были использованы данные Андроникашвили А. 48а для ρ_n и данные Капицы К. 41b для энтропии. Совпадение эксперимента и теории является надёжной проверкой всех величин. На это уже указывалось в разделе (2.3). Несложное преобразование уравнений (9.6) и (9.18) приводит к выражению для теплоёмкости как функции вращательного

момента теплового потока и u_2 . Таким образом, диск Рэлея может быть использован как калориметр. Пеллам и Хансон оценили C_v этим способом и получили хорошее совпадение с другими экспериментами.

Вывод уравнений для тепловой трубки Пито и теплового диска Рэлея сделан Пелламом скорее интуитивно, нежели строго (см. рассуждение Пеллама о потоке механической энергии, о давлении излучения и о передаче потока тепла на «классической границе» для тепловых импульсов^{P. 49c}). Поэтому весьма отраднo, что Усуи U. 51^b вывел уравнения, справедливые для каждого эксперимента из уравнений движения Накаджима, Томита и Усуи. В частности, Усуи подтвердил, что полный момент, действующий на диск Рэлея, в самом деле равен сумме двух моментов согласно уравнению (9.17). Как отметил Усуи, эти эксперименты с трубкой Пито и диском Рэлея характеризуют первое появление члена $(v \text{ grad})v$, входящего в уравнение гидродинамики.

9.7. Затухание второго звука

Уравнения, выражающие влияние на распространение второго звука необратимых процессов (обусловленных вязкостью, теплопроводностью и конечным временем релаксации, управляющей превращением компонент друг в друга в тех местах, где концентрация одной из них превышает равновесную при данной температуре), были рассмотрены частично или полностью Динглем D. 48, D. 50^c, Усуи U. 51^a, Кронигом и Теллунгом K. 50, Гортером, Кастеляйном и Меллинком G. 50^a, Кронигом, Теллунгом и Волдрингом K. 52^e, Халатниковым X. 50, X. 52^b, X. 52^c и Бандом и Мейером B. 48^a, B. 48^d, M. 48^d, B. 49^d.

Дингль вывел выражения для коэффициентов затухания второго звука, распространяющегося в неограниченном объеме, обусловленных отдельно вязкостью и теплопроводностью (α равно обратной величине пути, на котором амплитуда волны возмущения падает в e раз). Эти коэффициенты равны:

вследствие вязкости

$$\alpha_\eta = \frac{\rho_s}{\rho n} \frac{2\eta\omega^3}{3\rho u_2^3}, \quad (9.19)$$

вследствие теплопроводности

$$\alpha_k = \frac{K\omega^2}{2\rho C_v u_2^3}. \quad (9.20)$$

В этих уравнениях η — коэффициент первой (обычной) вязкости, k — коэффициент теплопроводности и C_v — теплоемкость. Усуи также рассмотрел эффекты, обусловленные вязкостью, и пришёл к уравнению, эквивалентному (9.19). Крониг и Теллунг провели аналогичные исследования, исходя из более общих уравнений, включающих коэффициенты вязкости, теплопроводности и объём-

ного расширения. Они пришли к кубическому уравнению для квадрата волнового вектора $K \left(K_i = \frac{\omega}{u_i} \right)$. Три корня этого уравнения соответствуют трём типам распространения волн: первому звуку, второму звуку и «третьему звуку». Третий звук есть поверхностный эффект (см. 5.7), так как волновой вектор K_3 есть почти чисто мнимая величина; движение, вызванное вязким увлечением, затухает на расстоянии около 10^{-5} см. (Эти волны не являются обычными вязкими волнами, наблюдаемыми во всех вязких жидкостях. Обычные вязкие волны, которые также обнаружены в гелии II, характеризуются условием, что квадрат волнового вектора есть чисто мнимая величина.) Более интересным здесь является тот факт, что коэффициент затухания волн второго звука Кронига и Теллунга точно равен сумме двух коэффициентов, данных формулами (9.19) и (9.20), если принять соотношение Стокса между первым и вторым (объёмным) коэффициентами вязкости.

Гортер, Кастеляйн и Меллинк рассмотрели также влияние релаксации на скорость второго звука. Они предположили, что характеристический параметр β , связанный со временем релаксации, таков, что в отсутствие равновесия $\frac{dT}{dt} = \beta G_x$. Подставляя это в уравнение движения, получаем, что u_2 зависит от частоты: при высоких частотах ($\omega \gg \beta G_{xT}$) справедливо уравнение (9.7); при низких частотах (обратное неравенство) уравнение (9.7) должно быть поделено на $\frac{1 - G_{xx}G_{TT}}{G_{xT}^2}$. Крониг, Теллунг и Волдринг рассмо-

трели влияние релаксации несколько более грубо, произведя обобщение уравнений Кронига и Теллунга^{К. 50}. Они установили, что их результаты по второму звуку отличаются от результатов, только что приведённых выше, на величину, которая лежит за пределами точности настоящих измерений. Они не вычисляли зависимость коэффициента затухания от времени релаксации.

Халатников рассмотрел процесс релаксации как испускание и поглощение фононов и ротонов, восстанавливающее равновесие. Эта работа является продолжением работы Ландау и Халатникова^{Л. 49} по вязкости, отмеченной выше (раздел 9.1). Её результаты требуют введения определённых экспериментальных данных. При таких данных автор находит, что явление релаксации приводит к добавочному затуханию, которое (например, при 2° К) даёт $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-14} \omega^2$. При той же самой температуре уравнения (9.19) и (9.20) дают $\alpha_\eta \approx 7 \cdot 10^{-18} \omega^2$ и $\alpha_k \approx 4 \cdot 10^{-14} \omega^2$. К сожалению, так как теории Дингля и Кронига и Теллунга макроскопические, а теория Халатникова микроскопическая, неясно, будут ли все коэффициенты затухания аддитивными.

Банд и Мейер также рассмотрели эффекты релаксации. Для этого они ввели два времени релаксации. Первое время релаксации τ_1

характеризует обмен импульсами между нормальной и сверхтекучей жидкостью и приводит к члену затухания в волновом уравнении. Так, если z пропорционально смещению нормальной компоненты из центра тяжести элемента жидкости, то они пишут

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{\tau_1} \frac{dz}{dt} = v_s^2 \text{grad div } z. \quad (9.21)$$

Второе время релаксации характеризует скорость теплового обмена между компонентами. τ_2 , повидимому, связано с характеристическим временем Гортера и др. и Кронига и др.; τ_1 введено ad hoc. Предположения Банда и Мейера привели к тому, что на очень низких частотах волновое уравнение для второго звука переходит в уравнение термодиффузии.

Для частот, использованных в измерениях со вторым звуком ($\sim 10^4$ гц), затухание, определяемое уравнениями (9.19) и (9.20), чрезвычайно мало в области температур от 1°K до 2°K . Однако вблизи λ -точки α_η и α_k становятся очень большими, так как здесь ρ_s и u_2 стремятся к нулю. При низких температурах также α_k становится большим, так как теплоемкость стремится к нулю.

Экспериментальные данные по поглощению ещё очень немногочисленны и порой противоречивы. Пеллам^{Р. 48, Р. 49а} наблюдал возрастание α с температурой от 10^{-2} см при $1,65^\circ \text{K}$ до $0,25 \text{ см}^{-1}$ при $2,1^\circ \text{K}$ с резким возрастанием при температурах выше последней, что качественно согласуется с предсказаниями настоящего параграфа. Осборн^{О. 51}, однако, обнаружил значительно меньшее поглощение, которое практически не зависит от температуры вплоть до $2,17^\circ \text{K}$. Различие в величинах эффекта, найденных двумя экспериментаторами, объясняется, во всяком случае отчасти, различием основных частот: Пеллам использовал прямоугольные импульсы продолжительностью 150 мксек, Осборн — продолжительностью 600 мксек, что в ожидаемом поглощении должно давать различие (грубо) в 16 раз.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА *)

■ I. Работы советских авторов

- А. 46. Э. Л. Андроникашвили, J. Phys. USSR, 10, 201 (1946); ЖЭТФ 16, 780 (1946).
 А. 48а. Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ 18, 424 (1948).
 А. 48б. Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ 18, 429 (1948).
 А. 49. Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ 19, 535 (1949).

*) Переводчики сочли целесообразным разбить библиографию на две части (советские и иностранные работы). В первом списке ссылки на J. Phys. USSR дополнены ссылками на советские журналы на русском языке, в которых были опубликованы соответствующие работы. Следует также учесть, что этот список охватывает лишь около половины работ по жидкому гелию II, выполненных в СССР.

- А. 52. Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ **22**, 62 (1952).
Б. 47. Н. Боголюбов, J. Phys. USSR, **11**, 23 (1947); Изв. АН СССР, сер. физ., **11**, 77 (1947).
Г. 44. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **14**, 134 (1944).
Г. 49. В. Л. Гинзбург, ДАН **69**, 161 (1949).
Е. 51. Б. Н. Есельсон и Б. Г. Лазарев, ДАН **81**, 537 (1951).
Е. 52. Б. Н. Есельсон и Б. Г. Лазарев, ЖЭТФ **23**, 552 (1952).
К. 38a. П. Л. Капица, Nature **141**, 74 (1938); ДАН **18**, 21 (1938).
К. 38b. А. К. Кикоин и Б. Г. Лазарев, Nature **142**, 289 (1938).
К. 41a. П. Л. Капица, J. Phys. USSR **5**, 59 (1941); ЖЭТФ **11**, 581 (1941). (См. также К. 44).
К. 41b. П. Л. Капица, Phys. Rev. **60**, 354 (1941).
К. 41c. П. Л. Капица, J. Phys. USSR **4**, 181 (1941); ЖЭТФ **11**, 1 (1941).
К. 44. П. Л. Капица, J. Franklin Inst. **237**, 491 (1944). (См. также К. 41a).
К. 51. М. И. Каганов и Б. Н. Есельсон, ЖЭТФ **21**, 658 (1951).
Л. 41a. Л. Ландау, J. Phys. USSR **5**, 71 (1941); ЖЭТФ **11**, 592 (1941).
Л. 41b. Л. Ландау, Phys. Rev. **60**, 356 (1941).
Л. 44a. Л. Ландау, J. Phys. USSR **8**, 1 (1944).
Л. 44b. Е. М. Лифшиц, J. Phys. USSR **8**, 110 (1944).
Л. 47. Л. Ландау, J. Phys. USSR **11**, 91 (1947).
Л. 49. Л. Ландау и И. М. Халатников, ЖЭТФ **19**, 637, 709 (1949).
П. 44. В. П. Пешков, J. Phys. USSR **8**, 381 (1944); ДАН **45**, 385 (1944).
П. 46a. В. П. Пешков, Reports of International Conference of the Physica Society (London), **2**, 19 (1946).
П. 46b. В. П. Пешков, J. Phys. USSR **10**, 389 (1946); ЖЭТФ **16**, 1000 (1946); также Nature **157**, 300 (1946).
П. 48a. В. П. Пешков, ЖЭТФ **18**, 857 (1948).
П. 48b. В. П. Пешков, ЖЭТФ **18**, 867 (1948).
П. 48c. В. П. Пешков, ЖЭТФ **18**, 951 (1948).
П. 48d. В. П. Пешков и К. Н. Зиновьева, ЖЭТФ **18**, 438 (1948).
П. 49. В. П. Пешков, ЖЭТФ **19**, 270 (1949).
П. 52. В. П. Пешков, ЖЭТФ **23**, 687 (1952).
С. 40. П. Г. Стрелков, J. Phys. USSR **3**, 53 (1940); ЖЭТФ **10**, 743 (1940).
Ф. 40. Я. Френкель, J. Phys. USSR **2**, 365 (1940); ЖЭТФ **10**, 650 (1940).
Х. 50. И. М. Халатников, ЖЭТФ **20**, 243 (1950).
Х. 51. И. М. Халатников, ДАН **79**, 237 (1951). См. также ЖЭТФ **23**, 253 (1952).
Х. 52a. И. М. Халатников, ЖЭТФ **22**, 687 (1952).
Х. 52b. И. М. Халатников, ЖЭТФ **23**, 8 (1952).
Х. 52c. И. М. Халатников, ЖЭТФ **23**, 21 (1952).
Я. 43. И. А. Яковлев, J. Phys. USSR **7**, 307 (1943).

II. Работы иностранных авторов

- А. 37. J. F. Allen, Peierls and Uddin, Nature **140**, 62 (1937).
А. 38a. J. F. Allen and A. D. Misener, Nature **141**, 75 (1939).
А. 38b. J. F. Allen and A. D. Misener, Nature **142**, 643 (1938).
А. 38c. J. F. Allen and H. Jones, Nature **141**, 243 (1938).
А. 39a. J. F. Allen and A. D. Misener, Proc. Roy. Soc. (London) **A172**, 467 (1939).
А. 39b. J. F. Allen and J. Reekie, Proc. Cambridge Phil. Soc. **35**, 114 (1939).
А. 39c. J. F. Allen and E. Ganz, Proc. Roy. Soc. (London) **A171**, 242 (1939).
А. 48. K. R. Atkins, Nature **161**, 925 (1948).

- A. 50a. K. R. Atkins, Proc. Roy. Soc. (London) **A203**, 119 (1950).
- A. 50b. K. R. Atkins, Proc. Roy. Soc. (London) **A203**, 240 (1950).
- A. 50c. K. R. Atkins and D. V. Osborne, Phil. Mag. **41**, 1078 (1950).
- A. 51a. K. R. Atkins, Proc. Phys. Soc. (London) **A64**, 833 (1951).
- A. 51b. K. R. Atkins and C. E. Chase, Proc. Phys. Soc. (London) **A64**, 826 (1951).
- A. 51c. J. G. Aston and S. V. R. Mastrangelo, J. Chem. Phys. **19**, 1067 (1951).
- A. 52a. K. R. Atkins, Phil. Mag., Suppl. **1**, 169 (1952).
- A. 52b. E. Ambler and N. Kurti, Phil. Mag. **43**, 260 (1952).
- A. 52c. E. Ambler and N. Kurti, Phil. Mag. **43**, 1307 (1952).
- A. 53. K. R. Atkins, Phys. Rev. **89**, 526 (1953).
- B. 23. K. Benewitz and F. Simon, Z. Physik **16**, 183 (1923).
- B. 38. Brunauer, Emmett and Teller, J. Am. Chem. Soc. **60**, 309 (1938).
- B. 39a. B. Bleaney and F. Simon, Trans. Faraday Soc. **35**, 1205 (1939).
- B. 39b. L. Bergman, Ultrasonics (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1939), cр. 128.
- B. 40. Burton, Grayson-Smith and Wilhelm, Phenomena at the Temperature of Liquid Helium (Reinhold Publishing Corporation, New York, 1940).
- B. 41. Bijl, de Boer and Michels, Physica **8**, 655 (1941).
- B. 47a. J. B. Brown and K. Mendelssohn, Nature **160**, 670 (1947).
- B. 47b. M. Born and H. S. Green, Nature **159**, 738 (1947).
- B. 47c. M. Born and H. S. Green, Proc. Roy. Soc. (London) **A191** 168 (1947).
- B. 48a. W. Band and L. Meyer, Phys. Rev. **74**, 386 (1948).
- B. 48b. J. de Boer and R. J. Lunbeck, Physica **15**, 510 (1948).
- B. 48c. J. de Boer and R. J. Lunbeck, Physica **15**, 139, 149 and 520 (1948).
- B. 48d. W. Band and L. Meyer, Phys. Rev. **73**, 226 (1948).
- B. 49a. R. Bowers and K. Mendelssohn, Proc. Phys. Soc. (London) **A62**, 394 (1949).
- B. 49b. W. Band, Phys. Rev. **76**, 441 (1949).
- B. 49c. R. Bowers and K. Mendelssohn, Nature **163**, 870 (1949).
- B. 49d. W. Band and L. Meyer, Phys. Rev. **76**, 417 (1949).
- B. 50a. R. Bowers and K. Mendelssohn, Proc. Phys. Soc. (London) **A63**, 178 (1950).
- B. 50b. Bowers, Chandrasekhar and Mendelssohn, Phys. Rev. **80**, 856 (1950).
- B. 50c. R. Bowers and K. Mendelssohn, Proc. Roy. Soc. (London) **A204**, 366 (1950).
- B. 50d. H. A. Boorse and J. G. Dash, Phys. Rev. **79**, 734 (1950).
- B. 50e. R. Bowers and K. Mendelssohn, Proc. Phys. Soc. (London) **A63**, 1318 (1950).
- B. 50f. J. B. Brown and K. Mendelssohn, Proc. Phys. Soc. (London) **A63**, 1312 (1950).
- B. 50g. H. A. Boorse and J. G. Dash, Phys. Rev. **79**, 1008 (1950).
- B. 50h. R. Becker, Z. Physik **128**, 120 (1950).
- B. 51a. Bowers, Brewer and Mendelssohn, Phil. Mag. **42**, 1445 (1951).
- B. 51b. R. Bowers and G. K. White, Proc. Phys. Soc. (London) **A64**, 558 (1951).
- B. 51c. R. Bowers and K. Mendelssohn, Nature **167**, 111 (1951).
- B. 51d. E. J. Burge and L. C. Jackson, Proc. Roy. Soc. (London) **A205**, 270 (1951).
- B. 51e. W. Band, J. Chem. Phys. **19**, 435 (1951).

- B. 51f. G. J. vanden Berg and W. J. de Haas, *Physica* **17**, 797 (1951).
- B. 51g. H. A. Boorse and J. G. Dash, *Phys. Rev.* **82**, 851 (1951).
- B. 52. R. Bowers and K. Mendelssohn, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A213**, 158 (1952).
- B. 53a. G. J. C. Bots and C. J. Gorter, *Phys. Rev.* **90**, 1117 (1953).
- B. 53b. R. Bowers, *Phil. Mag.* **44**, 467 (1953).
- B. 53c. R. Bowers, *Phys. Rev.* **91**, 1016 (1953).
- B. 53d. R. Bowers, *Phil. Mag.* **44**, 485 (1953).
- B. 53e. D. Brewer and K. Mendelssohn, *Phil. Mag.* **44**, 340 (1953).
- B. 53f. D. Brewer and K. Mendelssohn, *Phil. Mag.* **44**, 559 (1953).
- B. 53g. D. Brewer and K. Mendelssohn, *Phil. Mag.* **44**, 789 (1953).
- C. 51. B. S. Chandrasekhar and K. Mendelssohn, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A64**, 512 (1951).
- C. 52a. B. M. Cwilong, *Phys. Rev.* **88**, 135 (1952).
- C. 52b. B. S. Chandrasekhar, *Phys. Rev.* **86**, 414 (1952).
- C. 52c. B. S. Chandrasekhar and K. Mendelssohn, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A65**, 226 (1952).
- C. 52d. B. M. Cwilong, *Phys. Rev.* **88**, 1435 (1952).
- C. 53a. B. S. Chandrasekhar and K. Mendelssohn, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A218**, 18 (1953).
- C. 53b. C. E. Chase, *Phys. Rev.* **91**, 489 (1953).
- D. 26. L. I. Dana and H. Kamerlingh-Onnes, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **29**, 1051 (1926). (См. также К. 11).
- D. 38a. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Nature* **141**, 116 (1938).
- D. 38b. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Nature* **142**, 475 (1938).
- D. 38c. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Nature* **141**, 911 (1938).
- D. 39a. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Nature* **143**, 719 (1939).
- D. 39b. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A170**, 439, (1939).
- D. 39c. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A170**, 423 (1939).
- D. 40. K. K. Darrow, *Rev. Mod. Phys.* **12**, 257 (1940).
- D. 42. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Nature* **150**, 604 (1942).
- D. 43. G. Duyckaerts, *Mém. Soc. Roy. Sci. Liège* **2**, 349 (1943). (См. также К. 47a.)
- D. 46a. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A185**, 225 (1946).
- D. 46b. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Phys. Rev.* **69**, 126 (1946).
- D. 47a. Daunt, Probst, Johnston, Aldrich and Nier, *Phys. Rev.* **72**, 502 (1947).
- D. 47b. Daunt, Probst and Johnston, *J. Chem. Phys.* **15**, 759 (1947).
- D. 48. R. B. Dingle, *Proc. Phys. Soc.* **61**, 9 (1948).
- D. 49. R. B. Dingle, *Proc. Phys. Soc.* **A62**, 648 (1949).
- D. 50a. J. G. Daunt and C. V. Heer, *Phys. Rev.* **79**, 46 (1950).
- D. 50b. J. G. Daunt and K. Mendelssohn, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A63**, 1305 (1950).
- D. 50c. R. B. Dingle, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A63**, 638 (1950).
- D. 51. R. B. Dingle, *Phil. Mag.* **42**, 1080 (1951).
- D. 52a. R. B. Dingle, *Phil. Mag., Suppl.* **1**, 111 (1952).
- D. 52b. J. G. Daunt, *Phil. Mag., Suppl.* **1**, 209 (1952).
- D. 52c. R. B. Dingle, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A65**, 374 (1952).
- D. 52d. R. B. Dingle, *Physica* **18**, 841 (1952).
- D. 52e. R. B. Dingle, *Proc. Phys. Soc. (London)* **A65**, 1044 (1952).
- E. 33. P. Ehrenfest, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **36**, 153 (1933).
- E. 38. C. Eckart, *Phys. Rev.* **54**, 920 (1938).
- F. 38. Findlay, Pitt, Grayson-Smith and Wilhelm, *Phys. Rev.* **54**, 506 (1938); **56**, 122 (1939).

- F. 46. J. Franck, Phys. Rev. **70**, 561 (1946).
 F. 49a. H. P. R. Frederikse, Physica **15**, 860 (1949).
 F. 49b. H. A. Fairbank and C. T. Lane, Phys. Rev. **76**, 1209 (1949).
 F. 50. H. P. R. Frederikse and C. J. Gorter, Physica **16**, 402 (1950).
 F. 52. H. M. Fried and P. R. Zilsel, Phys. Rev. **85**, 1044 (1952).
 F. 53a. R. P. Feynman, Phys. Rev. **90**, 1116 (1953).
 F. 53b. M. H. Friedman and S. T. Butler, Phys. Rev. **91**, 465 (1953) и частные сообщения.
 G. 38. Giaque, Stout and Barieau, Phys. Rev. **54**, 146 (1938).
 G. 39. Giaque, Stout and Barieau, J. Am. Chem. Soc. **61**, 654 (1939).
 G. 41. L. Goldstein, J. Chem. Phys. **9**, 273 (1941).
 G. 44. D. V. Gogate and R. N. Rai, Nature **153**, 343 (1944).
 G. 46. L. Goldstein, J. Chem. Phys. **14**, 276 (1946).
 G. 47a. S. R. de Groot, Physica **13**, 555 (1947).
 G. 47b. D. V. Gogate and P. D. Pathak, Proc. Phys. Soc. **59**, 457 (1947).
 G. 48a. H. S. Green, Nature **161**, 391 (1948).
 G. 48b. H. S. Green, Proc. Roy. Soc. (London) **A194**, 244 (1948).
 G. 48c. C. J. Gorter, Phys. Rev. **74**, 1544 (1948).
 G. 49a. C. J. Gorter and J. H. Mellink, Physica **15**, 285 (1949).
 G. 49b. C. J. Gorter, Physica **15**, 523 (1949).
 G. 50a. Gorter, Kasteleijn and Mellink, Physica **16**, 113 (1950).
 G. 50b. de Groot, Jansen and Mazur, Physica **16**, 421 and 691 (1950).
 G. 50c. C. J. Grebenkemper and J. P. Hagen, Phys. Rev. **80**, 89 (1950).
 G. 51a. de Groot, Jansen and Mazur, Phys. Rev. **81**, 1070 (1951).
 G. 51b. S. R. de Groot, Thermodynamics of Irreversible Processes (North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1951).
 G. 51c. C. Grenier, Phys. Rev. **83**, 598 (1951).
 G. 51d. Gorter, Taconis and Beenakker, Physica **17**, 841 (1951).
 G. 52. C. J. Gorter, Phys. Rev. **88**, 681 (1952).
 G. 53. L. Goldstein, Phys. Rev. **89**, 597 (1953).
 H. 49. W. J. de Haas and G. J. van der Berg, Rev. Mod. Phys. **21**, 524 (1949).
 H. 50a. A. C. Hollis-Hallett, Proc. Phys. Soc. (London) **A63**, 1367 (1950).
 H. 50b. Hull, Wilkinson and Wilks, Proc. Phys. Soc. (London) **A64**, 379 (1950).
 H. 51. D. G. Henshaw and L. C. Jackson, Proc. Natl. Bur. Standards Symposium. Natl. Bur. Standards Circular 519 (1951), 182.
 H. 52a. A. C. Hollis-Hallett, Proc. Roy. Soc. (London) **A210**, 404 (1952).
 H. 52b. A. C. Hollis-Hallett, Phys. Rev. **86**, 649 (1952). (См. также A. 52a.)
 H. 52c. Hung, Hunt and Winkel, Physica **18**, 629 (1952).
 H. 52d. E. F. Hammel and A. F. Schuch, Phys. Rev. **87**, 154 (1952).
 H. 52e. O. Halpern, Phys. Rev. **86**, 126 (1952).
 H. 52f. O. Halpern, Phys. Rev. **87**, 520 (1952).
 H. 53. A. C. Ham and L. C. Jackson, Phil. Mag. **44**, 214 (1953).
 I. 38. A. van Isterbeek and W. H. Keesom, Physica **5**, 257 (1938).
 J. 38. H. E. Johns and J. O. Wilhelm, Can. J. Research **A16**, 131 (1938).
 J. 39a. Johns, Wilhelm and Grayson-Smith, Can. J. Research **A17**, 149 (1939).
 J. 39b. H. Jones, Repts. Progr. in Phys. **6**, 280 (1959).
 J. 49a. L. C. Jackson and E. J. Burge, Nature **164**, 660 (1949).
 J. 49b. L. C. Jackson, Proc. Int. Conf. Phys. of Very Low Temps. Massachusetts Institute of Technology (1949), стр. 25.

- J. 50. L. C. Jackson and D. G. Henshaw, *Phil. Mag.* **41**, 1078 (1950).
J. 53. L. C. Jackson and D. G. Henshaw, *Phil. Mag.* **44**, 14 (1953).
K. 11. H. Kamerlingh-Onnes, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **13**, 1093 (1911). (См. также D. 26.)
K. 24. H. Kamerlingh-Onnes and J. D. A. Boks, *Leiden. Comm.* **170b** (1924).
K. 27. W. H. Keesom and M. Wolfke, *Leiden. Comm.* **190b** (1927).
K. 28a. W. H. Keesom and M. Wolfke, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **31**, 81 (1928).
K. 28b. W. H. Keesom and M. Wolfke, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **31**, 90 (1928).
K. 32b. W. H. Keesom and Miss A. P. Keesom, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **35**, 736 (1932).
K. 32c. W. H. Keesom, *Leiden. Comm. Suppl.* **71e** (1932).
K. 33a. W. H. Keesom, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **36**, 147 (1933).
K. 33b. W. H. Keesom and G. Schmidt, *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **36**, 832 (1933).
K. 35. W. H. Keesom and A. P. Keesom, *Physica* **2**, 557 (1935).
K. 36a. W. H. Keesom and K. W. Taconis, *Physica* **3**, 270 (1936).
K. 36b. W. H. Keesom, *Leiden. Comm. Suppl.* **80b** (1936).
K. 36c. W. H. Keesom and A. P. Keesom, *Physica* **3**, 359 (1936).
K. 36d. Kurti, Rollin and Simon, *Physica* **3**, 269 (1936).
K. 38a. W. H. Keesom and G. MacWood, *Physica* **5**, 737 (1938).
K. 38b. W. H. Keesom and G. MacWood, *Physica* **5**, 745 (1938).
K. 38c. N. Kurti and F. Simon, *Nature* **142**, 207 (1938).
K. 38d. Keesom, Keesom and Saris, *Physica* **5**, 281 (1938).
K. 40a. W. H. Keesom and B. F. Saris, *Physica* **7**, 241 (1940).
K. 40b. Keesom, Saris and Meyer, *Physica* **7**, 817 (1940).
K. 41a. W. H. Keesom and P. H. Keesom, *Physica* **8**, 65 (1941).
K. 41b. W. H. Keesom and W. K. Westmijze, *Physica* **7**, 1044 (1941).
K. 41c. W. H. Keesom and J. Schweers, *Physica* **8**, 1020 (1941).
K. 42. W. H. Keesom, *Helium* (Elsevier Publishing Co. Inc., New York, 1942).
K. 47a. W. H. Keesom and G. Duyckaerts, *Physica* **13**, 153 (1947).
K. 47b. J. Kistemaker, *Physica* **13**, 81 (1947).
K. 48. J. Kistemaker, *Rev. Sci.*, crp. 176 (February, 1948).
K. 50. R. Kronig and A. Thellung, *Physica* **16**, 678 (1950).
K. 51. Kondoh, Nakajima and Shimizu, *Progr. Theoret. Phys. Japan* **6**, 939 (1951).
K. 52a. Kramers, Wasscher and Gorter, *Physica* **18**, 329 (1952).
K. 52b. R. Kronig and A. Thellung, *Physica* **18**, 749 (1952).
K. 52c. Koide, Matsudaira and Usui, *Sci. Papers, Univ. (Tokyo)* **2**, 129 (1952).
K. 52d. H. A. Kramers, *Physica* **18**, 653 (1952).
K. 52e. Kronig Thellung and Woldringh, *Physica* **18**, 21 (1952).
K. 53a. de Klerk, Hudson and Pellam, *Phys. Rev.* **89**, 326 (1953).
K. 53b. de Klerk, Hudson and Pellam, *Phys. Rev.* **89**, 662 (1953).
K. 53c. T. Kasuya, *Progr. Theoret. Phys. Japan* **9**, 87 (1953).
K. 53d. W. C. Knudsen and J. C. Dillinger, *Phys. Rev.* **91**, 489 (1953).
K. 53e. T. Kasuya, *Progr. Theoret. Phys. Japan* **9**, 90 (1953).
K. 53f. T. Kasuya, *Progr. Theoret. Phys. Japan* **8**, 89 (1953).
K. 53g. R. Kronig, *Physica* **19**, 535 (1953).
K. 53h. Kramers, van den Berg and Gorter, *Phys. Rev.* **90**, 1117, (1953).
L. 38a. F. London, *Nature* **141**, 643 (1938).
L. 38b. F. London, *Phys. Rev.* **54**, 947 (1938).
L. 38c. H. London, *Nature* **142**, 612 (1938).

- L. 39a. F. London, J. Phys. Chem. **43**, 49 (1939).
- L. 39b. H. London, Proc. Roy. Soc. (London) **A171**, 484 (1939).
- L. 45. F. London, Rev. Mod. Phys. **17**, 310 (1945).
- L. 46a. F. London, Report of International Conference of Physical Society (London) **2**, 1 (1946).
- L. 46b. H. London, Report of International Conference of Physical Society (London) **2**, 48 (1946).
- L. 46c. Lane, Fairbank, Schultz and Fairbank, Phys. Rev. **70**, 431 (1946).
- L. 47. Lane, Fairbank, Schultz and Fairbank, Phys. Rev. **71**, 600 (1947).
- L. 48b. F. London and P. R. Zilsel, Phys. Rev. **74**, 1148 (1948).
- L. 49. E. A. Long and L. Meyer, Phys. Rev. **76**, 440 (1949).
- L. 50a. E. A. Long and L. Meyer, Phys. Rev. **79**, 1031 (1950).
- L. 50b. G. Leibfried, Z. Phys. **128**, 133 (1950).
- L. 51. F. London, Proc. Internat. Conf. Low Temp. Phys. (Oxford), (1951), cр. 2.
- L. 52a. E. A. Long and L. Meyer, Phys. Rev. **85**, 1030 (1952).
- L. 52b. L. Lesensky and H. A. Boorse, Phys. Rev. **87**, 1135 (1952).
- L. 52c. E. A. Long and L. Meyer, Phys. Rev. **87**, 152 (1952).
- L. 53a. E. A. Long and L. Meyer, Advances in Phys. **2**, 1 (1953).
- L. 53b. E. A. Long and L. Meyer, Phil. Mag. **44**, 788 (1953).
- M. 38. J. Meixner, Ann. Physik **36**, 578 (1938).
- M. 45. K. Mendelssohn, Proc. Phys. Soc. **A57**, 371 (1945). См. также J. Roy, College Sci. **16**, 105 (1946).
- M. 47a. L. Meyer and J. H. Mellink, Physica **13**, 197 (1947).
- M. 47b. J. H. Mellink, Physica **13**, 180 (1947).
- M. 48a. L. Meyer and W. Band, Physica **14**, 63 (1948).
- M. 48b. J. H. Mellink, doctoral dissertation (Leiden), (1948). См. также Ned. Tijdschr. Natuurk. **16**, 66, (1950).
- M. 48c. L. Meyer and W. Band, Nature **162**, 67 (1948).
- M. 48d. L. Meyer and W. Band, Phys. Rev. **74**, 394 (1948).
- M. 49a. K. Mendelssohn, Repts. Progr. in Phys. **12**, 270 (1949).
- M. 49b. N. F. Mott, Phil. Mag. **40**, 61 (1949).
- M. 49c. L. Meyer and W. Band, Naturwiss. **36**, 5 (1949).
- M. 49d. R. D. Maurer and M. A. Herlin, Phys. Rev. **76**, 948 (1949).
- M. 50a. K. Mendelssohn and G. K. White, Proc. Phys. Soc. **A63**, 1328 (1950).
- M. 50b. K. Mendelssohn and G. K. White, Nature **166**, 27 (1950).
- M. 51a. S. V. R. Mastrangelo and J. G. Aston, J. Chem. Phys. **19**, 1370 (1951).
- M. 51b. R. D. Maurer and M. A. Herlin, Phys. Rev. **81**, 444 (1951).
- M. 51c. R. D. Maurer and M. A. Herlin, Phys. Rev. **82**, 329 (1951).
- M. 52. L. Meyer and E. A. Long, Phys. Rev. **85**, 1035 (1952).
- M. 53. V. Mayper and M. A. Herlin, Phys. Rev. **89**, 523 (1953).
- N. 50a. Nakajima, Tomita and Usui, Phys. Rev. **78**, 768 (1950).
- N. 50b. S. Nakajima and M. Shimizu, Progr. Theoret. Phys. Japan **5**, 1010 (1950).
- N. 51. S. Nakajima and M. Shimizu, Progr. Theoret. Phys. Japan **6**, 122 (1951).
- O. 48a. L. Onsager, не опубликовано, см. Lane et al. Phys. Rev. **75**, 988 (1949).
- O. 48b. D. V. Osborne, Nature **162**, 213 (1948).
- O. 49a. Osborne, Weinstock and Abraham, Phys. Rev. **75**, 988 (1949).
- O. 49b. M. F. M. Osborne, Phys. Rev. **76**, 396 (1949).
- O. 50. D. V. Osborne, Proc. Phys. Soc. **A63**, 909 (1950).

- O. 51. D. V. Osborne, Proc. Phys. Soc. **A64**, 114 (1951).
- P. 42. E. Pollard and W. L. Davidson, Applied Nuclear Physics (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1942), стр. 183.
- P. 47. J. R. Pellam and C. F. Squire, Phys. Rev. **72**, 1245 (1947).
- P. 48. J. R. Pellam, Phys. Rev. **75**, 1183 (1949).
- P. 49a. J. R. Pellam, Phys. Rev. **75**, 1183 (1949).
- P. 49b. J. R. Pellam and R. B. Scott, Phys. Rev. **76**, 869 (1949).
- P. 49c. J. R. Pellam, Phys. Rev. **76**, 872 (1949).
- P. 50a. J. R. Pellam and P. Morse, Phys. Rev. **85**, 216 (1950).
- P. 50b. J. R. Pellam, Phys. Rev. **78**, 818 (1950).
- P. 51a. A. B. Pippard, Phil. Mag. **42**, 1209 (1951).
- P. 51b. I. Prigogine and P. Mazur, Physica **17**, 661 (1951).
- P. 52a. I. Prigogine and J. Philippon, Physica **18**, 729 (1952).
- P. 52b. J. R. Pellam and W. B. Hanson, Phys. Rev. **85**, 216 (1952).
- P. 53a. G. S. Picus, Phys. Rev. **90**, 719 (1953).
- P. 53b. I. Prigogine and J. Philippon, Physica **19**, 227 (1953).
- P. 53c. I. Prigogine and J. Philippon, Physica **19**, 508 (1953).
- R. 36. B. V. Rollin, Proceedings of the VII International Congress of Refrigeration **1**, 187 (1936).
- R. 39. B. V. Rollin and F. Simon, Physica **6**, 219 (1939).
- R. 40. J. Reekie, Proc. Cambridge Phil. Soc. **36**, 236 (1940).
- R. 45. A. Rothen, Rev. Sci. Instr. **16**, 26 (1945).
- R. 47. J. Reekie, Proc. Cambridge Phil. Soc. **43**, 262 (1947).
- R. 49. O. K. Rice, Phys. Rev. **76**, 1701 (1949).
- R. 50. O. K. Rice, Phys. Rev. **78**, 182 (1950).
- R. 51. J. E. Robinson, Phys. Rev. **82**, 440 (1951).
- R. 53a. Reekie, Hutchison and Beaumont, Proc. Phys. Soc. **A66**, 409 (1953).
- R. 53b. D. H. Rogers and M. A. Herlin, Phys. Rev. **91**, 489 (1953).
- R. 53c. O. K. Rice and B. Widom, Phys. Rev. **90**, 987 (1953).
- S. 34. F. E. Simon, Nature **133**, 529 (1934).
- S. 41. L. I. Schiff, Phys. Rev. **59**, 839 (1941).
- S. 49. Schaeffer, Smith and Wendell, J. Am. Chem. Soc. **71**, 863 (1949).
- S. 50a. P. L. Smith, Physica **16**, 808 (1950).
- S. 50b. F. E. Simon, Physica **16**, 753 (1950).
- S. 51. Strauss, Meyer and Long, Proceedings of International Conference on Low Temperature (Oxford), стр. 91 (1951).
- S. 53a. B. Smith and H. A. Boorse, Phys. Rev. **90**, 156 (1953) и частные сообщения.
- S. 53b. C. F. Squire, Low Temperature Physics (Mc. Graw-Hill Book. Co., Inc., New York, 1953).
- T. 38a. L. Tisza, Nature **141**, 913 (1938).
- T. 38b. L. Tisza, Compt. Rend. (Paris) **207**, 1035 (1938).
- T. 38c. L. Tisza, Compt. Rend. (Paris) **207**, 1186 (1938).
- T. 40. L. Tisza, J. phys. radium **1**, 165, 350 (1940).
- T. 47. L. Tisza, Phys. Rev. **72**, 838 (1947).
- T. 49a. L. Tisza, Phys. Rev. **75**, 885 (1949).
- T. 49b. H. N. V. Temperley, Proc. Roy. Soc. (London) **A198**, 438 (1949).
- T. 51a. de Troyer, van Itterbeek and van den Berg, Physica **17**, 50 (1951).
- T. 51b. H. N. V. Temperley, Phil. Mag. **42**, 74 (1951).
- T. 51c. H. N. V. Temperley, Proc. Phys. Soc. (London) **A64**, 105 (1951).
- T. 51d. M. Toda, Progr. Theoret. Phys. Japan **6**, 458 (1951).
- T. 52a. H. N. V. Temperley, Proc. Phys. Soc. (London) **A65**, 490 (1952).
- T. 52b. H. N. V. Temperley, Proc. Phys. Soc. (London) **A65**, 619 (1952).

- T. 53a. H. H. Tjerkstra, *Physica* **19**, 217 (1953).
T. 53b. A. Thellung, *Physica* **19**, 217 (1953).
U. 51a. T. Usui, *Physica* **17**, 694 (1951).
U. 51b. T. Usui, *Progr. Theoret. Phys. Japan* **6**, 244 (1951).
W. 35. Wilhelm, Misener and Clark, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A151**, 342 (1935).
W. 49. Webber, Fairbank and Lane, *Phys. Rev.* **76**, 609 (1949).
W. 51a. G. K. White, *Proc. Phys. Soc.* **A64**, 554 (1951).
W. 51b. J. C. Ward and J. Wilks, *Phil. Mag.* **42**, 314 (1951).
W. 52. J. C. Ward and J. Wilks, *Phil. Mag.* **43**, 48 (1952).
W. 53a. White, Conzaies and Johnston *Phys. Rev.* **89**, 593 (1953).
W. 53b. J. C. Ward, частные сообщения J. R. Pellam (см. К. 53),
Z. 50a. P. R. Zilsel, *Phys. Rev.* **79**, 309 (1950).
Z. 50b. G. C. J. Zwanikken, *Physica* **16**, 805 (1950).
Z. 53a. J. M. Ziman, *Phil. Mag.* **44**, 548 (1953).
Z. 53b. P. R. Zilsel, *Phys. Rev.* **91**, 216 (1953) и частные сообщения.
-