1950 г. Август *Т. XLI, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ФИЗИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ*)

К. Киттель

СОДЕРЖАНИЕ

I. Обзор теории доменной структуры 453
1. Введение. 2. Предпосылки теории доменов. 3. Происхождение доменов. 4. Коэрцитивная сила, гистерезис и обратимая проницаемость
II. Энергия доменов 470
1. Обменная энергия. 2. Энергия анизотропии. 3. Магнитоупругая энергия. 4. Магнитостатическая энергия
III. Слой Блоха 492
1. Вводные замечания. 2. Оценка толщины и энергии слоя Блоха. 3. 180° слои в плоскости [100] железа
IV. Теоретические доменные структуры 501
1. Введение. 2. Доменные конфигурации с замкнутым потоком
V. Экспериментальное изучение доменов 511
1. Метод магнитных порошковых фигур. 2. Некоторые результаты, полученные методом порошковых фигур
VI. Магнитные свойства маленьких частиц 519
1. Критические размеры частички, при которых появляется однодоменная структура. 2. Коэрцитивная сила маленьких частиц
VII. Начальная проницаемость и коэрцитивная сила 532
1. Общие замечания. 2. Теория включений. 3. Деформационная теория. 4. Теория флуктуаций намагниченности
Приложение А 539
Выражения для энергии анизотропии кубических кристаллов
Приложение Б 539
Энергия магнитного взаимодействия диполей в кубической решётке
Приложение В 541
Список обозначений
Литература 542

*) C. Kittel. Rev. Mod. Phys. **21**, 541 (1949).

I. ОБЗОР ТЕОРИИ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ

I, 1. Введение

За последние годы сильно возрос экспериментальный и теоретический материал, касающийся происхождения и поведения ферромагнитных доменов. Мы владеем теперь основами теории доменов, которая детально подтверждается экспериментами, относящимися к ферромагнитным монокристаллам, и менее детально в случае тонких ферромагнитных порошков. Полученные результаты подтверждают теорию во всех существенных пунктах и, таким образом, дают уверенность в том, что на этом пути могут быть поняты, по крайней мере качественно, и более сложные явления, наблюдающиеся в поликристаллических материалах.

Настоящая статья представляет собой полный обзор физических основ теории доменов и важнейших подтверждающих её экспериментов. В существующих книгах по ферромагнетизму теория доменов освещена недостаточно; например, ни в одной из этих книг, за исключением недавно появившейся русской книги Вонсовского и Шура (1948)*), не обсуждается основная работа в этой области, выполненная Ландау и Лифшицем в 1935 г.

В начале настоящей статьи даётся краткий обзор физических основ доменной теории. В последующих разделах теория развивается более детально.

I, 2. Предпосылки теории доменов

Основные черты ферромагнетизма поясняются следующим положением, вытекающим из опыта: общую намагниченность специально приготовленного ферромагнитного образца можно изменить от исходного значения нуль (при отсутствии внешнего магнитного поля) до насыщения порядка 1000 гаусс приложением поля, напряжённость которого может быть порядка 0,01 эрстед.

Такая кривая намагничивания приведена на рис. 1. Намагниченность определяется как магнитный момент единицы объёма. На рис. 1 по оси ординат отложена, однако, не намагниченность, а магнитная индукция, которая в данном случае почти равна намагниченности, умноженной на 4π.

Указанное заключение базируется на двух экспериментальных фактах:

---

*) Помимо указанной автором монографии Вонсовского и Шура, см. также обзор С. В. Вонсовского, УФН **35**, 514 (1948); **36**, 30 (1948); **37**, 1,137 (1949). В этом обзоре читатель найдёт также обширную библиографию советских работ в области ферромагнетизма, из которых только часть использована автором статьи. (*Прим. пер.*)

а) В некоторых случаях можно достичь магнитного насыщения приложением очень слабого магнитного поля.

б) При нулевом (или почти нулевом) внешнем поле тот же образец может иметь намагниченность, равную нулю.

Первый из них примечателен в связи с тем, что, как известно из исследований парамагнетизма, при намагничивании системы свободных и независимых элементарных магнитных моментов, приложение поля в 0,01 эрстеда даёт совершенно ничтожный эффект. Например, при комнатной температуре поле в 0,01 эрстеда повышает намагниченность парамагнитной соли (такой, как сульфат железа — $FeSO_4$) на величину около 10^{-6} гаусс, по сравнению с 10^{3} гаусс в ферромагнитных образцах. Как известно, малость эффекта в случае парамагнитной соли объясняется тепловым движением, которое противодействует влиянию магнитного поля. В парамагнитной соли на каждые 10^{9} магнитных моментов полем в 0,01 эрстеда «ориентирован» в среднем только один магнитный момент, так что распределение магнитных моментов по направлениям остаётся в основном беспорядочным. Такая высокая степень хаоса является, как уже было сказано, результатом преобладающей роли теплового движения в системе, где магнитные моменты электронов являются свободными, т. е. невзаимодействующими.

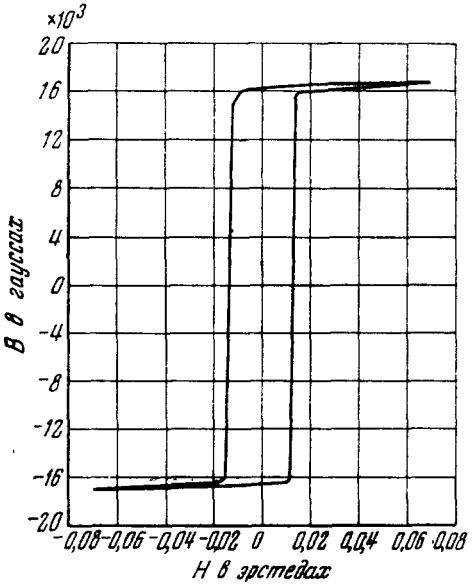


Рис. 1. Кривая намагничивания [монокристалл кремнистого железа. Шкала по оси ординат является приближённой (Вильямс и Шокли, 1949).]

Пьер Вейсс (1907) указал, что трудность, связанная с тепловым движением, может быть в основном устранена при допущении наличия в ферромагнетиках сильного внутреннего «молекулярного» поля. Мы считаем теперь, что это поле эквивалентно взаимодействию между электронами, которое стремится направить магнитные моменты параллельно друг другу.

Величина вейссова молекулярного поля может быть без труда определена. При температуре Кюри T_c тепловая энергия спина электрона kT_c по порядку величины должна равняться энергии

$\mu_B H_{\text{мп}}$ магнитного момента электрона μ_B в действующем молекулярном поле $H_{\text{мп}}$:

$$kT_c \approx \mu_B H_{\text{мп}}, \qquad \text{(I, 2, 1)}$$

откуда*)

$$H_{\text{мп}} \approx \frac{kT_c}{\mu_B} \approx 10^{-16} \cdot \frac{10^3}{10^{-20}} \approx 10^7 \text{ эрстед.} \qquad \text{(I, 2, 2)}$$

Полученное поле является чрезвычайно мощным; оно примерно в 20 раз сильнее любого поля, полученного в лабораторных условиях. При температурах ниже точки Кюри действие молекулярного поля превышает действие теплового движения, и образец становится ферромагнетиком. Ориентация магнитных моментов в парамагнитных и ферромагнитных материалах схематически показана на рис. 2; значение магнитного насыщения железа, как функция температуры, представлено на рис. 3.

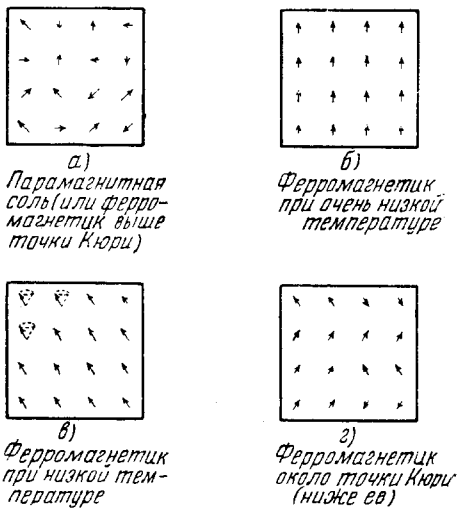


Рис. 2. Ориентация магнитных моментов электронов в парамагнитных и ферромагнитных веществах.

Сейчас известно, что молекулярное поле связано с квантовомеханическими обменными силами; другое и лучше известное проявление этих сил — химическая валентная связь, хотя в случае химической связи обменные силы обычно ориентируют спины соседних электронов антипараллельно, тогда как в случае ферромагнетизма имеет место параллельная ориентация. Сам Вейсс никаких предположений о природе молекулярного поля не делал, но он указал, что обычное взаимодействие магнитных моментов электронов слишком слабо, чтобы обусловить наличие молекулярного поля. Магнитное поле в узле решётки, создаваемое магнитным моментом электрона, расположенного в соседнем узле решётки, по порядку величины равно

$$H \approx \frac{\mu_B}{r^3} \approx \frac{10^{-20}}{(2 \cdot 10^{-8})^3} \approx 1000 \text{ эрстед.} \qquad \text{(I, 2, 3)}$$

Это поле меньше действующего молекулярного поля $H_{\text{мп}}$ примерно в 10^4 раз. Взаимодействие магнитных моментов привело бы

*) Список обозначений дан в приложении В (стр. 541).

к температуре Кюри около 0,1° К. В диэлектриках ситуация совершенно иная, так как по порядку величины электрические дипольные моменты примерно в 100 раз больше магнитных дипольных моментов, что делает энергию взаимодействия большей в 10^4 раз*). Неудивительно поэтому, что находятся вещества, которые в результате взаимодействия электрических диполей являются ферроэлектриками при комнатной температуре.

Мы выяснили, каким образом магнитное насыщение объясняется при помощи мощного вейссова молекулярного поля. Но как мы тогда объясним тот факт, что возможна нулевая намагниченность при нулевом внешнем поле? На первый взгляд это кажется невозможным, так как приходится предположить, что несмотря на наличие молекулярного поля в 10^7 эрстед, магнитный момент образца может быть заметно изменён внешним полем в 10^{-2} эрстеда.

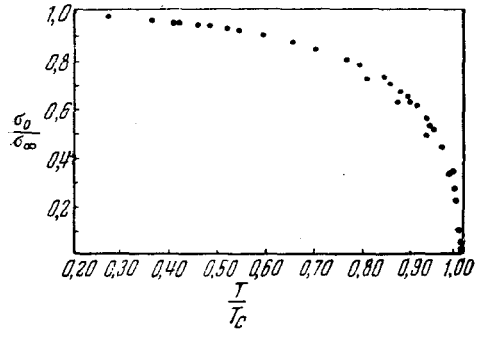


Рис. 3. Намагничивание насыщения для железа в зависимости от температуры. При комнатной температуре значение насыщения ниже имеющего место при нуле градусов Кельвина на 2,0%.

Вейсс вывел теорию из этого затруднения, предположив, что реальные образцы состоят из некоторого числа маленьких областей, называемых доменами, каждый из которых намагничен до насыщения. Направление намагниченности в различных доменах, однако, не обязательно должно быть одинаково. Схематическое расположение доменов с нулевым результирующим магнитным моментом показано (для монокристалла) на рис. 4, *а*. Для поликристаллов в ранних исследованиях предполагалось, что каждый кристаллит может содержать один домен и что результирующий магнитный момент может быть равен нулю благодаря случайному распределению осей зёрен, как это показано на рис. 4, *б*.

Увеличение результирующего магнитного момента тела под действием внешнего магнитного поля может в теории доменов рассматриваться как обусловленное двумя независимыми процессами (как это было указано Беккером): 1) увеличением размеров доменов, выгодно ориентированных по отношению к полю, за счёт сокращения невыгодно ориентированных доменов; 2) поворачиванием направлений намагниченности доменов к направлению поля.

Обе эти возможности, ведущие к изменению результирующей намагниченности, иллюстрируются рис. 5.

*) См. в этой связи статью В. Л. Гинзбурга, УФН **39**, 490 (1949). (*Прим. пер.*)

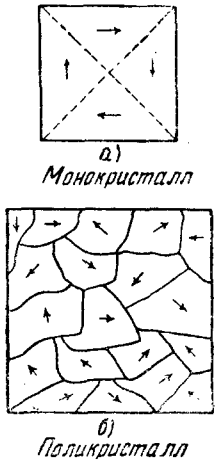


Рис. 4. Схематическая доменная конфигурация с нулевым результирующим магнитным моментом в случае монокристалла (*а*) и поликристалла (*б*). Для простоты принято, что в поликристаллическом образце каждый кристаллит содержит только один домен, что обычно не имеет места.

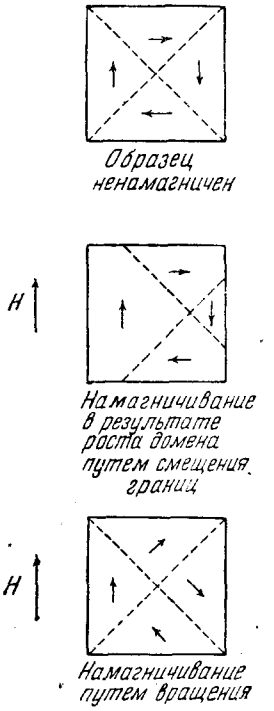


Рис. 5. Основные процессы намагничивания.

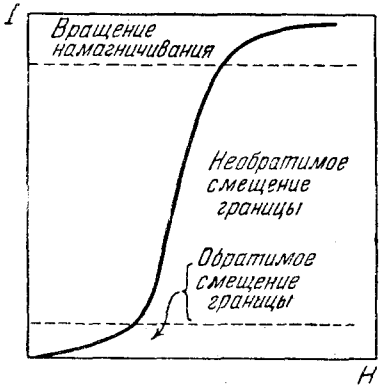


Рис. 6. Типичная кривая намагничивания с указанием областей, в которых преобладают различные процессы намагничивания.

При ближайшем рассмотрении оказывается, что в слабых полях изменение намагниченности обычно происходит за счёт смещения границ и, таким образом, изменения размеров доменов. В сильных полях намагниченность обычно изменяется в результате поворота направления намагниченности. Типичная кривая намагничивания приведена на рис. 6, где указаны области, в которых преобладает каждый из процессов.

Мы видим, таким образом, что Вейсс был в состоянии объяснить основные свойства ферромагнетиков с помощью двух предположений: о существовании молекулярного поля и о наличии доменной структуры. Вейсс не объяснил ни одного из своих предположений с точки зрения атомной теории. Объяснение молекулярного поля с точки зрения обменных сил было дано Гейзенбергом в 1926 г.*), а объяснение природы доменов с точки зрения энергии магнитного поля было дано Ландау и Лифшицем в 1935 г.

Теперь мы перейдём к качественному рассмотрению причин образования доменов.

I, 3. Происхождение доменов

В этом разделе мы покажем, что доменная структура является естественным результатом существования различных форм энергии ферромагнитного тела — энергии обмена, энергии анизотропии и магнитной энергии.

Сначала следует, однако, кратко рассмотреть экспериментальные доказательства существования доменов.

Мы уже видели, что предположение о существовании доменов может быть сделано из рассмотрения самой кривой намагничивания. Но несравненно более ясно и убедительно существование доменной структуры доказывается микрофотографиями границ доменов, полученными методом магнитных порошковых фигур. Этот метод, применённый впервые Биттером (1931), дал в руках Вильямса и его сотрудников (1947—1949) многочисленные и убедительные доказательства существования доменов, причём их форма и размер соответствуют теоретическим ожиданиям.

Метод порошковых фигур состоит в следующем: капля коллоидной суспензии тщательно размельчённого ферромагнитного вещества типа магнетита помещается на полированную поверхность исследуемого ферромагнитного кристалла. При наблюдении через микроскоп обнаруживается, что коллоидные частички взвеси концентрируются около определённых, ясно обозначенных линий, которые представляют собой границы между доменами, намагниченными в разных направлениях. Коллоидные частички концентриру-

*) Здесь, повидимому, имеется ошибка, так как работа Гейзенберга относится к 1928 г. (Zs. f. Phys. **49**, 619 (1928)). Несколько раньше аналогичные соображения в качественной форме высказывались Я. И. Френкелем (Zs. f. Phys. **49**, 31 (1928)). (*Прим. пер.*)

ются вблизи границ доменов потому, что около этих границ имеются очень сильные локальные магнитные поля, которые и притягивают магнитные частички.

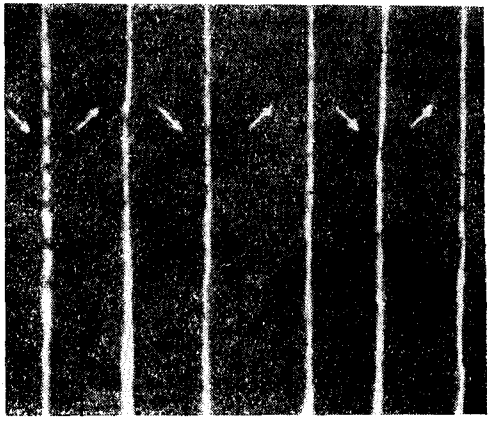


Рис. 7. Простая доменная структура в монокристалле Si-Fe (Вильямс, Бозорт и Шокли). (× 500).

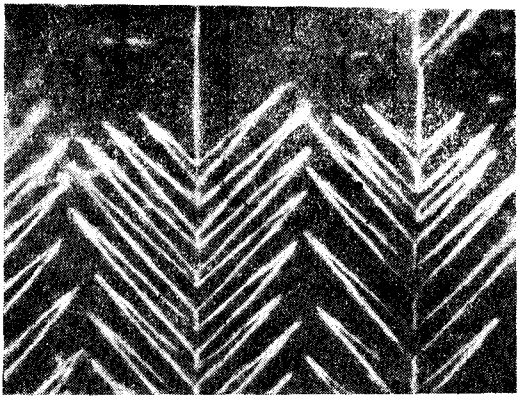


Рис. 8. Сложная доменная структура в монокристалле Si-Fe (Вильямс, Бозорт и Шокли). (× 500).

Фотография сравнительно простой доменной структуры железа показана на рис. 7 вместе с интерпретацией полученной картины, установленной как из самой фотографии, так и на основании убедительных вспомогательных экспериментов. Более сложный тип доменной структуры показан на рис. 8. Структуры такого

«тройного» характера возникают, когда поверхность кристалла слегка наклонена по отношению к грани куба. Детальное объяснение этой структуры было дано Вильямсом, Бозортом и Шокли (1949).

Мы можем понять происхождение доменов при рассмотрении структур, приведённых на рис. 9; каждая из фигур представляет собой поперечный разрез монокристалла, являющегося ферромагнетиком. На фиг. *а*) мы имеем отвечающую насыщению конфигурацию, состоящую из одного домена; в результате образования магнитных «полюсов» на поверхности кристалла эта конфигурация имеет

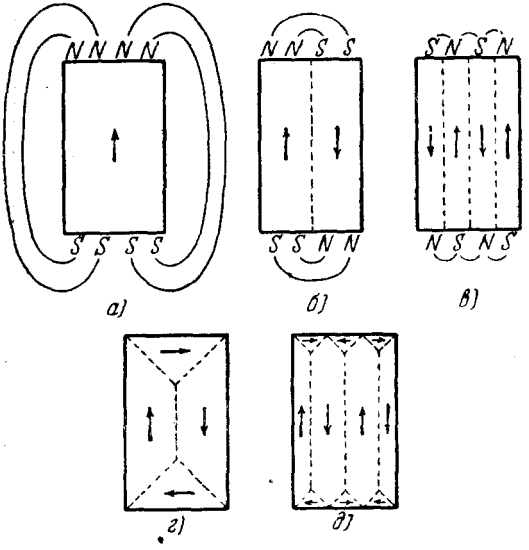


Рис. 9. Происхождение доменов.

большую магнитную энергию $^1/_8\pi\int H^2dV$. Магнитная энергия для квадратного поперечного сечения должна быть порядка $I_s^2 \approx 10^6$ эрг/см^3, где I_s — намагниченность насыщения.

На фиг. *б*) магнитная энергия понижается примерно вдвое в результате деления кристалла на 2 домена, намагниченных в противоположных направлениях. Процесс деления может быть проведён дальше (фиг. *в*)); в случае N доменов значение магнитной энергии понижается (за счёт снижения пространственной протяжённости поля) приблизительно до $1/N$ магнитной энергии конфигурации, указанной на фиг. *а*).

Процесс деления может продолжаться до тех пор, пока энергия, необходимая для образования дополнительных граничных слоёв (или внутренних граней), разделяющих два противоположно

намагниченных домена, не станет превышать уменьшение энергии магнитного поля, связанное с дальнейшим делением. Можно считать, что переходный слой действительно имеет определённую, связанную с ним энергию. В самом деле, на противоположных сторонах слоя намагничивание направлено антипараллельно, а так как обменные силы стремятся поддержать параллельную ориентацию и не благоприятствуют антипараллельной, естественно предположить, что образование слоя связано с затратой энергии. В разделе III, после исследования природы самих слоёв, мы вычислим эту энергию и увидим, что она составляет около 1 эрга на 1 $см^2$ поверхности раздела. Если мы затем предположим, что число доменов равно $N = 10^3$ на сантиметр, то полная поверхностная энергия (энергия слоёв) кристаллического куба с гранями в 1 *см* будет порядка 10^3 эргов, а магнитная энергия будет также порядка 10^3 эргов. Эта ситуация соответствует примерно равновесному числу доменов для рассматриваемого случая.

Можно указать расположение доменов, для которого магнитная энергия равна нулю (см. рис. 9, *г*). На этой фигуре границы имеющих форму треугольной призмы доменов (так называемых «замыкающих доменов»), расположенных около наружных плоскостей кристалла, образуют одинаковые углы в 45° с направлениями намагниченности в разграничиваемых ими доменах. Таким образом, составляющая намагниченности, нормальная к граничному слою, непрерывна на границе, и никаких полюсов в кристалле не образуется. Раз нет полюсов, то нет и магнитного поля, и мы можем говорить о магнитном потоке, замкнутом в кристалле. Отсюда понятно название «замыкающие домены», так как эти домены, расположенные около поверхности кристалла, приводят к образованию магнитного потока, замкнутого в кристалле.

Степень дробления замкнутой конфигурации (рис. 9, *д*) будет зависеть от энергии, потребной для образования замыкающих доменов. Отсюда ещё непосредственно не очевидно, что оптимальная замкнутая конфигурация типа *д*) будет обязательно иметь меньшую энергию, чем оптимальная конфигурация типа *в*); фактически, в разных материалах были найдены разбиения, близкие к конфигурации обоих типов *в*) и *д*).

Энергия, необходимая для образования замыкающих доменов в одноосных кристаллах (таких, как кобальт), связана с так называемой энергией кристаллической анизотропии. Энергия анизотропии обусловливает стремление направить намагниченность домена вдоль определённых кристаллографических осей. Эти привилегированные оси известны как оси лёгкого намагничивания. Они легко обнаруживаются экспериментально, и известно, что для насыщения образца вдоль произвольной оси требуется значительно большее количество энергии, чем в случае намагничивания вдоль одной из осей лёгкого намагничивания. В кобальте

гексагональная ось кристалла является единственной «лёгкой» осью (осью лёгкого намагничивания), и кобальт относится поэтому к одноосным веществам. В железе, которое является кубическим, «лёгкими» осями служат рёбра куба, в никеле, который является также кубическим, «лёгкие» оси — пространственные диагонали куба. Рис. 10 показывает кривые намагничивания Fe, Ni и Co в направлениях лёгкого и трудного намагничивания.

В кобальте, если основные прямоугольные домены намагничены вдоль осей лёгкого намагничивания, замыкающие домены будут обязательно намагничиваться в «трудных» направлениях. В куби-

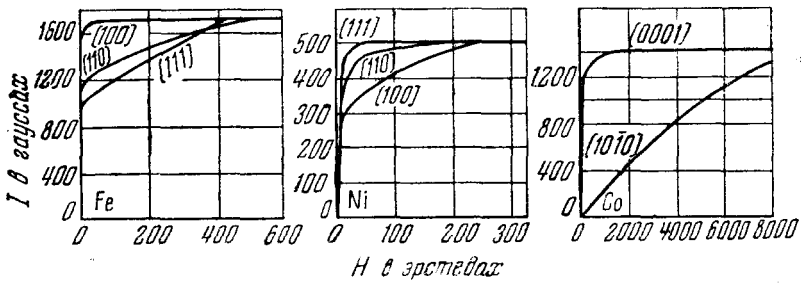


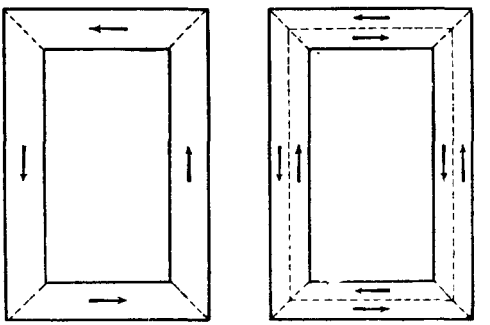
Рис. 10. Кривые намагничивания для монокристаллов Fe, Ni и Co (Хонда и Кайя (1926); Кайя (1928)).

ческих кристаллах, как железо, возможно намагничивание вдоль различных «лёгких» осей и для основных и для замыкающих доменов.

Энергия, расходуемая в этом случае, связана с магнитострикцией: так как замыкающие домены намагничиваются вдоль других осей, чем основные домены, разные домены будут удлиняться в силу магнитострикции также вдоль различных осей и, чтобы объединить в кристалле различные домены вместе, необходимо преодолеть силы упругости.

Обычные структуры, полученные методом порошковых фигур, более сложны, чем в разобранных нами простых случаях. Однако основные принципы всегда одни и те же: доменная структура связана с возможностью понижения энергии системы при переходе от насыщенной конфигурации (рис. 9, *а*)) с высокой магнитной энергией к доменной конфигурации (рис. 9, *в*) или *д*)) с пониженной энергией. Доменные структуры по существу вызваны наличием наружных плоскостей кристалла, и поэтому не является неожиданным, что доменная структура радикально меняется при изменении поверхности кристалла.

Очень простой тип доменной структуры показан на рис. 11; эта структура была получена Вильямсом и Шокли (1949) на монокристалле кремнистого железа, вырезанном в форме полого четырёхугольника со сторонами, точно параллельными кристаллическим осям [001] и [010]. Когда кристалл полностью насыщается, границы доменов располагаются под углом 45° (рис. 11, *а*)); когда часть кристалла намагничивается по часовой стрелке, а часть — против часовой стрелки, прибавляются прямоугольные границы (рис. 11, *б*)). При этом было обнаружено, что намагниченность меняется путём передвижения прямоугольных границ; было замечено также, что кривая намагничивания, приведённая на рис. 1, количественно объясняется смещениями стенок домена.



а) *б)*

Рис. 11. Простые доменные структуры в монокристалле железа, имеющем форму прямоугольной «петли» со сторонами, параллельными осям [001] и [010].

Размеры доменов. Существенная особенность новой точки зрения относительно доменов состоит в том, что размеры доменов в монокристалле должны в значительной степени определяться размерами и формой самого кристалла. Таким образом, «размеры» доменов не являются неизменной величиной, а чувствительны к свойствам рассматриваемого кристалла. Объём некоторых наружных доменных структур может быть относительно небольшим (скажем, 10^{-6} *см*^{3}), в то время как нижележащая доменная структура обычно содержит более крупные домены (возможно, 10^{-2} *см*^{3}). Предел размеров доменов в кристаллах надлежащей формы может по порядку величины определяться размерами самого кристалла.

Поликристаллические материалы. Бо́льшая часть настоящей статьи направлена специально на рассмотрение доменной структуры монокристаллов. Однако магнитные материалы, встречающиеся на практике, всегда поликристалличны, т. е. каждый образец состоит из большого числа маленьких кристаллитов. Во многих материалах ориентация кристаллитов имеет более или менее случайный характер, так что для некоторых целей ряд свойств поликристаллических образцов может быть получен в результате усреднения по направлениям соответствующих свойств монокристаллов. В других материалах, в частности подвергнутых холодной обработке, кристаллические оси не должны обязательно

иметь случайное расположение, и может иметь место значительная степень ориентации. Например, в случае ленты из прокатанного железа*) кристаллиты имеют сильную тенденцию располагаться таким образом, что плоскость прокатки является плоскостью [001], а направление прокатки — направлением [110].

Если имеется высокая степень ориентации, то от поликристаллического образца можно ожидать в отношении доменной структуры поведения, аналогичного поведению монокристалла.

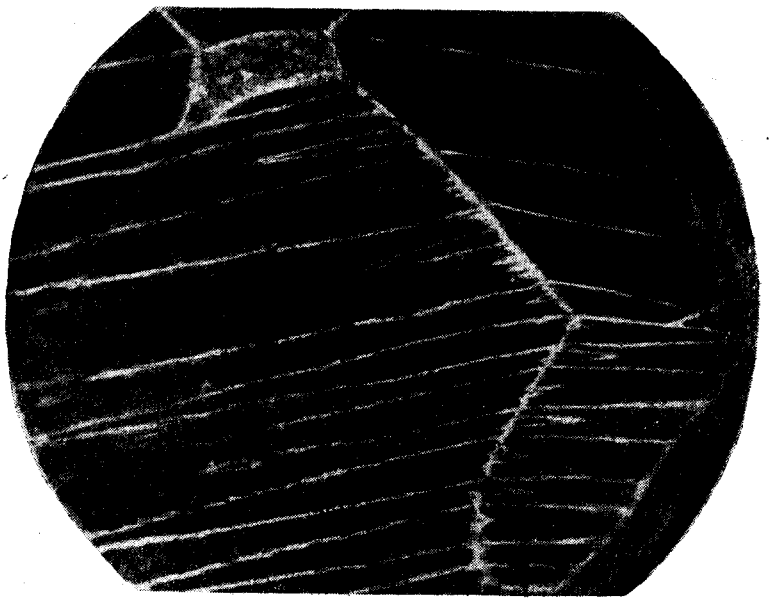


Рис. 12. Доменная структура в поликристалле кремнистого железа (Вильямс). ($\times$ 500).

С другой стороны, если ориентация кристаллитов случайна, имеется большая вероятность, что направления лёгкого намагничивания смежных кристаллитов составляют довольно большой угол друг с другом; тогда можно предположить, что каждый кристаллит ведёт себя в значительной степени как монокристалл, изолированный от соседних кристаллитов.

Мы видим, таким образом, что размеры доменов в принципе могут быть как больше, так и меньше размеров кристаллических зёрен в поликристаллических материалах. На рис. 12, полученном

*) Ориентационная анизотропия в прокатанной железной ленте прекрасно демонстрируется микроволновым резонансным экспериментом Егера.

Вильямсом, показан случай, когда границы домена практически непрерывны вдоль более чем одного зерна.

Мы можем также получить некоторые данные о размерах доменов в поликристаллах при помощи измерения деполяризации поляризованных нейтронных пучков, проходящих через ферромагнитный образец.

I, 4. Коэрцитивная сила, гистерезис и обратимая проницаемость

Коэрцитивная сила *) есть, вероятно, наиболее чувствительное из свойств ферромагнетиков, доступных нашему контролю, и является вместе с тем одним из наиболее важных критериев при отборе ферромагнетиков для практического применения. Существенное различие между материалами для постоянных магнитов и материалами для сердечников трансформаторов лежит именно в значении коэрцитивной силы, которая может изменяться от 600 эрстед в магните громкоговорителя (сплав алнико V) и 20 000 в специальных высокоустойчивых магнитах (Fe — Pt) до значения 0,5 в силовых трансформаторах (кремний — железо) или 0,004 в импульсных трансформаторах (супермаллой). Таким образом, коэрцитивная сила может изменяться в $5 \cdot 10^6$ раз.

Задачей теории является интерпретация наблюдаемых значений коэрцитивной силы в зависимости от физического состояния материала. Теория должна также указать методы, при помощи которых коэрцитивная сила может быть увеличена в магнитно-жёстких материалах и уменьшена в магнитно-мягких. Было выдвинуто несколько теорий (Беккер, 1932; Керстен, 1938, 1943; Неэль, 1946; Стонер и Вульфарт, 1947), причём был достигнут некоторый успех, хотя задача осложняется обычными трудностями при объяснении структурно-чувствительных свойств, а именно трудностью количественного учёта примесей, внутренних напряжений и других существенных в данном вопросе физических факторов.

Когда будет понято поведение коэрцитивной силы, мы далеко продвинемся также на пути понимания гистерезисных потерь при низких частотах, так как площадь петли гистерезиса (рис. 13) приблизительно равна произведению индукции насыщения B_s на

*) Коэрцитивная сила H_c определяется обычно по отношению к полному циклу гистерезиса (рис. 13), как значение магнитного поля, соответствующее точке $B = 0$, т. е. коэрцитивная сила есть обратное поле, необходимое для снижения индукции от значения насыщения до нуля. В теоретических работах, однако, часто более удобно считать коэрцитивную силу равной полю, соответствующему точке, для которой намагниченность I равна нулю, т. е. где $B - H$ равно нулю. Понимаемая в этом смысле коэрцитивная сила обозначается символом ${}_I H_c$. Различие между H_c и ${}_I H_c$ имеет значение только в случае больших значений коэрцитивной силы, когда она порядка намагниченности насыщения I_s.

коэрцитивную силу. Это значит, что потери энергии при прохождении петли гистерезиса есть с точностью до фактора от 2 до 4 величина порядка $B_s H_c$. Мы можем, таким образом, ограничиться рассмотрением только фактора H_c.

Коэрцитивная сила в «магнитно-мягких» (низкое H_c) материалах может быть понята так: главная энергия данного образца, в результате местных изменений во внутренних напряжениях, примесях, размерах кристаллитов и т. д., может изменяться в зависимости от положения границ доменов; эти изменения указаны схематично на рис. 14. При отсутствии внешнего магнитного поля граница будет расположена в некоторой минимальной позиции типа A на рис. 14. В присутствии поля граница не будет в состоянии сильно смещаться до предельного правого положения D до тех пор, пока энергия не увеличится до величины, дающей возможность границе пройти через точку B, соответствующую максимуму энергии границы.

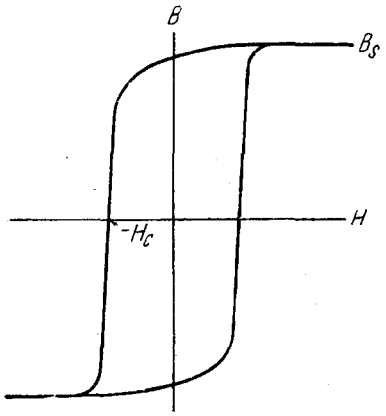


Рис. 13. Определение коэрцитивной силы.

Увеличение энергии может быть достигнуто переориентировкой внутренней намагниченности I_s в приложенном поле H, причём поле H, достаточное для обращения примерно половины намагниченности образца, будет коэрцитивным полем H_c.

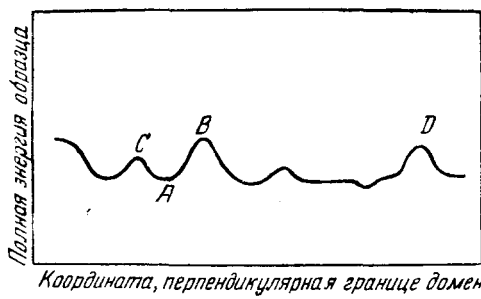


Рис. 14. Изменение энергии образца в зависимости от положения границы домена.

Качественно эта картина коэрцитивного процесса объясняет тот факт, что коэрцитивные силы уменьшаются при уменьшении количества примеси (рис. 15), а также когда внутренние напряжения снимаются отжигом. Отсюда ясно также, почему сплавы, содержащие выпавшую фазу, являются магнитно-жёсткими.

В то время как в правильности нашей общей картины нет сомнений, вопрос о детальной качественной связи коэрцитивной

силы с рядом физических факторов остаётся неясным; рассмотрение этого вопроса мы отложим до раздела VII.

Коэрцитивная сила одного из типов магнитно-жёстких материалов может быть понята на основании совершенно другой схемы; мы имеем в виду материалы, состоящие из очень мелких зёрен или тонких порошков, в которых каждая частичка всегда намагничена до насыщения, как один домен. Тот факт, что достаточно малые частицы, с диаметром менее 10^{-4}—10^{-5} *см*, образуют один домен, есть результат доменной теории, который подтверждается экспериментом. Можно показать, что в случае таких очень мелких частиц образование границы домена энергетически невыгодно, так как при этом слишком большая часть объёма маленькой частицы будет занята не зависящим от размеров частички переходным слоем между доменами.

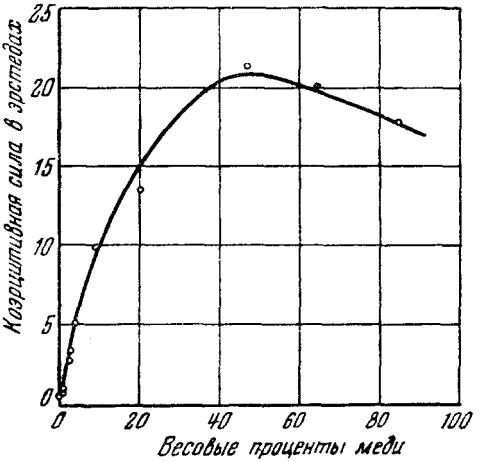


Рис. 15. Влияние присадки меди на коэрцитивную силу железа (Кусман и Шарнов (1929)).

Если маленькая частица вынуждена оставаться одним доменом, то будет невозможно изменять и обращать намагниченность путём смещения границы, которое обычно требует сравнительно небольших полей. Вместо этого намагниченность частицы должна вращаться как целое (рис. 16), т. е. будет изменяться в результате процесса, требующего больших полей, зависящих от энергии анизотропии материала или от формы частицы. Потребность больших полей является следствием того, что мы должны поворачивать намагниченность через энергетический горб, соответствующий направлению трудного намагничивания.

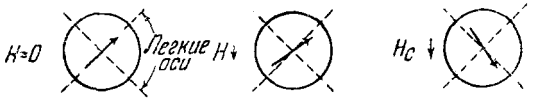


Рис. 16. Изменение намагниченности в очень маленьких частичках происходит путём вращения полного магнитного момента частички.

Коэрцитивная сила мельчайших частичек железа теоретически должна быть около 250 эрстед, как это следует из величины энергии кристаллической анизотропии, и примерно именно такое значение было получено несколькими наблюдателями. Аналогично, высокие коэрцитивные силы соединений MnBi ($_IH_c > 12\,000$) и FePt ($_IH_c = 20\,000$), видимо, находятся в согласии с предположением, что фактором, препятствующим вращению, является энергия анизотропии.

Если маленькие частицы обладают удлинённой формой, мы можем иметь большую коэрцитивную силу из-за анизотропности энергии размагничивающего поля, даже если энергия кристаллической анизотропии невелика. Это значит, что намагниченность стремится установиться вдоль длинной оси частички, и чтобы повернуть намагниченность в направлении коротких осей, должно быть приложено сильное поле. Этим, повидимому, объясняется высокая коэрцитивная сила сплава Fe-Co в виде тонкого порошка. Как известно из измерений над монокристаллами, этот сплав имеет низкую энергию анизотропии, так что одна энергия анизотропии не может объяснить опытных данных; для их объяснения нужно привлечь эффект формы.

Обратимая проницаемость. Область полей, в которой проницаемость обратима, определяется расстоянием, на которое граница домена может перемещаться без прохождения через пик на кривой, выражающей зависимость энергии граничного слоя от расстояния (рис. 14). Примером такой области обратимой проницаемости является область *CAB*. Если граница домена оставляет эту область, она движется необратимо.

Обратимая проницаемость определяется нерегулярностью кривой энергии границы как функции смещения, т. е. определяется по существу теми же физическими условиями, что и коэрцитивная сила. Сравнение начальной проницаемости μ_0 и коэрцитивной силы H_c для большого числа магнитных материалов показано на рис. 17. Можно видеть, что высокая коэрцитивная сила коррелирует с низкой проницаемостью материалов, и наоборот.

Эффект Баркгаузена. Поскольку многие физики сталкиваются с концепцией доменной структуры лишь в элементарных учебниках, в связи с обсуждением эффекта Баркгаузена, уместно уточнить широко распространённое утверждение о связи между размерами скачков Баркгаузена и размерами доменов. Последние эксперименты Вильямса и Шокли (1949) с абсолютной ясностью показали, что обычно здесь нет прямой связи и что скачки Баркгаузена соответствуют не полному повороту домена, а нерегулярным флуктуациям в движении границы домена (слоя Блоха) под действием приложенного магнитного поля. Очень ясный и продолжительный шум Баркгаузена наблюдался при движении границы одиночного домена. Это открытие освобождает нас от трудностей,

которые возникали в ранних исследованиях; например, кажущийся «объём доменов» 10^{-8} — 10^{-9} $см^3$, находимый из эффекта Баркгаузена, не имеет прямого отношения к действительному объёму доменов, который может быть значительно бо́льшим.

Ферроэлектрические (сегнетоэлектрические) домены. Некоторые диэлектрические кристаллы, такие, как сегнетовая соль и титанат бария, ведут себя как ферроэлектрики,

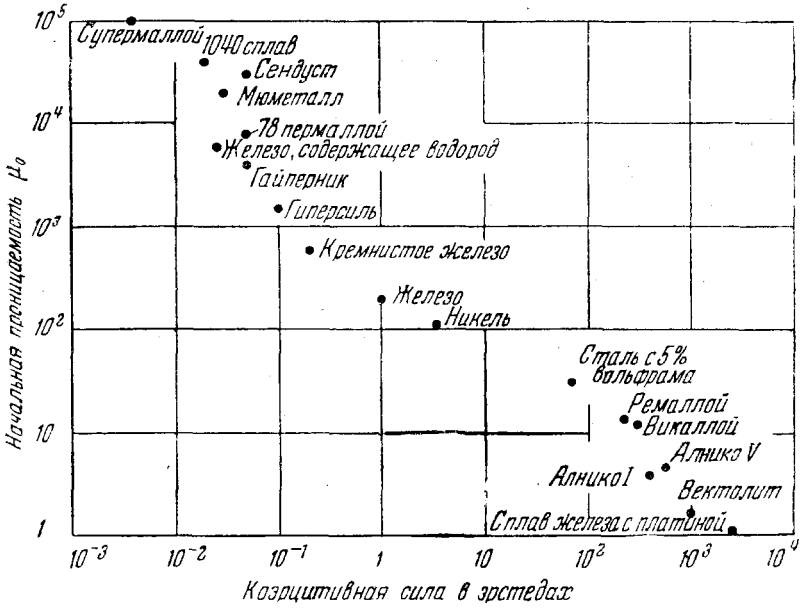


Рис. 17. Корреляция между начальной проницаемостью и коэрцитивной силой для ряда магнитных материалов.

т. е. в них были найдены области спонтанной электрической поляризации, аналогичные областям спонтанной намагниченности в ферромагнитных кристаллах *).

В некоторых кристаллах титаната бария были найдены ферроэлектрические домены (Маттиас и Хиппель, 1948), позволившие предположить, что их образование определяется электростатической энергией, так же, как образование магнитных доменов определяется магнитостатической энергией. Однако электрострикция титаната бария порядка 10^{-2}, т. е. значительно больше магнитострикции ($\sim 10^{-5}$) ферромагнетиков. Возможно поэтому, что в ферроэлектрических доменах существенную роль будет

*) См. А. В. Ржанов. УФН, **28**, 461 (1949); В. Л. Гинзбург УФН **28**, 490 (1949); P. W. Forsbergh. Phys. Rev. **76**, 1187 (1949). (*Прим. пер.*)

играть электрострикция совместно с соображениями о замкнутости линий электрической индукции. Имеется также возможность нейтрализации зарядов в результате оседания ионов из атмосферы.

Поляризация насыщения в $BaTiO_3$ приблизительно равна 50 000 CGSE.

II. ЭНЕРГИЯ ДОМЕНОВ

Задачей этого раздела является установление количественных выражений для некоторых видов энергии, учитываемых в теории доменной структуры. Энергии, с которыми мы будем особенно часто сталкиваться, таковы: энергия обмена с плотностью $f_{об}$; энергия анизотропии с плотностью f_K; магнитоупругая энергия с плотностью $f_{му}$ и магнитостатическая энергия, плотность которой $f_{маг}$. Приходится рассматривать все эти виды энергии: обычно отсутствие одной из них вызывает заметные изменения в характере доменной структуры. Различием между энергией и свободной энергией мы пренебрежём, так как это различие в ферромагнетиках существенно только вблизи точки Кюри.

Наиболее важные выражения для плотностей энергии, полученные в различных частях этого раздела, приведены ниже для кубического кристалла:

Обменная энергия: $f_{об} = JS^2 \sum_{i>j} \varphi_{ij}^2$.

Энергия анизотропии: $f_K = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2)$.

Магнитоупругая энергия: $f_{му} = \frac{3}{2}\lambda T \sin^2\theta$.

Магнитная энергия: $f_{маг} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{HI}$ (для собственной энергии).

Здесь J — обменный интеграл; φ — угол между направлениями соседних спинов $\boldsymbol{S}$; K_1 — константа энергии анизотропии; α_1, α_2, α_3 — направляющие косинусы вектора намагниченности с кристаллическими осями; λ — изотропная магнитострикция и θ — угол между натяжением T и намагниченностью.

II, 1. Обменная энергия

Мы начнём рассмотрение обменной энергии с предварительного обсуждения современных представлений о природе ферромагнетизма в связи с электронной структурой магнитных материалов.

Считается, что почти весь магнитный момент ферромагнитных материалов связан со спином электрона, а не с орбитальным дви-

жением электронов вокруг ядра. Это заключение следует из измерений гиромагнитного (магнитно-механического) отношения. Гиромагнитное отношение есть отношение магнитного момента к угловому моменту, причём отношение это теоретически должно быть равно $\frac{e}{mc}$ для спина и $\frac{e}{2mc}$ для орбитального движения.

Экспериментальные наблюдения, резюмированные Барнеттом (1944), близки к $\frac{e}{mc}$ с небольшими, но возможно существенными, отклонениями. Эти отклонения позволяют ориентировочно положить, что орбитальное движение обусловливает около 10%, а спиновое 90% намагниченности насыщения. Подобное заключение подтверждается результатами микроволновых резонансных опытов (Киттель, 1949,а). В большинстве случаев действием орбитального движения можно пренебречь.

Теперь выясним, сколько электронных спинов на атом участвуют в намагничивании. Мы можем определить эффективное число магнетонов Бора на магнитный атом из отношения

$$n_{\text{эфф}} = \frac{\text{намагниченность насыщения}}{(\text{магнетон Бора}) \times (\text{число магнитных атомов в единице объёма})}$$

Некоторые типичные значения приведены в табл. I.

Таблица I

Вычисление эффективного числа $n_{\text{эфф}}$ магнетонов Бора на магнитный атом, а также значения температуры Кюри и намагниченности при насыщении

Вещество	Намагниченность при насыщении I_s		$n_{\text{эфф}}$ (0° K)	Плотность $г/см^3$	Ферромагнитная температура Кюри в °K
	комнатная температура	0° K			
Fe	1707	1752	2,221	7,86	1043
Co	1400	1446	1,716	8,8	1388
Ni	485	510	0,606	8,85	631
Gd	1090	1980	7,10	7,83	289
Mn Bi	600	675	3,52	9,0	670 *)
Cu Mn Al . .	430	(540)	3,0	1,72 **)	600

Следующим вопросом является выяснение отношения между электронами, обусловливающими ферромагнетизм, и электронами, обусловливающими электропроводность металлов: будут ли оба эти явления обусловлены одними и теми же или разными электронами? Можно предположить, что электроны, ответственные за

*) Экстраполировано.
**) Плотность относится только к атомам Mn.

ферромагнетизм, вносят в электропроводность лишь небольшой вклад. В группе железа периодической системы электроны проводимости берутся в основном с оболочки $4s$, а ферромагнитные электроны находятся на оболочке $3d$. Оболочка $3d$ лежит ближе к ядру и более сильно связана, чем оболочка $4s$.

В этой связи можно отметить, что известны материалы, являющиеся сильными ферромагнетиками, но обладающие очень низкой электропроводностью. Такие соединения, как феррит марганца $MnO \cdot Fe_2O_3$ и феррит никеля $NiO \cdot Fe_2O_3$, имеют при комнатной температуре значения магнитного насыщения порядка 200 или более, в то время как их удельные сопротивления порядка 10^2—10^6 *ом·см*. Для сравнения приведём удельное сопротивление железа, равное 10^{-5} *ом·см*.

В магнетиках-полупроводниках, таких, как ферриты, мы склонны допустить, что электроны $4s$ и ферромагнитные электроны $3d$ скорее более или менее прикреплены к определённым атомам, чем свободно блуждают по кристаллу. В более металлических материалах, вероятно, электроны $4s$ вносят существенный вклад в электропроводность, в то время как $3d$-электроны попрежнему сильно локализованы. Результаты опытов с поляризованными нейтронами также указывают, что электроны с некомпенсированными спинами локализованы в кристалле.

Главная трудность в модели $3d$-электронов, закреплённых у отдельных атомов, заключается в том, что она не позволяет сразу объяснить нецелочисленное значение числа магнетонов на атом, полученное в большинстве материалов*). Нецелочисленное значение $n_{эфф}$ (табл. I) легко объясняется на основе альтернативной модели «коллективного» электронного ферромагнетизма, в которой $3d$-электроны могут перемещаться более или менее свободно по всему кристаллу.

Ни атомная, ни коллективная модель, взятые отдельно в их простейшей форме, не дают полного и последовательного объяснения всех многочисленных явлений, связанных с ферромагнетизмом. В этой статье мы используем исключительно атомную модель, не по причине твёрдой уверенности в её универсальной применимости, а потому, что на основе этой модели можно простым путём определить величину, наиболее важную в доменной теории. Этой величиной является обменная энергия, связанная с постепенным изменением в направлениях спинов, наблюдающимся в переходном слое между доменами. Хорошее согласие экспериментальных и теоретических значений поверхностной энергии переходного слоя является важным достижением атомной модели. Однако переходный слой можно количественно рассмотреть и на

*) Ван-Флек (1945) показал, что небольшое изменение модели Гейзенберга позволяет объяснить нецелочисленное значение среднего числа магнетонов.

основе «коллективной» модели (это сделано в печатающейся статье Герринга и Киттеля).

Обменная энергия в атомной модели. Теперь мы разберём модель, в которой в каждом узле решётки кристалла расположен атом с полным спиновым квантовым числом S, где $2S$ равно числу непарных спинов в атоме и является целым числом.

Существенный результат квантово-механической трактовки многоэлектронной проблемы состоит в том, что в энергии взаимодействия между двумя атомами имеется член электростатического происхождения, не получающийся при классическом рассмотрении. Этот член стремится ориентировать электронные спины атомов параллельно или антипараллельно один другому в зависимости от алгебраического знака некоторого интеграла J, известного как обменный интеграл. Обычно J определяют таким образом, что, когда он является положительным, энергия для параллельной ориентации двух спинов ниже, чем энергия для их антипараллельной ориентации, на величину $2J$ (для спина $^1/_2$).

В данном обзоре мы примем существование обменного взаимодействия с определёнными свойствами, не приводя, за отсутствием места, соответствующих доказательств. Мы укажем, однако, как приближённо связать обменный интеграл J с вейссовым молекулярным полем $H_{\text{мп}}$. Допустим, что электронные спины данного атома и z его ближайших соседей ориентированы в одном направлении. Обменная энергия выбранного атома равна $-2zJS^2$. Молекулярное поле, по существу, определяется так, что энергия взаимодействия $-2S\mu_B H_{\text{мп}}$ магнитного момента атома с молекулярным полем равна обменной энергии:

$$2zJS^2 = 2S\mu_B H_{\text{мп}}, \qquad \text{(II, 1,1)}$$

откуда

$$H_{\text{мп}} = \frac{zSJ}{\mu_B}. \qquad \text{(II, 1,2)}$$

Эффективная связь между спинами, вызванная обменным эффектом, эквивалентна потенциальной энергии вида:

$$V_{ij} = -2J_{ij}\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{S}_j, \qquad \text{(II, 1,3)}$$

где J_{ij} — обменный интеграл рассматриваемых атомов i и j; $\boldsymbol{S}_i$ — спиновой момент атома i, измеренный в единицах $\frac{h}{2\pi}$. Это уравнение является фундаментальным результатом квантовой теории и служит отправным пунктом для вычислений обменной энергии различных спиновых конфигураций. Уравнение получено во многих местах, и мы можем опять сослаться на обзор Ван-Флека (1945).

Для многих целей мы можем вместо спиновых матриц приближённо рассматривать классические векторы и в этом смысле урав-

нение (II, 1,3) можно записать в виде:

$$w_{об} = -\sum_{i>j} 2 J_{ij} S^2 \cos \varphi_{ij}, \qquad \text{(II, 1,4)}$$

где φ_{ij} — угол между направлениями спиновых векторов, понимаемых в классическом смысле; $w_{об}$ является теперь обменной энергией. Условия, при которых может употребляться формула (II, 1,2), будут обсуждены в отдельной статье; мы можем резюмировать её результаты, сказав, что квазиклассическое приближение приемлемо, когда углы между направлениями соседних спинов малы, как это имеет место внутри переходного слоя между доменами. Вообще в теории доменов нас интересует обменная энергия только для конфигураций, в которых направления соседних спинов образуют малые углы друг с другом.

Если мы предположим, что только взаимодействия между ближайшими соседями являются важными для обменной энергии и что эти взаимодействия равны между собой, то

$$w_{об} = -2 JS^2 \sum_{i>j} \cos \varphi_{ij} .$$

Если соседние спины образуют друг с другом малый угол $\varphi \ll 1$, то мы получаем важный результат:

$$\Delta w_{об} \cong JS^2 \sum \varphi_{ij}^2, \qquad \text{(II, 1,5)}$$

и обменная энергия между каждой парой спинов есть

$$\Delta w_{ij} \cong JS^2 \varphi^2. \qquad \text{(II, 1,6)}$$

Часто бывает удобно выразить (II, 1,5) в другой форме. Предположим, что направляющие косинусы спина в узле решётки r_j будут α_j^x, α_j^y, α_j^z. Направляющие косинусы α_i^x, α_i^y, α_i^z в соседнем узле решётки могут быть разложены в ряд Тейлора:

$$\alpha_i^x = \alpha_j^x + \left[x_{ij} \frac{\partial}{\partial x_{ij}} + y_{ij} \frac{\partial}{\partial y_{ij}} + z_{ij} \frac{\partial}{\partial z_{ij}} \right] \alpha_j^x + \\ + \frac{1}{2} \left[x_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial x_{ij}^2} + y^2{}_{ij} \frac{\partial^2}{\partial y_{ij}^2} + z_{ij}^2 \frac{\partial^2}{\partial z_{ij}^2} \right] \alpha_j^x + \ldots \qquad \text{(II, 1,7)}$$

Суммируя по ближайшим соседям в объёмно-центрированной кубической решётке с постоянной решётки a, имеем:

$$\Delta w_{об} \cong -2 JS^2 a^2 \sum_j (\alpha_j \cdot \nabla^2 \alpha_j). \qquad \text{(II, 1,8)}$$

Последнее выражение может быть приведено в форме

$$\Delta w_{об} = 2 JS^2 a^2 \sum_j [(\nabla \alpha_j^x)^2 + (\nabla \alpha_j^y)^2 + (\nabla \alpha_j^z)^2], \qquad \text{(II, 1,9)}$$

используя отношение:

$$\nabla^2(\alpha\cdot\alpha)=0. \qquad \text{(II, 1,10)}$$

Плотность обменной энергии равна (принимая в расчёт наличие двух атомов в элементарной ячейке и заботясь о том, чтобы не учитывать одно и то же взаимодействие дважды):

$$f_{об}=A\left[(\nabla\alpha_1)^2+(\nabla\alpha_2)^2+(\nabla\alpha_3)^2\right], \qquad \text{(II, 1,11)}$$

где $A=\frac{2JS^2}{a}$.

Теперь нами получены две удобные формулы для обменной энергии (II, 1, 6) и (II, 1, 11). Следующая проблема — установить связь обменного интеграла J, входящего в эти формулы, с некоторой экспериментальной величиной, сильно зависящей от J, такой как температура Кюри или изменение магнитного насыщения с температурой. Здесь нужно подчеркнуть, что точное определение J из термических данных предполагает существование строгой статистической теории ферромагнетизма, которой мы в настоящее время не обладаем.

Математические детали вычислений, входящих в статистические теории, сопоставлены Ван-Флеком (1945, 47). Мы приведём здесь результаты двух методов. П. Р. Вейсс (1948), обобщив метод Бете-Пайердса, получил следующие результаты:

$J=0{,}54\,kT_c$ (простая кубическая решётка, спин 1/2), (II, 1, 12)

$J=0{,}34\,kT_c$ (объёмно-центрированная кубическая решётка, спин 1/2), (II, 1, 13а)

$J=0{,}15\,kT_c$ (объёмно-центрированная кубическая решётка, спин 1). (II, 1, 13б)

Для железа, принимая спин 1,

$$J=(0{,}15)\ (1043)\ k\cong 160\ k. \qquad \text{(II, 1, 14)}$$

Другой метод, использованный Лифшицем*) (1944), состоит в установлении связи между экспериментальным значением константы C в законе Блоха

$$I=I_0\left(1-CT^{\frac{3}{2}}\right) \qquad \text{(II, 1, 15)}$$

для температурной зависимости магнитного насыщения при низких температурах и эффективным обменным интегралом J. Для

*) Некоторые численные ошибки в работе Лифшица здесь исправлены.

объёмно-центрированного куба и спина S эта связь такова (Блох, 1931, Моллер, 1933):

$$C = \frac{0{,}0587}{2S}\left(\frac{k}{2SJ}\right)^{\frac{3}{2}}. \qquad \text{(II, 1, 16)}$$

Теперь, согласно измерениям Фалло (1936), мы имеем для железа $C = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$ и, таким образом, для $S = 1$

$$J = 205\,k; \qquad \text{(II, 1, 17)}$$

это значение находится в хорошем согласии с формулой (II, 1, 14), полученной совершенно другим методом.

Мы будем пользоваться значением $J = 205\,k$, полученным из теории Блоха, так как картина спиновых волн наиболее тесно связана с поведением переходных слоёв между доменами. В этой картине, как можно показать, значение A не зависит от предположений о влиянии неближайших соседей.

Используя указанное значение J, константа A в (II, 1, 11) равна (при $S = 1$):

$$A = \frac{2JS^2}{a} = \frac{410\,k}{2{,}86 \cdot 10^{-8}} = 2{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{эрг}/см. \qquad \text{(II, 1, 18)}$$

Измерения Фалло (1936) указывают, что для сплава Fe с 4% (по весу) Si $A \cong 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ эрг/*см*. Этот сплав примерно соответствует тому, который применялся Вильямсом при изучении доменов методом порошковых фигур. Этот сплав удобнее чистого железа, так как получение кристаллов чистого железа более затруднительно.

II, 2. Энергия анизотропии

Энергия анизотропии или, как её иногда называют, магнитно-кристаллическая энергия ферромагнитного кристалла, способствует установлению намагниченности вдоль определённых основных кристаллографических осей, которые называются направлениями лёгкого намагничивания; направления, вдоль которых кристалл наиболее трудно намагничивать, называются «трудными направлениями». Экспериментально было установлено, что энергия, необходимая для намагничивания кристалла до насыщения в трудном направлении, превышает, и иногда значительно, энергию, необходимую для насыщения кристалла в направлениях лёгкого намагничивания. Избыток энергии, потребный для трудного направления по сравнению с лёгким и есть энергия анизотропии.

В качестве примера рассмотрим случай кобальта, являющегося гексагональным кристаллом. Было найдено, что направление гексагональной оси является направлением лёгкого намагничивания (при комнатной температуре), а все направления в базисной плоскости, нормальной к гексагональной оси — трудными направле-

ниями. Кривая намагничивания кристалла кобальта показана на рис. 10. Энергия, соответствующая кривой намагничивания в трудном направлении, равна $\int HdI$ на единицу объёма, что даёт избыток энергии около $5 \cdot 10^6$ эрг/см^3.

Математическое выражение для энергии анизотропии. Теперь мы рассмотрим вопрос об определении работы, необходимой для намагничивания кристалла кобальта в направлении, составляющем угол θ с гексагональной осью. Естественно ожидать, что плотность энергии анизотропии f_K может быть представлена рядом типа:

$$f_K = \sum_n K'_n \sin^{2n} \theta, \qquad \text{(II, 2, 1)}$$

где нечётные степени $\sin\theta$ не включаются по соображениям симметрии, связанным с тем, что направления $+\theta$ и $-\theta$ в магнитном и кристаллографическом отношениях эквивалентны; K'_n — константы, не зависящие от θ. Фактически в кобальте экспериментальные результаты очень хорошо описываются, если ограничиться в (II, 2, 1) первыми двумя членами:

$$f_K = K'_1 \sin^2 \theta + K'_2 \sin^4 \theta, \qquad \text{(II, 2, 2)}$$

где при комнатной температуре:

$$K'_1 = 4{,}1 \cdot 10^6 \text{ эрг/см}^3; \quad K'_2 = 1{,}0 \cdot 10^6 \text{ эрг/см}^3. \qquad \text{(II, 2, 3)}$$

Было найдено, что включать какие-нибудь члены, зависящие от направления проекции намагниченности на базисную плоскость, не нужно, так что за исключением одноосности специфичная гексагональная природа кристалла в энергии анизотропии не проявляется.

Железо является кубическим кристаллом, и кривая намагничивания (рис. 10) показывает, что рёбра куба [100], [010] и [001] являются направлениями лёгкого намагничивания, а пространственные диагонали ([111] и эквивалентные оси) являются трудными направлениями. Избыток работы, потребный для намагничивания вдоль оси [111], составляет при комнатной температуре примерно $1{,}4 \cdot 10^5$ эрг/см^3.

Записывая энергию анизотропии железа для произвольного направления с направляющими косинусами α_1, α_2, α_3 относительно рёбер куба, мы руководствуемся ограничениями, налагаемыми кубической симметрией. Например, выражение для энергии анизотропии должно быть чётной степенью каждого α_i и должно быть инвариантно при взаимном обмене α_i между собой. Простейшая комбинация, удовлетворяющая требованиям симметрии, есть $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$, но это выражение тождественно равно единице и не объясняет эффекта анизотропии. Следующая комбинация будет

четвёртой степени: $\alpha_1^2\alpha_2^2+\alpha_1^2\alpha_3^2+\alpha_3^2\alpha_1^2$ и иногда записывается в эквивалентной форме $\alpha_1^4+\alpha_2^4+\alpha_3^4$. Эквивалентность обеих форм следует из равенства:

$$1=(\alpha_1^2+\alpha_2^2+\alpha_3^2)^2=\alpha_1^4+\alpha_2^4+\alpha_3^4+2(\alpha_1^2\alpha_2^2+\alpha_2^2\alpha_3^2+\alpha_3^2\alpha_1^2),$$

откуда

$$\alpha_1^2\alpha_2^2+\alpha_2^2\alpha_3^2+\alpha_3^2\alpha_1^2=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}(\alpha_1^4+\alpha_2^4+\alpha_3^4).$$

Следующий член будет шестой степени: $\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$. Этих двух членов обычно вполне достаточно для объяснения экспериментальных данных, так что для железа

$$f_K=K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2+\alpha_2^2\alpha_3^2+\alpha_3^2\alpha_1^2)+K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2, \qquad \text{(II, 2, 4)}$$

где при комнатной температуре

$$K_1=4{,}2\cdot10^5 \text{ эрг}/см^3; \quad K_2=1{,}5\cdot10^5 \text{ эрг}/см^3. \qquad \text{(II, 2, 5)}$$

Другие формы записи члена с K_1 даны в приложении А.

Физическая природа энергии анизотропии. Прежде чем углубиться в экспериментальные данные об энергии анизотропии, мы хотим обсудить происхождение энергии анизотропии с точки зрения междуатомного взаимодействия. Энергия анизотропии, в сущности, связывает направления намагничивания с осями кристалла. Мы можем с самого начала указать три очень важные трудности на пути понимания природы энергии анизотропии: а) обменная энергия сама по себе не ведёт к анизотропии, несмотря на фактически существующую геометрическую анизотропию кристаллической структуры; б) взаимодействие магнитных моментов приводит только к очень малым значениям констант анизотропии, много меньшим наблюдаемых; в) константы анизотропии, как оказывается, очень чувствительны к изменениям температуры, и не является необычной, даже перемена знака констант при переходе от низких температур к высоким.

Сначала обратимся к обменной энергии: оператор обменной энергии зависит только от угла между спинами:

$$H=-2J\Sigma\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{S}_j \qquad \text{(II, 2, 6)}$$

и совсем не зависит от угла между спином и кристаллическими осями. Это значит, что мы можем повернуть всю систему спинов на любой угол по отношению к кристаллической структуре без изменений обменной энергии системы.

Обычное взаимодействие магнитных моментов электронов приводит к слишком малым значениям анизотропии. В приложении Б мы докажем, что магнитное дипольное взаимодействие даёт нулевую анизотропию для недеформированной кубической решётки; предположение о спонтанной деформации кубической решётки даёт очень маленькие значения анизотропии — около 10^{-}

от наблюдаемых значений в железе и никеле. В одноосных кристаллах магнитное дипольное взаимодействие может внести небольшой вклад в энергию анизотропии, но этот эффект обычно несуществен. Энергия анизотропии одноосного кристалла MnBi порядка 10^7 эрг/см^3, в то время как дипольно-дипольная энергия только порядка I_s^2, т. е. меньше, чем 10^5 эрг/см^3. Кроме того, изменение знака константы анизотропии в системе гранецентрированных сплавов железа и никеля, как показывает рис. 18, с точки зрения магнитного дипольного взаимодействия является непонятным.

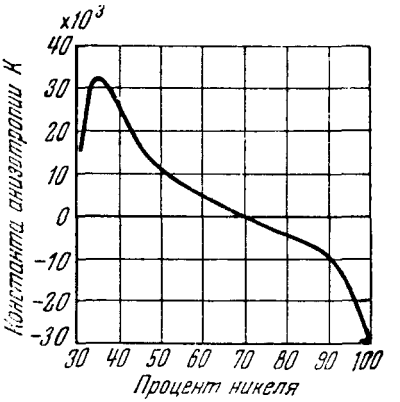


Рис. 18. Константа анизотропии для гранецентрированного сплава FeNi при комнатной температуре. Обращает внимание, что в области, где содержание никеля близко к 70%, анизотропия мала.

Температурная зависимость главных констант анизотропии железа, никеля, кобальта и соединения MnBi показана на рис. 19; можно видеть, что эта зависимость крайне неоднообразна и не допускает простой интерпретации.

Энергия анизотропии, как считается в настоящее время (Зоммерфельд и Бете, 1933, Брукс 1940, Ван-Флек, 1947), появляется в результате комбинированного влияния спин-орбитального взаимодействия и частичного ослабления орбитального углового момента (в результате неоднородности кристаллических электрических полей и орбитального обменного взаимодействия с соседними спинами). Другими словами, намагниченность кристалла «следит» за кристаллической решёткой посредством орбитального движения электронов; спин взаимодействует с орбитальным движением посредством спин-орбитальной связи, а орбитальное движение в свою очередь взаимодействует с кристаллической структурой посредством электростатических полей и в результате перекрытия волновых функций соседних атомов в решётке.

Теория, развитая на этом пути, весьма сложна, даже в её приближённой форме. Прекрасный обзор современного положения теории в этом вопросе дан Ван-Флеком (1947).

Существенный результат, следующий из теории анизотропии, состоит в том, что энергия магнитной анизотропии будет большой для кристаллов с низко-симметричной решёткой магнитных ионов и, напротив, можно ожидать, что энергия анизотропии будет низкой для кристаллических решёток высокой симметрии. Это правило подсказывается тем фактом, что энергия анизотропии

кубического кристалла проявляется в более высоком приближении, чем в одноосном кристалле. Экспериментальные данные подтверждают нашу гипотезу: энергия анизотропии кубических кристаллов Fe и Ni порядка 10^5 эрг/см^3, тогда как она порядка 10^7 эрг/см^3 для гексагональных кристаллов Co и MnBi и, вероятно, также порядка 10^7 эрг/см^3 для упорядоченного состояния сплава FePt, в котором атомы Fe образуют тригональную решётку.

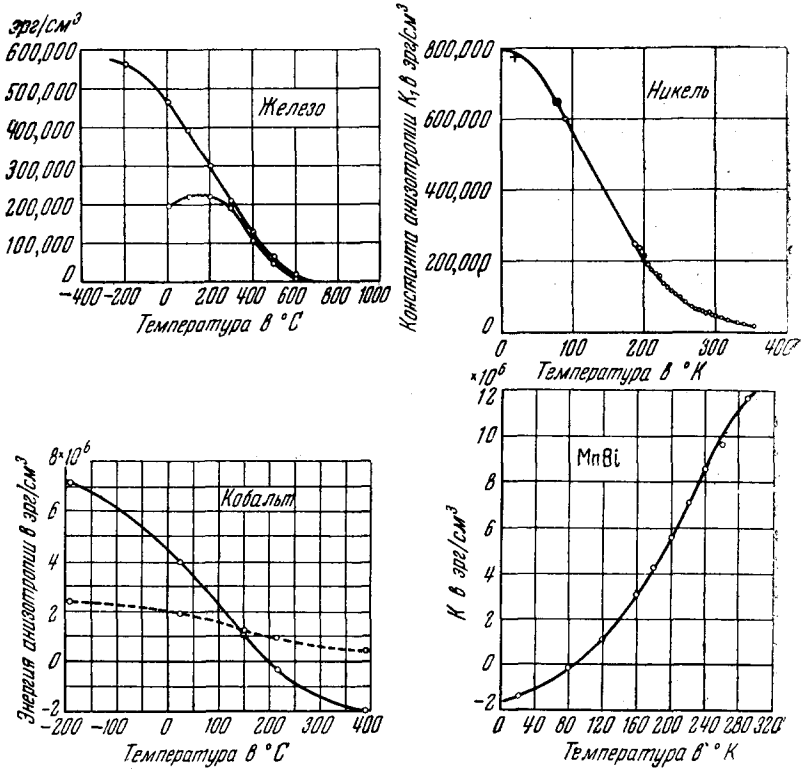


Рис. 19. Температурная зависимость главных констант анизотропии в некоторых металлах.

Высокая энергия анизотропии представляет большой интерес в связи с созданием материалов с высокой коэрцитивной силой, нужной для постоянных магнитов.

Экспериментальные данные об энергии анизотропии. Остановимся теперь кратко на обсуждении экспериментального материала об энергии анизотропии; дальнейшие данные и описание методов измерений можно найти в статье Бозорта (1937).

Сплавы железо-никель. Константа анизотропии K_1 при комнатной температуре для гранецентрированной системы (γ-фаза) FeNi изображена на рис. 18. Для чистого никеля $K_1 = 3{,}4 \cdot 10^4$ эрг/см^3 и $K_2 = 5{,}0 \cdot 10^4$ эрг/см^3; для чистого железа $K_1 = 4{,}2 \cdot 10^5$ эрг/см^3 и $K_2 = 1{,}5 \cdot 10^5$ эрг/см^3.

Сплавы железо-кобальт. Результаты (при комнатной температуре) для объёмно-центрированной (α-фаза) FeCo системы приведены на рис. 20. Для чистого Co, который гексогонален $K_1' = 4{,}1 \cdot 10^6$ эрг/см^3 и $K_2' = 1{,}0 \cdot 10^6$ эрг/см^3.

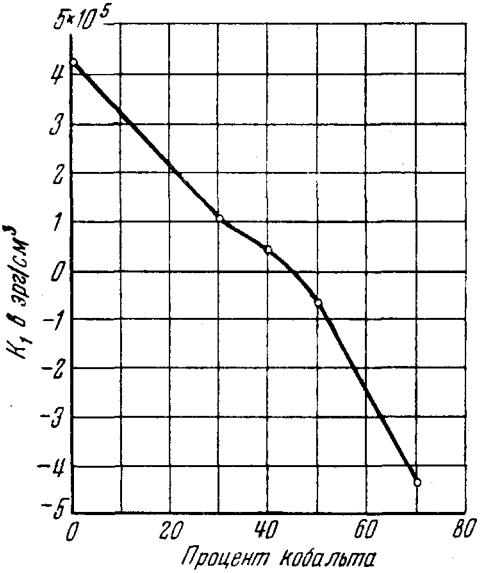


Рис. 20. Константа анизотропии для объёмно-центрированного сплава FeCo при комнатной температуре.

Соединения марганца. При комнатной температуре Гийо (1943) даёт $K_1' = 8{,}9 \cdot 10^6$ эрг/см^3 и $K_2' = 2{,}7 \cdot 10^6$ эрг/см^3 для Mn_2Sb; для Mn_2Sb $K_1' = 1{,}8 \cdot 10^5$ эрг/см^3 и $K_2' = 0{,}8 \cdot 10^5$ эрг/см^3.

Низкие значения энергии анизотропии для некоторых сплавов (например, сплава, содержащего около 75% Ni и 25% Fe, и сплава, содержащего около 40% Co и 60% Fe) представляют большой интерес в связи с созданием магнитных материалов с высокой проницаемостью. Например, пермаллой и родственные FeNi сплавы, содержащие около 78% Ni, имеют исключительно высокие проницаемости; в случае супермаллоя максимальная проницаемость—порядка миллиона.

Для сплавов с примерно 75% Ni и 25% Fe магнитострикция также очень низка: это является другим требованием для высокой проницаемости. Исключительные свойства пермаллоев связаны с тем, что в них очень невелики и анизотропия и магнитострикция.

II, 3. Магнитоупругая энергия

Магнитоупругая энергия является той частью энергии кристалла, которая обусловлена взаимодействием между намагниченностью и механическими деформациями решётки. Для недеформированной решётки магнитоупругая энергия равна нулю.

При обычном рассмотрении энергетических связей в ферромагнетиках тесная физическая связь, существующая между константами анизотропии и магнитострикции, ясно не обнаруживается. В то же время очень важно подчеркнуть, что в случае энергии анизотропии, не зависящей от деформаций в кристалле, линейная магнитострикция отсутствует. Магнитострикция возникает потому, что энергия анизотропии зависит от деформации таким образом, что устойчивое состояние кристалла является деформированным по отношению к кубической решётке. Таким образом, кристалл будет деформироваться спонтанно, если это будет понижать энергию анизотропии. Мы приступим теперь к рассмотрению природы взаимодействия между намагниченностью и деформацией в кубических кристаллах, причём выразим энергетические соотношения через экспериментальные константы магнитострикции. При этом мы воспроизведём в упрощённой форме обычные рассуждения Беккера и Акулова.

Плотность упругой энергии в кубическом кристалле выражается (см. Ляв «Теория упругости»):

$$f_{\text{упр}} = \frac{1}{2} c_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + \frac{1}{2} c_{44} (e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2) + \\ + c_{12} (e_{yy}e_{zz} + e_{xx}e_{zz} + e_{xx}e_{yy}), \quad \text{(II, 3, 1)}$$

где c_{ij} — модули упругости и e_{ij} — деформации.

Для железа (Кимура и Оно, 1934)

$$\left.\begin{aligned} c_{11} &= 2{,}41 \cdot 10^{12} \text{ эрг}/см^3; \\ c_{12} &= 1{,}46 \cdot 10^{12} \text{ эрг}/см^3; \\ c_{44} &= 1{,}12 \cdot 10^{12} \text{ эрг}/см^3. \end{aligned}\right\} \quad \text{(II, 3, 2)}$$

Для никеля (Бозорт и др., 1949)

$$\begin{aligned} c_{11} &= 2{,}50 \cdot 10^{12} \text{ эрг}/см^3; \\ c_{12} &= 1{,}60 \cdot 10^{12} \text{ эрг}/см^3; \\ c_{44} &= 1{,}185 \cdot 10^{12} \text{ эрг}/см^3. \end{aligned}$$

Плотность энергии анизотропии в недеформированном кубическом кристалле (раздел II, 2) в первом приближении равна:

$$f_K = K\left(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2\right). \qquad \text{(II, 3, 3)}$$

Здесь K — константа, не зависящая от направления намагниченности насыщения в кристалле; α_1, α_2, α_3 — направляющие косинусы намагниченности по отношению к осям куба. Для железа $K = 4{,}2\cdot 10^5$ эрг/см^3.

Чтобы выразить зависимость энергии анизотропии от деформаций, разложим энергию в ряд Тейлора по деформациям:

$$f_K = (f_K)_0 + \sum_{i\geqslant j}\left(\frac{\partial f_K}{\partial e_{ij}}\right)_0 e_{ij} + \ldots \qquad \text{(II, 3, 4)}$$

Здесь $(f_K)_0$ должно удовлетворять кубической симметрии, но выражения $\left(\frac{\partial f_K}{\partial e_{ij}}\right)_0 e_{ij}$ могут иметь низшую симметрию, так как эти выражения относятся к деформированной решётке.

Ограничиваясь членами низших степеней, из соображений симметрии получим:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f_K}{\partial e_{xx}} &= B_1\alpha_1^2; & \frac{\partial f_K}{\partial e_{yy}} &= B_1\alpha_2^2;\\ \frac{\partial f_K}{\partial e_{zz}} &= B_1\alpha_3^2; & \frac{\partial f_K}{\partial e_{xy}} &= B_2\alpha_1\alpha_2;\\ \frac{\partial f_K}{\partial e_{yz}} &= B_2\alpha_2\alpha_3; & \frac{\partial f_K}{\partial e_{xz}} &= B_2\alpha_1\alpha_3, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II, 3, 5)}$$

где B_1 и B_2 — константы, которые могут быть в принципе подсчитаны. Величины B называются константами магнитоупругой связи. Для железа, как мы увидим позже, $B_1 \cong -2{,}9\cdot 10^7$ эрг/см^3; $B_2 \cong 3{,}2\cdot 10^7$ эрг/см^3.

Комбинируя предшествующие выражения, получаем плотность полной энергии, зависящей и от деформаций и от направления вектора магнитного насыщения.

$$\begin{aligned} f = K\left(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2\right) &+ B_1\left(\alpha_1^2 e_{xx} + \alpha_2^2 e_{yy} + \alpha_3^2 e_{zz}\right) +\\ &+ B_2\left(\alpha_1\alpha_2 e_{xy} + \alpha_2\alpha_3 e_{yz} + \alpha_3\alpha_1 e_{zx}\right) +\\ &+ \frac{1}{2}c_{11}\left(e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2\right) +\\ &+ \frac{1}{2}c_{44}\left(e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2\right) +\\ &+ c_{12}\left(e_{yy}e_{zz} + e_{xx}e_{zz} + e_{xx}e_{yy}\right). \qquad \text{(II, 3, 6)} \end{aligned}$$

Равновесная конфигурация кристалла, намагниченного в направлении α, может быть найдена, минимизируя f по отношению

к e_{ij}. Решения для e_{ij} могут быть выражены через обычные константы магнитострикции при насыщении λ_{100} и λ_{111}.

Кроме того, решения e_{ij} уравнений, определяющих равновесное состояние (равновесных уравнений), зависят от направляющих косинусов таким образом, что энергия равновесной конфигурации может быть выражена в форме:

$$f = (K + \Delta K)\,(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2), \qquad \text{(II, 3, 7)}$$

где ΔK не зависит от α, а просто связано с модулем упругости и константами магнитоупругой связи.

Равновесные уравнения. Первой проблемой является определение значений e_{ij}, дающих минимум выражения (II, 3, 6) для f:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial e_{xx}} &= B_1\alpha_1^2 + c_{11}e_{xx} + c_{12}\,(e_{yy} + e_{zz}) = 0,\\
\frac{\partial f}{\partial e_{yy}} &= B_1\alpha_2^2 + c_{11}e_{yy} + c_{12}\,(e_{xx} + e_{zz}) = 0,\\
\frac{\partial f}{\partial e_{zz}} &= B_1\alpha_3^2 + c_{11}e_{zz} + c_{12}\,(e_{xx} + e_{yy}) = 0,\\
\frac{\partial f}{\partial e_{xy}} &= B_2\alpha_1\alpha_2 + c_{44}e_{xy} = 0,\\
\frac{\partial f}{\partial e_{xz}} &= B_2\alpha_1\alpha_3 + c_{44}e_{xz} = 0,\\
\frac{\partial f}{\partial e_{yz}} &= B_2\alpha_2\alpha_3 + c_{44}e_{yz} = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad \text{(II, 3, 8)}$$

Отсюда

$$e_{ii} = B_1\,\frac{[c_{12} - \alpha_i^2\,(c_{11} + 2\,c_{12})]}{[(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2\,c_{12})]}, \qquad \text{(II, 3, 9)}$$

$$e_{ij} = -B_2\,\frac{\alpha_i\alpha_j}{c_{44}} \qquad (i \neq j). \qquad \text{(II, 3, 10)}$$

Связь с константами магнитострикции. Обычные уравнения магнитострикции, часто употребляемые при анализе экспериментальных данных, в кубических кристаллах таковы (Беккер и Доринг, 1939):

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2}\,\lambda_{100}\left(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2 - \frac{1}{3}\right) + \\ + 3\,\lambda_{111}\,(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_3\beta_1\beta_3 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3), \qquad \text{(II, 3, 11)}$$

где $\alpha = (\alpha_1\alpha_2\alpha_3)$ — единичный вектор в направлении намагниченности, $\beta = (\beta_1\beta_2\beta_3)$ — единичный вектор в направлении измеряемого удлинения δl; λ_{100} и λ_{111} — значения продольной магнитострикции при насыщении в направлениях [100] и [111]. Теперь мы хотим связать магнитострикционные константы λ_{100} и λ_{111}

с константами магнитоупругой связи B_1 и B_2, которые имеют более фундаментальное значение.

В деформациях мы имеем:

$$\frac{\delta l}{l} = \sum_{i \geqslant j} e_{ij} \beta_i \beta_j; \qquad \text{(II, 3, 12)}$$

так как, по определению деформаций (см. в частности определение деформаций сдвига, употребляемое Лявом):

$$\left.\begin{aligned} x' &= (1 + e_{xx})\, x + \tfrac{1}{2}\, e_{xy} y + \tfrac{1}{2}\, e_{zx} z, \\ y' &= \tfrac{1}{2}\, e_{xy} x + (1 + e_{yy})\, y + \tfrac{1}{2}\, e_{yz} z, \\ z' &= \tfrac{1}{2}\, e_{zx} x + \tfrac{1}{2}\, e_{yz} y + (1 + e_{zz})\, z; \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II, 3, 13)}$$

отсюда

$$\delta (l^2) = 2\, l \cdot \delta l = 2\, l^2 \Sigma\, e_{ij} \beta_i \beta_j. \qquad \text{(II, 3, 14)}$$

Из этого выражения следует непосредственно выражение (II, 3, 12).

Подставляя значения e_{ij} из выражений (II, 3, 9) и (II, 3, 10), мы имеем:

$$\frac{\delta l}{l} = -\frac{B_1}{c_{11} - c_{12}} (\alpha_x^2 \beta_x^2 + \alpha_y^2 \beta_y^2 + \alpha_z^2 \beta_z^2) - \\ - \frac{B_2}{c_{44}} (\alpha_x \alpha_y \beta_x \beta_y + \alpha_x \alpha_z \beta_x \beta_z + \alpha_y \alpha_z \beta_y \beta_z) + \\ + \frac{3\, c_{12} B_1}{(c_{11} - 2\, c_{12})\, (c_{11} - c_{12})}. \qquad \text{(II, 3, 15)}$$

Это уравнение может быть записано в форме выражения (II, 3, 11), если мы положим:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{100} &= -\frac{2}{3} \frac{B_1}{c_{11} - c_{12}}, \\ \lambda_{111} &= -\frac{1}{3} \frac{B_2}{c_{44}}, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(II, 3, 16)}$$

и опустим член, не зависящий от α и β. Таким образом, мы получим связь магнитострикционных констант λ_{100} и λ_{111} с градиентом энергии анизотропии по деформациям и с упругими постоянными кристалла.

Для железа, согласно экспериментальным данным, $\lambda_{100} = 19{,}5 \cdot 10^{-6}$ и $\lambda_{111} = -18{,}8 \cdot 10^{-6}$; употребляя эти значения, мы подсчитываем $B_1 = -2{,}9 \cdot 10^7$ эрг/см^3, $B_2 = 6{,}4 \cdot 10^7$ эрг/см^3. Для никеля $\lambda_{100} = -46 \cdot 10^{-6}$ и $\lambda_{111} = -25 \cdot 10^{-6}$, и мы имеем $B_1 = 6{,}2 \cdot 10$ эрг/см^3, $B_2 = 9{,}0 \cdot 10^7$ эрг/см^3. Значения различных λ взяты из Беккера и Доринга (1939, стр. 277 — 280).

Связь с энергией анизотропии. Теперь мы хотим показать, что наличие магнитострикции обусловливает появление

заметной части энергии анизотропии в кристалле. Если бы экспериментальные определения энергии анизотропии могли быть выполнены при постоянных размерах решётки, т. е. в кристалле с неизменной деформацией, тогда существование магнитострикции не должно было бы влиять на результаты измерения анизотропии. Однако на практике анизотропия измеряется при постоянных напряжениях, так что решётка может деформироваться под действием магнитоупругих сил.

Если в общем выражении для энергии (II, 3, 6) исключить деформации с помощью уравнений (II, 3, 9) и (II, 3, 10) и выразить B через λ, получим окончательно:

$$f = (K + \Delta K)\,(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2), \qquad \text{(II, 3, 17)}$$

где

$$\Delta K = \frac{9}{4}\left[(c_{11} - c_{12})\,\lambda_{100}^2 - 2c_{44}\lambda_{111}^2\right]. \qquad \text{(II, 3, 18)}$$

Для железа $\Delta K = -7{,}5\cdot 10^2$ эрг/см^3, так что здесь $\frac{\Delta K}{K} \cong 10^{-3}$. Для никеля $\Delta K \cong 2\cdot 10^3$ эрг/см^3, откуда $\frac{\Delta K}{K} \cong 10^{-1}$.

Изотропная магнитострикция. Часто принято для упрощения считать $\lambda_{100} = \lambda_{111} = \lambda$; это — случай «изотропной магнитострикции». Для Ni обычно берут $\lambda = -34\cdot 10^{-6}$, для Fe $\lambda = -7\cdot 10^{-6}$, хотя допущение об изотропии ни в одном случае не даёт очень хорошего совпадения с экспериментальными результатами.

Выражение (II, 3, 11) сводится к

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2}\lambda\left[(\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3)^2 - \frac{1}{3}\right], \qquad \text{(II, 3, 19)}$$

или

$$\frac{\delta l}{l} = \frac{3}{2}\lambda\left[\cos^2\theta - \frac{1}{3}\right], \qquad \text{(II, 3, 20)}$$

где θ — угол между намагниченностью и направлением, по которому определяется δl. Можно видеть, что это выражение не зависит от направлений осей кристалла и поэтому является изотропным.

Очень важно вычислить изменение энергии анизотропии, вызванное однородным растягивающим напряжением T. Компоненты напряжения относительно осей кристалла для натяжения с направляющими косинусами γ_1, γ_2, γ_3 суть $P_{ik} = T\gamma_i\gamma_k$, что даёт

$$e_{xy} = -Ts_{44}\gamma_1\gamma_2; \quad e_{xx} = -T\left[s_{11}\gamma_1^2 + s_{12}\left(\gamma_2^2 + \gamma_3^2\right)\right],$$

где s_{ik} — коэффициенты упругости. Члены в выражении (II, 3, 4),

зависящие от деформаций, таковы:

$$f_{\text{му}} = -B_1 T\,[(s_{11}-s_{12})(\alpha_1^2\gamma_1^2+\alpha_2^2\gamma_2^2+\alpha_3^2\gamma_3^2)] - \\ -B_2 T s_{44}\,(\alpha_1\alpha_2\gamma_1\gamma_2+\alpha_2\alpha_3\gamma_2\gamma_3+\alpha_3\alpha_1\gamma_3\gamma_1). \quad \text{(II, 3, 21)}$$

Если теперь принять $\lambda_{100}=\lambda_{111}=\lambda$, то из (II, 3, 16) имеем: $B_2(c_{11}-c_{12})=2B_1c_{44}$, так что, используя хорошо известную связь между c и s и соотношение $\cos\theta=(\alpha_1\gamma_1+\alpha_2\gamma_2+\alpha_3\gamma_3)$, где θ — угол между намагниченностью и натяжением, мы имеем также:

$$f_{\text{му}}=\frac{3}{2}\lambda T\sin^2\theta. \quad \text{(II, 3, 22)}$$

Члены, не зависящие от θ, опущены. Мы используем это выражение в разделе VI, 2.

II, 4. Магнитостатическая энергия

Мы не будем здесь вдаваться в детальное обсуждение вопроса о магнитной энергии, так как это завело бы нас очень далеко. Обсудим лишь несколько частных вопросов, имеющих прямое отношение к теории доменов. Более общее рассмотрение может быть найдено в статьях Гугенгейма (1936) и Фоккера (1939).

Здесь мы приведём следующие соотношения:

1) Энергия взаимодействия постоянного магнита с однородным внешним магнитным полем равна

$$f_{\text{маг}}=-\mathbf{I}\cdot\mathbf{H} \quad \text{(II, 4, 1)}$$

на единицу объёма.

2) Собственная энергия постоянного магнита в своём собственном поле:

$$f_{\text{маг}}=-\frac{1}{2}\mathbf{I}\cdot\mathbf{H} \quad \text{(II, 4, 2)}$$

на единицу объёма; для эллипсоида эта энергия может быть записана в виде:

$$f_{\text{маг}}=\frac{1}{2}NI^2 \quad \text{(II, 4, 3)}$$

на единицу объёма, где N — размагничивающий фактор; для параллельных пластинок с полюсами переменного знака (см. рис. 21):

$$\sigma_{\text{маг}}=0{,}8525\,I_s^2D \quad \text{(II, 4, 4)}$$

на единицу поверхности, где D — ширина пластинки.

3) Влияние конечной энергии анизотропии на выражение (II, 4, 4), которое пригодно только для случая бесконечно большой энергии анизотропии (полностью «замороженные» спины),

для скользящих углов вектора намагниченности с поверхностью таково:

$$\sigma_{\text{маг}} = \left[\frac{2}{1+\mu^*}\right](0{,}8525\, I_s^2 D); \quad \mu^* = \frac{1+2\pi I_s^2}{K}. \quad \text{(II, 4, 5)}$$

Взаимодействие постоянного магнита с внешним полем. Хорошо известно, что энергия взаимодействия постоянного магнитного диполя μ с внешним полем $\mathbf{H}$ равна $-\mu\mathbf{H}$. Тот же результат справедлив для жёсткой системы диполей, так что плотность магнитной энергии равна:

$$f_{\text{маг}} = -\mathbf{I}\cdot\mathbf{H}. \quad \text{(II, 4, 6)}$$

Собственная энергия постоянного магнита. Когда поле, против которого совершается работа, не внешнее, а обусловлено самой намагниченностью, появляется обычный множитель 1/2. Этот множитель вводится потому, что при использовании для вычисления собственной энергии выражения (II, 4, 6) каждый диполь учитывается дважды — один раз как источник поля и один раз как магнит в поле. Правильный результат:

$$f_{\text{маг}} = -\frac{1}{2}\mathbf{I}\cdot\mathbf{H}. \quad \text{(II, 4, 7)}$$

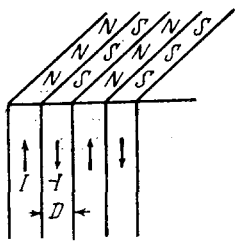


Рис. 21. Модель для вычисления энергии магнитного поля в случае параллельных полос с чередующимися полосами.

Эллипсоидальный образец. Если образец имеет форму эллипсоида и намагничивается вдоль одной из главных осей, собственное поле равно:

$$H = -NI, \quad \text{(II, 4, 8)}$$

где N — размагничивающий фактор. Значения N в употребительной форме приведены Осборном (1945). Выражение (II, 4, 7) принимает теперь вид:

$$f_{\text{маг}} = \frac{1}{2} NI^2. \quad \text{(II, 4, 9)}$$

Это выражение часто употребляется.

Распределение полюсов на плоскости. Рассмотрим энергию магнитного поля в случае компланарных полос чередующегося знака (рис. 21). Пусть плоскость полос будет плоскостью x, y с осью y, параллельной осям полос; ширина одной полосы есть D и мощность полюса на единицу поверхности полосы есть I. Магнитная энергия на единицу поверхности из (II, 4, 7)

$$\sigma = -\frac{1}{2}\int \mathbf{H}\cdot\mathbf{I}\, dz. \quad \text{(II, 4, 10)}$$

Вертикальная или z-компонента магнитного поля сразу под плоскостью полос даётся разложением Фурье для «квадратной волны» с амплитудой $-2\pi I$. Приближённое решение уравнения Лапласа таково:

$$H_z = \mp 2\pi I \left[\frac{4}{\pi} \sin kx e^{+kz} + \text{члены, содержащие обертоны } (2n+1)k\right], \quad \text{(II, 4, 11)}$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$

Вначале пренебрежём в этом разложении обертонами. Тогда

$$\sigma = 4I^2 \int_0^{-\infty} e^{kz} dz < |\sin kx| >.$$

Среднее значение $|\sin kx|$ равно $\frac{2}{\pi}$, так что

$$\sigma = \frac{8I^2 D}{\pi^2}. \quad \text{(II, 4, 12)}$$

Это выражение получено при учёте только членов первого порядка.

Полное выражение, включающее эффект обертонов, получается путём умножения на Σn^{-3}, где суммирование ведётся по нечётным целым числам, и сумма приблизительно равна 1,0517. Мы имеем окончательно:

$$\sigma_{\text{маг}} = 0{,}8525\, I_s^2 D. \quad \text{(II, 4, 13)}$$

Аналогичным путём мы можем легко рассмотреть энергию, связанную с произвольным периодическим распределением полюсов на плоскости. Пусть $\rho(x, y)$ будет поверхностной плотностью полюсов, которая предполагается периодической на прямоугольнике со сторонами $2\pi L_x$ и $2\pi L_y$. Тогда ρ может быть разложено в двойной ряд Фурье:

$$\rho(x, y) = \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} C_{mn} \exp[i(m\xi + n\eta)], \quad \text{(II, 4, 14)}$$

где $\xi = \frac{x}{L_x}$; $\eta = \frac{y}{L_y}$ и

$$C_{nm} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \rho(\xi, \eta)\, e^{-i(m\xi + n\eta)}\, d\xi\, d\eta. \quad \text{(II, 4, 15)}$$

Плотность поверхностной энергии равна:

$$\sigma_{\text{маг}} = \pi \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} C_{mn} C_{-m-n} P_{mn}, \quad \text{(II, 4, 16)}$$

где

$$P_{mn} = \left[\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \quad \text{(II, 4, 17)}$$

Таким образом мы находим, что энергия шахматного распределения равна:

$$\sigma_{\text{маг}} = 0{,}53\, I^2 D, \qquad \text{(II, 4, 18)}$$

где D — сторона каждого малого квадрата.

Для круга одной полярности, вписанного в квадрат противоположной полярности,

$$\sigma = 0{,}374\, I^2 D, \qquad \text{(II, 4, 19)}$$

где функция ρ предполагается периодической на квадрате со стороной D, в который вписан круг радиуса $\frac{D}{(2\pi)^{1/2}}$.

Поправка μ^*. Вопрос об энергии полюса, расположенного на плоской поверхности, не является таким простым, как может показаться на первый взгляд. Усложнение связано с тем, что спины на самом деле не являются «замёрзшими» вдоль направления лёгкого намагничивания, а могут отклоняться от этого направления под воздействием поля, обусловленного наличием полюсов. И только для очень больших значений энергии анизотропии спины можно считать «замёрзшими» вдоль лёгких направлений.

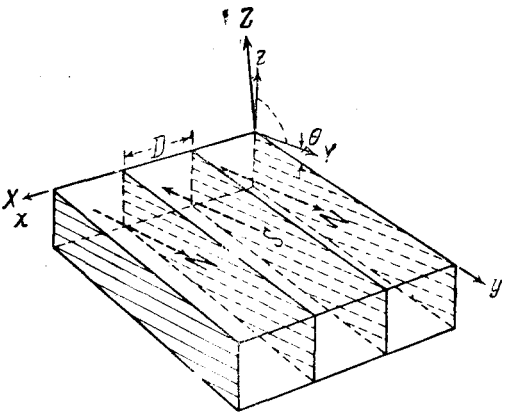


Рис. 22. Модель для вычисления μ^*-поправки.

Поправки к магнитостатической энергии, которые должны быть сделаны в этой связи, зависят от характера задачи. Различные случаи были обсуждены Лифшицем, Неэлем и Шокли. Мы будем следовать Шокли (1948).

Рассмотрим случай параллельных пластинок с полюсами чередующегося знака $\pm I_s \sin\theta$, где лёгкие оси составляют небольшой угол θ с поверхностью кристалла, как показано на рис. 22. Изменение намагниченности под влиянием магнитного поля может быть выражено с помощью трёх проницаемостей μ_x, μ_y и μ_z. Здесь $\mu_y \cong 1$, так как намагниченность в направлении y не может быть заметно увеличена; $\mu_x \cong \mu_z$ из соображений симметрии.

Первая проблема состоит в нахождении распределения поля в среде с проницаемостями $(\mu, 1, \mu)$ при условии, что скачок H_z на поверхности должен быть равен $\pm 4\pi I_s \sin\theta$. Допустим, что $\varphi(x, z)$ есть решение потенциальной задачи при $\mu = 1$. Для реаль-

ной задачи будем считать, что потенциал есть $A\varphi(x, \alpha z)$ для $z > 0$ и $A\varphi(x, \beta z)$ для $z < 0$. Тогда равенство поверхностных зарядов в обоих задачах приводит к

$$A\alpha \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{z=0+} + \mu A\beta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{z=0-} = 2\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{z=0+}, \quad \text{(II, 4, 20)}$$

или

$$A = \frac{2}{\alpha + \beta\mu}. \quad \text{(II, 4, 21)}$$

Условие $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ даёт соотношение

$$\varphi_{xx} + \beta^2 \varphi_{zz} = 0, \quad \text{(II, 4, 22)}$$

которое удовлетворяется для $\beta = 1$; аналогично $\alpha = 1$. Таким образом,

$$A = \frac{2}{1 + \mu}. \quad \text{(II, 4, 23)}$$

Поскольку потенциал пропорционален A, магнитная энергия также пропорциональна A.

Найдём теперь надлежащее значение μ, т. е. эффективную проницаемость для небольшого смещения около лёгкой оси. Для кубического и одноосного кристаллов (с $K > 0$) мы имеем:

$$f_K \cong K\varphi^2,$$

где φ — угол (по предположению малый) между вектором намагниченности и лёгкой осью. Если магнитное поле действует перпендикулярно к лёгкой оси,

$$f_{\text{маг}} = -HI_s\varphi. \quad \text{(II, 4, 24)}$$

Полная энергия $K\varphi^2 - HI_s\varphi$ — минимальная, если

$$2K\varphi - HI_s = 0, \quad \text{(II, 4, 25)}$$

так что

$$\varphi = \frac{HI_s}{2K}. \quad \text{(II, 4, 26)}$$

Теперь намагниченность, параллельная H, есть $I_s\varphi$ и, следовательно, магнитная восприимчивость

$$\chi = \frac{I_s\varphi}{H} = \frac{I_s^2}{2K}, \quad \text{(II, 4, 27)}$$

откуда

$$\mu^* = 1 + \frac{2\pi I_s^2}{K}. \quad \text{(II, 4, 28)}$$

Символ μ^* обычно употребляется для обозначения эффективной проницаемости, связанной с анизотропией. Значения μ^*: 46 для Fe и 3,6 для Co.

III. СЛОЙ БЛОХА

III, 1. Вводные замечания

«Слоем Блоха» называют переходный слой, который разделяет смежные домены, намагниченные в разных направлениях. Этот слой впервые рассматривался Ф. Блохом (1932); дальнейшее развитие теории переходного слоя было выполнено Ландау и Лифшицем (1935), Лифшицем (1944), Неэлем (1944, а) и Геррингом и Киттелем (в печати).

Основная идея слоя Блоха состоит в том, что изменение спиновых направлений между доменами, намагниченными в разных

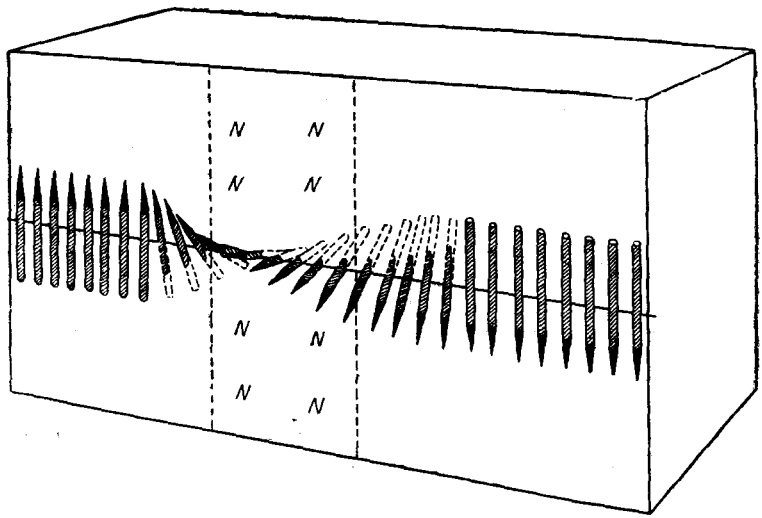


Рис. 23. Слой Блоха.

направлениях, не происходит одним скачком на некоторой атомной плоскости. Изменение направления будет скорее совершаться постепенно на длине, содержащей много атомных расстояний (рис. 23). Причина постепенного перехода состоит в том, что для данного полного изменения спинового направления обменная энергия будет ниже, когда изменение распределено на много спинов, чем когда оно происходит скачком.

Такое поведение может быть понято из выражения (II, 1, 6):

$$w_{об} = JS^2\varphi^2 \qquad \text{(III, 1, 1)}$$

для обменной энергии между двумя спинами, повёрнутыми друг относительно друга на малый угол φ; здесь J — обменный интеграл и S — спиновой угловой момент, выраженный в единицах $\frac{h}{2\pi}$.

Пусть полное требуемое изменение угла будет φ_0; если изменение происходит за N равных шагов, то изменение угла между соседними спинами будет $\frac{\varphi_0}{N}$, и обменная энергия между каждой парой соседних атомов равна:

$$w_{об} = JS^2\left(\frac{\varphi_0}{N}\right)^2. \qquad \text{(III, 1, 2)}$$

Полная обменная энергия линии из $N+1$ атомов равна:

$$W_{об} = \frac{JS^2\varphi_0^2}{N}. \qquad \text{(III, 1, 3)}$$

Если полное изменение угла между доменами $\varphi_0 = \pi$, что соответствует обращению направления намагниченности при прохождении через слой, то обменная энергия ряда атомов при толщине слоя в 100 атомов будет порядка $\frac{kT_c}{100}$ по сравнению с энергией kT_c для слоя толщиной в 1 атом.

Так как обменная энергия слоя обратно пропорциональна его толщине (III, 1, 3), слой мог бы распространиться на значительную часть кристалла, если бы не сдерживающее влияние энергии анизотропии, стремящейся уменьшить ширину переходного слоя. Дело в том, что спины, заключённые внутри слоя, сильно отклонены от осей лёгкого намагничивания, так что со слоем связана определённая энергия анизотропии. Величина этой энергии будет примерно пропорциональна толщине слоя, так как толщина является мерой полного объёма, отклоненного от оси лёгкого намагничивания.

Реальная толщина и энергия переходного слоя есть результат равновесия конкурирующих влияний обменной энергии и энергии анизотропии; первая из них стремится увеличить толщину слоя, а вторая — уменьшить её.

III, 2. Оценка толщины и энергии слоя Блоха

Мы перейдём к установлению грубой оценки толщины и энергии слоя Блоха, отложив пока детальное рассмотрение частных случаев и сопоставление теоретических оценок с экспериментальными результатами.

Предположим, что слой параллелен грани куба простой кубической решётки и разделяет домены, намагниченные в противоположных направлениях, как это показано на рис. 24. Мы хотим определить толщину слоя в зависимости от числа N атомных плоскостей, содержащихся в нём, а также определить энергию на единицу поверхности σ_w.

Энергия на единицу поверхности слоя может быть в хорошем приближении представлена как сумма обменной энергии и энергии

анизотропии:

$$\sigma_w = \sigma_{об} + \sigma_{аниз} \qquad \text{(III, 2, 1)}$$

Для каждой цепочки атомов, проходящей через слой перпендикулярно к его поверхности, обменная энергия приближённо дается выражением (III, 1, 3). Имеется $\frac{1}{a^2}$ таких цепочек на единицу площади, где a — постоянная решетки, откуда

$$\sigma_{об} = \frac{\pi^2 JS^2}{Na^2}. \qquad \text{(III, 2, 2)}$$

Энергия анизотропии будет порядка константы анизотропии, умноженной на объём, т. е.

$$\sigma_{аниз} \approx KNa \qquad \text{(III, 2, 3)}$$

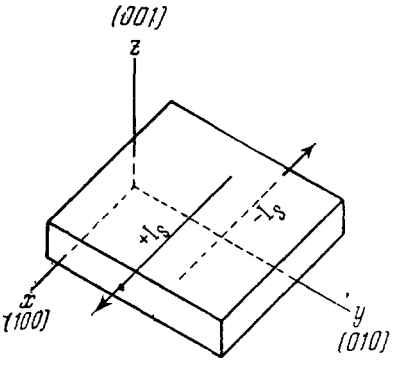


Рис. 24. 180° слой, параллельный грани куба в кубическом кристалле, разделяющий домены, намагниченные в противоположных направлениях, параллельных оси куба

Таким образом

$$\sigma_w \approx \frac{\pi^2 JS^2}{Na^2} + KNa. \qquad \text{(III, 2, 4)}$$

Это выражение минимально относительно N, когда

$$\frac{\partial \sigma_w}{\partial N} = 0 = -\frac{\pi^2 JS^2}{N^2 a^2} + Ka \qquad \text{(III, 2, 5)}$$

или

$$N = \left[\frac{\pi^2 JS^2}{Ka^3}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(III, 2, 6)}$$

Мы получили результат, согласно которому толщина слоя, выраженная в атомных расстояниях, приблизительно равна квадратному корню из отношения обменного интеграла к энергии анизотропии на элементарную ячейку. Порядок величины для железа

$$N \approx \left[\frac{kT_c}{Ka^3}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{10^{-13}}{10^5 \cdot 10^{-23}}\right]^{\frac{1}{2}} \approx$$

$$\approx 300 \text{ постоянных решётки} \approx 1000 \text{ Å}$$

Полная энергия слоя на единицу поверхности

$$\sigma_w = 2\pi \left[\frac{JKS^2}{a}\right]^{\frac{1}{2}}; \qquad \text{(III, 2, 7)}$$

для железа по порядку величины:

$$\sigma_w = \left[\frac{kT_cK}{a}\right]^{\frac{1}{2}} \approx \left[\frac{10^{-13}\cdot 10^5}{10^{-8}}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 1 \text{ эрг}/см^2.$$

Мы видим, что вклады обменной энергии и энергии анизотропии примерно равны друг другу.

В приведённой оценке мы пользовались произвольным допущением, что каждый из N атомов цепочки, проходящей через слой, равноценно участвует в полном изменении спинового направления. Мы пользовались также очень грубой оценкой энергии анизотропии системы спинов внутри слоя. Эти допущения в последующих более строгих вычислениях будут отброшены.

III, 3. 180° слои в плоскости (100) железа

Разберём теперь детально важный случай слоя, параллельного плоскости (001) железа и разделяющего домены, намагниченные в противоположных направлениях. Направлениями намагниченности доменов могут быть направления [100] и $[\bar{1}00]$, как показано на рис. 24. Эквивалентные решения были в этом случае даны Лифшицем (1944), Неэлем (1944, а).

Мы допустим, что поворот спиновых направлений при прохождении через слой будет таким, что направления спинов лежат в плоскости слоя. Этот результат для данного частного случая является следствием более общего требования, состоящего в том, чтобы нормальная компонента намагниченности оставалась в слое постоянной и в нём не образовывалось никаких полюсов. Отсутствие полюсов следует из соображений о минимальности магнитостатической энергии. Заметим, что магнитостатическая энергия двойного слоя толщиной в 1000 Å с поверхностной плотностью полюсов $\pm I_s$ на единицу поверхности равна:

$$\sigma_{\text{маг}} = 2\pi I_s^2 d \approx (10)(10^6)(10^{-5}) \approx 100 \text{ эрг}/см^2. \quad \text{(III, 3, 1)}$$

Эта величина значительно превосходит энергию слоя $\sigma_w \approx 1$ эрг/см², оценённую выше при молчаливом предположении, что изменения спиновых направлений происходят таким образом, что нормальная компонента намагниченности при прохождении через слой остаётся постоянной.

Вычисление характеристик слоя будет сначала выполнено при пренебрежении магнитоупругой энергией; действие магнитоупругой энергии, заключённой в слое, будет рассмотрено особо.

Пусть θ — угол между направлением спина и осью x. Тогда плотность энергии анизотропии в плоскости x, y согласно (II, 2, 4)

равна:

$$f_K = K(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2) = K\sin^2\theta\cos^2\theta, \quad \text{(III, 3, 2)}$$

так как $\alpha_3 = 0$.

Плотность обменной энергии (см. II, 1, 11)

$$f_{об} = A[(\nabla\alpha_1)^2 + (\nabla\alpha_2)^2 + (\nabla\alpha_3)^2]$$

принимает вид:

$$f_{об} = A\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2, \quad \text{(III, 3, 3)}$$

так как $\alpha_1 = \cos\theta$, $\alpha_2 = \sin\theta$, $\alpha_3 = 0$.

Энергия слоя на единицу площади:

$$\sigma_w = \int_{-\infty}^{\infty}\left[K\left(\sin^2\theta\cos^2\theta\right) + A\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2\right]dz. \quad \text{(III, 3, 4)}$$

Полагая $g(\theta) = K\sin^2\theta\cos^2\theta$ и $\theta' = \frac{d\theta}{dz}$, мы сможем записать σ так:

$$\sigma = \int_{-\infty}^{\infty}[g(\theta) + A\theta'^2]\,dz. \quad \text{(III, 3, 5)}$$

Угол θ в выражении (III, 3, 5) определяется как функция z из требования, чтобы интеграл (III, 3, 5) был минимальным. Мы требуем поэтому, чтобы вариация $\delta\sigma_w$ тождественно равнялась нулю для любых малых вариаций $\delta\theta$:

$$\delta\sigma_w = \int_{-\infty}^{\infty}\left[g'(\theta)\delta\theta + 2A\theta\frac{d(\delta\theta)}{dz}\right]dz = 0. \quad \text{(III, 3, 6)}$$

Интегрируя по частям и замечая, что

$$\theta'\frac{d}{dz}(\delta\theta) = \frac{d}{dz}(\theta'\delta\theta) - \delta\theta\left(\frac{d\theta'}{dz}\right)$$

и что $\theta'\delta\theta$ исчезает на обоих пределах, мы имеем:

$$\delta\sigma_w = \int_{-\infty}^{\infty}\left[g'(\theta) - 2A\frac{d\theta'}{dz}\right]\delta\theta\,dz = 0. \quad \text{(III, 3, 7)}$$

Это уравнение может быть тождественно удовлетворено при всех z, только если:

$$g'(\theta) - 2A\frac{d\theta'}{dz} = 0. \quad \text{(III, 3, 8)}$$

Это — уравнение Эйлера для нашей задачи.

Умножая на θ' и интегрируя по z между $-\infty$ и z, мы находим:

$$g(\theta) = A\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2, \quad \text{(III, 3, 9)}$$

так как при $z=-\infty$ $\theta'=0$. Это решение показывает, что в каждой точке слоя локальная плотность энергии анизотропии $g(\theta)$ равна локальной плотности обменной энергии $A\left(\frac{d\theta}{dz}\right)^2$. Отсюда следует, что в направлениях с высокой энергией анизотропии соседние спины составляют бо́льшие углы друг с другом, чем в направлениях с низкой энергией анизотропии.

Из выражения (III, 3, 9) имеем:

$$dz=\sqrt{A}\,\frac{d\theta}{(g(\theta))^{\frac{1}{2}}}, \qquad \text{(III, 3, 10)}$$

так что выражение (III, 3, 5) принимает вид:

$$\sigma_w=2\sqrt{A}\int_{\theta_1}^{\theta_2}(g(\theta))^{\frac{1}{2}}\,d\theta=$$

$$=2(KA)^{\frac{1}{2}}\int_0^{\pi}|\sin\theta\cos\theta|\,d\theta, \qquad \text{(III, 3, 11)}$$

что даёт в результате:

$$\sigma_w=2\,(KA)^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(III, 3, 12)}$$

Энергия слоя. Для железа согласно (II, 1, 18) $A=2{,}0\cdot10^{-6}$ эрг/см и $K_1=4{,}2\cdot10^5$ эрг/см^3. Таким образом

$$\sigma_w(\mathrm{Fe})=1{,}8 \text{ эрг/см}^2. \qquad \text{(III, 3, 13)}$$

Этот результат весьма важен, и мы поэтому сделаем несколько замечаний, касающихся правдоподобности величины (III, 3, 13) для энергии 180° переходного слоя в плоскости (001):

1) Мы пренебрегли константой анизотропии K_2, так как энергетический член $K_2\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2$ в плоскости (001) равен нулю.

2) Неэль (1944) для той же задачи пришёл к значению $\sigma_w=1{,}4$ эрг/см^2, используя значение константы обменного воздействия A, полученное другим путём (из температуры Кюри на основании представления о поле Вейсса). Любая оценка A должна рассматриваться в качестве ориентировочной, но мы примем, что при подсчёте энергии слоя должно употребляться значение, полученное из закона Блоха $T^{\frac{3}{2}}$; это заключение связано с тем, что физическая ситуация в спиновых волнах подобна ситуации, имеющей место в слое Блоха.

3) Ниже будет показано, что влиянием магнитоупругой энергии на численное значение энергии слоя в железе (III, 3, 13) можно пренебречь, несмотря на то, что на толщину слоя магнитострикция оказывает заметное влияние.

4) Для 3,85% SiFe сплава имеем приблизительно $A = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ эрг/см и $K = 2{,}8 \cdot 10^{5}$ эрг/см^3, так что $\sigma_w = 1{,}4$ эрг/см^2. Эта величина согласуется с довольно грубым экспериментальным значением, полученным Вильямсом, Бозортом и Шокли (1949) на основании наблюдения доменных фигур.

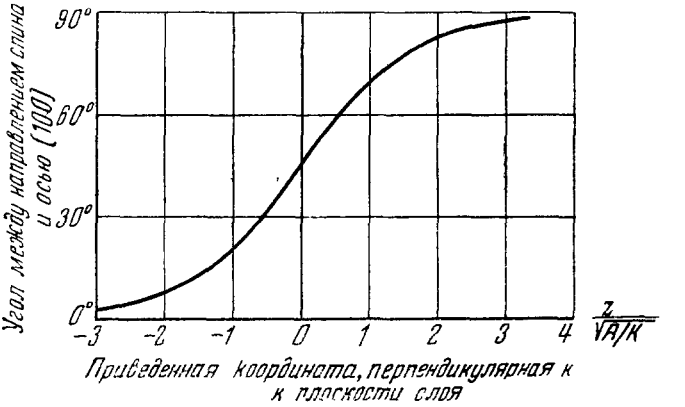


Рис. 25. Изменение направления сплавов в 90° слое Блоха.

Толщина слоя. Толщина слоя может быть найдена с помощью выражения (III, 3, 10):

$$dz = \left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\theta}{\sin\theta\cos\theta} \qquad \text{(III, 3, 14)}$$

или

$$z - z_0 = \left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \ln\left(\frac{\operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg}\theta_0}\right). \qquad \text{(III, 3, 15)}$$

Принимая $z = 0$ при $\theta_0 = 45°$, мы имеем

$$z = \left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \ln \operatorname{tg}\theta. \qquad \text{(III, 3, 16)}$$

Это уравнение изображено на рис. 25 для значений $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. Координата z отложена в характерных единицах длины $\left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}}$, причём $\left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}}$ для железа равно $2{,}3 \cdot 10^{-6}$ см или 230 Å. Изменение угла на 70° имеет место для $\Delta z \cong 3{,}5\left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}}$ или $(\Delta z)_{70°} \approx 800$ Å ≈ 280 постоянных решётки. Угол между соседними спинами будет порядка $^1/_4{}^\circ$.

Выражение (III, 3, 16) не даёт, однако, конечной толщины для 180° слоя, так как слой стремится разделиться на два 90° слоя, разделённых бесконечным расстоянием. Это затруднение является до некоторой степени фиктивным и устраняется при учёте влияния магнитострикции. Большой домен, повёрнутый на 90°, может образоваться между двумя антипараллельными доменами только при затрате значительной магнитоупругой энергии. Это связано с тем, что домен удлиняется в направлении его намагниченности, и, следовательно, домен, повёрнутый на 90°, не может располагаться между антипараллельными доменами без образования системы напряжений. В результате 90° область между двумя 90° слоями будет исчезать и оба 90° слоя сольются в один 180° слой.

Влияние магнитострикции. И Неэль и Лифшиц при решении задачи о слое учитывали влияние магнитоупругой энергии. Мы здесь будем следовать трактовке Лифшица*).

Как будет показано, эффект магнитострикции может быть учтён добавлением к плотности энергии анизотропии члена:

$$f_{\text{му}} = \frac{9}{4}(c_{11} - c_{12})\,\lambda_{100}^2 \sin^2\theta, \qquad \text{(III, 3, 17)}$$

где λ_{100} — значение продольной магнитострикции в направлении [100] при насыщении; c_{11} и c_{12} — модули упругости. Докажем это утверждение.

Вследствие магнитострикции часть кристалла, намагниченная в направлении $\pm x$, деформирована следующим образом (см. II, 3, 9):

$$e_{xx} = -B_1 \frac{c_{11} - c_{12}}{(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12})}, \qquad \text{(III, 3, 18)}$$

$$e_{yy} = e_{zz} = B_1 \frac{c_{12}}{(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12})}. \qquad \text{(III, 3, 19)}$$

Здесь B_1 — константа магнитоупругой связи, которая связана с λ_{100} выражением (II, 3, 16):

$$\lambda_{100} = \frac{2B_1}{3(c_{11} - c_{12})}. \qquad \text{(III, 3, 20)}$$

Деформация в переходном слое определяется деформацией окружающих доменов. Избыток магнитоупругой энергии вещества слоя по сравнению с магнитоупругой энергией доменов равен (из (II, 3, 6)):

$$\Delta f_{\text{му}} = B_1[(\alpha_1^2 - 1)e_{xx} + \alpha_2^2 e_{yy}] = B_1 \sin^2\theta\,(e_{yy} - e_{xx}). \qquad \text{(III, 3, 21)}$$

*) Трактовка Неэля до некоторой степени ошибочна, так как он не делает различия между энергией анизотропии для решётки постоянных размеров и для решётки с постоянными напряжениями (см. выше (II, 3, 17)); это привело его к включению в магнитоупругую энергию члена, который автоматически входит в экспериментальное значение энергии анизотропии.

Подставляя значения B_1, e_{yy} и e_{xx}, получаем:

$$\Delta f_{\text{му}} = \frac{9}{4}(c_{11} - c_{12})\lambda_{100}^2 \sin^2\theta. \qquad \text{(III, 3, 22)}$$

Толщина слоя попрежнему получается из (III, 3, 10), где мы должны считать, что

$$g(\theta) = K\sin^2\theta\cos^2\theta + \frac{9}{4}(c_{11} - c_{12})\lambda_{100}^2\sin^2\theta, \qquad \text{(III, 3, 23)}$$

откуда

$$\frac{dz}{\left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{d\theta}{(\sin^2\theta\cos^2\theta + P\sin^2\theta)^{\frac{1}{2}}}, \qquad \text{(III, 3, 24)}$$

$$P = \frac{9}{4}(c_{11} - c_{12})\frac{\lambda_{100}^2}{K}. \qquad \text{(III, 3, 25)}$$

Для железа $P \approx 2\cdot 10^{-3}$, так что в железе действие магнитоупругой энергии на энергию слоя пренебрежимо мало.

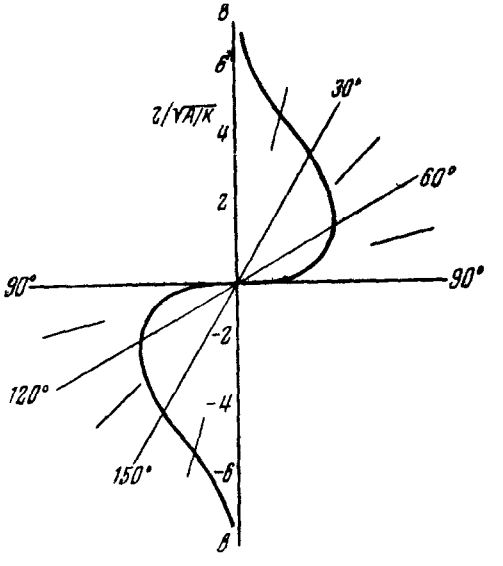


Рис. 26. Полярная диаграмма изменений направления спинов в 180° слое Блоха в железе. Координата z перпендикулярна к плоскости слоя; плоскость слоя есть плоскость (100).

Решение уравнения (III, 3, 24) таково:

$$\operatorname{sh} z\left(\frac{K(1+P)}{A}\right)^{\frac{1}{2}} = -\left(\frac{1+P}{P}\right)^{\frac{1}{2}}\operatorname{ctg}\theta, \qquad \text{(III, 3, 26)}$$

где z отсчитывается от середины слоя. В средней части слоя при $P \ll 1$

$$\frac{d\theta}{d\left[\frac{z}{\left(\frac{A}{K}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]} \cong \sqrt{P}, \qquad \text{(III, 3, 27)}$$

откуда опять следует, что для $P = 0$ между двумя частями слоя может существовать 90° домен. Изменения угла даны на рис. 26 для $P = 2 \cdot 10_{-3}$, как это имеет место для железа.

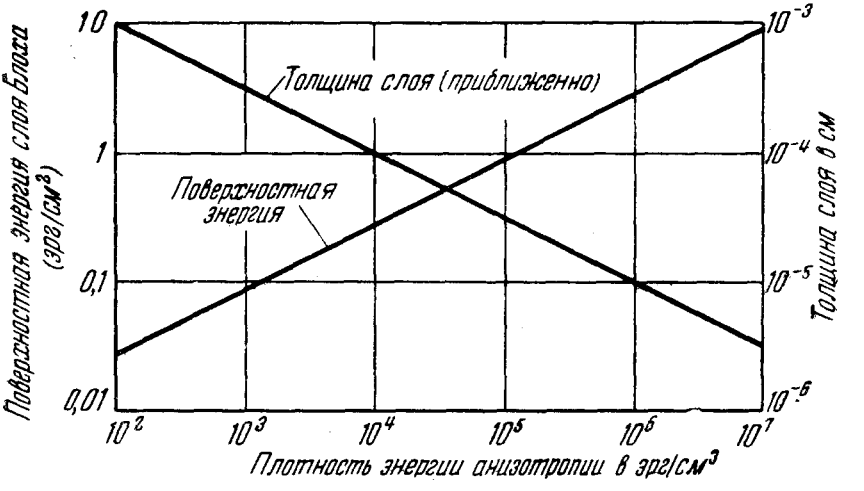


Рис. 27. Приближённая зависимость энергии и толщины слоя от энергии кристаллической анизотропии. Значение обменного интеграла взято примерно такое же, как для железа (180° слой).

На рис. 27 мы даём приближённую зависимость энергии и толщины слоя от энергии кристаллической анизотропии. Константа обменной энергии выбрана такой же, как для железа:

$$A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/см}.$$

IV. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ДОМЕННЫЕ СТРУКТУРЫ

IV, 1. Введение

Размеры и форма доменов не являются постоянным свойством ферромагнитных материалов, а зависят от размеров и ориентации граней кристалла, а также от деформаций и напряжённости магнитного поля. Домены образуются потому, что при этом магнитная энергия, вообще говоря, понижается.

Появление доменов в данном образце определяется величиной размагничивающего эффекта, имеющего место в случае, когда образец состоит из одного домена, по сравнению со случаем, когда в нём имеет место насыщенная конфигурация доменов. Например, все расположения, показанные на рис. 28, являются стабильными. В случае *а*) мы имеем длинный сильно вытянутый сфероид с направлением лёгкого намагничивания, параллельным оси фигуры; для достаточно большого отношения осей единичный домен будет иметь более низкую общую энергию, чем доменная структура. Таким образом, понижение магнитной энергии,

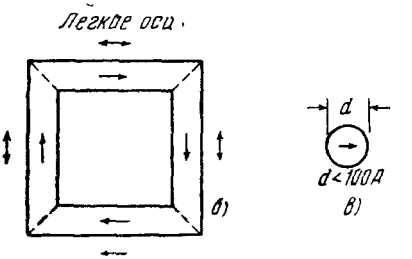
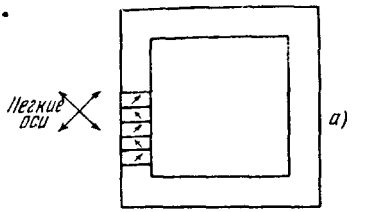


Рис. 28. Устойчивые насыщенные конфигурации: *а*)—длинный эллипсоид, параллельный лёгкой оси; *б*) — полый прямоугольник со сторонами, параллельными лёгким осям; *в*) — очень маленькая частичка.



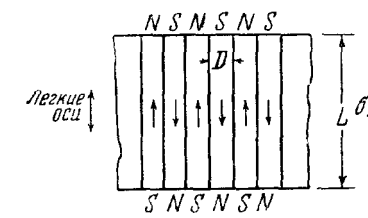


Рис. 29. Примеры монокристаллов, форма которых благоприятствует образованию доменной структуры: *а*) — полый прямоугольный образец со сторонами, параллельными оси [110] и ей эквивалентными; *б*)— кристалл прямоугольного сечения с осями, показанными на рисунке.

сопровождающее появление доменной структуры, в этом случае может быть меньше энергии, потребной на образование необходимых переходных слоёв (слоёв Блоха) между доменами.

В случае *б*) мы имеем структуру с 4 доменами. Здесь нет никакого магнитного поля, так как здесь нет полюсов (за исключением слабого полюса на границе слоя Блоха). Полюса в свою очередь отсутствуют потому, что нормальная компонента намагниченности непрерывна на диагональных слоях Блоха, показанных пунктиром. Кристаллы с подобной доменной структурой были получены Вильямсом и Шокли (1949).

В случае рис. 28, *в*) мы имеем очень мелкую частичку с диаметром порядка (для железа) 100 Å или меньше. Здесь структура, состоящая из одного домена, стабильна, так как количество обмен-

ной энергии, необходимой для образования немагнитной конфигурации, будет превышать магнитную энергию конфигурации, состоящей из одного домена. Это неравенство имеет силу только в случае частиц очень малых размеров. Имеются многочисленные экспериментальные доказательства стабильности однодоменной структуры в маленьких частичках. Они будут обсуждаться в следующем разделе.

С другой стороны, формы кристаллов, показанные на рис. 29, являются благоприятными для образования доменных структур, указанных на рисунке, но при условии, что размеры кристаллов велики. Рассмотрим теперь оптимальную толщину D доменной структуры, показанной на рис. 29, *б*) для одноосного кристалла, имеющего форму прямоугольного цилиндра.

Площадь слоя Блоха равна $\frac{L}{D}$ на единицу поверхности кристалла, видимой сверху. Энергия слоя будет тогда

$$w_{\text{слоя}} = \sigma_w \frac{L}{D} \qquad \text{(IV, 1, 1)}$$

на единицу поверхности, где σ_w — плотность поверхностной энергии слоя Блоха. Энергия магнитного поля, связанная с параллельными заряженными полосами, нормальными к плоскости чертежа, согласно (II, 4, 4), равна

$$w_{\text{маг}} = 1{,}7\, I_s^2 D \qquad \text{(IV, 1, 2)}$$

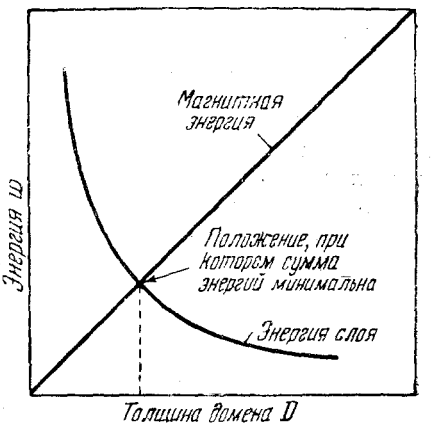


Рис. 30. Энергия доменной структуры как функция толщины домена D.

на единицу поверхности, причём принимаются в расчёт поверхности обоих оснований кристалла. I_s в (IV, 1, 2) — магнитное насыщение. Зависимость $w_{\text{слоя}}$ и $w_{\text{маг}}$ от D дана на рис. 30. Для больших D преобладает энергия магнитного поля, а для малых D преобладает энергия слоя.

Полная энергия на единицу поверхности равна

$$w = w_{\text{слоя}} + w_{\text{маг}} \qquad \text{(IV, 1, 3)}$$

или

$$w = \sigma_w \frac{L}{D} + 1{,}7\, I_s^2 D. \qquad \text{(IV, 1, 4)}$$

Энергия будет минимальной, когда

$$\frac{dw}{dD} = -\left(\sigma_w \frac{L}{D^2}\right) + 1{,}7\, I_s^2 = 0 \qquad \text{(IV, 1, 5)}$$

или

$$D = \left[\sigma_w \frac{L}{1{,}7\, I_s^2}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(IV, 1, 6)}$$

Следовательно, для кристаллов с $L = 1$ *см* толщина D порядка

$$D \approx \left[\frac{2 \cdot 1}{1{,}7\,(1{,}7 \cdot 10^3)^2}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 10^{-3}\ \text{см}. \qquad \text{(IV, 1, 7)}$$

Ширину домена D не надо смешивать с толщиной переходного слоя δ, которая порядка 10^{-5} *см*.

Энергия доменной структуры

$$w = 2\left[1{,}7\, I_s^2 \sigma_w L\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(IV, 1, 8)}$$

будет порядка

$$w \approx 2\left[1{,}7 \cdot (1{,}7 \cdot 10^3)^2 \cdot 2 \cdot 1\right]^{\frac{1}{2}} \approx 7 \cdot 10^3\ \text{эрг}/\text{см}^2. \qquad \text{(IV, 1, 9)}$$

Так как для данного кристалла было принято $L = 1$ *см*, то энергия на единицу объёма будет порядка $7 \cdot 10^3$ эрг/*см*^{3}, тогда как плотность энергии магнитного поля, соответствующая насыщенной однодоменной структуре, будет порядка $I_s^2 \approx 10^6$ эрг/*см*^{3}. Это показывает качественно, что образование доменов понижает энергию системы на очень значительную величину.

Если мы возьмём $L \approx 10^{-6}$ *см*, как в тонкой плёнке, то плотность энергии доменной структуры будет также порядка 10^6 эрг/*см*^{3}, т. е. такого же порядка, как и плотность магнитной энергии насыщенной плёнки; таким образом, очевидно, что размеры играют важную роль для доменной структуры.

IV, 2. Доменные конфигурации с замкнутым потоком

Для прямоугольной пластины можно указать доменную структуру без магнитных полюсов. Такая структура для одноосного кристалла, показанная на рис. 31, впервые была разобрана Ландау и Лифшицем (1935). Аналогичная структура (рис. 32, *а*) наблюдалась Вильямсом на кристалле железа (неопубликованная работа). Железо, однако, является кубическим.

Поток полностью замыкается внутри кристалла с помощью маленьких трёхгранных призм, расположенных на верхней и нижней поверхностях. Как показано на рис. 32, *б*, эти «замыкающие домены» переносят поток намагниченности из домена в домен без образования полюсов. Отсутствие полюсов является результатом непрерывности на гранях призм нормальной компоненты намагниченности.

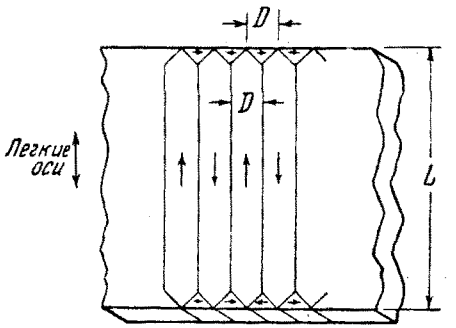


Рис. 31. Доменная конфигурация с замкнутым потоком в одноосном кристалле.

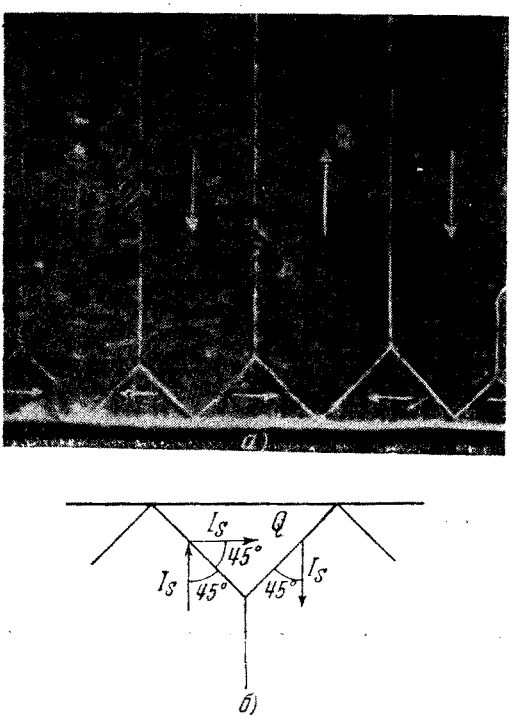


Рис. 32. *а*) — Ретушированная фотография замыкающих доменов в кристалле Si-Fe (Вильямс); *б*) — замыкание потока в «замыкающих доменах» *Q*.

Обратимся теперь к вычислению оптимальной ширины домена и соответствующей плотности энергии.

Энергия слоя на единицу поверхности кристалла приблизительно равна

$$w_{\text{слоя}} = \sigma_w \frac{L}{D}. \qquad \text{(IV, 2, 1)}$$

Магнитная энергия равна нулю, но энергия анизотропии не равна нулю (если кристалл одноосный). Объём, заключённый внутри замыкающих доменов, ориентирован в направлении трудного намагничивания и содержит на единицу объёма энергию K, где K — константа анизотропии. На единицу площади кристаллической поверхности на одной стороне кристалла приходится объём замыкающих доменов, расположенных с двух сторон, равный $\frac{D}{2}$, так что

$$w_{\text{аниз}} = \frac{KD}{2}. \qquad \text{(IV, 2, 2)}$$

Энергия слоя стремится увеличить ширину домена, в то время как энергия анизотропии стремится её понизить.

Полная энергия на единицу площади равна:

$$w = \sigma_w \frac{L}{D} + \frac{KD}{2}. \qquad \text{(IV, 2, 3)}$$

Это выражение минимально, когда

$$\frac{\partial w}{\partial D} = -\sigma_w \frac{L}{D^2} + \frac{K}{2} = 0. \qquad \text{(IV, 2, 4)}$$

Условие минимума таково:

$$D = \left[2\sigma_w \frac{L}{K}\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad \text{(IV, 2, 5)}$$

и соответствующая энергия на единицу площади равна

$$w = [2\sigma_w LK]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(IV, 2, 6)}$$

Энергия на единицу объёма равна

$$f_{\text{домена}} = \left[2\sigma_w \frac{K}{L}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(IV, 2, 7)}$$

Подставляя приближённые значения констант для железа и полагая $L = 1$ *см*, получим:

$$D = \left[\frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 10^5}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ см} \qquad \text{(IV, 2, 8)}$$

и

$$f = \left[\frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10^5}{1}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 1{,}3 \cdot 10^3 \text{ эрг/см}^3. \qquad \text{(IV, 2, 9)}$$

Для этих значений различных констант энергия конфигурации с замкнутым потоком (рис. 31) ниже, чем для простой конфигурации типа 29, *б*), но с повышением отношения $\frac{K}{I_s^2}$ замыкающие домены постепенно открываются и для $\frac{K}{I_s^2} \gg 1$ более выгодна простая конфигурация (рис. 29, *б*)).

Кубические кристаллы с положительной константой анизотропии. В кубических кристаллах с константой анизотропии $K > 0$ направлениями лёгкого намагничивания являются рёбра куба. Поэтому направление намагниченности в замыкающих доменах может совпадать с одним из лёгких направлений, в то время как намагниченность основных прямоугольных доменов (рис. 31) направлена по другому лёгкому направлению. При этом кажется, что ширина домена будет увеличиваться, пока весь образец не будет состоять из 4 доменов. Однако обычно это условие не выполняется благодаря действию магнитострикции.

С замыкающими доменами, вообще говоря, связана энергия магнитострикции. Это является результатом тенденции доменов слегка изменяться в длину в направлении намагниченности, так что домены, намагниченные вдоль различных направлений, не будут устанавливаться вплотную друг к другу без затраты упругой энергии. Замыкающие домены, например, можно считать сжатыми основными доменами, как показано в утрированном виде на рис. 33.

В случае замыкающих доменов деформация, вызванная основными доменами, будет порядка продольной константы магнитострикции λ_{100}. Это может быть понято из раздела II, 3. Плотность упругой энергии замыкающих доменов тогда приблизительно равна

$$f_{\text{упр}} = \frac{1}{2} c_{11} \lambda_{100}^2 \qquad \text{(IV, 2, 10)}$$

и будет порядка 500 эрг/*см*^{3} (для железа).

Для кубических кристаллов такого типа ширина домена равна

$$D = \left[\frac{4 \sigma_w L}{c_{11} \lambda_{100}^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad \text{(IV, 2, 11)}$$

а плотность энергии доменной структуры

$$f_{\text{дом}} = \left[\frac{\sigma_w c_{11} \lambda_{100}^2}{L}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(IV, 2, 12)}$$

Численно для железа при $L = 1$ *см*

$$D \approx \left[\frac{4 \cdot 2 \cdot 1}{10^3}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 0{,}1 \text{ см} \qquad \text{(IV, 2, 13)}$$

и

$$f_{\text{домена}} \approx \left[\frac{2 \cdot 10^3}{1}\right]^{\frac{1}{2}} \approx 50 \text{ эрг/см}^3. \qquad \text{(IV, 2, 14)}$$

Общий случай. Можно ожидать, что в действительности доменная структура вблизи поверхности кристалла будет более сложной, чем в разобранных нами простейших случаях. Напри-

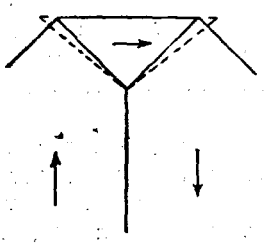


Рис. 33. Влияние магнитострикции на замыкающие домены. Пунктирные линии указывают (в преувеличенном масштабе) объём, который был бы занят замыкающим доменом, если бы было устранено сжатие, вызванное остальными частями кристалла.

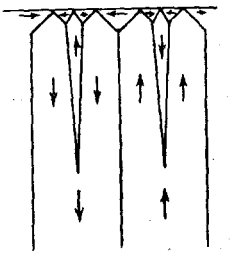


Рис. 34. Разветвление доменов вблизи поверхности кристалла согласно Лифшицу. Такую структуру можно ожидать в случае высокой анизотропии; структуры такого типа наблюдались на опыте.

мер, Лифшиц показал, что расположение, изображённое на рис. 34, при некоторых условиях имеет более низкую энергию, чем конфигурация с трёхгранными призмами. Полная вариационная задача отыскания доменной структуры с минимальной полной энергией пока не разрешена; вместо этого мы из физических соображений выбираем определённые доменные структуры, после чего минимизируем энергию по отношению к одному или нескольким характерным параметрам.

Вообще говоря, естественно считать, что в хорошем приближении полная энергия состоит из двух частей: энергии слоёв Блоха $w_{\text{слоя}}$ и энергии $w_{\text{пов}}$, связанной с наружными поверхностями кристалла. Предположим, что для пластинчатых доменов

$$w_{\text{слоя}} = \sigma_w \frac{L}{D}, \qquad \text{(IV, 2, 15)}$$

где L — некоторая характерная средняя длина; далее:

$$w_{\text{пов}} = g(D) \qquad \text{(IV, 2, 16)}$$

является некоторой функцией ширины пластинки. Природа этой зависимости определяется структурой поверхностных доменов. Энергия минимальна для ширины пластинки D_0, когда

$$-\frac{\sigma_w L}{D_0^2} + g'(D_0) = 0. \qquad \text{(IV, 2, 17)}$$

Существенно подчеркнуть, что доменные структуры большинства кристаллов естественно разбиваются на 2 класса: поверхностную доменную структуру, связанную с особенностями поверхности кристалла, и основную доменную структуру, занимающую бо́льшую часть объёма образца. Поверхностные структуры часто бывают очень сложной формы (см., например, рис. 8), в то время как основная доменная структура в монокристаллах в большинстве случаев, повидимому, весьма проста (см., например, рис. 7).

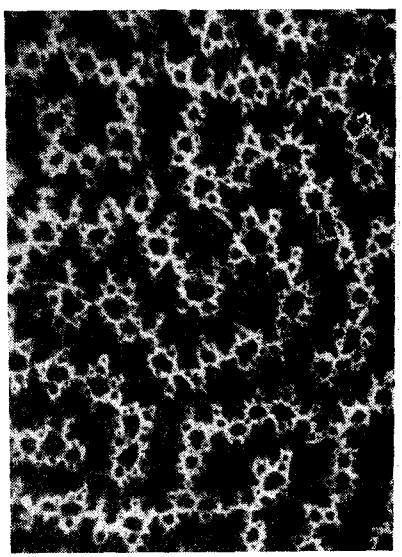


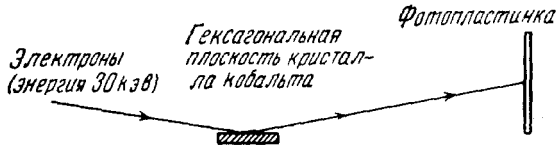
Рис. 35. Порошковая фигура на гексагональной грани монокристалла кобальта (Вильямс).

Ширина основной структуры определяется плотностью поверхностной энергии поверхностной структуры $g(D)$ и энергией слоя σ_w. Природа и размеры поверхностной структуры зависят от относительных значений магнитной энергии, энергии анизотропии и магнитоупругой энергии на поверхности кристалла.

В кобальте энергия анизотропии является преобладающей и в результате этого поток замыкается не полностью. Типичная доменная фигура, полученная на гексагональной грани кристалла кобальта, показана на рис. 35. Л. Х. Джермер (1942) подтвердил методом рассеяния электронов существование сильных локальных магнитных полей порядка 10 000 эрстед как раз на гексагональной грани кристалла кобальта. Электроны с энергией в 30 киловольт, рассеянные от гексагональной грани, дали на фотопластинке очень сложный узор (рис. 36). Кристаллы железа и никеля не дают подобной картины, что указывает на слабость магнитных полей, как этого и следовало ожидать для доменной структуры с потоком,

замкнутым внутри кристалла. Результат, полученный для кобальта, конечно, свидетельствует о том, что в этом случае поток *незамкнут* внутри кристалла. Это заключение находится в согласии с теоретическими предсказаниями.

В предельном случае очень высокой энергии анизотропии можно ожидать, что домены будут пластинчатыми на всём протяжении



а)

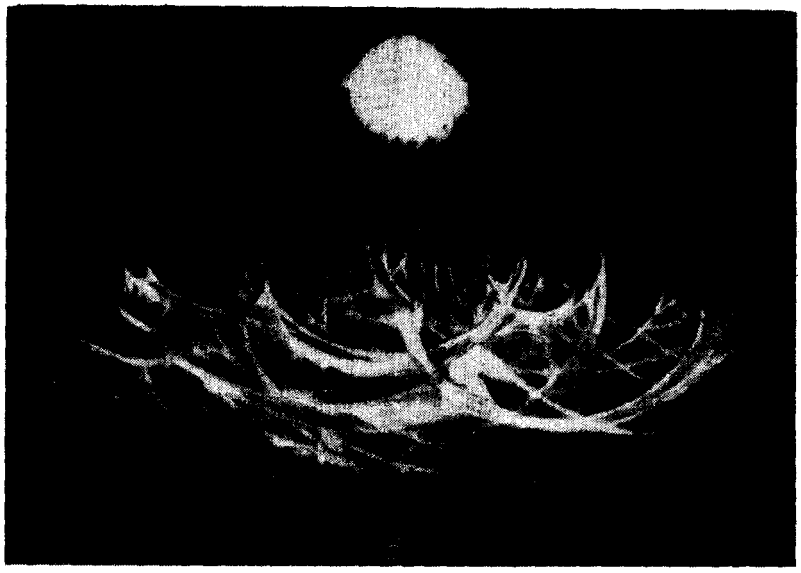


Рис. 36. *а)* — Установка для обнаружения поверхностных магнитных полей по наблюдению рассеяния электронов; *б)* — результат, полученный при рассеянии электронов от гексагональной плоскости монокристалла кобальта (Джермер, 1942).

и что поверхностных доменов не будет. В другом предельном случае, когда анизотропия и магнитострикция равны нулю, всякое подобие дискретной доменной структуры исчезает, и требование замкнутости потока не принимается во внимание. Исключением является случай, когда направление намагниченности меняется на расстояниях порядка 10^{-5} *см* — в этом случае должна также

учитываться обменная энергия. Две возможные доменные структуры этого типа показаны на рис. 37. Домены разрастаются так, что каждый домен занимает бо́льшую часть объёма кристалла. Такой предельный случай можно ожидать, когда толщина слоя Блоха становится сравнимой с размерами кристалла. Для толщины 10^{-2} *см* энергия анизотропии должна быть порядка только 1 эрг/*см*^{3}. Вполне возможно, что мы приближаемся к такой ситуации в тонкой ленте из супермаллоя (Бозорт, 1948).

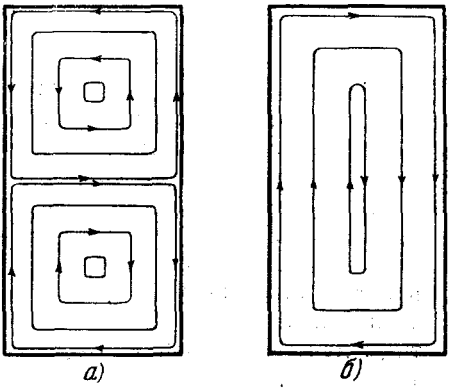


Рис. 37. Теоретические возможности для доменной структуры в предельном случае равной нулю анизотропии.

Мы не обсуждали в этом разделе вопроса о доменной структуре в присутствии внешнего магнитного поля. Вычисления в этом случае должны проводиться аналогично тому, как это сделано выше. Детали читатель может найти в статьях Неэля (1944 с) и Холоденко (1947). Экспериментальное подтверждение предсказанной теорией зависимости ширины домена от приложенного магнитного поля было дано Бейтсом и Нилом (1949) на примере кремнистого железа (поле приложено в направлении [011]).

V. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДОМЕНОВ

В предшествующих разделах были детально рассмотрены теоретические вопросы, связанные со структурой ферромагнитных доменов. Теперь мы остановимся на экспериментальных основах теории.

Экспериментальные данные о доменной структуре могут быть получены из различных источников. Наиболее важным из них является метод магнитных порошковых фигур. Метод порошковых фигур был предложен Биттером, Эльмором и др. и нашёл широкое развитие в работах Вильямса, Бозорта и Шокли (1949) и Вильямса и Шокли (1949). Принцип метода будет рассмотрен в разделе V, 1, а экспериментальные результаты приведены в разделе V, 2. Подробности читатель может найти в статьях Вильямса и его сотрудников.

Другие эксперименты, дающие сведения о доменной структуре, таковы:

а) Рассеяние электронных пучков (Джермер, 1942; Мартон, 1948).

б) Деполяризация пучков поляризованных нейтронов (Берджи, Юз и Уоллес, 1948).

в) Домены в напряжённых проволоках (Сикстус и Тонкс, 1933).

г) Зависимость магнитострикции и магнитного сопротивления от приложенного поля и напряжений (Бозорт, 1946).

V, 1. Метод магнитных порошковых фигур

Метод магнитных порошковых фигур состоит в нанесении тонкого слоя жидкости на тщательно приготовленную поверхность ферромагнитного образца. Жидкость содержит коллоидальную суспензию из тонкого ферромагнитного порошка. Обычно берётся магнетит с размерами частичек порядка одного микрона.

Мы хотим теперь показать, что в результате сильных изменений магнитного поля на границах блоховского слоя нужно ожидать сильной локальной концентрации частиц в коллоидной плёнке.

При наличии неоднородного магнитного поля на магнитные частицы действует сила, притягивающая их к тем точкам поверхности образца, где напряжённость магнитного поля является наивысшей. Фактически это происходит так, как будто частички находятся в тепловом равновесии, так что распределение плотности частичек в жидкости определяется формулой Больцмана. Это значит, что плотность частичек $p(H)$ в точке с напряжённостью поля H связана с плотностью $p(0)$ в точке с нулевым полем отношением

$$p(H,\ \theta) = p(0) \exp\left(\frac{\mu H \cos\theta}{kT}\right), \qquad \text{(V, 1, 1)}$$

где θ — угол магнитного момента частички μ с полем $\mathbf{H}$. Здесь мы допустили, что частичка имеет постоянный магнитный момент; мы также пренебрегли взаимодействием между частичками. Усредняя $p(H,\ \theta)$ по всем углам θ, мы получим среднее значение:

$$p(H) = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\pi} \exp\left(\frac{\mu H \cos\theta}{kT}\right) 2\pi \sin\theta\, d\theta = \frac{\operatorname{sh}\frac{\mu H}{kT}}{\frac{\mu H}{kT}}. \qquad \text{(V, 1, 2)}$$

График функции $p(H) = \dfrac{\operatorname{sh} x}{x}$, где $x = \dfrac{\mu H}{kT}$, дан на рис. 38. Можно видеть, что плотность частичек быстро растёт, когда x порядка 3 и более, т. е. когда $\mu H > 3\,kT$. Принимая, для грубой оценки, I_s частички равным 400 и объём частички равным 10^{-12} $см^3$, мы для получения заметного изменения плотности должны иметь изменение поля

$$H > \frac{3\,kT}{\mu} = \frac{3\,(1{,}4\cdot 10^{-16})\,(3\cdot 10^2)}{(4\cdot 10^3)\,(10^{-12})} = 3\cdot 10^{-4} \text{ эрстед.}$$

Для объёма частички 10^{-15} $см^3$, соответствующего диаметру примерно в 0,1 микрона, изменения магнитного поля должны превышать 0,3 эрстеда. Изменения поля на поверхности кристалла сильно превышают и 0,0003 и 0,3 эрстеда. На кристаллической поверхности с замкнутой доменной конфигурацией (рис. 31) должны существовать местные поля вдоль линий пересечения блоховских слоёв с поверхностью. Так как перемена спиновых направлений внутри слоя Блоха происходит в плоскости слоя, то очевидно, если мы перережем слои, как мы это должны делать на поверхности кристалла, спины в слое будут иметь нормальную к поверхности кристалла компоненту намагниченности *). Таким образом, везде, где слои Блоха выходят на поверхность образца, будут существовать линии северных или южных полюсов. Эти линии свободных полюсов создают магнитное поле, вполне достаточное для образования плотных линий коллоидных частичек.

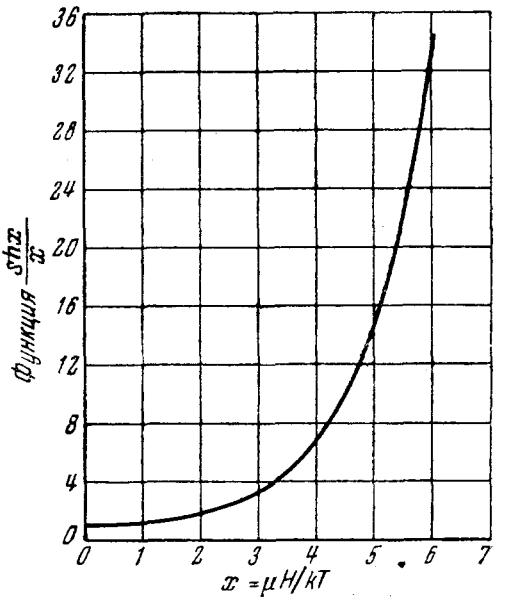


Рис. 38. Функция $\frac{\mathrm{sh}\, x}{x}$, определяющая плотность частиц в зависимости от $x = \frac{\mu H}{kT}$, где μ — магнитный момент одной частички.

В качестве очень грубой оценки мы можем положить, что в железе перпендикулярное пересечение слоя с поверхностью кристалла даёт полюс плотностью I_s на полосе около 10^{-5} $см$ шириной. Соответствующая линейная плотность полюсов равна

$$g = 1700 \cdot 10^{-5} \approx 0{,}02 \text{ гаусс}/см.$$

На расстоянии одного микрона от слоя это приводит к образованию поля $H = 2g/r = 2(0{,}02)/10^{-4} = 400$ эрстед.

Эта оценка показывает, что напряжённость поля, создаваемого кромкой слоя Блоха, на несколько порядков превышает напря-

*) См. рис. 23.

жённость, необходимую для образования плотных линий коллоидных частичек.

Фактически наша оценка должна быть исправлена путём учёта μ^*-эффекта, рассмотренного в разделе II, 4. Это значит, что мы должны учесть тот факт, что линия полюсов лежит на проницаемом материале с проницаемостью $\mu^* = 1 + 2\pi I_s^2/K$. Решение краевой задачи для поля, созданного линией полюсов на однородном проницаемом полупространстве, показывает, что поле в воздухе отличается от поля в свободном пространстве множителем $2/(1 + \mu^*)$, который для железа равен 0,047. Исправленная напряжённость поля на расстоянии в один микрон равна примерно 20 эрстедам, чего также ещё вполне достаточно для образования плотных линий коллоидных частичек, что и наблюдается на самом деле.

Теория образования линий была развита также (Киттель, 1949 b) для случая коллоидных частиц, являющихся не постоянными магнитами, а проницаемыми шариками, как это бывает в большинстве случаев.

Концентрация частичек должна наблюдаться и в случае отсутствия доменной конфигурации с замкнутым потоком, когда домены сами выходят на поверхность кристалла. Такая ситуация должна иметь место в материалах с высокой энергией анизотропии и фактически обычно наблюдается в кобальте и на плоскости (111) в железе.

Мы показали, что на поверхности ферромагнитного образца возникают сильные локальные сгущения частичек. Эти сгущения при соответствующем освещении образца могут наблюдаться под микроскопом.

V, 2. Некоторые результаты, полученные методом порошковых фигур

Обсудим теперь некоторые результаты, полученные при изучении порошковых фигур. Мы рассмотрим следующие три вопроса:

1) Определение направления намагниченности методом царапин (Вильямс, 1947).

2) Зависимость между изменением намагниченности и перемещением границ (Вильямс и Шокли, 1949).

3) Кинжалообразные домены вокруг полостей и кристаллических дефектов.

Метод царапин. При отсутствии магнитного поля направ[ление] намагниченности доменов направлено по осям лёгкого на[магни]вания кристалла. В кристалле железа имеется три взаимно

перпендикулярные оси лёгкого намагничивания, направленные вдоль рёбер куба.

При интерпретации порошковых фигур мы хотим знать направления намагниченности во всех частях фигуры. В некоторых важных случаях мы можем определить ось намагничивания так называемым методом царапин. Направление намагниченности может тогда быть определено из наблюдений над расширением или сокращением домена под действием внешнего магнитного поля, параллельного его оси.

Метод царапин можно понять хотя бы на примере поверхности (001) кристалла железа. Лёгкие оси параллельны осям [100]

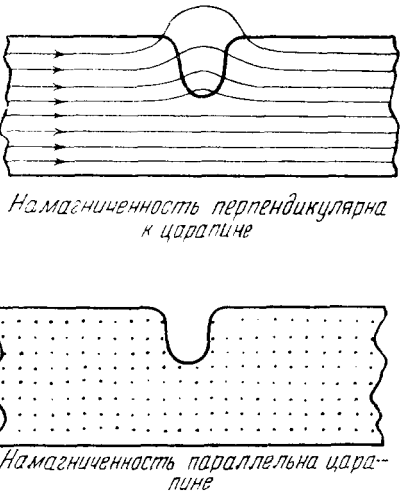


Рис. 39. Определение направления намагниченности методом царапин.

и [010]. Если мы сделаем на поверхности тонкую царапину, параллельную направлению [100], то в царапину будет собираться коллоидный осадок от доменов, параллельных [010], но царапина не будет собирать коллоидные частички с доменов, параллельных [100]. Таким образом, коллоидные частички скапливаются в царапине, когда намагниченность пересекает царапину, и не скапливаются в ней, когда намагниченность параллельна царапине. Это разъясняется рис. 39. Когда намагниченность перпендикулярна к царапине, создаётся поток утечки, притягивающий коллоидные частички, а когда намагниченность параллельна царапине, никакой утечки нет.

Доменные фигуры, демонстрирующие этот эффект, даны на рис. 40, полученном Вильямсом (1947).

Связь между изменениями намагниченности и смещением границ. На рис. 11 мы приводили эскиз однодоменной структуры, найденной Вильямсом и Шокли (1949) в монокристалле железа (содержащем небольшое количество кремния). Обращение намагниченности в контуре, показанном на рис. 11, *а*), происходит путём образования и движения через кристалл слоя Блоха, имеющего форму четырёхугольника (см.

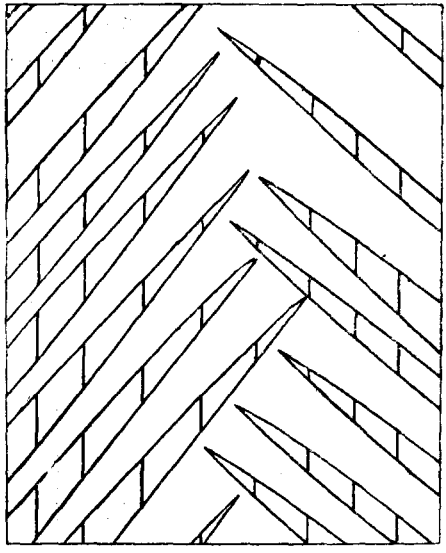


Рис. 40. Схема порошковой фигуры на плоскости (100) с царапинами, параллельными оси [010]. В областях, где царапины не видны, намагниченность параллельна оси [010]; в областях, где царапины видны, намагниченность направлена по оси [001].

рис. 11, *б*)). Четырёхугольник увеличивается или уменьшается в размерах в соответствии с относительной величиной потоков по или против часовой стрелки.

Если упомянутый слой проходит через кристалл так, как показано на рис. 11, *б*), то можно ожидать линейной зависимости между изменением намагниченности и смещением слоя относительно сторон кристалла. Этот вывод подтверждается измерениями, результаты которых приведены на рис. 41.

Данный эксперимент может считаться одним из наиболее фундаментальных экспериментов в области ферромагнетизма, так как

он доказывает существование прямой зависимости между потоком и смещением слоя.

Доменная структура вокруг пустот и включений. Неэль (1944, b) указал, что наличие пустот или включений в магнитных материалах должно приводить к появлению значительной магнитостатической энергии, связанной с образованием северного и южного полюсов на противоположных сторонах включения. Он предположил, далее, что вокруг такого включения или полости будет образовываться локальная доменная структура типа показанной на рис. 42, что приведёт к снижению полной энергии. Структура Неэля приводит к распределению полюсов вдоль криволинейных участков границ доменов. Удлинение доменов вызывает уменьшение магнитостатической энергии и увеличение энергии слоёв; в структуре, реализующейся на опыте, сумма обоих энергий минимальна.

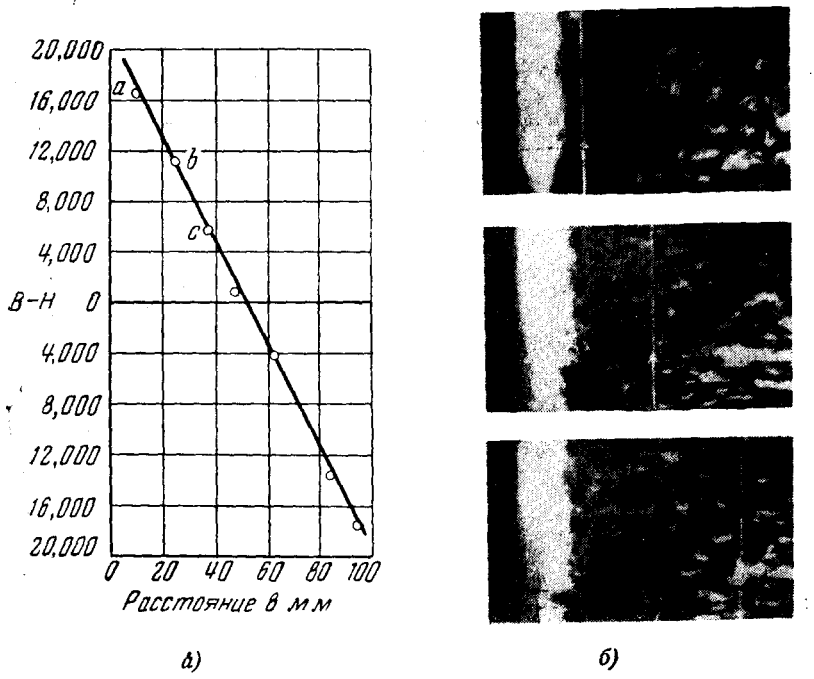
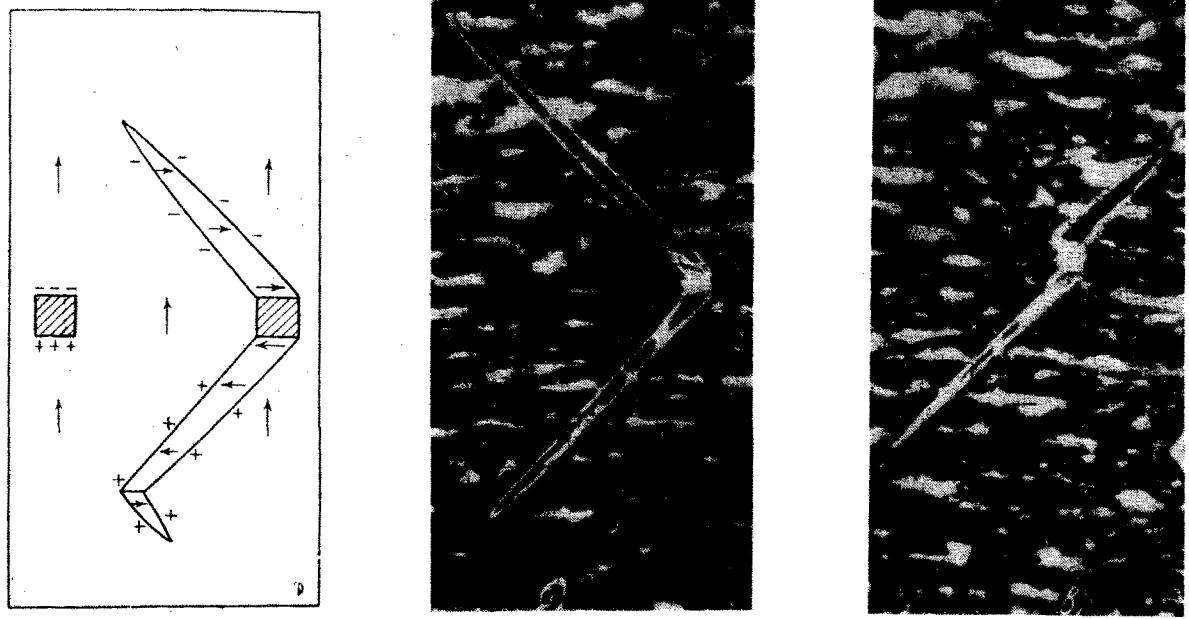


Рис. 41. *а*) — Зависимость намагниченности от смещения 180°-слоя Блоха; *б*) — фигуры, показывающие этот слой в трёх положениях (Вильямс и Шокли (1949)).

Вильямс (1947) нашёл порошковые фигуры ожидаемого типа вокруг отверстий в кристаллах кремнистого железа.



а) *б*) *в*)

Рис. 42. Доменная структура вокруг пустот: *а*) — структура, предсказанная из энергетических соображений Неэлем (1944, b); *б*) и *в*) — фигуры, обнаруженные на опыте Вильямсом (1947).

Измерение отношения длины доменов Неэля к их ширине даёт возможность экспериментального определения плотности поверхностной энергии слоя Блоха σ_w. Значения, оценённые таким способом, дают правильный порядок величины.

VI. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МАЛЕНЬКИХ ЧАСТИЦ

Если образец охлаждается от температуры, лежащей выше точки Кюри, при отсутствии поля, то в больших ферромагнитных кристаллах стабильным является размагниченное состояние. В размагниченном состоянии домены ориентированы так, что магнитный поток заключён почти полностью внутри образца, общий магнитный момент которого приблизительно равен нулю.

При уменьшении размеров образца изменяется удельный вес различных энергетических членов в полной доменной энергии, причём поверхностные энергии становятся более важными, чем объёмные. Энергия переходного слоя (слоя Блоха) между доменами является поверхностной энергией, а энергия магнитного поля (собственная магнитостатическая энергия) — энергией объёмной.

При уменьшении размеров наступает момент, когда энергетически наиболее выгодно отсутствие переходных слоёв, вследствие чего образец превращается в одиночный домен и действует как постоянный магнит. Впервые это было предсказано Френкелем и и Дорфманом (1930), хотя в их заметке поверхностная энергия граничного слоя между доменами преувеличена примерно в 50 раз, что привело к слишком большим значениям критических размеров, достаточных для образования однодоменной структуры. Улучшенные и исправленные вычисления были опубликованы Киттелем (1946), а затем Неэлем (1947) и Стонером и Вульфартом (1947, 1948).

Экспериментальное доказательство наличия постоянной намагниченности в маленьких ферромагнитных частичках было дано впервые Эльмором (1938, 1941), хотя существование эффекта подозревалось ранее, например Антик и Кубышкиной (1934), на основании некоторых соображений, связанных с величиной коэрцитивной силы.

Общее согласие эксперимента с теорией в области маленьких частиц не является таким полным, как можно было бы желать, но во многих случаях совершенно ясно, что теория находится на правильном пути. Вопрос об осложнениях, связанных со слипанием частиц, ещё в достаточной мере не обсуждён.

Однодоменная структура маленьких частиц может представить большой практический интерес с точки зрения материалов для постоянных магнитов. Это связано с очень высокими значениями коэрцитивной силы в однодоменных структурах.

Аналогично однодоменную структуру можно ожидать в очень тонких плёнках (Киттель, 1946); экспериментальное доказательство этого предположения даётся в работе Дриго и Пиццо (1948), посвящённой эффекту Баркгаузена в тонких плёнках Fe, Ni и Co. Они нашли, что эффект Баркгаузена исчезает, когда толщина плёнки снижается до 10^{-5} *см*, что полностью согласуется с теоретическими значениями критической толщины для появления однодоменной структуры.

VI, 1. Критические размеры частички, при которых появляется однодоменная структура

Рассмотрим маленькую сферическую ферромагнитную частичку радиуса R; для конкретности будем считать частичку монокристаллом. Прежде всего нас интересуют критические размеры частички, для которых энергия однодоменной конфигурации ниже энергии доменной конфигурации, близкой к конфигурации с замкнутым потоком.

Плотность энергии насыщенной однодоменной конфигурации есть плотность магнитостатической энергии, равной для сферы: (см. (II, 4,3))

$$f = \frac{1}{2} N I_s^2 = \frac{2\pi I_s^2}{3}. \qquad \text{(VI, 1,1)}$$

Численное значение для железа приблизительно равно $6 \cdot 10^6$ эрг/*см*^{3}. Для сферы радиуса R энергия

$$w = fV = \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R^3 I_s^2 \qquad \text{(VI, 1,2)}$$

и приблизительно равна $24 \cdot 10^6$ эрг для $R = 1$ *см* и $20 \cdot 10^{-12}$ эрг для $R = 10^{-6}$ *см*.

Теперь мы должны рассмотреть энергию простых доменных конфигураций. Если анизотропия мала, естественно, как наиболее приемлемую, выбрать конфигурацию с замкнутым потоком, показанную на рис. 43, *а*); если же энергия анизотропии очень велика, можно ожидать картины, показанной на рис. 43, *б*) для кубического кристалла и на рис. 43, *в*) для одноосного кристалла.

Разберём теперь отдельно каждый из этих трёх случаев.

Низкая анизотропия. В этом случае энергия является в основном обменной. Рассмотрим спины на кольце радиуса r. На кольце расположено $\frac{2\pi r}{a}$ спинов, где a — длина элементарной ячейки. Полное изменение угла при одном обороте есть 2π, так что угол φ между последующими спинами будет равен

$$\varphi = \frac{a}{r} \qquad \text{(VI, 1,3)}$$

и согласно (II, 1, 5) при $S=1$

$$w_{\text{кольца}} = \frac{1}{2} J \left(\frac{a}{r}\right)^2 \frac{2\pi r}{a} = \frac{\pi J a}{r}. \qquad \text{(VI, 1, 4)}$$

Теперь рассмотрим сферу, состоящую из круговых цилиндров (рис. 44), каждый толщиной в одну элементарную ячейку. Число колец в цилиндре будет $\left(\frac{2}{a}\right)(R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}$, так что

$$w_{\text{цил}} = \frac{2\pi J (R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}}{r}, \qquad \text{(VI, 1, 5)}$$

$$w_{\text{сф}} = \frac{2\pi J}{a} \int_a^R \frac{(R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}}{r}\, dr \simeq \frac{2\pi JR}{a}\left[\ln \frac{2R}{a} - 1\right], \qquad \text{(VI, 1, 6)}$$

или на единицу объёма

$$f_{\text{об}} = \frac{3}{2} \frac{J}{aR^2}\left[\ln \frac{2R}{a} - 1\right]. \qquad \text{(VI, 1, 7)}$$

Эта плотность энергии зависит от размеров сферы. Подставив

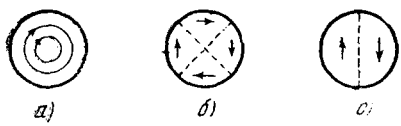


Рис. 43. Простые доменные конфигурации в маленькой сфере: *а*) — случай низкой анизотропии; *б*) — случай высокой анизотропии в кубическом кристалле; *в*) — случай высокой анизотропии в одноосном кристалле.

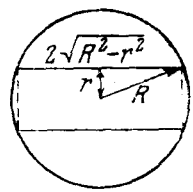


Рис. 44. Разбиение сферы на круговые цилиндрические слои.

для железа значение $\frac{J}{a} = 2 \cdot 10^{-6}$ эрг из (II, 1, 18) мы имеем:

а) $R = 1$ *см* $\quad w_{\text{об}} = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ эрг,

б) $R = 10^{-6}$ *см* $\quad w_{\text{об}} = 23 \cdot 10^{-12}$ эрг

и

$$f_{\text{об}} = 0{,}8 \cdot 10^{7} \text{ эрг}/\text{см}^3.$$

Значения w могут быть сравнены со значениями, вычисленными из (VI, 1, 2) для насыщенной конфигурации. Мы видим, что конфигурация с замкнутым потоком имеет значительно более низкую

энергию, когда радиус равен 1 *см*, а когда радиус равен 10^{-6} *см*, более низкую энергию имеет насыщенная конфигурация.

Таким образом, для достаточно малых частичек насыщенная конфигурация имеет более низкую энергию, чем конфигурация с замкнутым потоком. Критический радиус R_c определяется из

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R_c^3 I_s^2 = \frac{\pi J R_c}{a}\left[\ln\frac{2R_c}{a} - 1\right] \qquad \text{(VI, 1, 8)}$$

и приблизительно обратно пропорционален магнитному насыщению. Значение критического радиуса для железа $\sim 10^{-6}$ *см*.

Выражение, практически эквивалентное (VI, 1, 8), впервые было предложено Неэлем (1947, а).

Высокая анизотропия, кубический кристалл. В предшествующих вычислениях энергия анизотропии, связанная с конфигурацией, соответствующей замкнутому потоку, была предположена пренебрежимо малой по сравнению с обменной энергией; это имеет место, если критические радиусы значительно меньше толщины блоховского слоя, так как энергия анизотропии и обменная энергия в слое Блоха равны, но если изменение спиновых направлений вынуждено иметь место на расстоянии меньшем, чем толщина слоя, доминирует обменная энергия.

Если же энергия анизотропии высока, то возможно, что критический радиус будет заметно превышать толщину слоя. Когда это условие выполняется, критический радиус может быть вычислен, используя модель, показанную на рис. 43, *в*). Здесь энергия по существу совпадает с энергией слоя и равна

$$w_{\text{слоя}} = 2\sigma_w \pi R^2. \qquad \text{(VI, 1, 9)}$$

Для железной частички с $R = 10^{-6}$ *см* имеем $w_{\text{слоя}} \cong 14 \cdot 10^{-12}$ эрг и значение критического радиуса около $0{,}7 \cdot 10^{-6}$ *см*, так как согласно (VI, 1, 9) и (VI, 1, 2)

$$R_c = \frac{9}{4\pi}\,\frac{\sigma_w}{I_s^2}. \qquad \text{(VI, 1, 10)}$$

Это значение для критического радиуса меньше, чем толщина слоя и, следовательно, вычисления незаконны. Вычисления будут применимы, если энергия анизотропии повысится в 10 раз или больше.

Высокая анизотропия, одноосный кристалл. Для модели, показанной на рис. 43, с), энергетический баланс грубо даётся равенством:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R_c^3 I_s^2 + \pi R_c^2 \sigma_w = \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 R^3 I_s^2, \qquad \text{(VI, 1, 11)}$$

которое приводит к

$$R_c = \frac{9\sigma_w}{4\pi I_s^2}. \qquad \text{(VI, 1, 12)}$$

Это выражение идентично с (VI, 1, 10). Для MnBi оценка даёт:

$$R_c \cong \frac{20}{600^2} \cong 4 \cdot 10^{-5} \text{ см},$$

в то время, как толщина слоя порядка $\delta \approx 2 \cdot 10^{-6}$ *см*. Таким образом, исходное для вычислений предположение, согласно которому $\frac{\delta}{R_c} \ll 1$, в этом случае выполняется.

Аналогичные вычисления для тонких проволок и тонких плёнок, так же как и для мелких частиц, были даны Киттелем (1946).

VI, 2. Коэрцитивная сила маленьких частиц.

Мы только что видели, что в случае достаточно малых частиц образование доменных границ энергетически невыгодно. При отсутствии доменных границ изменение намагниченности не может осуществляться «лёгким» процессом смещения границ (рис. 5), а должно происходить исключительно в результате «трудного» процесса поворота полного магнитного момента частицы (рис. 16).

Поскольку мы исключили возможность движения границы, мы можем получить значительное увеличение коэрцитивной силы в результате повышения эффективной анизотропии образца, т. е. максимально затрудняя вращение намагниченности домена как целого. На это впервые было указано Киттелем (1946). Чтобы обратить направление намагниченности в маленькой частичке, необходимо, чтобы магнитная энергия, приобретённая частичкой во внешнем магнитном поле, была больше внутренней энергии, стремящейся воспрепятствовать вращению направления домена. Эффективная внутренняя анизотропия будет высока, если высока магнитокристаллическая энергия анизотропии (Киттель, 1946), или если частичка имеет удлинённую форму (Неэль, 1947, b) или, наконец, если создана некоторая анизотропная деформация (Стонер и Вульфарт, 1943). За высокие наблюдаемые значения коэрцитивной силы (например, 12 000 эрстед в MnBi и 20 000 эрстед в FePt) ответственна, вероятно, первая из этих причин.

Рассмотрим теперь коэрцитивную силу в каждом из этих трёх случаев отдельно. Во всех случаях допускается, что имеет место однодоменная конфигурация. Сначала разберём случай одиночной частички, а затем рассмотрим изменения, возникающие при плотной упаковке частиц. Значения коэрцитивной силы мелких частичек Fe, Co и Ni, вычисленные различными методами, приведены в табл. II.

Коэрцитивная сила, связанная с магнитокристаллической анизотропией. Плотность энергии анизотропии одноосного кристалла согласно (II, 2, 2) в первом приближении равна:

$$f_K = K_1' \sin^2 \theta, \qquad \text{(VI, 2, 1)}$$

где θ — угол между осью кристалла и направлением намагниченности.

Плотность магнитной энергии для магнитного поля H_0, параллельного оси кристалла, равна:

$$f_{\text{маг}} = H_0 I_s \cos\theta, \qquad \text{(VI, 2, 2)}$$

где выбор знака соответствует направлению поля, противоположному проекции намагниченности на ось кристалла (рис. 45). Полная энергия равна

$$f = K_1' \sin^2\theta + H_0 I_s \cos\theta \qquad \text{(VI, 2, 3)}$$

и будет минимальной по отношению к θ, когда

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 = 2K_1' \sin\theta\cos\theta - H_0 I_s \sin\theta \qquad \text{(VI, 2, 4)}$$

или

$$H_0 = \frac{2K_1'}{I_s}\cos\theta. \qquad \text{(VI, 2, 5)}$$

Это выражение является максимальным (и, следовательно, равным коэрцитивной силе), когда $\theta = 0$. Поэтому

$$H_c = \frac{2K_1'}{I_s}. \qquad \text{(VI, 2, 6)}$$

Этот результат применим также для случая кубического кристалла, если поле приложено вдоль направления [001]. Для малых θ энергия анизотропии согласно уравнению (A, 3) равна

$$f_K \cong K_1\theta^2. \qquad \text{(VI, 2, 7)}$$

Полная энергия есть

$$f = K_1\theta^2 + H_0 I_s \cos\theta. \qquad \text{(VI, 2, 8)}$$

Это выражение будет минимально по отношению к θ, когда

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 = 2K_1\theta - H_0 I \sin\theta.$$

Отсюда при $\theta \to 0$ находим коэрцитивную силу

$$H_c = \frac{2K_1}{I_s}. \qquad \text{(VI, 2, 9)}$$

В реальных образцах порошковых материалов зёрна обычно имеют случайную ориентацию. Для этого случая Неэль (1947, c) показал, что в кубических кристаллах, имеющих случайную ориен-

Таблица II

Максимальная коэрцитивная сила маленьких частиц, обусловленная различными причинами. (Предполагается полная ориентировка; эффектом упаковки пренебрегается.) $T = 2\cdot10^{10}$ *дин/см*

	Анизотропия $2K_1/I_s$	Форма $2\pi I_s$	Внутренняя деформация $3\lambda T/I_s$
Fe	500	10 700	600
Co	6000	8 800	600
Ni	135	3 150	4000

тацию, коэрцитивная сила для средней петли гистерезиса при $K > 0$ есть

$$\langle H_c \rangle_{\text{ср}} = 0{,}64 \frac{K}{I_s}. \qquad \text{(VI, 2, 10)}$$

Это даёт для железа около 100 эрстед.

Если мы примем то же выражение для кобальта, который является одноосным, мы получим $\langle H_c \rangle_{\text{ср}} \approx 2500$ эрстед.

Коэрцитивная сила, связанная с анизотропией формы частичек. Предположим, что частичка имеет форму вытянутого сфероида, и ограничимся рассмотрением случая, когда приложенное магнитное поле H_0 параллельно длинной оси сфероида и противоположно первоначальному направлению намагниченности. Пусть N_0 обозначает размагничивающий фактор вытянутого сфероида в направлении главной оси и пусть N_t есть размагничивающий фактор в любом направлении под прямым углом к длинной оси. Мы имеем $N_0 \leqslant N_t$; для длинного круглого цилиндра $N_0 = 0$ и $N_t = 2\pi$; для сферы $N_0 = N_t = \frac{4\pi}{3}$.

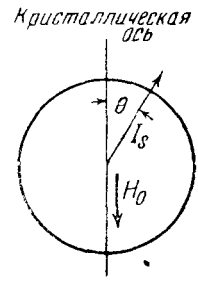


Рис. 45. Геометрическая картина, которую нужно учитывать при вычислении в одноосном кристалле коэрцитивной силы, обусловленной магнитокристаллической анизотропией.

Энергия

$$f_{\text{маг}} = \frac{1}{2} I_s^2 (N_0 \cos^2\theta + N_t \sin^2\theta) + H_0 I_s \cos\theta, \qquad \text{(VI, 2, 11)}$$

где первый член — энергия размагничивающего поля, а последний — магнитная энергия, связанная с приложенным полем H_0. Энергия будет минимальна по отношению к θ, когда

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 = I_s^2 (N_t - N_0) \cos\theta \sin\theta - H_0 I_s \sin\theta.$$

Коэрцитивная сила, соответствующая $\theta = 0$, равна

$$H_c = (N_t - N_0) I_s. \qquad \text{(VI, 2, 12)}$$

На рис. 46 даны согласно (VI, 2, 12) значения коэрцитивной силы для железа ($I_s = 1700$) в зависимости от отношения осей вытянутого сфероида.

Коэрцитивная сила максимальна для предельного случая длинного круглого цилиндра; в этом случае

$$H_c = 2\pi I_s = \frac{B_s}{2}. \qquad \text{(VI, 2, 13)}$$

Максимальные теоретические значения коэрцитивной силы H_c, связанные с «эффектом формы», приводятся ниже для разных материалов. Эти значения не учитывают эффекта взаимодействия, который будет обсуждаться ниже.

Вещество	Максимальная H_c (эрстед)
Fe	10 700
Co	8 800
Ni	3 150

Характер кривой намагничивания, когда доминирует эффект формы, показан на рис. 47, где кривые даются для поля, при-

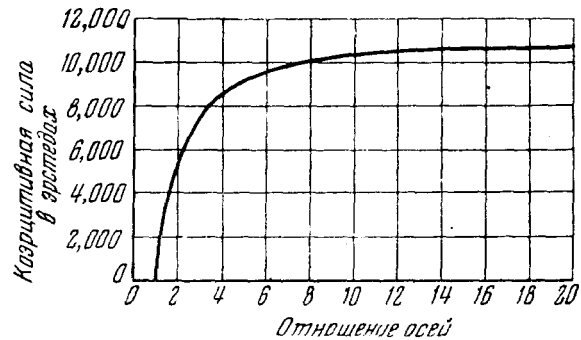


Рис. 46. Коэрцитивная сила в железной частичке, обусловленная эффектом формы, в зависимости от отношения осей частички.

ложенного параллельно, перпендикулярно и под углом 45° к длинной оси частички.

Стонер и Вульфарт (1948) показали, что при беспорядочной ориентации осей частичек средняя коэрцитивная сила выражается:

$$<H_c>_{\text{ср}} = 0{,}48\,(N_t - N_0)\,I_s, \qquad \text{(VI, 2, 14)}$$

так что при беспорядочной ориентации приведённые выше значения должны быть понижены примерно вдвое.

Неэль (1947, b) разобрал случай, когда отношение осей $\frac{c}{a}$ вытянутого сфероида примерно равно единице, т. е.

$$\frac{c}{a} = 1 + \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1.$$

Здесь мы имеем, преобразовав аналитическое выражение для размагничивающих факторов:

$$N_t - N_0 \cong \frac{8\pi\varepsilon}{5}. \qquad \text{(VI, 2, 15)}$$

Тогда согласно (VI, 2, 12):

$$H_c \cong \frac{8\pi\varepsilon I}{5}. \qquad \text{(VI, 2, 16)}$$

В результате графических вычислений Неэль нашёл, что если направления главных осей распределены хаотически, средняя коэрцитивная сила снижается в 0,48 раза, так что

$$<H_c>_{ср} \cong 0{,}48\frac{8\pi}{5}\varepsilon I_s. \qquad \text{(VI, 2, 17)}$$

Отсюда для железа

$$<H_c>_{ср} = 4100\,\varepsilon.$$

Коэрцитивная сила, связанная с продольными напряжениями. Плотность магнитоупругой энергии (для изотропной магнитострикции) согласно (II, 3, 22) равна

$$f_{му} = \frac{3}{2}\lambda T \sin^2\theta, \qquad \text{(VI, 2, 18)}$$

где λ — константа магнитострикции и T — приложенное напряжение. Плотность полной энергии в поле H_0, приложенном параллельно напряжению, равна

$$f = \frac{3}{2}\lambda T \sin^2\theta + HI_s\cos\theta. \qquad \text{(VI, 2, 19)}$$

Это выражение минимально по отношению к θ, когда

$$\frac{\partial f}{\partial\theta} = 0 = 3\lambda T\cos\theta\sin\theta - HI_s\sin\theta,$$

или, для $\theta = 0$:

$$H_c = \frac{3\lambda T}{I_s}. \qquad \text{(VI, 2, 20)}$$

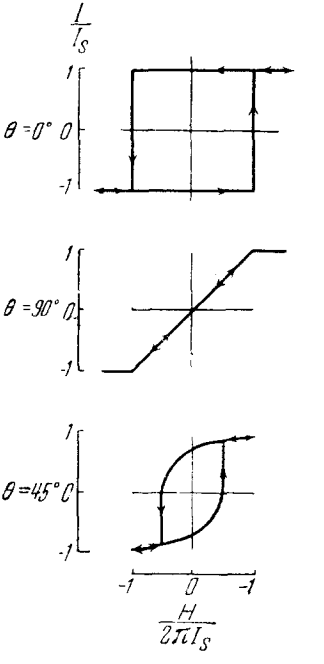


Рис. 47. Кривые намагничивания для вытянутых частичек в поле, параллельном, перпендикулярном и расположенном под углом в 45° к длинной оси частички.

Этот результат был получен Стонером и Вульфартом.

Если напряжение обусловлено внутренними деформациями, разумное верхнее значение напряжений, согласно указанным авторам, составляет 200 *кг/см*^{2}, т. е. $2\cdot10^{10}$ *дин/см*^{2}. Максимальные коэрцитивные силы для железа, никеля и кобальта равны соответственно 600, 4000 и 600.

Зависимость коэрцитивной силы от размеров частиц. Из экспериментальных данных следует, что коэрцитивная сила плавно возрастает с уменьшением размеров частички. Изменения коэрцитивной силы происходят, вероятно, даже более

плавно, чем этого можно было бы ожидать в силу разброса размеров частичек в любом образце. Экспериментальные результаты Гийо (1943), полученные с тонким порошком соединения MnBi,

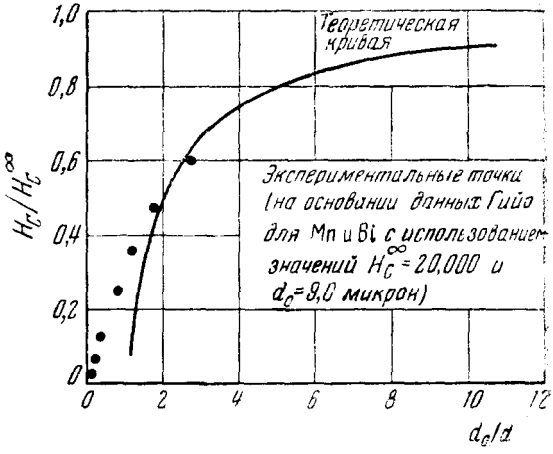


Рис. 48. Сравнение данных Гийо для MnBi с теоретическим нижним пределом для коэрцитивной силы H_c в зависимости от диаметра частички d.

показаны на рис. 48; как можно видеть, при изменении диаметров от 3 до 100 микрон имеет место значительное увеличение коэрцитивной силы H_c.

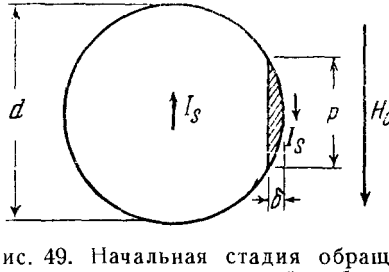


Рис. 49. Начальная стадия обращения намагниченности путём образования блоховского переходного слоя с толщиной δ.

Грубое теоретическое объяснение этих изменений было дано Киттелем (1948), использовавшим модель (рисунок 49), которая относится к сферическим частичкам из высокоанизотропных материалов.

Рассмотрим маленькую сферу, намагниченную до насыщения, и предположим, что при наложении поля H_c образуется доменный слой, показанный на рис. 49. В этом случае энергетический баланс приближённо выразится уравнением

$$\sigma \frac{\pi p^2}{4} = H_c I_s \frac{\pi p^2 \delta}{8} + \frac{1}{2} I_s^2 V \frac{\delta}{2d}. \qquad \text{(VI, 2, 21)}$$

Здесь σ — плотность поверхностной энергии слоя Блоха, p — диаметр слоя, δ — толщина слоя, V — объём сферы. Член в левой части этого уравнения является приближённым выражением для энергии образования слоя; первый член в правой части приближённо представляет магнитную энергию вещества слоя в приложенном поле H_c, а второй член справа — грубая оценка изменения собственной магнитной энергии сферы, основанная на размерностных соображениях. Используя геометрическое соотношение $p^2 = 4\delta d$, мы можем записать выражение (VI, 2, 21) в форме:

$$\frac{H_c}{H_c^\infty} = 1 - \frac{d}{d_0}, \qquad \text{(VI, 2, 22)}$$

где $H_c^\infty = \frac{2\sigma}{\delta I_s}$ и $d_0 = \frac{24\sigma}{I_s^2}$. Далее, из теории слоя Блоха $\sigma \sim \left(\frac{KkT_c}{a}\right)^{1/2}$ и $\delta \sim \left(\frac{kT_c}{Ka}\right)^{1/2}$, так что в согласии со значением, полученным из вращения доменов, $H_c^\infty \sim \frac{2K}{I_s}$. Для MnBi мы получаем $H_c^\infty = 40\,000$ и $d_0 = 7 \cdot 10^{-4}$ *см*.

Ввиду грубости оценки собственной энергии сферы приведённая оценка значения d_0 весьма неточна. Теоретическая кривая, приведённая на рис. 48, построена при использовании значения $H_c^\infty = 20\,000$ и $d_0 = 9 \cdot 10^{-4}$ *см*.

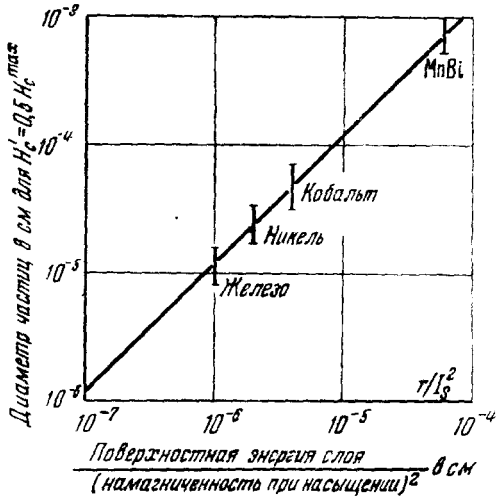


Рис. 50. Приближённый верхний предел диаметра частичек, для которых появляется однодоменная конфигурация.

Настоящая теория даёт нижний предел коэрцитивной силы в зависимости от размеров частички; речь идёт о нижнем пределе потому, что без детальных вычислений неясно, что случай, изображённый на рис. 49, действительно соответствует максимуму энергетического барьера для образования слоя. В этой модели диаметр частички для $H_c = H_c^\infty/2$ равен

$$D = \frac{d_0}{2} = \frac{12\sigma}{I_s^2}. \qquad \text{(VI, 2, 23)}$$

График этого уравнения дан на рис. 50. Значения, вычисленные для Fe, Co, Ni и MnBi, в связи с приближённым характером вычислений, изображены короткими вертикальными линиями. Диаметр частички, вычисленный из (VI, 2, 23), может рассматриваться как приближённый верхний предел диаметра, для которого явно выражена однодоменная структура. При этом предполагается, что энергия анизотропии высока, так что полученные соотношения фактически неприменимы для никеля и железа.

Зависимость коэрцитивной силы от плотности «упаковки». Взаимодействие магнитных моментов частичек в образце из спрессованного порошка приводит в некоторых случаях к уменьшению коэрцитивной силы. Когда этот эффект имеет место, он тем больше, чем плотнее «упаковка». Результаты, полученные Вейлем (1947) с тонкими порошками сплава FeCo, показаны на рис. 51. Можно ожидать, что эффект будет наибольшим для вытянутых частичек, коэрцитивная сила которых определяется, в основном, эффектом формы, рассмотренным выше.

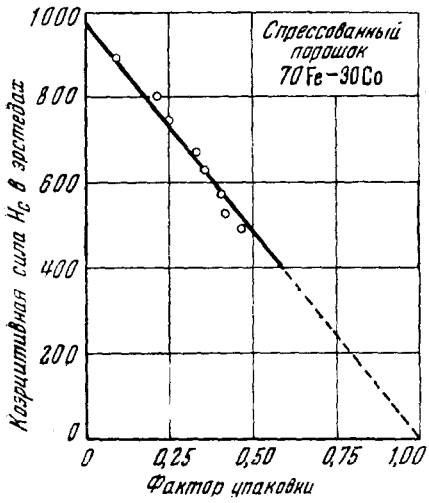


Рис. 51. Влияние плотности упаковки на коэрцитивную силу в магнитах, спрессованных из тонких порошков с 70% Fe и 30% Co (согласно Вейлю (1947). Фактором упаковки является доля объёма магнита, заполненная магнитным материалом.

Для квадратной решётки из бесконечно тонких круглых цилиндров Шокли и Киттель в неопубликованной работе показали, что коэрцитивная сила равна:

$$H = (1 - \beta p)\, 2\pi I_s, \quad \text{(VI, 2, 24)}$$

где β — коэффициент, равный 1,1 для кубической «упаковки» и 1,0 для плотной гексагональной «упаковки». Вычисления слишком длинны и поэтому здесь не приводятся.

Зависимость коэрцитивной силы от температуры. Когда коэрцитивная сила тонкого порошка определяется магнитокристаллической анизотропией, температурные изменения коэрцитивной силы будут определяться температурными изменениями $\frac{K}{I_s}$. Если коэрцитивная сила определяется анизотропией формы, то её температурные изменения будут определяться температурными изменениями магнитного насыщения I_s.

Результаты вычислений для этих двух видов температурной зависимости в случае тонкого железного порошка даны на рис. 52. Результаты экспериментальных измерений Вейля и Марфура (1947) на мелких частичках никеля даны на рис. 53. Повышение

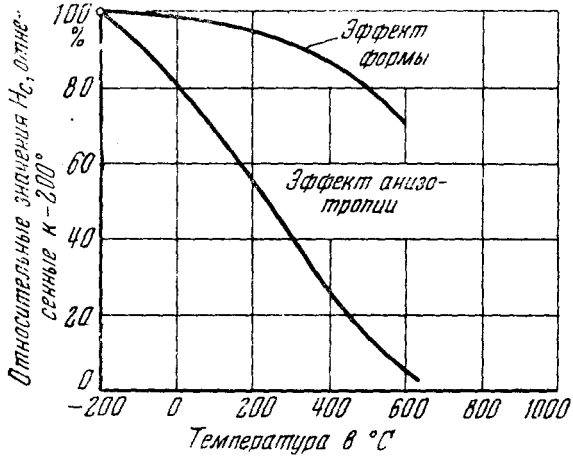


Рис. 52. Теоретическая температурная зависимость коэрцитивной силы тонкого железного порошка для двух различных моделей. Температура Кюри равна 770°С.

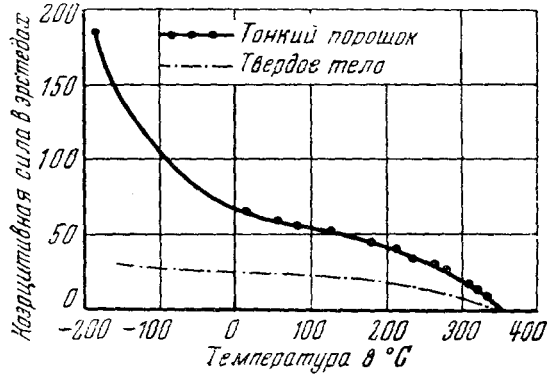


Рис. 53. Экспериментальная зависимость коэрцитивной силы никеля от температуры. Сравнение массивного никеля и тонкого никелевого порошка (Вейль и Марфур (1947)).

коэрцитивной силы с понижением температуры очень заметно, но не так быстро, как можно было бы ожидать, если бы коэрцитивная сила была обусловлена исключительно кристаллической анизотропией.

VII. НАЧАЛЬНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И КОЭРЦИТИВНАЯ СИЛА

VII, 1. Общие замечания

Начальная проницаемость и коэрцитивная сила являются свойствами, сильно зависящими от структуры материала, т. е. они могут значительно изменяться в результате небольших изменений металлургической обработки и химического состава материала. Напротив, плотность и магнитное насыщение от структуры обычно не зависят. Наши знания в области структурно-чувствительных свойств, в общем, не являются особенно полными. Это объясняется трудностями получения надёжных сведений о подлинном физическом состоянии материала (ибо физические размеры примесей, или деформированных центров, или любой другой причины структурной чувствительности очень малы, часто порядка микрона или меньше). Далее, трудно выполнить контрольные эксперименты с единичной примесью или центром деформации.

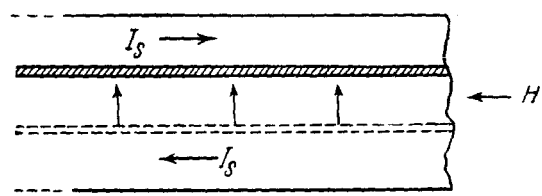


Рис. 54. Смещение границы домена в результате наложения магнитного поля.

На практике само существование в массивном материале небесконечной начальной проницаемости и отличной от нуля коэрцитивной силы свидетельствует о несовершенстве и неоднородности образца. В идеальном образце граничный слой, разделяющий два противоположно намагниченных домена, должен легко перемещаться при наложении предельно малого внешнего поля H (рис. 54).

Существенная физическая проблема коэрцитивной силы может быть сведена к проблеме определения критического магнитного поля H_0, необходимого для перемещения переходного слоя, разделяющего противоположно намагниченные домены. Теория должна также указать механизм, в силу которого энергия образца будет более или менее нерегулярно изменяться с изменением положения слоя Блоха. Если энергия изменяется нерегулярно, то найдутся положения с минимальной энергией, и слои, естественно, займут эти положения. Слои могут быть смещены из этих положений в результате наложения магнитного поля, которое оказывает на них давление, стремящееся сместить их таким образом, чтобы увели-

чить намагниченность в направлении поля. Начальная проницаемость есть мера внутренней «восстанавливающей» силы, стремящейся при небольших смещениях вернуть слой в исходное положение. Коэрцитивная сила есть мера максимальной «восстанавливающей» силы, действующей на слой. Коэрцитивная сила указывает нам силу поля, необходимую для перенесения слоя через наивысший энергетический горб из одной потенциальной энергетической ямы в другую потенциальную яму.

Свяжем формально все энергетические изменения, сопутствующие движению слоя, с изменениями энергии самого слоя. Предположим, что для перемещения слоя на расстояние Δx энергия слоя на единицу площади σ_w должна возрасти на $\Delta\sigma_w$. Получение необходимой энергии обеспечивается обращением магнитного момента рассматриваемого объёма $I_s\Delta x$ в магнитном поле H', как раз достаточном, чтобы вызвать смещение Δx.

Тогда

$$2H'I_s\Delta x = \Delta\sigma_w, \qquad \text{(VII, 1, 1)}$$

где левый член представляет уменьшение магнитной энергии системы, обусловленное изменением направления магнитного момента $I_s\Delta x$ от ориентации, антипараллельной H', к ориентации, параллельной H'. Магнитная энергия преобразуется в поверхностную энергию граничного слоя. Эффективное давление, оказываемое полем, будет $2H'I_s$.

Критическое поле H_0 для смещения границы на всю длину домена будет определяться наибольшим локальным препятствием, встречающимся на пути этой границы.

Таким образом

$$H_0 = \frac{1}{2I_s}\left(\frac{d\sigma_w}{dx}\right)_{\text{макс}}. \qquad \text{(VII, 1, 2)}$$

Это выражение даёт порядок величины коэрцитивной силы. Проблема сводится теперь к оценке $\left(\frac{d\sigma_w}{dx}\right)_{\text{макс}}$. Существуют три основных механизма, которые рассматриваются в связи с теорией коэрцитивной силы. Ф. Блох первый предположил, что неоднородные внутренние деформации могут определять сопротивление движению границы. Эта идея была развита Кондорским (1937) и Керстеном (1938). Теория, учитывающая влияние агрегатов или включений посторонних атомов, была разработана Керстеном (1943). Существенная критика и обобщение этих двух теорий была выполнена Неэлем (1946), который подчеркнул роль размагничивающей энергии, связанной с изменениями намагниченности, вызванными внутренними деформациями и включениями.

Ведущиеся в настоящее время экспериментальные работы позволят, вероятно, в ближайшем будущем лучше представить себе

механизм коэрцитивной силы. После этого окажется возможным развить теорию коэрцитивной силы, более обоснованную в экспериментальном отношении, чем любая из существующих в настоящее время.

VII.2. Теория включений

В качестве примера расчётов, используемых в теории коэрцитивной силы, мы дадим здесь краткую оценку влияния немагнитных включений на энергию слоя. Коэрцитивная сила в этой модели появится потому, что слой, пересекающий несколько включений, будет иметь меньшую площадь, а потому и меньшую энергию, по сравнению со слоем, не пересекающим включений.

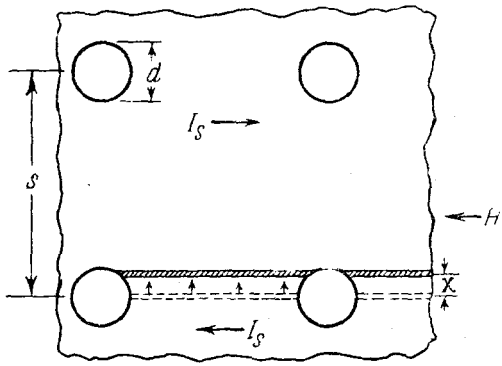


Рис. 55. Модель для вычисления коэрцитивной силы в теории включений.

Мы используем крайне упрощённую модель, в которой включения считаются сферами диаметра d, расположенными в виде кубической решётки с постоянной решётки s (рис. 55). Когда граница пересекает сферу, энергия слоя понижается на величину, соответствующую энергии поверхности слоя, который устраняется или «замыкается» включением.

Рассмотрение рис. 55 показывает, что энергия слоя для $x \leqslant \frac{d}{2}$ равна

$$\sigma(x) = \sigma_0 \frac{s^2 - \pi\left[\frac{d^2}{4} - x^2\right]}{s^2}. \qquad \text{(VII, 2, 1)}$$

Беря производную

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{2\sigma_0 \pi x}{s^2}, \qquad \text{(VII, 2, 2)}$$

получаем:

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{\text{макс}} = \frac{\sigma_0 \pi d}{s^2}. \qquad \text{(VII, 2, 3)}$$

Комбинируя выражения (VII, 1, 2) и (VII, 2, 3), находим коэрцитивную силу:

$$H_c = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_w}{I_S} \frac{d}{s^2}. \qquad \text{(VII, 2, 4)}$$

Введём теперь относительный объём включений

$$\alpha = \frac{\pi d^3}{6s^3} \qquad \text{(VII, 2, 5)}$$

и величину δ, равную полуширине граничного слоя; δ порядка $\frac{\sigma_w}{K}$, где K — константа энергии анизотропии.

Тогда

$$H_c \approx \frac{K}{I_s}\frac{\delta}{d}\alpha^{\frac{2}{3}}. \qquad \text{(VII, 2, 6)}$$

Это выражение выведено в предположении, что диаметр включения d значительно больше толщины слоя δ. Мы можем в грубом

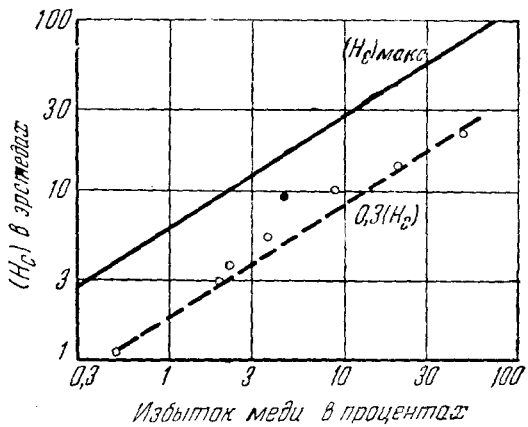


Рис. 56. Коэрцитивная сила железа с гетерогенными включениями меди в зависимости от избытка меди над 0,5% Cu, растворяемыми при 600°C.

приближении положить, что H_c имеет максимальное значение, когда $\delta = d$, т. е.

$$(H_c)_{макс} \approx \frac{K}{I_s}\alpha^{\frac{2}{3}}. \qquad \text{(VII, 2, 7)}$$

Керстен даёт:

$$(H_c)_{макс} \approx 2{,}5\frac{K}{I_s}\alpha^{\frac{2}{3}}. \qquad \text{(VII, 2, 8)}$$

Эти значения изображены на рис. 56 и сопоставлены с экспериментальными значениями H_c для железа с присадкой меди.

Начальная проницаемость в модели со включениями. Начальная восприимчивость χ_0 равна

$$\chi_0 = \frac{dI}{dx}\Big/\frac{dH}{dx}. \qquad \text{(VII, 2, 9)}$$

Изменение намагниченности ΔI, связанное с перемещением Δx гра-

ницы между противоположно намагниченными доменами, равно

$$\Delta I = \frac{2 I_s \beta \Delta x}{s}, \qquad \text{(VII, 2, 10)}$$

где $\beta = \frac{s}{h}$ и h — средняя толщина домена.

Из (VII, 1, 1) и (VII, 2, 2):

$$H = \frac{1}{2 I_s} \frac{d\sigma}{dx} = \pi \frac{\sigma}{I_s} \frac{x}{s^2} \qquad \text{(VII, 2, 11)}$$

или

$$dH = \pi \frac{\sigma}{I_s} \frac{dx}{s^2} = 2\pi \frac{K}{I_s} \frac{\delta}{s^2} dx. \qquad \text{(VII, 2, 12)}$$

Это даёт

$$\chi_0 = \frac{\beta I_s^2 s}{2\pi K \delta}. \qquad \text{(VII, 2, 13)}$$

Принимая во внимание 90° и 180° слои при $\mu_0 \gg 1$ и $d \gg \delta$, имеем

$$\mu_0 \approx 4\pi\chi_0 = \frac{1{,}6\,\beta I_s^2 d}{k \delta^{\frac{1}{3}}}. \qquad \text{(VII, 2, 14)}$$

VII, 3. Деформационная теория

В присутствии напряжения T плотность поверхностной энергии слоя Блоха, как можно показать (см. аргументацию, содержащуюся в разделах II, 3 и III, 3), приближённо равна:

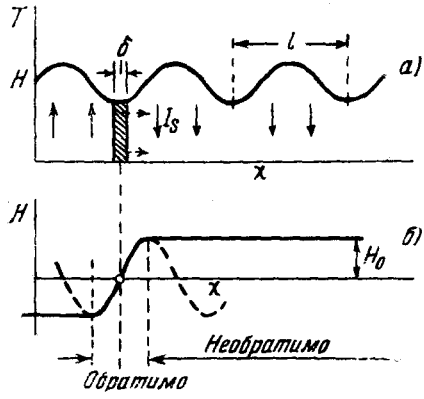


Рис. 57. Смещение слоя при наличии синусоидальных напряжений.

$$\sigma_w = 2\,[A(K + \lambda T)]^{\frac{1}{2}}, \qquad \text{(VII,3, 1)}$$

где мы пренебрегаем численным множителем порядка единицы. Здесь λ — магнитострикция при насыщении. Единственная новая черта в этом выражении — явный учёт анизотропии деформаций с помощью члена λT.

Допустим, что T в зависимости от x изменяется следующим образом:

$$T = T_0 + \Delta T \sin \frac{2\pi x}{l}, \qquad \text{(VII, 3, 2)}$$

как это показано на рис. 57. Тогда

$$\frac{d\sigma_w}{dx} = \lambda \left[\frac{A}{K + \lambda T}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{dT}{dx} = \frac{2\pi\lambda\Delta T}{l} \left[\frac{A}{K + \lambda T}\right]^{\frac{1}{2}} \cos \frac{2\pi x}{l}. \qquad \text{(VII, 3, 3)}$$

Минимальное значение этого выражения равно

$$\left(\frac{d\sigma}{dx}\right)_{\text{макс}} = \frac{2\pi\lambda\Delta T}{l}\left[\frac{A}{K+\lambda T}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(VII, 3, 4)}$$

или приближённо

$$\left(\frac{d\sigma_w}{dx}\right)_{\text{макс}} \cong 2\pi\lambda\Delta T\,\frac{\delta}{l}, \qquad \text{(VII, 3, 5)}$$

где δ — толщина слоя Блоха и l — длина, на которой заметно изменяется напряжение.

Из (VII, 1, 2) и (VII, 3, 5)

$$H_c \cong \pi\,\frac{\lambda\Delta T}{I}\,\frac{\delta}{l}. \qquad \text{(VII, 3, 6)}$$

Экспериментальные результаты, показывающие зависимость H_c от величины внутреннего напряжения ΔT, даны на рис. 58.

Эти схематические вычисления достаточны, чтобы дать представление о зависимости коэрцитивной силы от величины изменения напряжений, вызывающих изменение энергии слоя. Можно ожидать, что этот механизм будет играть существенную роль в материалах с высокой магнитострикцией (как, например, в никеле). Детали читатель найдёт в статьях Кондорского (1937) и Керстена (1938).

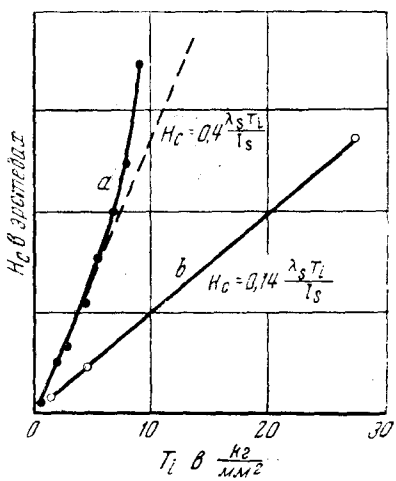


Рис. 58. Коэрцитивная сила H_c никеля в зависимости от среднего внутреннего напряжения T_i. *а*) — рекристаллизованная проволока, *б*) — сильно растянутая проволока (Керстен (1938)). Значение T_i определяется из других независимых магнитных измерений.

VII, 4. Теория флуктуаций намагниченности

Неэль (1944, b, 1946) указал, что теория включений и деформационная теория в ряде отношений ошибочны. Во-первых, предположение о регулярном расположении неоднородностей, например, предположение о том, что включения образуют кубическую решётку, приводит к сильному завышению коэрцитивной силы для реальных материалов, в которых неоднородности распределены более или менее случайно. Во-вторых, предположение о «жёсткости» доменных слоёв также приводит к слишком большим значениям коэрцитивной силы. Если же ввести в расчёты необходимые коррективы, учитывающие эти замечания, то согласно Неэлю из теории полу-

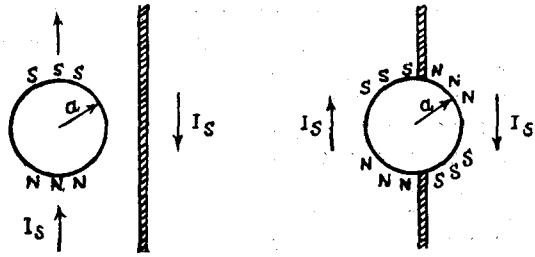
чается максимальная коэрцитивная сила по порядку величины, равная 1 эрстеду. Это значение намного меньше коэрцитивной силы многих магнитных материалов.

Неэль обратил внимание на то, что магнитная энергия, связанная со включениями или изменениями напряжений, может быть значительно больше возникающих в тех же условиях изменений.

Рассмотрим, например, два положения слоя, показанные на рис. 59. В положении *a*) магнитная энергия включения, имеющего форму сферы радиуса *a*, согласно (II, 4, 3), равна

$$w_a = \frac{1}{2}\frac{4\pi}{3}\frac{4\pi a^3}{3} I_s^2 . \qquad \text{(VII, 4, 1)}$$

В то же время в положении *b*), согласно вычислениям, содержа-



a) *b*)

Рис. 59. Рисунок, иллюстрирующий зависимость магнитной энергии включения в зависимости от положения граничного слоя.

щимся в работе Неэля (1944), магнитная энергия равна:

$$w_b = 0{,}46\, w_a . \qquad \text{(VII, 4, 2)}$$

Разность энергий w_a и w_b есть мера напряжённости поля, которое необходимо приложить для перемещения слоя из положения *a*) в положение *b*).

В результате развития этой основной идеи Неэль в статье 1946 г. получил следующие выражения:

$$\text{железо:}\quad H_c = 2{,}1\, v + 360\, v' \text{ эрстед}, \qquad \text{(VII, 4, 3)}$$

$$\text{никель:}\quad H_c = 330\, v + 97\, v' \text{ эрстед}. \qquad \text{(VII, 4, 4)}$$

Здесь v' — часть объёма, занятая включением, и v — часть объёма, подверженная нерегулярным внутренним напряжениям, величина которых 30 *кг/см*^{2}.

Отметим также, что работа Вильямса и Шокли с кристаллами железа, имеющими простую доменную структуру, показывает, что взаимодействие границ главных доменов с кинжалообразными доменами вокруг кристаллических неоднородностей (раздел V, 2, 3)

оказывает существенное влияние на коэрцитивную силу в таких кристаллах. Дальнейшие работы такого типа дадут, вероятно, более надёжную физическую основу для понимания механизма коэрцитивной силы.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Выражения для энергии анизотропии кубических кристаллов

Выражение (II, 2, 4)

$$f_K = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2), \qquad \text{(A, 1)}$$

зависящее от направляющих косинусов α_1, α_2 и α_3 намагниченности с осями кристалла, может быть также записано в несколько другом виде.

Так, если $\alpha_3 = 0$, то в плоскости (001)

$$f_K = K_1 \sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1}{4} K_1 \sin 2\theta. \qquad \text{(A, 2)}$$

Для малых α_2 и α_3

$$f_K \cong K_1\theta^2, \qquad \text{(A, 3)}$$

где, как и в (A, 2), θ — угол между α и осью [100].

В общем случае (Неэль, 1944):

$$f_K = K_1\left(\sin^2\theta - \frac{7}{8}\sin^4\theta - \frac{1}{8}\sin^4\theta\cos 4\varphi\right), \qquad \text{(A, 4)}$$

если в качестве полярной оси, от которой отсчитывается угол θ, выбрана сторона куба. Если в качестве полярной оси выбрать пространственную диагональ,

$$f_K = K_1\left(\frac{1}{3}\cos^4\theta + \frac{1}{4}\sin^4\theta - \frac{\sqrt{2}}{3}\cos\theta\sin^3\theta\cos 3\varphi\right). \qquad \text{(A, 5)}$$

Наконец, выбирая в качестве полярной оси диагональ грани, имеем:

$$f_K = \frac{1}{4} K_1[(1 - 4\sin^2\theta + 4\sin^4\theta) + (6\sin^2\theta - 4\sin^4\theta)\cdot\sin^2\varphi - 3\sin^4\theta\sin^4\varphi]. \qquad \text{(A, 6)}$$

Азимутальный угол φ отсчитывается вокруг ребра куба.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Энергия магнитного взаимодействия диполей в кубической решётке

Мы хотим доказать здесь хорошо известный факт, состоящий в том, что магнитное взаимодействие между диполями в бесконечной, недеформированной кубической решётке не приводит к появлению энергии анизотропии. Энергия магнитного взаимодействия

между любыми двумя диполями равна

$$V_{ij} = \frac{\mu_i \mu_j}{r^3} - \frac{3(\mu_i r_{ij})(\mu_j r_{ij})}{r^5}. \qquad (\text{Б}, 1)$$

Поэтому плотность полной энергии дипольного взаимодействия в насыщенной простой кубической решётке равна

$$f = \frac{N\mu^2}{2a^3} \sum_{lmn}{}' \left[\frac{1}{(l^2+m^2+n^2)^{3/2}} - \frac{3(l\alpha_1 + m\alpha_2 + n\alpha_3)^2}{(l^2+m^2+n^2)^{5/2}} \right], \qquad (\text{Б}, 2)$$

где N — число диполей в единице объёма, α — направление намагниченности и $r = (x, y, z) = (la, ma, na)$ — радиус-вектор диполя в узле решётки (l, m, n) по отношению к диполю, находящемуся в начале координат. Первый член в сумме, входящей в (Б, 2), совершенно не зависит от направления намагниченности и таким образом дать анизотропии не может. Второй член, используя тождество $\alpha_1^2 = 1 - \alpha_2^2 - \alpha_3^2$, можно переписать в виде:

$$-3 \sum_{lmn}{}' \frac{l^2 + \alpha_2^2(m^2 - l^2) + \alpha_3^2(n^2 - l^2)}{(l^2+m^2+n^2)^{5/2}}, \qquad (\text{Б}, 3)$$

где опущены члены, содержащие произведения lm, ln и т. д., так как эти члены в сумме, очевидно, дают нуль. Далее, из соображений симметрии

$$\sum_{lmn}{}' \frac{l^2}{(l^2+m^2+n^2)^{5/2}} = \sum_{lmn}{}' \frac{m^2}{(l^2+m^2+n^2)^{5/2}} = \sum_{lmn}{}' \frac{n^2}{(l^2+m^2+n^2)^{5/2}} \qquad (\text{Б}, 4)$$

и, следовательно, в (Б, 3) члены, содержащие α_2 и α_3, равны нулю, а остающийся член не зависит от направления намагниченности. Таким образом, в простой кубической решётке анизотропия отсутствует; такой же результат получается для гранецентрированной и объёмно-центрированной решёток. Можно также убедиться, что $f = 0$.

Однако, если мы допустим, что решётка может спонтанно деформироваться, то магнитное дипольное взаимодействие вызовет магнитострикцию, и это по причинам, на которые мы указывали ранее, приведёт к появлению некоторой, хотя и небольшой анизотропии. Как показал Беккер (1930), магнитострикция, вызванная дипольным взаимодействием, в случае железа составляет только около одной пятой от наблюдаемого значения; в случае же никеля магнитострикция, вычисленная таким образом, имеет даже другой знак, чем наблюдаемая на опыте. Мы таким образом видим, что в правильной решётке магнитное дипольное взаимодействие не объясняет ни наблюдаемой анизотропии, ни наблюдаемой магнитострикции.

Согласно вычислениям Беккера константы магнитоупругой связи (II, 3, 5) для объёмно-центрированной решётки равны

$$B_1 = -6Sl_s^2; \qquad B_2 = 4Sl_s^2, \qquad (\text{Б}, 5)$$

а для гранецентрированной решётки

$$B_1 = -3SI_s^2; \qquad B_2 = 2SI_s^2, \tag{Б, 6}$$

где

$$S = \frac{3}{2}\sum{}' \left| \frac{1}{(l^2+m^2+n^2)^{3/2}} - \frac{5l^4}{(l^2+m^2+n^2)^{7/2}} \right|. \tag{Б, 7}$$

Для объёмно-центрированной решётки $S = 0{,}4$, а для гранецентрированной $S = 0{,}6$. Поэтому для железа, решётка которого объёмно-центрирована, имеем:

Вычисления: $B_1 = -0{,}7 \cdot 10^7$ эрг/см^3; $B_2 = 0{,}5 \cdot 10^7$ эрг/см^3.

Наблюдения: $B_1 = -2{,}9 \cdot 10^7$ эрг/см^3; $B_2 = 6{,}4 \cdot 10^7$ эрг/см^3.

Для никеля, решётка которого гранецентрирована:

Вычисления: $B_1 = -0{,}04 \cdot 10^7$ эрг/см^3; $B_2 = 0{,}03 \cdot 10^7$ эрг/см^3.

Наблюдения: $B_1 = 6{,}2 \cdot 10^7$ эрг/см^3; $B_2 = 9{,}0 \cdot 10^7$ эрг/см^3.

Это сравнение вычисленных и наблюдаемых значений указывает на то, что учёт магнитного дипольного взаимодействия совершенно недостаточен для объяснения экспериментальных данных.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Список обозначений

$B = H + 4\pi I$ — магнитная индукция,

H — напряжённость магнитного поля,

$H_{\text{мп}}$ — эффективное молекулярное поле,

I — намагниченность $= \dfrac{\text{магнитный момент}}{\text{объём}}$,

I_s — намагниченность при насыщении (магнитное насыщение),

I_0 — намагниченность при насыщении при 0° К,

K — константа анизотропии,

J — обменный интеграл,

T_c — температура Кюри,

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-16} \dfrac{\text{эрг}}{\text{абс. град}}$ — постоянная Больцмана,

α; $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ — векторы намагниченности и его направляющие косинусы по отношению к осям кристалла,

λ_{111}, λ_{100} — константы магнитострикции при насыщении,

c_{11}, c_{12}, c_{44} — упругие модули кубического кристалла,

e_{ij} — компоненты деформации,

f — плотность энергии $= \dfrac{\text{энергия}}{\text{объём}}$,

$f_{\text{об}}$ — плотность обменной энергии,

$f_{\text{аниз}} = f_K$ — плотность энергии анизотропии,

$f_{\text{му}}$ — плотность магнитоупругой энергии,

$f_{\text{маг}}$ — плотность магнитной энергии,

$f_{\text{упр}}$ - плотность упругой энергии,

B_1, B_2 — константы магнитоупругой связи,

N — число атомов в единице объёма,

a — постоянная решётки,

σ_w — энергия слоя Блоха, отнесённая к единице площади,

φ — угол между направлениями соседних спинов,

$n_{эфф}$ — эффективное число магнетонов Бора на атом,
A — константа обменной энергии,
$\mu_B = 0{,}927 \cdot 10^{-20}$ эрг/эрстед — магнетон Бора,
T — напряжение; абсолютная температура,
g — линейная плотность полюсов,
S — спиновое квантовое число,
$\chi = \frac{I}{H}$ — восприимчивость единицы объёма,
$\mu = 1 + 4\pi\chi$ — проницаемость,
μ^* — эффективная проницаемость одного домена в поле, перпендикулярном к направлению намагниченности в домене (см. раздел II, 4).

ЛИТЕРАТУРА *)

И. Антик и Т. Кубышкина, О потерях при гистерезисе в жидких ферромагнетиках (амальгамах), Учён. Записки МГУ **2**, 143 — 149 (1934).

С. В. Вонсовский и Я. С. Шур, Ферромагнетизм. ГТТИ (1948).

Е. Кондорский, О природе коэрцитивной силы и необратимого изменения намагниченности, Physik. Zeits. Sow. **11**, 597 — 620 (1937).

Л. Ландау и Е. Лифшиц, К теории дисперсии магнитной проницаемости в ферромагнетиках, Physik. Zeits. Sow. **8**, 153 — 169, (1935).

Е. Лифшиц, О магнитной структуре железа, J. of. Phys. **8**, 337 — 346 (1944).

Я. Френкель и Я. Дорфман, Спонтанная и индуцированная намагниченность в ферромагнитных телах, Nature **126**, 274 — 275 (1930).

Л. Холоденко, О доменной структуре ферромагнетиков в присутствии магнитного поля, ЖЭТФ **17**, 698 — 707 (1947).

L. F. Bates and F. E. Neale, A quantitative examination of recent ideas on domain structures, Physica **15**, 220 — 224 (1949).

S. J. Barnett, New researches on magnetization by rotation and the gyromagnetic ratios of ferromagnetic substances, Proc. Am. Acad. Sci, **75**, 109 — 129 (1944).

R. Becker, Zur Theorie der Magnetisierungskurve, Zeits. f. Physik **62**, 253 — 269 (1930).

R. Becker, Elastische Spannungen und magnetische Eigenschaften, Physik. Zeits. **33**, 905 — 913 (1932).

R. Becker and W. Döring, Ferromagnetismus (Verlag. Julius Springer, Berlin; reprinted I. W. Edvards, Ann. Arbor, 1939).

Г. Бете и А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов (1938).

F. Bitter, On inhomogeneities in the magnetization of ferromagnetic materials, Phys. Rev. **38**, 1903 — 1905 (1931).

F. Bloch, Zur Theorie des Ferromagnetismus, Zeits. f. Physik. **61**, 206 — 219 (1930).

F. Bloch, Zur Theorie des Austauschproblems und der Remanenzerscheinung der Ferromagnetika, Zeits. f. Physik **74**, 295 — 335 (1932).

R. M. Bozorth, Directional ferromagnetic properties of metals, J. Appl. Phys. **8**, 575 — 588 (1937).

*) Различные статьи одного и того же автора, вышедшие в одном и том же году, различаются буквой за указанием года (например, 1944, b).

R. M. Bozorth, Magneto-resistance and domain theory of ironnickel alloys, Phys. Rev. **70**, 923 (1946).
R. M. Bozorth, On magnetic remanence, Zeits. f. Physik **124**, 519 — 527 (1948).
Bozorth, Mason, McSkimin and Walker, Elastic constants and internal loss of single nickel crystals, Phys. Rev. **75**, 1954 (1949).
H. Brooks, Ferromagnetic anisotropy and the itinerant electron model, Phys. Rev. **58**, 909 — 918 (1940).
Burgy, Hughes and Wallace, Double transmission and depolarization of neutrons, Phys. Rev. **74**, 1207 (1948).
A. Drigo and M. Pizzo, Particolari aspetti della magnetizzazione di sottili pellicole ferromagnetiche, Il Nuovo Cimento **5**, 1 — 11 (1948).
W. C. Elmore, The magnetization of ferromagnetic colloids, Phys. Rev. **54**, 1092 — 1095 (1938).
W. C. Elmore, Theory of the optical and magnetic properties of ferromagnetic suspensions, Phys. Rev. **60**, 593 — 596 (1941).
M. Fallot, Ferromagnétisme des alliages de fer, Annales de Physique **6**, 305 — 387 (1936).
A. D. Fokker, Remark on the fundamental relations of thermomagnetics, Physica **6**, 791 — 796 (1939).
L. H. Germer, Stray magnetic fields from cobalt, Phys. Rev. **62**, 295 (1942).
E. A. Guggenheim, On magnetic and electrostatic energy, Proc. Roy. Soc. **A155**. 49 — 70 (1936).
C. Guilland, Ferromagnétisme des alliages binaires de manganèse, Thesis, Strasbourg, 1943.
C. Herring and C. Kittel, Energy of a Bloch walle on the band-picture, Phys. Rev. (to be submitted).
H. Honda and S. Kaya, Magnetization of single crystals of iron, Sci Rep. Tôhoku Univ. **15**, 721 — 753 (1926).
S. Kaya, On the magnetization of single crystals of nickel, Sci. Rep. Tôhoku Univ. **17**, 639 — 663 (1928a).
S. Kaya, On the magnetization of single crystals of cobalt, Sci. Rep. Tôhoku Univ. **17**, 1137 — 1177 (1928b).
M. Kersten, Probleme der technischen Magnetisierungskurve, Zur Deutung der Koerzitivkraft, edited by R. Becker (Verlag. Julius Springer, Berlin; reprinted by J. W. Edwards, Ann. Arbor, 42 — 72 (1938).
M. Kersten, Grundlagen einer Theorie der ferromagnetischen Hysterese und der Koerzitivkraft (S. Hirzel, Leipzig; reprinted by J. W. Edwards, Ann. Arbor, 1943).
R. Kimura and K. Ohno, On the elastic constants of single crystals of iron. Sci. Rep. Tôhoku Univ. **23**, 359 — 364 (1934).
C. Kittel, Theory of the structure of ferromagnetic domains in films and small particles, Phys. Rev. **70**, 965 — 971 (1946).
C. Kittel, Domain theory and the dependence of the coercive force of fine ferromagnetic powders on particle size, Phys. Rev. **73**, 810 (1948).
C. Kittel, Gyromagnetic ratios and splitting factors of ferromagnetic substances. Phys. Rev. **76**, 743 (1949a).
C. Kittel, Theory of the formation of powder patterns on ferromagnetic crystals. Phys. Rev. **76**, 1527 (1949b).
A. Kussmann and B. Scharnow, Zeits. f. Physik **54**, 1 — 15 (1929). Über die Koerzitivkraft. I. Teil. Koerzitivkraft und mechanische Härte.
L. Marton, Ferromagnetic domain observation, Phys. Rev. **73**, 1475 (1948).
B. Matthias and A. von Hippel, Domain structure and dielectric response of barium titanate single crystals, Phys. Rev. **73**, 1378 — 1384 (1948).

C. Moller, Zur Theorie der Austauschproblems und des Ferromagnetismus bei tiefen Temperaturen, Zeits. f. Physik **82**, 559 – 567 (1933).
L. Néel, Quelques propriétés des parois de domaines élémentaires ferromagnétiques, Cahiers de Physique **25**, 1 — 20 (1944a).
L. Néel, Effet des cavités et des inclusions sur le champ coercitif, Cahiers de Physique **25**, 21 — 24 (1944b).
L. Néel, Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer, J. de phys. et rad. **5**, 241 — 251, 265 — 276 (1944c).
L. Néel, Bases d'une nouvelle théorie générale du champ coercitif, Annales Univ. Grenoble **22**, 299 — 343 (1946).
L. Néel, Propriétés d'un ferromagnétique cubique en grains fins, Comptes Rendus (Paris) **224**, 1488 — 1490 (1947a).
L. Néel, Le champ coercitif d'une poudre ferromagnétique cubique à grains anisotropes, Comptes Rendus (Paris) **224**, 1550 — 1551 (1947b).
L. Néel, Théorie de l'anisotropie à aimants traités à chaud dans un champ magnétique, Comptes Rendus (Paris) **225**, 109 — 111 (1947c).
J. A. Osborn, Demagnetizing factors of the general ellipsoid, Phys. Rev. **67**, 351 — 357 (1945).
W. Shockley, Energy calculations for domains, Phys. Rev. **73**, 1246 (1948).
K. J. Sixtus and L. Tonks, Propagation of large Barkhausen discontinuities, IV, Regions of reversed magnetization, Phys. Rev. **43**, 931 — 940 (1933).
E. C. Stoner and E. P. Wohlfarth, Interpretation of high coercivity in ferromagnetic materials, Nature **160**, 650 (1947).
E. C. Stoner and E. P. Wohlfarth, A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys, Phil. Trans. **A240**, 599 — 644 (1948).
J. H. Van Vleck, A survey of the theory of ferromagnetism, Rev. Mod. Phys. **17**, 27 — 47 (1945).
J. H. Van Vleck, Quelques aspects de la théorie du magnétisme, Annales de l'Institut Henri Poincaré **10**, 57 — 190 (1947).
L. Weil, Variation du champ coercitif en fonction de la densité de poudres ferromagnétiques agglomerées, Comptes Rendus (Paris) **225** 229 — 230 (1947).
L. Weil and S. Marfoure, Variation thermique du champ coercitif du nickel aggloméré, J. de phys. et rad. 8, 358 — 361 (1947).
P. Weiss, L'hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique, J. de Phys. **6**, 661 — 690 (1907).
P. R. Weiss, The application of the Bethe-Peierls method to ferromagnetism, Phys. Rev. **74**, 1493 — 1504 (1948).
H. J. Williams, Direction of domain magnetization in powder patterns, Phys. Rev. **71**, 646 (1947).
Williams, Bozorth and Shockley, Magnetic domain patterns on single crystals of silicon iron, Phys. Rev. **75**, 155 — 178 (1949).
H. J. Williams and W. Shockley, A simple domain structure in an iron crystal showing a direct correlation with the magnetization, Phys. Rev. **75**, 178 — 183 (1949).
W. A. Yager, Phys. Rev. (to be submitted).