

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**СОВРЕМЕННЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ В ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОНА****В. Ф. Вайскопф *)**

Применение микроволновой техники в спектроскопии значительно увеличило точность спектроскопических измерений. Современные эксперименты со спектрами водорода и других элементов дали результаты, не вполне согласованные с основными положениями механики электронов в атоме. При проверке значений энергетических уровней атома водорода, вычисленных по формуле Зоммерфельда, были найдены небольшие отклонения. Измеренное значение магнитного момента электрона отличается на величину порядка одной тысячной от значения, получаемого из фундаментального уравнения для электрона.

Эти экспериментальные открытия повели к пересмотру теории и, в особенности, самого слабого её пункта: взаимодействия электрона с излучением. Это взаимодействие рассматривалось в теории,

*) *Reviews of Modern Physics* **21**, 305 (1949).

Перевод статьи В. Ф. Вайскопфа «Современные достижения в теории электрона» предоставляет нашему читателю возможность ознакомиться с теми попытками, которые были сделаны в последние годы зарубежными физиками для преодоления известных трудностей теории электрона. Речь идёт о так называемом методе перенормировки заряда и массы. Мы говорим о методе, а не о теории, так как последовательной теории частиц этим учёным развить не удалось. Этот метод представляет собой только определённый формальный приём исключения бесконечных, физически бессмысленных величин, к которым приводят как классическая, так и квантовая теории электрона. Однако нельзя не учитывать, что некоторые предсказания этого метода, которые ранее считались сомнительными, на самом деле получают экспериментальное подтверждение («нулевые» колебания, поляризация «вакуума»).

В. Ф. Вайскопф обходит молчанием советские работы в этой же области теоретической физики. Указания на эти работы читатель сможет найти в статье Я. А. Смородинского «Смещение термов водородоподобных атомов и аномальный магнитный момент электрона», УФН, т. XXXIX, вып. 3, ноябрь, 1949 г. *Ред.*

названной «квантовой электродинамикой», которая с того времени, как её основные положения были сформулированы Дираком в 1926 г., страдала некоторыми внутренними противоречиями, связанными со старой проблемой внутреннего строения электрона. Эти противоречия не давали возможности в рамках указанной теории строго подойти к решению вопросов, связанных с радиационными явлениями.

В последние годы, однако, появились теоретические работы, содержащие попытки отделить нерешённые проблемы и противоречия в рамках теории и увеличить точность её предсказаний, несмотря на то, что структура электрона и её роль в физических явлениях не понята. Эти работы дали вполне утешительные результаты. Предсказания теории находятся в полном согласии с новыми экспериментами, что в значительной степени повысило доверие к основным положениям «Квантовой электродинамики».

В настоящей статье делается попытка изложить эти новые работы в форме, доступной для физиков, не являющихся специалистами в излагаемых вопросах. В связи с этим можно дать лишь качественную и неполную картину рассматриваемых проблем. Нам не кажется целесообразным ограничивать эту статью только новейшими достижениями, поэтому в ней дан краткий обзор развития представлений об электронах, начиная с классической теории Лоренца и кончая теорией позитрона. Значение современных проблем нельзя оценить без анализа наиболее важных этапов развития теории.

1. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОНА

Трудно найти какое-либо другое открытие, которое привело бы к пониманию столь же широкого круга явлений, как открытие электронов. Многие явления, которые казались несвязанными между собой, как, например, оптические, электрические и химические, были объяснены с помощью электронной теории одним и тем же основным механизмом.

Основная заслуга создания последовательной классической электронной теории принадлежит Г. А. Лоренцу. Он высказал следующие основные предположения:

- 1) Электрон — элементарная частица с зарядом e и массой m .
- 2) Движение электрона определяется классической механикой, причём сила, действующая на электрон, задаётся выражением

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}],$$

где e и $\mathbf{v}$ — заряд и скорость электрона, а $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряжённости электрического и магнитного полей. Электромагнитное же поле

описывается системой уравнений Максвелла

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}, \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi \rho,$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad \text{div } \mathbf{H} = 0.$$

Источниками поля являются плотность зарядов ρ и плотность тока $\mathbf{j}$, которые обусловлены движущимися электронами.

В большинстве случаев можно рассматривать электрон как точечный заряд. В этих случаях легко написать выражение для поля, порождаемого электроном. Мы приведём только один простой пример: покоящийся электрон образует электрическое поле

$$\mathcal{E} = \frac{e}{r^2}, \quad (1)$$

где r — есть расстояние от электрона. Выражение для поля, окружающего электрон в движении, несколько более сложно.

Необходимо было сделать несколько дополнительных предположений, касающихся условий движения электрона в веществе. Лоренц предположил, что имеются несколько электронов в каждом атоме, которые упруго связаны с точкой равновесия и поэтому способны совершать гармонические колебания с данной частотой. В проводнике предполагалось существование дополнительных электронов, которые способны свободно двигаться. С помощью этих основных предпосылок оказалось возможным объяснить большое число явлений, как, например: поглощение, рассеяние и преломление света в среде, эффект Зеемана, оптические свойства металла по отношению к инфракрасному излучению и многое другое. Однако во многих случаях объяснение было только качественным. Некоторые детали явлений были непонятны. Нельзя было объяснить наличие упругой связи электрона внутри атома, в особенности, если стоять на точке зрения планетарной модели атома. С помощью теории нельзя было понять причину колебаний электрона внутри атома, а также определить их частоту.

Лоренц изучал также другую основную проблему: в каких пределах можно рассматривать электрон как точечный заряд? Он был вынужден сделать некоторые предположения о внутренней структуре электрона, для того, чтобы применить уравнения электродинамики внутри него. Приводим цитату из его книги «Теория электрона»:

«Когда я говорю о том, что происходит внутри электрона, так уверенно, как если бы я имел возможность заглянуть в эту маленькую частицу, я боюсь, не появится ли у кого-нибудь мысль о том, что было бы лучше, если бы я не пытался проникать во все эти детали. Моим оправданием должно быть то, что едва ли можно воздержаться от такого детального рассмотрения в том случае, когда желают иметь

совершенно определенную систему уравнений. Более того, как мы увидим позднее, из наших экспериментов можно кое-что заключить о размерах электрона. Во-вторых, необходимо отметить, что в тех случаях, когда может проявляться внутреннее строение электрона, соображения подобные тем, о которых шла речь, во всяком случае интересны независимо от того, правильны они или нет. В тоже время они ничему не вредят до тех пор, пока мы можем считать, что внутренняя структура играет малую роль».

Основная проблема в вопросе о структуре электрона в настоящее время может быть сформулирована очень просто, поскольку принцип эквивалентности массы и энергии *) получил всеобщее признание. Общая энергия $E_{\text{ст}}$ электростатического поля (1) электрона выражается следующим образом:

$$E_{\text{ст}} = \frac{1}{8\pi} \int \mathcal{E}^2 dv,$$

где интегрирование распространяется по всему пространству. $\mathcal{E}$ задается уравнением (1) вне электрона, но, конечно, применение его «внутри» электрона незаконно. Удобно предположить, что заряд электрона сконцентрирован на поверхности сферы радиуса a . В этом случае $\mathcal{E}$ должно исчезать внутри электрона, и мы получим:

$$E_{\text{ст}} = \frac{e^2}{2} \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{e^2}{2a}. \quad (2)$$

Любые другие предположения, касающиеся распределения заряда, не меняют общего характера (2): энергия электрического поля существенно зависит от радиуса электрона. Эта энергия должна являться частью энергии покоя электрона. Тогда мы получим с помощью соотношения Эйнштейна:

$$m = m_0 + \frac{E_{\text{ст}}}{c^2} = m_0 + \frac{e^2}{2c^2 a},$$

где m_0 — «механическая» масса электрона, под которой мы понимаем часть массы, имеющую неэлектромагнитное происхождение. Поскольку общая масса m известна экспериментально, можно найти нижний предел для радиуса электрона, если предположить, что вся масса электрона электрического происхождения (мы исключаем довольно искусственный выбор отрицательных значений для m_0):

$$a = \frac{e^2}{2mc^2} = r_0. \quad (3)$$

Радиус электрона, по крайней мере, равен r_0 . Величину r_0 обычно

*) Имеется в виду соотношение: $E = mc^2$. (Прим. ред.)

называют «классическим радиусом» электрона. Итак, мы вынуждены отбросить идею о точечном заряде.

Нет смысла детально обсуждать выводы, которые следуют из предположения о протяжённом классическом электро́не. Дальнейшие исследования внесли так много новых черт в теорию, что совершенно изменили классические представления об электро́не. Однако нужно упомянуть ещё об одном обстоятельстве. При каких энергиях в классической теории надо ожидать значительных расхождений между результатами теорий протяжённого и точечного электрона? Это различие, как легко видеть, скажется при подсчёте поперечного сечения рассеяния электронов на электронах или электронов на частицах с тем же зарядом (например, протонах), если энергия частиц велика настолько, что они могут приблизиться друг к другу на расстояние меньшее, чем a . Это случится при энергиях, превышающих $2mc^2$, т. е. больших, чем 1 Мэв . Можно заметить, что физики того времени были бы весьма удивлены, если бы им удалось провести такие эксперименты. Вместо того чтобы обнаружить эффект конечной протяжённости электрона, они наблюдали бы рождение пар электрон — позитрон.

Ниже в этой статье будет обсуждаться фундаментальная связь между рождением пар и проблемой структуры электрона.

2. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОНА

Проблемы структуры электрона вышли вскоре из поля зрения ввиду успешного развития квантовой теории электрона. Открытие кванта действия, боровская теория квантованных орбит в атоме и дуализм волновых и корпускулярных свойств электрона привели в конце концов к развитию квантовой механики. Была введена новая интерпретация механических представлений об импульсе, энергии, координате и скорости для последовательного описания фактов, кажущихся на первый взгляд противоречивыми, как, например, волновые и корпускулярные свойства электрона или стабильность планетарных орбит в атоме по отношению к столкновениям. Новая теория лучше всего известна в математической формулировке волнового уравнения Шредингера. Успех квантовой механики был колоссален. Многие нерешённые проблемы классической электронной теории были решены. Теперь можно понять и вычислить резонансные частоты атомов, стабильность электронных орбит и многие другие факты, которые нельзя было объяснить с точки зрения классической механики. Вряд ли имеется какое-либо явление в области физики атомов и молекул, которое, по крайней мере в принципе, не может быть объяснено с помощью квантовой механики. Стоит также отметить следующее: квантовая теория электрона установила, что все силы между атомами, молекулами и электронами имеют чисто электромагнитное

происхождение. Квантовая механика может ответить на все вопросы, касающиеся поведения электрона (или других частиц) в электромагнитных полях, если эти поля заданы в функции времени и координат. А в большей части проблем атомной физики как раз требуется получить ответ на вопрос: «как движется электрон в электрическом или магнитном поле определённого вида?». Однако возникают трудности, если интересуются вопросом: «Какие поля образуют заряды при своём движении?». Например, нельзя объяснить с помощью существующей теории тот факт, что атом в его основном состоянии не излучает, несмотря на то, что заряды находятся в быстром движении.

Тем не менее, оказалось возможным составить некоторое число определённых правил для подсчёта излучения атомных систем. Это было сделано с помощью двух принципов. Первый — это гипотеза о квантах света: свет частоты ν может излучаться и поглощаться только квантами энергии $h\nu$. Таким образом, испускание или поглощение кванта должны сопровождаться переходом из одного квантового состояния в другое, энергии которых различаются на $h\nu$.

Второй принцип — это принцип соответствия: система, находящаяся в квантовых состояниях с очень большой энергией возбуждения, обнаруживает механические свойства, которые можно получить из классического рассмотрения той же проблемы. Излучение с этих возбуждённых уровней должно быть таким же, как и подсчитываемое классически. Из этих двух принципов оказалось возможным вывести правила, с помощью которых можно успешно подсчитывать излучение, поглощение и рассеяние света атомными системами. Если длина волны света велика по сравнению с размерами системы, то последняя в квантовом состоянии n во многих случаях эквивалентна совокупности классических электрических осцилляторов с частотами, получаемыми из формулы:

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k,$$

где k — некоторое другое состояние системы. Эффективный заряд e этих осцилляторов определяется из формулы:

$$e^2 = e^2 f_{nk},$$

где f_{nm} — так называемая сила осциллятора:

$$f_{nk} = \frac{2m}{h} \nu_{nk} \left| \int \psi_n^* r \psi_k d\tau \right|^2, \quad (4)$$

где интеграл представляет собою матричный элемент r для перехода из состояния n в состояние k .

Проблема структуры электрона не входит в эту теорию. Теория допускает построение электронного волнового пакета с про

извольно малым диаметром, который может быть сделан даже меньше, чем a , если для построения пакета берутся длины волн, меньшие a . Поскольку проблема генерации полей квантово-механическими системами не была ещё ясно сформулирована, то и не возникало трудностей при рассмотрении поля, рождённого таким пакетом.

Стоит отметить, однако, что при столкновениях электронов с энергией порядка mc^2 уже нельзя считать электронный радиус $a = r_0$ равным минимальному расстоянию между двумя сталкивающимися электронами. Длина волны, соответствующая этой энергии, равна величине $\frac{h}{mc}$, значительно превышающей r_0 . Следовательно, невозможно локализовать электрон точнее, чем в пределах $\frac{h}{mc}$. Во время соударения среднее расстояние между электронами будет $\frac{h}{mc}$, и они практически никогда не приблизятся друг к другу на расстояние порядка радиуса.

3. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ И КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Квантовая теория электрона нуждалась в усовершенствовании по двум направлениям: необходимо было её обобщить для случая больших энергий, в соответствии с теорией относительности, а также найти последовательную трактовку взаимодействия материи с излучением.

Первым предпринял шаги в обоих направлениях Дирак. Ему удалось получить волновое уравнение для электрона, которое удовлетворяло требованиям релятивистской теории. Он использовал тот факт, что электрон имеет врождённый вращательный момент. Состояние электрона может быть всегда описано как суперпозиция состояний со спином, параллельным и антипараллельным данному направлению отсчёта, подобно тому, как это делается для поляризованного света. Таким образом, электронная волна рассматривалась как «спинорная» волна с двумя компонентами, соответствующими двум направлениям спина. Дирак показал, что для релятивистского волнового уравнения необходимо ввести ещё две компоненты, которые в случае малых скоростей много меньше, чем другие две. Электронная волна полностью описывается заданием всех четырёх компонент.

Дираковское релятивистское волновое уравнение определяет механические свойства такой четырёхкомпонентной волны. Для малых кинетических энергий (малых по сравнению с mc^2) две компоненты становятся очень малыми, а другие две в свою очередь переходят в решения нерелятивистских (шредингеровских)

волновых уравнений, причём каждое из них соответствует одному из двух направлений спина.

В нерелятивистской теории приходилось искусственным образом приписывать спинам некоторый магнитный момент μ , величина которого бралась из экспериментов. Дираковское релятивистское уравнение содержит в неявном виде взаимодействие спина с магнитным полем. Результирующий магнитный момент электрона $\mu = \frac{e\hbar}{2mc}$ находится в почти точном соответствии с экспериментом.

Из релятивистского волнового уравнения для электрона вытекает ряд физических следствий, с которыми трудно согласиться. Уравнение допускает решения, соответствующие состояниям частицы с отрицательной массой покоя. Кинетическая энергия частицы в таких состояниях отрицательна, а это значит, что такая частица должна двигаться в направлении, противоположном движению обычной частицы. Например: такая частица с электронным зарядом отталкивается полем протона. Подобные состояния, конечно, не реализуются в природе, хотя бы потому, что их энергия отрицательна и, следовательно, меньше энергии самого нижнего состояния с положительной массой покоя. Следовательно, должны были бы осуществляться переходы из обычных состояний в состояния с отрицательной энергией покоя и излучением квантов света. Таким образом, не может существовать устойчивых обычных состояний, поскольку имеется бесконечное число состояний с отрицательной энергией, и существует вероятность перехода в эти состояния с испусканием соответствующего кванта света. Эти состояния не могут быть исключены из рассмотрения только на том основании, что их не существует в природе, так как обычные состояния сами по себе не дают ещё полной системы решений. С физической точки зрения это значит следующее: если электрон с помощью определенного измерения помещён в некоторое состояние, то весьма вероятно, что оно будет являться комбинацией состояний, часть которых будет иметь отрицательную массу покоя. В том же случае, когда электрон локализован в объёме с линейными размерами, меньшими комптоновской «длины волны» $\lambda_c = \frac{h}{mc}$, состояния

с отрицательной массой покоя будут представлены в большом числе.

Перейдём теперь к дираковской трактовке излучения. Для того чтобы последовательно описать взаимодействие между материей и излучением, необходимо «квантовать» не только движение материальных частиц, но также и электромагнитное поле. Под «квантованием» мы понимаем последовательное применение определённых правил, которые позволяют перейти от классической механики к квантовой.

Применять эти правила к электромагнитному полю в пустоте относительно просто. Поле можно разложить на «компоненты Фурье» и считать суперпозицией монохроматических волн. Каждая из этих волн имеет динамические свойства, очень похожие на свойства гармонического осциллятора. Таким образом, «квантование» электромагнитного поля эквивалентно квантованию ряда гармонических осцилляторов и, следовательно, энергия каждой монохроматической волны может меняться только на величины, кратные $h\nu$. Следовательно, электромагнитная энергия частоты ν должна появляться порциями величины $h\nu$. Это и есть гипотеза о световых квантах. Следующим важным результатом является наличие нулевых флуктуаций поля: гармонический осциллятор в состоянии с наименьшей энергией ещё имеет некоторую конечную амплитуду колебаний. Применяя это к электромагнитному полю, мы заключаем, что даже в состоянии с наименьшей энергией в пространстве существуют электромагнитные колебания. Состояние с наименьшей энергией — это состояние, в котором нет световых квантов, но в этом состоянии средние квадраты напряжённостей поля не обращаются в нуль.

Теперь мы дадим оценку величины флуктуаций поля, усреднённую по объёму V линейных размеров a ($V = a^3$). Амплитуда B нулевых колебаний осциллятора частоты ν даётся выражением:

$$B \sim \left(\frac{h}{2m\nu} \right)^{\frac{1}{2}}; \text{ она соответствует колебанию с энергией } \frac{h\nu}{2}.$$

Основную часть флуктуаций поля в объёме a^3 составляют колебания с длиной волны $\lambda = \frac{c}{\nu} \sim a$. Амплитуда соответствует энергии $\frac{h\nu}{2}$, т. е. половине светового кванта. Величина $\frac{1}{4\pi} \langle \mathcal{E}_{\text{ср}}^2 \rangle a^3$ есть энергия поля, содержащаяся в a^3 ; это надо приравнять $\frac{h\nu}{2} = \frac{hc}{2a}$, так что мы получаем приблизительно:

$$\mathcal{E}_{\text{флукт}}^2 \sim \frac{hc}{a^4}. \quad (5)$$

Флуктуация поля тем больше, чем меньше выбранный объём.

Взаимодействие между светом и материей можно теперь описывать как взаимодействие между двумя квантованными системами: электромагнитным полем с одной стороны и электроном в атоме — с другой. Такое взаимодействие может быть рассмотрено с помощью существующих методов квантовой механики. Энергия взаимодействия даётся классическим выражением:

$$\int (\mathbf{j} \cdot \mathbf{A}) d\mathbf{v},$$

где $\mathbf{j}$ — плотность тока в атоме и $\mathbf{A}$ — векторный потенциал поля. Интеграл взят по всему пространству. Две переменные $\mathbf{j}$ и $\mathbf{A}$ суть физические величины, с которыми оперируют согласно правилам квантовой механики.

Дирак показал, что можно вычислять таким методом поглощение, испускание и рассеяние света и что результат получается такой же, как и при применении принципа соответствия. Например, испускание света при переходе из состояния n в состояние k описывается в этой теории следующим образом. В данный момент, скажем $t=0$, испускающий атом находится в возбужденном состоянии n , и все электромагнитные колебания находятся в своих основных состояниях. Вследствие взаимодействия энергии возбуждения $E_n - E_k$ переходит в одно из колебаний, частота которого, конечно, должна удовлетворять условию $\hbar\nu = E_n - E_k$. Вероятность P того, что по истечении времени t энергия возбуждения перешла в поле, как оказывается, должна иметь экспоненциальную зависимость от времени: $P = 1 - e^{-\Gamma t}$, где Γ — вероятность излучения в единицу времени.

Величина Γ дается выражением

$$\Gamma = \frac{2}{3} \frac{e^2 v_{nk}^2}{mc^3} f_{nk},$$

в соответствие с вероятностью излучения осциллятора силы f_{nk} , определенной согласно (4). Дираковская квантовая электродинамика дала более последовательный вывод результатов, полученных с помощью принципа соответствия, но она также внесла несколько новых и серьезных трудностей.

Структура и размер электрона снова появились в теории. Трудности возникли из-за взаимодействия электрона с нулевыми флуктуациями поля. Рассмотрим свободный электрон, на который действует поле осциллятора напряженности $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{i\nu t}$: электрон совершает вынужденные колебания частоты ν со смещением x_ν ; средний квадрат $\langle x_\nu^2 \rangle_{\text{ср}}$ этого смещения и средний квадрат скорости $\langle \dot{x}_\nu^2 \rangle_{\text{ср}}$ свободного электрона даются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \langle x_\nu^2 \rangle_{\text{ср}} &= \frac{1}{2} \frac{e^2 \mathcal{E}_0^2}{m^2 \nu^4}, \\ \langle \dot{x}_\nu^2 \rangle_{\text{ср}} &= \frac{1}{2} \frac{e^2 \mathcal{E}_0^2}{m^2 \nu^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Кинетическая энергия этих колебаний электрона равна

$$E = \frac{1}{2} m \langle \dot{x}^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{e^2 \mathcal{E}_0^2 \lambda^2}{4 mc^2}, \quad (6a)$$

где λ — длина волны, соответствующая частоте ν . Следовательно,

нулевые колебания поля сообщают электрону некоторое количество энергии. Предположим на минуту, что электрон представляет собой сферу с радиусом a . Тогда только волны с длиной волны $\lambda > a$ будут действовать на электрон; волны с $\lambda \gg a$ не существенны, так что мы можем в (6а) положить $\lambda = a$. Если мы теперь возьмём величину (5) в качестве средней величины $\langle \mathcal{E}_0^2 \rangle_{\text{ср}}$ по объёму a^3 , мы получим для энергии $E_{\text{флукт}}$, приобретённой электроном за счёт нулевых флуктуаций поля,

$$E_{\text{флукт}} \sim \frac{e^2 \hbar}{4 \pi c a^2}. \quad (7)$$

В более точных вычислениях надо исходить из выражения (6), которое даёт действие на электрон напряжённости поля осциллятора с амплитудой $\mathcal{E}_0$ и частотой ν . Чтобы вычислить величину $\mathcal{E}_0^2$ для нулевых колебаний, мы заключим электромагнитное поле и электрон в большой объём Ω . Амплитуду нулевого поля $\mathcal{E}_0 e^{i\nu t}$ одного соответственного колебания можно вычислить, полагая общую энергию колебания равной

$$\frac{1}{8\pi} \int (\mathcal{E}^2 + H^2) dv = \frac{1}{8\pi} \mathcal{E}_0^2 \Omega = \frac{h\nu}{2}; \quad \mathcal{E}_0^2 = \frac{4\pi h\nu}{\Omega}.$$

Мы применяем хорошо известную формулу

$$Z(\nu) dv = \Omega \left(\frac{\nu^2}{\pi^2 c^3} \right) d\nu,$$

которая даёт выражение для числа собственных колебаний в частотном интервале $d\nu$. Так как нулевые колебания разных частот статистически независимы, их вклады в величину среднего квадрата смещения и скорости складываются, и мы получаем выражения для этих величин:

$$\langle x^2 \rangle_{\text{ср}} = \int \langle x_\nu^2 \rangle_{\text{ср}} Z(\nu) d\nu = \frac{2e^2 \hbar}{\pi m^2 c^3} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu}, \quad (8)$$

$$\langle \dot{x}^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{2e^2 \hbar}{\pi m^2 c^3} \int \nu d\nu; \quad (9)$$

интегралы берутся от нижнего предела ν_0 до ∞ . Частота ν_0 зависит от характера связи электрона. $\hbar\nu_0$ — величина порядка энергии связи. Если частота колебаний поля становится меньше частоты ν_0 , электрон нельзя больше рассматривать как свободный, и выражение (6) также становится несправедливым. Учёт эффекта связи эквивалентен отбрасыванию частот ниже ν_0 .

Выражения (8) и (9) приводят к бесконечностям. Это особенно неприятно в случае квадрата скорости, потому что он приводит к бесконечной кинетической энергии $E_{\text{флукт}}$, приобретённой электроном за счёт нулевых флуктуаций,

$$E_{\text{флукт}} = \frac{m}{2} \langle \dot{x}^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{e^2 \hbar}{\pi m c^3} \int_0^\infty \nu d\nu. \quad (10)$$

Это выражение содержит квадратично расходящийся интеграл. Так как эта энергия есть необходимая часть общей энергии электрона, она должна составлять часть его энергии покоя mc^2 . Чтобы сохранить массу конечной, необходимо, сделать некоторые предположения о структурных свойствах электрона, которые исключали бы взаимодействие с высокими частотами поля. Мы можем сделать это, введя верхний предел $\nu_{\text{макс}}$ для частот, взаимодействующих с электроном. На этом пределе мы обрезаем интеграл в (10). Энергия флуктуации принимает вид:

$$E_{\text{флукт}} = \frac{e^2 \hbar}{2 \pi m c^3} \nu_{\text{макс}}^2 \quad (7a)$$

и мы можем определить верхнее значение для $\nu_{\text{макс}}$, положив $E_{\text{флукт}}$ равной mc^2 :

$$h\nu_{\text{макс}} \leq \left(2 \pi \frac{hc}{e^2} \right)^{\frac{1}{2}} mc^2 \approx 15 \text{ Мэв}. \quad (76)$$

Это ограничение должно устранить взаимодействие кванта, энергия которого превышает 15 Мэв, с покоящимся электроном, что весьма маловероятно. Введение $\nu_{\text{макс}}$ соответствует предположению, что радиус электрона $a = c/\nu_{\text{макс}}$, откуда ясно, что (7) и (7a) эквивалентны.

Из уравнения (76) следует, что величина $a \approx \left(\frac{hc}{e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$. Эта величина больше классического предела (3); таким образом, радиус электрона, полученный при рассмотрении энергии флуктуаций, получается даже большим, чем радиус электрона, который мы получим при рассмотрении энергии электрического поля. Однако надо заметить, что при взаимодействиях с квантом света, энергия которого больше $2mc^2$, играют существенную роль решения с отрицательной массой. Таким образом, эти состояния будут играть существенную роль при рассмотрении проблемы собственной энергии электрона.

Два дираковских обобщения квантовой механики — релятивистское волновое уравнение и квантовая электродинамика — оказались очень существенными для решения некоторых вопросов, а именно: объяснение магнитного момента электрона, вывод зоммерфельдовской

формулы тонкой структуры, последовательный вывод выражений для поглощения, испускания и рассеяния света. Но одновременно возникли две фундаментальные трудности:

1) Существование состояний электрона, в которых масса отрицательна. Этот факт вызывает нестабильность нормального связанного состояния, вследствие возможности испускания кванта высокой энергии с переходом в состояние с отрицательной массой. Таким образом, «нормальные» состояния электрона имеют очень сильное «резонансное» взаимодействие со световым квантом высокой энергии.

2) Квантование электромагнитного поля вводит нулевые флуктуации поля. Для того чтобы их вклад в энергию электрона оставался в пределах наблюдаемой величины массы, надо коренным образом изменить взаимодействие электрона со световыми квантами энергии $h\nu > (137 mc^2)^{\frac{1}{2}}$. В следующем параграфе будет показано, что теория позитрона устранила первую трудность и полностью изменила аспект второй.

4. ТЕОРИЯ ПОЗИТРОНА

Явление рождения позитрона и электрона световым квантом вносит новый аспект в теорию электрона. Этот фундаментальный процесс может быть описан таким образом: световой квант, энергия которого больше чем $2mc^2$, может быть поглощён вакуумом в присутствии сильных электрических полей; при этом возникает пара, состоящая из положительного и отрицательного электронов.

Два выдающихся факта проявляются в этом явлении: существование положительного электрона и факт, что вакуум имеет физические свойства, позволяющие ему поглощать свет и порождать электроны. Следовательно, физическое описание вакуума должно быть более сложным, чем до сих пор, и должно содержать могущие породиться скрытые электронные пары.

Дираку удалось обратить порок теории в её достоинство, применив неприемлемые состояния с отрицательной массой для описания вакуума. Дираковская интерпретация этих состояний даёт почти совершенное описание вакуума и объясняет существование позитронов. Состояния с отрицательной массой соответствуют, в некотором смысле, состояниям частицы с противоположным зарядом, так как они движутся в противоположных направлениях в любом электромагнитном поле. Однако они ещё неприемлемы, так как имеют отрицательную кинетическую энергию. Интерпретация, устраняющая эту трудность, может быть сформулирована так: согласно принципу запрета Паули любое состояние может быть либо занято одним единственным электроном, либо не занято.

Заполнение состояния с энергией E_i увеличивает общую энергию системы на величину E_i , уход электрона из этого состояния уменьшает общую энергию на E_i . Интерпретация Дирака состояний с отрицательной массой состоит в обмене местами слов «заполнение» и «уход». Мы решили назвать заполненное состояние с отрицательной массой «пустым» и пустое состояние «занятым». Переход из «пустого» в «занятое» связано тогда с изменением энергии на $-E_i$. Так как E_i само отрицательно, энергия в действительности увеличивается на $+(E_i)$. Трудность с отрицательной энергией, таким образом, устраняется.

Теперь вакуум можно формально описывать, предполагая, что все состояния с отрицательной массой заняты электронами. «На самом деле» они не заняты, это лишь наша интерпретация, поэтому не нужно беспокоиться о бесконечной плотности заряда, которая получилась бы, если бы действительно все состояния с отрицательной массой были бы заняты. Волновые функции, которые представляют отсутствие позитронов, суть те же самые функции, которые представляли бы присутствие электронов с отрицательной массой. Новое здесь в том, что «отсутствие» частицы описывается теперь волновой функцией. Это является, конечно, выражением того факта, что вакуум имеет физические свойства, описанные выше; он заполнен «скрытыми» электронами. Эта интерпретация сразу устраняет трудность, которую вносят состояния с отрицательной массой. Поскольку эти состояния в вакууме заняты, то электрон из нормальных состояний не может перескочить в них. Таким образом, нормальные состояния не являются более нестабильными по отношению к переходу в состояние с отрицательной массой. Они более не находятся в «резонансном» взаимодействии с произвольно большим световым квантом.

Рождение пар описывается теперь так: световой квант вызывает переход электрона из заполненного состояния с отрицательной массой в состояние с положительной массой. В результате получаем электрон в состоянии с положительной массой и незанятое состояние с отрицательной массой. Последнее должно быть интерпретировано как занятое состояние позитрона с положительной массой. Следовательно, световой квант рождает две частицы — положительную и отрицательную — с положительными массами.

Такой переход может происходить только в присутствии внешних полей. Без этих полей нельзя удовлетворить законам сохранения энергии и импульса. Вероятность таких переходов можно вычислить и результаты превосходно согласуются с экспериментальным материалом. Противоположным процессом является аннигиляция положительного и отрицательного электронов с испусканием либо одного кванта, либо двух квантов в свободном от

от поля пространстве. Этот процесс может быть описан в нашей картине как переход электрона в «незаполненное» состояние, которым изображается позитрон. Этот переход сопровождается испусканием световых квантов.

Новая трактовка вакуума оказала мощное воздействие на проблему собственной энергии электрона. Свойства вакуума по отношению к электронам теперь в некотором смысле аналогичны его свойствам по отношению к электромагнитному полю, а именно, существуют нулевые флуктуации электрического заряда и электрического тока в вакууме. Эти флуктуации очень малы, если их усреднить по объёму с линейными размерами, большими комптоновской длины волны $\lambda = \frac{h}{mc}$; они представляют собой виртуальные электронные пары, которые под воздействием световых квантов могут реально стать существующими.

Рассмотрим теперь свойства «вакуума» вблизи реального электрона. Тогда будет существовать взаимодействие, главным образом за счёт принципа запрета Паули, между этим электроном и виртуальными зарядами. Согласно этому принципу электроны не могут подойти близко друг к другу. Два электрона одинакового спина не подходят ближе чем на расстояние d , определяемое их относительным импульсом p : $d \sim \frac{h}{p}$. (Они не должны находиться в одном и том же элементарном объёме фазового пространства.)

Присутствие реального электрона в вакууме вносит некоторые изменения в «распределение заряда» вакуума. В отсутствии возмущения это распределение заряда должно быть в среднем равно 0. Волновые функции, которые представляют электроны отрицательной массы, также немного изменяются вблизи реального электрона. Это изменение распределения заряда, по сравнению с невозмущённым вакуумом, проявляется как расползание заряда электрона, так как электроны вакуума отталкиваются от реального электрона. Вычисления показывают, что это расползание достаточно, чтобы изменить классическую электростатическую собственную энергию до $\frac{e^2}{hc} mc^2 \ln \frac{\lambda_c}{a}$. Здесь a — «радиус» электрона или, если определить точнее, a есть такая предельная длина волны, что поля с $\lambda < a$ не взаимодействуют с электроном. Ещё более радикально изменяется, при введении нашей новой концепции вакуума, влияние колебаний нулевого поля на электрон. Это происходит потому, что колебания поля взаимодействуют также с виртуальными электронными парами вакуума. Пока их частоты много меньше чем $\frac{2mc^2}{h}$ (минимальная частота кванта, при которой может родиться пара), влияние «вакуума» очень мало и прежние вычисления (6)

смещений $\langle x_v^2 \rangle_{\text{ср}}$ и их скорости $\langle \dot{x}_v^2 \rangle$ пока законны. Для частот, больших $\frac{2mc}{h}$, колебания поля уже сильно воздействуют на виртуальные электронные пары и индуцированные флуктуации заряда и тока вакуума интерферируют с индуцированными флуктуациями самого электрона. Эта интерференция несколько уменьшает величину индуцированного смещения и скорости.

Для того чтобы грубо оценить это уменьшение, надо умножить выражение (6) для $h\nu > 2mc^2$ на фактор $\left(\frac{mc^2}{h\nu}\right)^2$.

$$\left. \begin{aligned} \langle x_v^2 \rangle_{\text{ср}} &= \frac{1}{2} \frac{e^2 \mathcal{G}_0^2}{m v^4} \left(\frac{mc^2}{h\nu} \right)^2 \\ \langle \dot{x}_v^2 \rangle_{\text{ср}} &= \frac{1}{2} \frac{e^2 \mathcal{G}_0^2}{m v^2} \left(\frac{mc^2}{h\nu} \right)^2 \end{aligned} \right\} \text{ для } h\nu > 2mc^2. \quad (6')$$

Качественно этот эффект объяснить трудно. Он связан с принципом запрета Паули, согласно которому электроны стремятся удалиться один от другого. Таким образом, флуктуации заряда и тока вакуума вблизи электрона имеют тенденцию находиться в противоположной фазе по отношению к флуктуациям самого электрона и, поэтому, последние уменьшаются из-за интерференции. Учёт этих эффектов представляет собой определённое усовершенствование теории. Среднее смещение $\langle x^2 \rangle_{\text{ср}}$ не приводит больше к бесконечностям. Расходящийся интеграл в (8) теперь сходится для частот, больших $\frac{2mc^2}{h}$, к выражениям (6'); тогда мы получаем:

$$\langle x^2 \rangle_{\text{ср}} = \frac{2e^2 h}{\pi m^2 c^3} \ln \frac{fmc^2}{h\nu_0}, \quad (11)$$

где f — фактор порядка 1, который можно определить, если точно учесть вклад от более высоких частот. Средний квадрат скорости (9) остаётся бесконечным, но расходимость только логарифмическая. Из (6') мы получаем:

$$\langle \dot{x}^2 \rangle_{\text{ср}} \sim \frac{2e^2 h}{\pi m^2 c^3} \left[\int_0^{\frac{2mc^2}{h}} \nu d\nu + \left(\frac{mc^2}{h} \right)^2 \int_{\frac{2mc^2}{h}}^{\infty} \frac{d\nu}{\nu} \right].$$

Энергия флуктуации $E_{\text{флукт}} = \frac{m}{2} \langle \dot{x}^2 \rangle_{\text{ср}}$ принимает вид

$$E_{\text{флукт}} = \frac{e^2}{\pi h c} mc^2 \ln \left(\frac{fh\nu_{\text{макс}}}{mc^2} \right),$$

где f — численный фактор и $\nu_{\text{макс}}$ — частота, на которой происходит обрезание. Чтобы сохранить эту энергию меньшей общей энергии mc^2 электрона, достаточно теперь считать $a = \frac{c}{\nu_{\text{макс}}}$ бóльшим, чем $\frac{h}{mc} \exp\left(-\frac{hc}{e^2}\right)$. Этот нижний предел намного меньше любой длины, рассматривавшейся до сих пор. Теперь нет необходимости самовольно вмешиваться во взаимодействие электрона со световыми квантами с энергиями в несколько *Мэв*.

Конечно, ещё неудовлетворительно то, что нельзя выбрать предел, равный бесконечности, не получив при этом бесконечных собственных энергий; таким образом, внутренняя структура электрона появится кое-где в теории. Однако некоторые изменения во взаимодействии между светом и веществом определенно должны наступить при очень больших энергиях, когда мы вполне можем ожидать появления новых явлений (ядерного или мезонного типа). До сих пор мы обсудили влияние «реального» электрона на вакуум, имеющее место вследствие принципа Паули. Имеется ещё одно влияние, хотя более слабое, обусловленное электрическим взаимодействием и проявляющееся в форме смещения электронов вакуума. Этот эффект легче описать не для «реального» электрона, а для протона, помещенного в вакуум. Волновые функции всех состояний с отрицательными массами деформируются в присутствии протона. Так как вакуум описывается недеформированными состояниями, разность между деформированными и недеформированными состояниями должна дать обычную плотность заряда. Это называется поляризацией вакуума внешним зарядом (протоном).

Протон индуцирует в вакууме плотность заряда ρ_i . Вычисление показывает, что $\rho_i(\mathbf{r})$, как функция положения $\mathbf{r}$ имеет следующий вид:

$$\rho_i(\mathbf{r}) = A\rho_0(\mathbf{r}) + \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\rho_0(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'. \quad (12)$$

Здесь $\rho_0(\mathbf{r})$ — плотность внешнего заряда; в нашем случае ρ_0 — плотность заряда протона, A — константа, а $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ — функция расстояния между точками $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$. Интеграл распространён по всем точкам $\mathbf{r}'$. Выражение для индуцированного заряда состоит из двух частей. Первый член прямо пропорционален плотности индуцирующего заряда ρ_0 ; вторая часть — действие на расстоянии.

Согласно этому члену, точечный заряд при $r = 0$ (как например, протон) должен дать распределение заряда $G(r)$. $G(r)$ отлично от нуля только на расстояниях, меньших комптоновской длины волны λ_c . Эффект тот же самый, как если бы диэлектрическая постоянная вакуума была отлична от единицы примерно на $1/137$

в пределах области порядка λ_c . Важно отметить, что первая часть принципиально ненаблюдаема *). Её нельзя отделить от первоначальной плотности заряда ρ_0 , так как она всегда индуцируется им. То, что обычно измеряется на практике как заряд протона, есть не e , а $(1 + A)e$. Таким образом, это представляет собой не что иное, как перенормировку заряда. Только второй член имеет физический смысл. Но при такой интерпретации мы сталкиваемся с серьёзной трудностью — фактор A логарифмически расходится ($A \sim \frac{e^2}{hc} \ln \frac{\lambda_c}{a}$), если радиус «обрезания» приравнен к нулю. Это

означало бы, что внешний заряд протона ρ_0 индуцирует в вакууме в том месте, куда он помещён, заряд, который изменяет первоначальное значение на бесконечную величину. Правда, это изменение само по себе не наблюдаемо, так как на практике всегда наблюдают общий заряд — внешний плюс индуцированный. Однако тот факт, что индуцированный заряд бесконечен для $a = 0$, представляет серьёзную трудность для теории.

Вакуум поляризуется не только протоном, но также и электроном. В этом случае положение усложняется вследствие явлений обмена между внешним электроном и электронами вакуума. Однако остаётся в силе тот факт, что электрон, рассматриваемый как точка ($a = 0$), также индуцирует в вакууме заряд, который является бесконечной добавкой к его первоначальному заряду. Таким образом, внутренняя структура электрона имеет отношение не только к его массе, но и к заряду.

Можно сделать эти бесконечные добавки конечными, не изменяя второго члена в (12), если произвольно отбросить взаимодействие с электронами поля с длиной волны, меньшей a . Здесь так же, как и в случае собственной энергии, бесконечность получается из взаимодействия при очень больших энергиях. Можно надеяться, что будущая теория изменит это взаимодействие так, чтобы константа A оставалась конечной и небольшой. Несмотря на эти трудности, теорию позитрона можно рассматривать как большой шаг вперёд в нашем понимании электрона. Действительно, при помощи новой интерпретации состояний с отрицательными массами, данной Дираком, стало возможным объяснить новые явления рождения пар и аннигиляции и устранить несколько фундаментальных трудностей уравнения Дирака:

1) Исключаются радиационные переходы из обычных состояний в состояния с отрицательными массами.

*) Как читатель заметил, Вайскопф иногда формулирует объективные физические закономерности на языке субъективного восприятия, характерном для позитивистов. На самом деле в данном контексте речь идёт не о принципиальной ненаблюдаемости эффекта, а о том, что его первая часть неотделима от самого понятия величины заряда. (Ред.)

2) Энергия флуктуаций гораздо менее чувствительна к структуре электрона вследствие её логарифмической зависимости от радиуса электрона.

3) Среднее квадратичное смещение электрона под действием флуктуаций поля конечно и не зависит от радиуса или структуры электрона.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Квантование электромагнитного поля до сих пор не было особенно успешным. Правда, оно дало возможным вывести выражение для поглощения, испускания и рассеяния света, которые раньше основывались только на рецептах, полученных при помощи принципа соответствия. С другой стороны, появились новые трудности, связанные с нулевыми колебаниями электромагнитного поля и их влиянием на собственную энергию электрона. Квантовая электродинамика ещё не показала своего превосходства над принципом соответствия. Наоборот, её современные выражения для электромагнитных явлений становятся лишёнными смысла, так как, последовательно придерживаясь теории, нам приходится полагать массу электрона равной бесконечности во всех случаях, где она встречается.

Ободрённые некоторыми новыми опытами, о которых будет сказано позже, учёные попытались недавно найти наблюдаемые эффекты, непосредственно связанные с новыми чертами, введёнными квантовой электродинамикой. Основная теоретическая трудность заключалась в том, как отделить бесконечности масс и зарядов от остального в теории, чтобы получить результаты, имеющие физический смысл. Это было сделано отделением выражений для бесконечной массы и заряда в пределах теории, в надежде, что масса и заряд сделаются конечными при дальнейшем усовершенствовании теории. Эта процедура возможна, так как члены собственной энергии и бесконечный заряд появляются главным образом из-за взаимодействия с квантами света очень больших энергий и поэтому в широких пределах не зависят от взаимодействия электрона с полями, обычно встречающимися в природе. Поэтому они могут быть выделены как добавочная масса и заряд электрона. Для заряда это уже было показано в последнем параграфе при обсуждении выражения (12). Отделение члена, представляющего массу, математически гораздо более сложно, но может быть сделано аналогичным путём. Оказывается, что трансформационные релятивистские свойства членов, встречающихся в вычислении, очень важны для нахождения непротиворечивого правила, указывающего, какую часть выражения для собственной энергии считать членом,

представляющим массу. Необходимо было заново сформулировать квантовую электродинамику так, чтобы релятивистская инвариантность теории не оставляла сомнений и стала более ясной. Эта очень трудоёмкая задача была выполнена Швингером и независимо от него С. Томанайгой.

Имеется, однако, небольшая часть собственной энергии, которая не содержится в массе и которая происходит от взаимодействия с колебаниями низших частот. Она зависит от внешних условий и может привести к слабому смещению энергетических уровней, зависящему от условий связи, а также к слабому изменению некоторых основных свойств электрона. Это, в основном, вызвано эффектом смещения электрона под действием нулевых колебаний, среднее квадратичное которого $\langle x_y^2 \rangle_{\text{ср}}$ оказывается конечным и целиком обусловлено взаимодействием с низкими частотами. В случае, соответствующем реальному эксперименту, а именно в случае смещения уровней водородоподобных атомов, это может быть показано с помощью совсем простых вычислений.

Рассмотрим стационарное состояние n электрона в кулоновском поле, волновая функция которого ψ_n . Кулоновское поле описывается потенциальной энергией $V(r) = \frac{Ze^2}{r}$, где r — расстояние от ядра. Средняя потенциальная энергия $\langle V \rangle_{\text{ср}}$ в состоянии n может быть выражена в форме:

$$\langle V \rangle_{\text{ср}} = \int V(r) |\psi_n(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}, \quad (13)$$

где $|\psi_n(\mathbf{r})|^2$ — хорошо известная вероятность нахождения электрона в точке $\mathbf{r}$; интеграл берётся по объёму. Это выражение должно быть изменено, принимая во внимание существование нулевых колебаний. Заранее предполагается, что действие этих колебаний на электромагнитную массу содержится в наблюдаемой массе m электрона. Однако имеется также влияние на потенциальную энергию, так как электрон вынужден колебаться около положения $\mathbf{r}$. Ниже будет показано, что это колебание несколько изменяет среднее значение потенциальной энергии. Этим изменением и обусловлено смещение энергетических уровней.

Чтобы вычислить это изменение, заменяем $V(\mathbf{r})$ в уравнении (13) на $V(\mathbf{r} + \mathbf{x})$, где $\mathbf{x}$ — нулевое колебание электрона. Применяем разложение Тейлора вследствие малости величины x^* :

$$V(\mathbf{r} + \mathbf{x}) = V(\mathbf{r}) + \text{grad } V \cdot \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta V \cdot \frac{\mathbf{x}^2}{3}, \quad (14)$$

*) Простейшая форма третьего члена в [14] получается потому, что в среднем $\langle x_x x_y \rangle_{\text{ср}} = 0$, $x_x^2 = x_y^2 = x_z^2 = \frac{\mathbf{x}^2}{3}$.

где ΔV — оператор Лапласа, действующий на V :

$$\Delta V = \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] V.$$

Второй член в среднем равен нулю, так как $\mathbf{x}$ — случайная величина. Таким образом, добавка δE_n к средней потенциальной энергии состояния n имеет вид:

$$\delta E_n = \frac{1}{6} \int \Delta V \cdot \langle x^2 \rangle_{\text{ср}} |\psi_n(\mathbf{r})|^2 dv.$$

Лапласиан кулоновского потенциала пропорционален плотности заряда ρ_0 , который его создаёт: $\Delta V = 4\pi e\rho_0$; ρ_0 — плотность заряда ядра, которую мы приблизительно изображаем δ -функцией *) $\rho_0 = Ze\delta(r)$, где Ze — заряд ядра. Таким образом, для δE_n получаем:

$$\delta E_n = \frac{2\pi}{3} Ze^2 |\psi_n(0)|^2 \langle x^2 \rangle_{\text{ср}}, \quad (15)$$

где $|\psi_n(0)|^2$ — интенсивность волновой функции в ядре; чтобы вычислить смещение уровня, мы подставляем выражение (11), найденное для $\langle x^2 \rangle_{\text{ср}}$, в уравнение (15).

Частота ν_0 , фигурирующая в уравнении (11), зависит от связи электрона и имеет величину порядка частоты Ридберга ν_R для электрона в водородоподобном атоме. Так как ν_0 появляется только под знаком логарифма, то неважно знать её точное значение.

Бете⁷ показал, что для квантового состояния n ν_0 выражается формулой

$$\ln h\nu_0 = \frac{\sum_m |\rho_{nm}|^2 (E_m - E_n) \ln |E_m - E_n|}{\sum_m |\rho_{nm}|^2 (E_m - E_n)},$$

где E_n — энергия состояния n , а суммы распространены на все другие квантовые состояния m . ρ_{nm} — матричный элемент импульса для перехода из состояния n в состояние m .

Можно видеть, что $|\psi(0)|^2$ исчезает для всех состояний, за исключением S -состояний (состояний с орбитальным моментом, равным нулю), для которых справедливо простое соотношение:

$$|\psi_n(0)|^2 = \frac{Z^3}{\pi l^3 n^3}, \quad (16)$$

где $l = \frac{h^2}{me^2}$ — боровский радиус. Таким образом, смещение уровней исчезает для состояний с орбитальным моментом, отличным от нуля. Для S -состояний смещение уровня получаем окончательно из

*) δ -функция $\delta(r)$ равна нулю всюду, за исключением $r=0$. Она нормируется так, что объёмный интеграл $\int \delta(r) dv$ равен 1.

уравнений (15), (11), (16). Практически удобно выразить его в форме относительного смещения, деля δE_n на энергию E_n уровня, которая дана соотношением Бальмера $E_n = \frac{Z^2 m e^4}{2 \hbar^2 n^2}$:

$$\frac{\delta E_n}{E_n} = \frac{8}{3\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^3 \frac{Z^3}{n} \ln \frac{f m c^2}{\hbar \omega_0}. \quad (17)$$

Точное вычисление для термина $2S_{1/2}$ даёт значение: $\nu_0 = 18 \nu_p$, $f = 1,3$. Таким образом, S -уровни водородоподобных атомов должны быть смещены вверх (δE_n — положительно) на небольшие величины относительно значений, данных формулой Зоммерфельда. Это — непосредственное действие нулевых колебаний, и его экспериментальная проверка даёт прочную опору квантовой электродинамике.

Поляризация вакуума протоном также даёт смещение, которое должно быть добавлено к (17).

Как следует из рассуждений, в последнем параграфе единственным наблюдаемым эффектом является небольшая поляризация вокруг протона на протяжении λ_c . Вычисление показывает, что она вызывает смещение линии $\delta E'_n$:

$$\frac{\delta E'_n}{E_n} = - \frac{8}{15\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^3 \frac{Z^3}{n}. \quad (18)$$

Величина его — лишь около $1/40$ смещения δE_n . Наиболее надёжный опыт по определению смещения линий был осуществлён Лэмбом и Резерфордом на водороде. Согласно формуле Зоммерфельда, уровни $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$ атома водорода совпадают по энергии, а уровень $2P_{3/2}$ должен лежать на 10 000 мегациклов выше. Лэмб и Резерфорд измерили уровень $2S_{1/2}$ по отношению к двум другим уровням и нашли, что уровень $2S_{1/2}$ смещён вверх приблизительно на 1060 Мгц, что хорошо согласуется с теоретической формулой (17). Сходные смещения были найдены Маком и Копферманом и Паулем в гелии. Проведённые измерения недостаточно точны, чтобы обнаружить столь малые смещения, как смещения, вызванные поляризацией вакуума (см. (18)). Последующие эксперименты покажут, можно ли этот добавочный эффект считать реально существующим.

Другой важный результат, полученный этими методами, — это исправление фактора g для электрона. Согласно уравнению Дирака, магнитный момент электрона μ_e равен $\frac{\hbar e}{2mc}$. Отношение этой величины к механическому моменту электрона $\frac{\hbar}{2}$ равно $g \left(\frac{e}{2mc} \right)$, где $g = 2$, в отличие от значения этого отношения для орбитальных движений, в котором $g = 1$. Если правильно учесть взаимодействие электрона с полем излучения, то получится, что g не точно равно 2, а $g = 2 + \frac{e^2}{\pi \hbar c}$.

К сожалению, невозможно дать качественное описание этого эффекта таким же образом, как было объяснено смещение уровней.

Сам по себе спин электрона — такое явление, которое нельзя изобразить наглядно. Путь к пониманию этого эффекта можно найти, если вспомнить, что магнитный момент электрона Дирака является следствием круговых токов с радиусом $\frac{h}{mc}$. Нулевые колебания электромагнитного поля в некоторой степени влияют на эти токи, и это создаёт флуктуации тока, индуцированные в «вакууме». Эти взаимодействия вызывают небольшое изменение магнитного момента. Количественный результат прекрасно согласуется с последними опытными измерениями². Магнитный момент электрона был определён с большой точностью из эффекта Зеемана на нескольких дублетах тонких структур. Хотя поправку к фактору g нельзя истолковать просто, она является важнейшим результатом квантовой электродинамики, так как дело идёт об одном из основных свойств свободного электрона — его магнитном моменте.

Большие успехи квантово-электродинамических представлений в этих двух отдельных случаях доказывают, что в основных идеях есть большая доля правды. Основное достижение недавних исследований состоит в том, что был найден непротиворечивый и релятивистски инвариантный путь к отделению тех эффектов взаимодействия между светом и электроном, которые могут быть интерпретированы как добавочная масса и заряд, от остальных эффектов, дающих наблюдаемые явления. Добавочная масса и заряд содержатся в наблюдаемых значениях m , и e и никогда не могут быть наблюдаемы сами по себе. Не надо забывать, однако, что эти величины всё ещё бесконечны в данной теории. Это означает, что взаимодействие электрона со световыми квантами очень большой энергии ещё не понято. При каких-то очень больших энергиях внутренняя структура электрона, неизвестно пока каким образом, должна будет играть существенную роль в будущей теории. В настоящее время эта структура проявляется в форме произвольной длины a , которую мы ввели как радиус электрона, чтобы сделать его массу и заряд конечными величинами. Важность последних достижений состоит в признании следующего факта: в проблемах, связанных со строением атома, только масса и заряд электрона являются «зависимыми от структуры» (т. е. зависят от величины a и стремятся к бесконечности при a , равном нулю), в то время как все другие эффекты, как сечение рассеяния, энергетические уровни, магнитные моменты и т. д., могут быть вычислены без каких-либо допущений относительно структуры электрона.

Может быть имеет некоторое значение тот факт, что теория электрона в области высоких энергий не может быть дана в совершенно удовлетворительной форме без введения чего-либо нового. Не может быть чистой случайностью, что заряд протона и мезона

равен заряду электрона, или что классический радиус электрона r_0 , почти равен радиусу действия ядерных сил. Должна существовать связь между квантовой электродинамикой и будущей теорией мезонов и ядерных сил, которая в настоящее время существует только в зачаточной форме. Связь между этими теориями должна иметь значение для электрона только при энергиях порядка энергии покоя мезона или выше. Это значение достаточно велико (больше $100 Mэв$), и поэтому результаты теории в области атомных энергий останутся неизменными. Можно надеяться, что понимание этой связи приведёт к решению проблемы электромагнитной массы и индуцированного заряда электрона. Мы заметили при рассмотрении классической электронной теории, что эксперимент по рассеянию, с помощью которого устанавливаются пределы применимости классической теории, выявляет существование позитронов. Этот факт имеет фундаментальное значение для дальнейшего развития теории.

Эксперимент, с помощью которого попытаются проверить применимость современной теории в области больших энергий ($100 Mэв$ и больше), вероятно, приведёт к образованию мезонов. Возможно, это укажет на большую роль мезонов в будущей теории электрона. С помощью новых ускорителей, которые сейчас конструируются, можно будет достигнуть этих критических значений энергии. Можно надеяться, что явления, открытые с помощью этих новых приборов, прольют новый свет на фундаментальные проблемы связи между элементарными частицами.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. E. Lamb and R. C. Retherford, Phys. Rev. **72**, 241 (1947).
2. Nate, Nelson and Rabi, Phys. Rev. **71**, 914 (1947).
3. S. Tomonaga, Prog. Theor. Phys. **1**, 27 (1946).
4. Koba, Tati and Tomonaga, Prog. Theor. Phys. **2**, 101, 198 (1947).
5. S. Kaneshawa and S. Tomonaga, Prog. Theor. Phys. **3**, 1 (1948).
6. S. Tomonaga, Phys. Rev. **74**, 224 (1948).
7. H. A. Bethe, Phys. Rev. **72**, 339 (1947).
8. H. Lewis, Phys. Rev. **73**, 173 (1948).
9. H. Kramers, Solvay Report, 1948.
10. J. Schwinger, Phys. Rev. **73**, 415 (1948).
11. J. Schwinger, Phys. Rev. **74**, 1439 (1948).
12. J. Schwinger, Phys. Rev. **75**, 651 (1949).
13. R. P. Feynman, Phys. Rev. **74**, 939; 1430 (1948).
14. F. J. Dyson, Phys. Rev. **73**.
15. F. J. Dyson, Phys. Rev. **75**.
16. N. M. Kroll and W. Lamb, Phys. Rev. **75**, 338 (1949).
17. T. Welton, Phys. Rev. **74**, 1157 (1948).
18. J. B. French and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. **75**, 1240 (1949).