1949 г. Март *Т. XXXVII, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

КОНСТРУКЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ УСКОРИТЕЛЕЙ

*Дж. К. Слетер**)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 316
I. Свойства периодически нагруженных волноводов 320
II. Фурье разложение поля, коэффициент модуляции и поправка на время пролёта 329
III. Групповая скорость в нагруженном волноводе 331
IV. Затухание в волноводе 332
V. Ввод мощности в волновод 334
VI. Влияние геометрических факторов на ускорение 340
VII. Входной импеданс труб со стоячими и бегущими волнами. VIII. Специальный случай колебаний типа π. IX. Питание линейных ускорителей. X. Питание от вибратора с самовозбуждением. XI. Допуски в длинном ускорителе. XII. Динамика частиц в ускорителе. XIII. Применение динамики электронов к различным типам ускорителей. XIV. Поперечное движение и фокусировка частиц.

ВВЕДЕНИЕ

Линейным ускорителем называется прибор для получения электронов или положительно заряженных частиц большой энергии, в котором используется переменное поле, и частицы движутся по прямой линии (а не по криволинейной орбите в магнитном поле, как в циклотроне, бетатроне или синхротроне). Он является, по существу, некоей разновидностью нагружённого волновода, в котором создаётся переменное поле большой амплитуды, такое, что его можно представить в виде ряда бегущих волн, одна из которых распространяется со скоростью ускоряемой частицы. Частицы, имеющие подходящую начальную фазу, будут всё время двигаться в фазе с этой волной и непрерывно приобретать энергию, как если бы они находились в постоянном поле. Меняя поле по мере продвижения частицы по волноводу (в соответствии с её ускорением), можно в принципе получить частицы любой энергии.

---

*) J. C. Slater, Rev. Mod. Phys. 20, 473 (1948). Перевод В. Авербаха.

Из сказанного видны основные достоинства и недостатки линейного ускорителя. К числу первых относятся: отсутствие большого магнита, необходимого в циклических приборах, пропорциональность размеров и стоимости установки первой (а не более высокой, как в циклотроне) степени достигаемой энергии, благодаря чему линейный ускоритель может оказаться, по крайней мере при очень больших энергиях, более экономичным; наконец, тот факт, что частицы автоматически испускаются узким пучком, в то время как в циклических ускорителях выпуск пучка составляет одно из основных затруднений. Принципиальным недостатком линейного ускорителя является то обстоятельство, что отдельная частица, вместо того чтобы двигаться в одном и том же переменном поле, питающемся от одного источника, должна пройти через ряд таких полей, использующих разные источники энергии. Это приводит к значительному усложнению высокочастотного оборудования и к трудностям, связанным с постройкой очень длинной, требующей тщательного изготовления трубы с присоединёнными к ней источниками энергии. Технически затруднительно также обеспечить согласование фаз переменных полей на всей (весьма большой) длине прибора, необходимое для того, чтобы поле менялось в такт с ускорением частицы.

Есть ещё одна конструктивная трудность, отсутствующая у циклических приборов. Она становится ясной после небольшого расчёта. В любом приборе частицы, перед тем как достигнуть большой энергии, должны пройти длинный путь по прямой линии, по кругу или по спирали. На этом пути они могут отойти от своей идеальной орбиты, оказавшись, таким образом, потерянными для пучка. Это «расширение пучка» может быть двух видов. Во-первых, расширение в буквальном смысле слова — дефокусировка. Во-вторых, во всех ускорительных устройствах, кроме бетатрона, частицы движутся группами, отстоящими друг от друга на одну длину волны, так что каждая группа находится в фазе с ускоряющей волной. Частицы могут рассеиваться «продольно», опережая свою группу или отставая от неё. В циклотроне и синхротроне частицы, движущиеся в фазе с ускоряющей волной, оказываются и в фазе, нужной для фокусировки, так что стабильность системы обеспечивается автоматически. Однако в линейном ускорителе частицы, движущиеся в фазе, необходимой для ускорения и группировки, дефокусируются. Это обстоятельство очень серьёзно для протонного ускорителя, но не существенно для электронного, так как дефокусировка уменьшается до нуля по мере достижения частицей скорости света.

Пока ещё слишком рано подробно разбирать достоинства и недостатки линейных ускорителей. Из других электронных ускорителей практичными являются: ленточный электростатический генератор вплоть до энергий порядка 20 MeV, бетатрон—в интервале от 20 до, вероятно, нескольких сот MeV и синхротрон—от

нескольких сот MeV до примерно миллиарда eV, где, как принято считать [26], потери на излучение практически ставят предел дальнейшему ускорению частиц. Электростатический генератор в области своей применимости является идеальным лабораторным прибором, дающим строго монохроматические частицы в хорошо коллимированном луче; однако линейный ускоритель, питаемый электронной пушкой под сравнительно небольшим напряжением, может оказаться более дешёвым и столь же удобным для получения рентгеновских лучей и для других целей, не требующих исключительной однородности частиц по энергиям. Бетатрон и синхротрон в той области энергий, в которой они могут использоваться, дешевле, чем линейный ускоритель, но не намного. Они, возможно, дают более монохроматические пучки, однако получить в них хорошо коллимированный пучок электронов гораздо труднее, чем в линейном ускорителе. Главная область их применения — получение рентгеновских лучей. В области энергий выше миллиарда eV линейный ускоритель является, вероятно, единственным практически пригодным, если только трудности с излучением в синхротроне действительно столь велики, как кажется. Исходя из наших современных знаний, не представляется невозможным построить линейный электронный ускоритель на миллиард eV, и он будет лишь немного дороже протонного синхротрона, рассчитанного на ту же область энергий. Конечно, возможности линейных ускорителей легче будет оценить, когда вступят в действие строящиеся в настоящее время приборы этого типа, рассчитанные на энергии порядка 30 MeV.

Из ускорителей положительных ионов ленточный электростатический генератор хорош в области до 20 MeV, а обычный циклотрон встречает релятивистские трудности около 200 MeV. Синхроциклотрон идеально приспособлен для энергий порядка нескольких сот MeV. Попытки расширить область его применимости показали, однако, что при энергиях порядка 600 MeV конструкция дуант и постройка магнита встречают некоторые трудности, которые становятся очень серьёзными при энергиях около миллиарда eV и, вероятно, непреодолимы при ещё больших энергиях. Для получения положительных ионов с энергиями в несколько миллиардов eV предлагается протонный синхротрон — прибор, в котором магнитное поле и частота одновременно модулируются так, чтобы поддерживать частицу в фазе с электрическим полем, сохраняя при этом постоянным радиус её орбиты. Для этого нужен только кольцевой магнит, цена которого не так быстро растёт с энергией, как в синхро-циклотроне с его массивным сплошным магнитом. Кроме того, ускоряющие электроды могут быть сравнительно небольшими, а встречающиеся здесь частоты столь малы, что частотная модуляция осуществляется просто.

В настоящее время практически осуществима постройка протонного синхротрона на 2—10 миллиардов eV. По сравнению с такими

приборами линейные ускорители немного могут сказать в свою пользу. Мы уже говорили о трудности с дефокусировкой, которая очень существенна для линейного ускорителя положительных ионов. В настоящее время она позволяет применять протонные линейные ускорители лишь для получения сравнительно небольших энергий (примерно в циклотронной области). Кроме того, существующие сейчас линейные ускорители протонов значительно больше по своим размерам (и, следовательно, значительно дороже), чем электронные ускорители того же типа, рассчитанные на ту же область энергий. Таким образом, линейные ускорители протонов по своей стоимости вряд ли могут конкурировать с электростатическим генератором или циклотронами различных типов. Во время написания этой статьи кажется маловероятным, чтобы было предпринято сооружение протонных линейных ускорителей, рассчитанных на большие энергии. Мало вероятна также постройка новых приборов этого типа для получения сравнительно небольших энергий.

Линейный ускоритель не является новым изобретением. Слоун [20,33—35] и другие с умеренным успехом работали в этой области в последние десять лет перед войной. Создание во время войны мощных источников энергии высокой частоты—таких, как магнетроны—позволило питать линейный ускоритель нужным количеством энергии, работая импульсным методом. Обещая действительно большие ускорения, это обстоятельство сделало линейные ускорители заманчивым объектом дальнейшей работы. После войны исследования развивались по двум основным направлениям, близко связанным друг с другом; оба они выросли на почве работ по радарам. Во-первых, Альварец [15,16,19,20,22,24,27,31] в Калифорнийском университете (в Беркли) работал над созданием ионного ускорителя. Он работал на частоте около 200 мегациклов, пользуясь радиооборудованием для радаров, рассчитанных на ту же частоту. Во-вторых, ряд лабораторий занимался электронными ускорителями, пользуясь мощными магнетронами с длиной волны около 10 *см*, построенными для целей радиолокации. Эта программа выполнялась в Исследовательской лаборатории по электронике Массачузетского технологического института [16,20,30,32]. Она возникла в прямом развитии идей, сложившихся в лаборатории излучения того же института в конце войны, но вся работа и детальное проектирование были проведены уже после образования исследовательской лаборатории по электронике. Аналогичная работа в США проводилась также в General Electric Company *), в университетах в Стэнфорде [10, 15], Виргинии [11], Йельском [25] и др. [1,2,3,17]. За границей широкие работы велись в Англии в Telecommunications Research Establishment (TRE) [14], в Политехническом институте в Мексико и в ряде других мест. Насколько известно автору этой статьи, исследования везде развивались

*) Статьи печатаются в Journ. Appl. Phys.

по одним и тем же линиям, с небольшими расхождениями в мнениях в каждый момент работы. Автор имел возможность воспользоваться предварительными отчётами лабораторий в Стэнфорде, где Хансен и его сотрудники добились значительных успехов, и TRE, где теоретическая группа во главе с Уолкиншо и экспериментальная группа сделали подробные и полные обзоры вопроса. Рассмотрение проблемы в настоящей статье и в работах указанных выше групп имеет много общих черт. Настоящая работа была проведена почти во всех отношениях независимо от других в последние два года в Массачузетском технологическом институте (МТИ), и казалось целесообразным сделать эту статью полной, даже если она и будет перекрываться с работами других групп.

Проект МТИ является как теоретическим, так и экспериментальным. Он посвящён изучению конструктивных особенностей большого ускорителя и созданию экспериментальной установки для ускорения электронов до энергий порядка 20 MeV. По завершении проекта соответствующая группа опубликует экспериментальную работу с обсуждением результатов. Пока можно отметить, что ряд результатов, изложенных в настоящей статье, уже был проверен экспериментально.

I. СВОЙСТВА ПЕРИОДИЧЕСКИ НАГРУЖЕННЫХ ВОЛНОВОДОВ

Фазовая скорость волны в волноводе больше скорости света в вакууме. Частица не может двигаться с такой скоростью, поэтому для создания поля в линейном ускорителе нужны более сложные системы. Все применяемые на практике системы состоят из периодически нагруженных волноводов различных типов. Мы и рассмотрим в этом разделе свойства таких волноводов, подчёркивая не столько индивидуальные особенности различных структур, сколько их общие черты, которыми обладают все такие системы без исключения. Значительная часть результатов уже известна в математической физике из многих задач о распространении волн в периодических структурах — таких, как теория нагруженной струны, электрических фильтров, теория электронов в металле и кристаллических твёрдых телах, дифракция электронов и рентгеновских лучей. Взаимоотношения этих проблем разобраны в книге Л. Бриллюэна «Распространение волн в периодических структурах» (1946 г.). Во время войны аналогичные методы были применены автором для исследования резонансных колебаний в многополостном магнетроне (это кратко затронуто в работе [31]). Поскольку эти общие методы хорошо известны, мы изложим многие результаты в общих чертах, без доказательства или подробного обсуждения. Наиболее часто употребляемые структуры схематически показаны на рис. 1 (*а* — волновод с диафрагмами, используемый в большинстве коротковолновых электронных ускорителей, в том числе в приборе МТИ; *б* — система, применённая в ионном уско-

рителе Альвареца). Обращаясь к конкретному примеру, мы обычно будем иметь в виду случай (*а*), но большинство наших замечаний применимо и к системе Альвареца.

Изучение распространения волн в периодических структурах основывается на так называемой теореме Флокэ. Формулировка её весьма проста: волновая функция (в электромагнитном случае—значения электрического и магнитного полей), соответствующая данному типу колебаний и данной частоте, при продвижении вдоль структуры на один период умножается на данную комплексную константу. Доказательство этой теоремы несложно и вытекает из того факта, что система, сдвинутая вдоль своей оси (выбранной за ось z) на один период L, совпадает с первоначальной. Следовательно, новая волновая функция может отличаться от старой лишь постоянным множителем, который мы напишем в виде $e^{-\gamma L}$, где γ — константа (вообще говоря, комплексная). Существует весьма простая функция, умножающаяся на $e^{-\gamma L}$, когда z возрастает на L. Это — показательная функция $e^{-\gamma z}$. Можно показать, что наиболее общей функцией, обладающей таким свойством, является произведение $e^{-\gamma z}$ на произвольную периодическую функцию z с периодом L (не меняющуюся при изменении z на L). Последнюю можно представить в виде ряда Фурье (написанного в комплексной форме), т. е. как сумму экспонент $e^{-2\pi n i z/L}$ (n — положительное или отрицательное целое число) с подходящими коэффициентами. Таким образом, волновая функция системы может быть написана в виде суммы показательных функций $e^{-(\gamma z+2\pi n i z/L)}$ с подходящими коэффициентами. Истолкование этого результата зависит от характера γ. Вообще говоря, эта константа комплексная, но можно доказать, что в системе без диссипации энергии она должна быть либо действительной, либо чисто мнимой. В случае действительного γ каждый член ряда уменьшается с увеличением z, и мы имеем затухающую волну. Такие волны нельзя применить для ускорения частиц. В случае чисто мнимого γ мы можем написать: $\gamma = i\beta_0$. Введя обозначение:

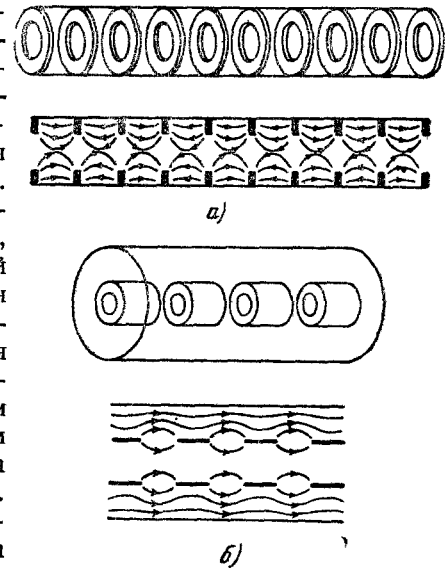

Рис. 1.

$$\beta_n = \beta_0 + 2\pi \frac{n}{L}, \qquad (1)$$

можно записать наши экспоненты в виде $e^{-i\beta_n z}$. Умножая это на $e^{i\omega t}$, чем выражается синусоидальная зависимость поля от времени, получим отдельную компоненту Фурье в виде $e^{i(\omega t-\beta_n z)}$. Эта функция представляет собой бегущую волну с угловой частотой ω и длиной волны $\frac{2\pi}{\beta_n}$, распространяющуюся вдоль оси z со скоростью $v_n = \frac{\omega}{\beta_n}$. Теперь из уравнения (1) видно, что возмущение, вызванное периодической нагрузкой, можно рассматривать как наложение множества бегущих волн с различными скоростями v_n, уменьшающимися (по абсолютной величине) при больших значениях n. Каждая волна входит со своим коэффициентом (амплитудой).

Некоторые из этих бегущих волн можно использовать в линейном ускорителе. Именно: скорости многих компонент Фурье оказываются меньше скорости света. Следовательно, одна из них может равняться скорости ускоряемой частицы. Такая компонента будет резонировать с частицей в том смысле, что соотношение фаз волны и частицы будет оставаться постоянным (до тех пор, конечно, пока частица не ускорится достаточно для того, чтобы обогнать волну; подобные вопросы будут рассмотрены позднее).

Частица, резонирующая с одной компонентой Фурье-разложения поля, не будет резонировать с остальными компонентами, так как они распространяются с другими скоростями. В самом деле, в системе координат, связанной с движущейся частицей, резонирующая компонента представляется постоянным полем: производимый ею эффект не меняется на протяжении многих периодов. Другие же компоненты, движущиеся относительно частицы с большой скоростью, представляются быстро осциллирующими во времени полями, которые не оказывают в среднем почти никакого влияния на движение частицы. Почти для всех целей ими можно полностью пренебречь. Таким образом, мы приходим к весьма существенному результату: только одна Фурье-компонента поля, созданного периодической структурой, распространяется с той же скоростью, что и частица; эта компонента действует, как бегущая синусоидальная волна; только её и нужно учитывать, рассматривая движение частицы. Однако все компоненты Фурье имеют конечную амплитуду и, следовательно, несут энергию, которую и растрачивают, если стенки волновода обладают конечной проводимостью. Эти потери энергии совершенно бесполезны с точки зрения ускорения частиц. Следовательно, надо найти такой способ возбуждения волновода, при котором амплитуда резонирующей компоненты оказывается много больше всех остальных.

Чтобы определить скорость каждой компоненты в функции частоты (ω) и отсюда найти резонансную частоту, нужно знать зависимость β_0 и, следовательно, β_n от частоты. Это — нелёгкая задача, которую мы обсудим позднее. Однако можно легко получить некоторые общие результаты. Рассмотрим ω как функцию β_0. Легко показать, что

она периодична относительно β_0 с периодом $\frac{2\pi}{L}$. В самом деле, пусть β_0 возрастает на $\frac{2\pi}{L}$. Тогда, согласно уравнению (1), величина, обозначавшаяся ранее через β_{-1}, также возрастёт и станет равной прежнему значению β_0. Аналогично, все β_n окажутся равными прежним β_{n+1}. Таким образом, изменится номер каждой отдельной величины β_n, но весь набор их останется неизменным. Физически это ничего не меняет, так как коэффициенты Фурье зависят только от численного значения β_n, и частота не может измениться. Также легко показать, что ω является чётной функцией β_0, т. е. она не меняется при изменении знака β_0. Это вытекает из того, что физическая картина не меняется при следующих двух преобразованиях: а) переходе от данной волновой функции к комплексно-сопряжённой, когда $e^{i(\omega t-\beta_n z)}$ заменяется на $e^{-i(\omega t-\beta_n z)}$, б) перемене знака времени, после чего мы получаем $e^{i(\omega t+\beta_n z)}$. Окончательный результат сводится к изменению знака у всех β_n без изменения свойств системы (в частности, частоты).

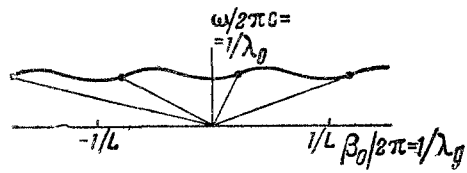

Рис. 2. Частота как функция обратной длины волны в волноводе для периодически нагруженной линии. Наклоны радиусов-векторов представляют фазовую скорость различных компонент Фурье, делённую на скорость света.

Вследствие этих двух теорем ω как функция β_0 имеет вид, изображённый на рис. 2. На графике удобно откладывать не ω и β_0, а $\frac{\omega}{2\pi c}=\frac{1}{\lambda_0}$ и $\frac{\beta_0}{2\pi}=\frac{1}{\lambda_g}$, где c—скорость света в вакууме, λ_0—длина волны в вакууме, λ_g — длина волны в волноводе, соответствующая $n=0$. Мы видим, что последняя величина не определяется однозначно: к $\frac{1}{\lambda_g}$ всегда можно добавить целое кратное $\frac{1}{L}$ без изменения ω. Иначе говоря, $\frac{1}{\lambda_0}$ есть периодическая функция $\frac{1}{\lambda_g}$ с периодом $\frac{1}{L}$. Видно также, что v_0, фазовая скорость компоненты Фурье с $n=0$, делённая на скорость света в вакууме c, даётся формулой:

$$\frac{v_0}{c}=\frac{\omega}{\beta_0 c}=\frac{\lambda_g}{\lambda_0},$$

т. е. она равна тангенсу угла наклона радиуса-вектора, проведённого в данную точку кривой. Если этот угол больше 45°, то v_0 больше c, в противном случае — меньше c.

Нанося на графике значения $\frac{1}{\lambda_g}$, отделённые друг от друга интервалом $\frac{1}{L}$, и проводя соответствующие радиусы-векторы (см.

рис. 2), мы найдём фазовые скорости всех компонент Фурье, связанных с данной волновой функцией. Из рисунка ясно видно, что фазовая скорость уменьшается с увеличением номера n. Ясно также, что имеются компоненты Фурье как с положительными, так и с отрицательными скоростями, т. е. волны, распространяющиеся как вправо, так и влево.

Рассмотрим теперь качественно на отдельном примере, как получаются кривые типа изображённых на рис. 2.

В качестве примера возьмём изображённую на рис. 1,a трубу с ирисовыми диафрагмами.

Поставим себе задачей выяснить, как меняются кривые при изменении размеров отверстий в диафрагмах, при неизменном расстоянии между последними, от одного предельного случая — полного отсутствия диафрагм, до другого — исчезающе малых отверстий, когда волновод состоит из ряда цилиндрических полостей, разделённых проводящими стенками *).

Мы рассмотрим только волны поперечного магнитного типа, в которых магнитные силовые линии направлены по кругам около оси цилиндрического волновода, а электрическое поле находится в плоскости, проходящей через ось, и не зависит от угла поворота этой плоскости вокруг оси. Именно этот тип обычно встречается в цилиндрических полостях, где электрическое поле направлено вдоль оси z от одной стенки к другой и пропорционально $J_0(kr)$ $\left(k=\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)$, а магнитное поле пропорционально $J_1(kr)$. Собственная частота определяется из условия, чтобы E_z равнялось нулю на внешней стенке полости, т. е. при $r=R$, где R — радиус цилиндра. Мы имеем, таким образом, $J_0\left(2\pi\frac{R}{\lambda_0}\right)=0$. Как известно, первый нуль $J_0(x)$ равен 2,405, т. е. резонанс наступает при $2\pi\frac{R}{\lambda_0}=2{,}405$. Рассмотрим теперь последовательность случаев, относящихся к этому типу колебаний полости, меняя радиусы отверстий в диафрагмах, но оставляя неизменными расстояния между последними.

Начнём со случая полного отсутствия диафрагм (радиус отверстия a равен радиусу цилиндра R). Мы имеем здесь обычный ненагруженный волновод, длина волны в котором λ_g связана с длиной волны в вакууме λ_0 хорошо известным соотношением:

$$\frac{1}{\lambda_0^2}=\frac{1}{\lambda_g^2}+\frac{1}{\lambda_c^2}, \qquad (2)$$

где λ_c — критическая длина волны. Эта последняя определяется как такая длина волны в свободном пространстве, при которой λ_g стано-

*) Эта проблема подробно исследована автором аналитическими и численными методами, приводящими к количественно правильным результатам. См. [30].

вится бесконечной, т. е. поле в волноводе перестаёт зависеть от z. При этом задача становится точно такой же, как в уже рассмотренном случае цилиндрической полости, так что критическая длина волны совпадает с найденным там значением λ_0, т. е.

$$2\pi \frac{R}{\lambda_c} = 2{,}405. \qquad (3)$$

Мы видим, что уравнение (2) даёт гиперболическую связь между $\frac{1}{\lambda_0}$ и $\frac{1}{\lambda_g}$, как это изображено на рис. 3. Когда $\frac{1}{\lambda_0}$ меньше $\frac{1}{\lambda_c}$ (т. е. когда длина волны в свободном пространстве больше критического значения), кривая не имеет действительных точек. Это означает, что распространение таких волн невозможно; мы имеем чисто мнимую длину волны, описывающую затухание. Для всех более высоких частот гипербола лежит выше биссектрисы координатного угла, указывая, что фазовая скорость здесь больше скорости света; она асимптотически стремится к последней при больших частотах. В этом случае, естественно, в волноводе нет никакой периодичности. Следовательно, нет и периодичности на графике рис. 3.

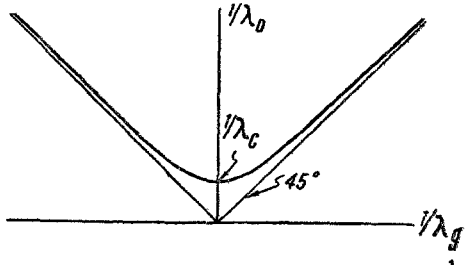

Рис. 3. Гипербола, представляющая $\frac{1}{\lambda_0}$ как функцию $\frac{1}{\lambda_g}$ в ненагруженном волноводе.

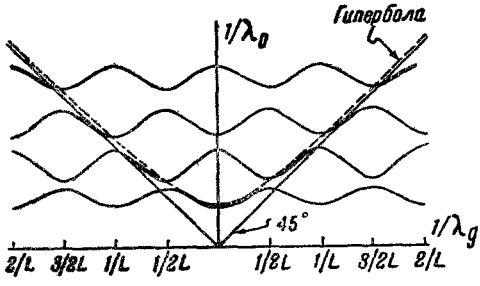

Рис. 4. $\frac{1}{\lambda_0}$ в функции $\frac{1}{\lambda_g}$ для периодически нагруженного волновода (при небольшой нагрузке). Жирная часть кривой соответствует рис. 3.

Однако даже очень маленькие диафрагмы (такие, что радиус отверстия a почти равен R) существенно меняют дело, внося периодичность. Из рис. 4 можно усмотреть, каким образом это происходит. Изменение частоты, ничтожное в большей части области изменения β_0, становится существенным вблизи $\frac{\beta_0}{2\pi} = \frac{1}{2L}$. Смысл этой величины весьма прост: она соответствует $L = \frac{\lambda_g}{2}$, т. е. тому случаю, когда расстояние между диафрагмами равно половине длины волны в волноводе. Посмотрим, как распространяется волна такой длины.

Можно считать, что каждая диафрагма вызывает рассеяние волн, в результате которого они делятся на прошедшую и отражённую части; последняя распространяется в обратном направлении. При $L = \frac{\lambda_g}{2}$ отражённая от данной диафрагмы волна будет на 2π сдвинута по фазе относительно волны, отражённой от предыдущей диафрагмы; то же самое произойдёт и с прошедшими волнами. Таким образом, все отражённые волны смогут интерферировать, производя заметный эффект. В действительности, они интерферируют столь сильно, что волна вообще не может распространяться в бесконечно длинном волноводе такого типа, если нет потерь: расчёт показывает, что амплитуды отражённой и падающей волн равны друг другу, и образуется стоячая волна. Это — то же самое явление, которое известно в теории диффракции рентгеновских лучей под именем брэгговского отражения.

Положение станет яснее, если рассмотреть амплитуды различных компонент Фурье-разложения поля в нашей задаче. Допустим, что $\beta_0/2\pi$ равно значению $\beta_n/2\pi$, ближайшему к обратной длине волны, которая распространялась бы при данной частоте в ненагруженном волноводе. Тогда для большинства частот (или β_n) будет заметно отлична от нуля только одна компонента Фурье, связанная с β_0. В самом деле, оказывается, что для положительных β отражённая волна характеризуется $n = -1$; многократно отражённым волнам соответствуют другие значения n. Отражённые волны, если только не выполняется упомянутое выше брэгговское условие, будут весьма слабы, так как волны, отражённые от различных диафрагм, не смогут усилить друг друга в результате интерференции. Поэтому компонента Фурье, связанная с $n = -1$, будет мала, а все другие — ещё меньше. Однако по мере приближения к критическому значению $\frac{\beta_0}{2\pi} = \frac{1}{2L}$, коэффициент Фурье, соответствующий $n = -1$, возрастает и по достижении критического значения становится равным амплитуде компоненты с $n = 0$. По прохождении критического значения все коэффициенты Фурье, кроме соответствующего $n = 0$, опять уменьшаются. При $\frac{\beta_0}{2\pi} = \frac{1}{L}$, когда диафрагмы отстоят друг от друга на одну длину волны, опять выполняются условия интерференции и появляется отражённая волна, на сей раз соответствующая $n = -2$ и т. д.

Рассмотрим теперь периодическую структуру кривых рис. 4. Жирная часть кривой изображает описанную выше зависимость частоты от β_0. Она отклоняется от гиперболы, характеризующей ненагруженный волновод, только вблизи критических точек — $\frac{\beta_0}{2\pi} = \frac{m}{2L}$, где m — целое число. В этих точках кривая имеет разрыв; одной и той же длине волны в волноводе соответствуют две

допустимые частоты. Можно показать, что они связаны с двумя различными типами колебаний. Оба эти типа представляют собой стоячие волны (так как падающая волна в этих условиях полностью отражается); одна из них — синусоидальная, другая — косинусоидальная. Следовательно, диафрагмы попадают в пучности одной из этих волн и в узлы другой; неудивительно поэтому, что они по-разному влияют на частоты этих двух типов колебаний. Волны, частота которых попадает внутрь разрывов, не могут распространяться; значение β_0 для них становится мнимым, т. е. мы получаем затухающую волну. Другими словами, весь интервал частот разбивается на ряд полос пропускания, в которых возможно распространение волн, отделённых друг от друга зонами затухания. Периодически нагруженный волновод, таким образом, подобен фильтру, обладающему бесконечным числом полос пропускания. При нагрузке, стремящейся к нулю, мы получаем случай (рис. 3), когда зоны сливаются, и возможно распространение волн со всеми частотами, превышающими критическую.

В силу уже упоминавшейся периодичности частоты как функции β_0, кривые рис. 4 являются периодическими. Жирно начерченные части их в предельном случае исчезающей нагрузки сводятся, как мы видели, к гиперболе рис. 3, но и другие ветви кривых имеют такое же право на существование. Они соответствуют различным условиям нумерации чисел β. До сих пор наибольший коэффициент Фурье соответствовал $n = 0$. Другие ветви кривых отвечают системам нумерации, в которых коэффициент Фурье для $n = 0$ мал, но зато велика какая-нибудь другая компонента. В рассматривавшейся сейчас задаче первоначально избранная нами система нумерации является самой естественной. Однако с увеличением диафрагм это уже не так ясно, так как целый ряд коэффициентов Фурье заметно отличен от нуля, и другие системы нумерации могут оказаться столь же разумными, как и наша.

Из рис. 4 видно, что теперь, в отличие от случая рис. 3, могут распространяться волны, фазовая скорость которых меньше скорости света. Кривые имеют вид, уже рассмотренный на рис. 2, и мы знаем, что любой частоте из полосы пропускания соответствует бесконечное число скоростей, каждая из которых определяется точкой пересечения кривой $\omega(\beta)$ с прямой $\omega = \text{const}$. Однако каждая из этих скоростей принадлежит определённой компоненте Фурье, а единственная заметно отличная от нуля компонента изображается на рис. 4 жирной линией, которая в большей своей части лежит всё же выше биссектрисы координатного угла и, следовательно, соответствует фазовой скорости, большей c. Другими словами, хотя диафрагмы и приводят к появлению в Фурье-разложении поля компонент с небольшими фазовыми скоростями, амплитуды этих компонент для малых диафрагм малы и, следовательно, не могут быть эффективно использованы для ускорения частиц.

Дело, однако, меняется при дальнейшим увеличении диафрагм, т. е. при уменьшении отношения $\frac{a}{R}$ (a — радиус отверстия). В этом случае кривые более похожи на представленные на рис. 2. Они могут опуститься так, что фазовая скорость наибольшей компоненты Фурье сделается меньше c. Кроме того, в результате сильного рассеяния волн на диафрагмах, амплитуды других компонент (в частности, отвечающих малым скоростям) могут заметно возрасти. Конечно, эти эффекты связаны друг с другом, и хотя теперь уже компоненты Фурье с малыми скоростями, пригодные для использования в ускорителе, обладают достаточно большими амплитудами, возникает новое затруднение: другие компоненты также имеют заметные амплитуды и также несут заметную долю энергии, что бесполезно с точки зрения работы ускорителя. Пусть, например, волновод нагружен так, что фазовая скорость волн так называемого π-типа меньше c, и пусть мы используем их для ускорения (волнами типа π именуются такие, у которых разность фаз, соответствующая расстоянию от одной секции до другой, $\beta_0 L$, равна π; это означает, что $\frac{\beta_0}{2\pi} = \frac{1}{2L}$ — брэгговскому критическому значению). Но мы уже видели, что при этом возникает отражённая волна той же амплитуды, что и падающая. Она бесполезна для нашей цели, и вся энергия, заключённая в отражённой волне, теряется. Или, допустим, мы пользуемся волной типа $\frac{\pi}{2}$, в которой $\beta_0 L = \frac{\pi}{2}$; $\frac{\beta_0}{2\pi} = \frac{1}{4L}$. Как видно из рисунка, в этом случае надо ещё сильнее нагрузить волновод, чтобы фазовая скорость оказалась меньше c. Тогда станут заметными и амплитуды других волн, распространяющихся в ту же сторону, и значительная доля энергии уйдёт в них. Как бы то ни было, мы всегда должны «платить штраф» за уменьшение скорости волны, и этот штраф тем больше, чем больше достигнутое уменьшение.

В пределе отверстия в диафрагмах полностью исчезают. Волновод превращается тогда в набор изолированных цилиндрических полостей, каждая из которых колеблется независимо от других. Для возбуждения колебаний, соответствующих различным значениям β_0, мы должны только установить между соседними полостями разность фаз, равную $\beta_0 L$. Частота в пределе не зависит от β_0, так что кривые $\omega = \omega(\beta)$ вырождаются в прямые, параллельные оси абсцисс, а полосы пропускания сжимаются в линии.

Разрешённые частоты — ординаты этих линий — легко найти: это как раз собственные частоты цилиндрической полости. Наименьшая из них даётся уравнением (3) и соответствует первой полосе пропускания, более высокие описывают случаи синусоидального распространения возмущения вдоль полости, причём тангенциальная составляющая обращается в нуль на обеих плоских стенках; таким образом, длина L равна целому числу полуволн. В этом предельном слу-

чае легко найти Фурье-разложение поля и, следовательно, величину отдельных компонент Фурье; полученные предельные значения приближённо справедливы и для диафрагм с очень маленькими отверстиями ($a \ll R$). Так, например, в нижней полосе пропускания величина z-компоненты поля в каждой полости примерно постоянна и равна $e^{-i\beta_0 pL}$, где p — номер полости. Для определения компонент Фурье нужно только разложить описанным выше способом эту простую ступенчатую функцию.

II. ФУРЬЕ-РАЗЛОЖЕНИЕ ПОЛЯ, КОЭФФИЦИЕНТ МОДУЛЯЦИИ И ПОПРАВКА НА ВРЕМЯ ПРОЛЁТА

В предыдущем разделе мы указали, что, рассматривая нагруженный волновод как линейный ускоритель, достаточно учесть только резонирующую с частицей Фурье-компоненту поля (т. е. компоненту, фазовая скорость которой равна скорости частицы). Тогда соотношение фаз поля и частицы не меняется, частица находится под действием постоянной силы, и динамическая задача весьма проста. С другой стороны, ряд авторов пользуется другим методом, известным из обычной теории триодов и клистронов, а именно, рассматривает влияние конечного времени пролёта частицы от одной до другой стороны полости.

Пусть, например, отверстия в диафрагмах малы. Тогда две диафрагмы подобны двум сеткам триода или клистрона, и поле между ними примерно однородно (не зависит от z), но, конечно, синусоидально меняется со временем. При движении частицы от одной диафрагмы к другой поле (меняющееся со временем) не может постоянно сохранять своё максимальное значение. Вычисляя среднюю силу, действующую на частицу, мы находим, что она равна своему максимальному значению, умноженному на некий коэффициент, именуемый в теории клистрона коэффициентом модуляции. Последний равен единице, если сетки столь близки друг к другу, что время пролёта можно считать равным нулю, и уменьшается с увеличением времени пролёта. Функциональная зависимость коэффициента модуляции от времени пролёта (x) имеет вид $\frac{\sin x}{x}$. Для некоторых значений x эта функция обращается в нуль или становится отрицательной; с такими эффектами приходится иметь дело в теории высокочастотных триодов, где время пролёта играет важную роль.

Мы покажем теперь, что этот коэффициент модуляции, или влияние пролётного времени, не является для нас чем-то новым, что подлежит отдельному рассмотрению, а весьма элегантно получается из нашего способа использования только одной компоненты Фурье. Пусть частица движется со скоростью v вдоль оси z; её координата

есть $z = vt$. Пусть продольная компонента электрического поля E_z даётся формулой

$$E_z = \sum_n F_n e^{i\omega (t - z/v_n)},$$

где F_n — амплитуда и v_n — скорость n-й компоненты Фурье. По мере движения частицы поле меняется, что мы можем учесть, подставляя для t значение $t = \frac{z}{v}$, соответствующее моменту, в который частица окажется в точке z. Таким образом, поле, действующее на частицу в точке z, есть

$$\sum_n F_n e^{i\omega \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_n}\right) z}.$$

Среднее (по z) значение n-го члена (мы считаем, что частица проходит большое расстояние) рав о нулю, если v отлично от v_n, так как среднее значение гармонической функции равно нулю. Таким образом, среднее действующее поле равно нулю, если только скорость частицы не совпадает со скоростью одной из компонент Фурье; в этом последнем случае среднее поле равно F_n — соответствующей амплитуде.

Надо отметить, что полученный результат верен только, если частица проходит в поле большое расстояние с постоянной скоростью. В линейном ускорителе это условие приближённо (но не точно) выполняется; отклонения от него не могут существенно изменить наших рассуждений.

Мы видим, таким образом, что наш метод разложения в ряд Фурье автоматически учитывает конечное время пролёта частицы от одной полости (или диафрагмы) до другой. Заметим, что этот результат является весьма общим. Он не зависит от использования специальной модели волновода с диафрагмами, а применим ко всем периодическим структурам. Любое изменение структуры, приводящее к возрастанию амплитуды резонирующей с частицей компоненты Фурье, можно иначе описать, как увеличение коэффициента модуляции. Однако наш метод является гораздо более общим, чем обычные рассуждения в терминах пролётного времени, так как последние часто проводятся только для случая постоянного поля между параллельными сетками или электродами, в то время как наш метод годится для любого закона изменения продольного поля с z-координатой. Пользуясь вместо ряда интегралом Фурье, можно применить наш метод и к непериодическим структурам, к системам типа триода или клистрона. Таким способом можно доказать известные теоремы о коэффициенте модуляции и пролётном времени, а также, как будет видно из дальнейшего, о поперечном движении частиц и о фокусировке. Мы, однако, не будем этим пользоваться.

III. ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ В НАГРУЖЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

В первом разделе мы показали, что фазовая скорость волны в нагруженном волноводе даётся наклоном радиуса-вектора, проведённого в точку, представляющую эту волну на графике $\frac{1}{\lambda_0}$ в функции $\frac{1}{\lambda_g}$. Рассмотрим теперь групповую скорость (которую мы обозначим через v_g) и покажем, что она определяется наклоном не радиуса-вектора, а касательной к кривой в данной точке:

$$\frac{v_g}{c} = \frac{d\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)}{d\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)}. \tag{4}$$

Мы увидим, что понятие групповой скорости играет важную роль при изучении движения энергии в волноводе, а также в вопросе о том, как велика должна быть диссипация энергии для установления поля заданной напряжённости.

Для вывода формулы групповой скорости обычно берут суперпозицию двух волн с частотами ω и $\omega + \Delta\omega$ и константами распространения β и $\beta + \Delta\beta$ и вычисляют скорость биений. Легко показать (см., например, Slater and Frank, Mechanics, 1947 г., стр. 168), что она даётся выражением $\frac{\Delta\omega}{\Delta\beta}$. Эта величина близко связана с наклоном кривых типа представленных на рис. 2. Две волны изображаются там двумя точками. Вспоминая, что по оси абсцисс на рис. 2 отложено $\frac{1}{\lambda_g} = \frac{\beta}{2\pi}$, а по оси ординат $\frac{1}{\lambda_0} = \frac{\omega}{2\pi c}$, мы имеем:

$$\frac{\text{скорость биений}}{c} = \frac{\Delta\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)}{\Delta\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)}. \tag{5}$$

Для достаточно близких частот и констант распространения правую часть уравнения (5), представляющую наклон хорды, можно заменить наклоном касательной к кривой, получая тем самым общую для всех волн с соседними частотами скорость распространения биений. Это и есть групповая скорость, определяемая по уравнению (4).

Составим теперь путём суперпозиции ряда плоских волн различных частот группу волн, например, волновой пакет конечных размеров. Чем больше эти размеры, т. е. чем больше протяжённость волнового пакета в пространстве и времени, тем уже необходимый интервал частот (или длин волн). Если зависимость $\frac{1}{\lambda_0}$ от $\frac{1}{\lambda_g}$ можно считать линейной в этом интервале частот, то скорость биений,

определённая по формуле (5), окажется одинаковой для всех пар волн в пакете, и все они будут распространяться с одной и той же групповой скоростью. Если, с другой стороны, размеры пакета невелики, то его Фурье-разложение охватывает широкий интервал длин волн, скорости биений различных пар частот различны, пакет будет расплываться, и возмущение распространяется довольно сложным путём.

Групповая скорость есть скорость распространения энергии в волноводе. Это легче всего усмотреть, рассматривая волновой пакет определённой длины, движущийся, например, направо. Ясно, что в одну секунду через единичное поперечное сечение волновода проходит *как раз энергия, заключённая в объёме* $1 \cdot v_g$. *Таким образом,* мы получаем связь между вектором Пойнтинга, проинтегрированным по поперечному сечению волновода (т. е. потоком энергии), и плотностью энергии на единицу длины: поток энергии равен v_g, умноженной на плотность энергии. Из рис. 2 и 4 видно, что наклон кривых, изображающих $\frac{1}{\lambda_0}$ в функции $\frac{1}{\lambda_z}$, всегда меньше единицы, так что групповая скорость всегда меньше скорости света, как и следовало ожидать из релятивистских соображений. Далее, мы видим, что по мере приближения колебаний к π-типу касательная становится горизонтальной, и групповая скорость стремится к нулю. Это согласуется с тем, что уже говорилось об этом типе колебаний. Выше мы видели, что по мере приближения к π-типу отражённая волна усиливается, пока в пределе не образуется стоячая волна, в которой амплитуды падающей и отражённой волн одинаковы. В этом случае результирующий поток энергии отсутствует, и v_g равно нулю. Вблизи π-типа амплитуды отражённой и падающей волн почти одинаковы, поток энергии мал и, следовательно, групповая скорость также весьма мала. Мы видим, далее, что когда *отверстия в диафрагмах невелики, полосы частот сжимаются,* и даже при колебаниях типа $\frac{\pi}{2}$, когда групповая скорость достигает своего максимального значения, она всё же весьма мала. В пределе, когда *радиус отверстий уменьшается до нуля, и частоты перестают зависеть* от длины волны в волноводе, групповая скорость также стремится к нулю. Это, очевидно, находится в согласии с тем фактом, что при исчезающе малых отверстиях энергия не может течь через волновод.

IV. ЗАТУХАНИЕ В ВОЛНОВОДЕ

До сих пор мы пренебрегали затуханием в волноводе, но оно играет существенную роль в работе линейного ускорителя, и мы должны теперь рассмотреть этот эффект. Пусть нам известна плотность энергии в небольшом участке нагруженного волновода. В результате омических потерь в стенках энергия будет втекать

в них. Мы можем связать эту потерю энергии с добротностью ненагруженного волновода Q_0. Последняя величина определяется формулой:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{\text{энергия, диссипируемая в стенках в 1 сек.}}{\omega \cdot \text{запасённая энергия}}. \qquad (6)$$

Это — та добротность Q, которой обладал бы волновод, если бы он с помощью идеально отражающих пластинок на концах превратился в резонансную полость (диссипация энергии на концах при этом отсутствовала бы). Поскольку как запасённая в волноводе энергия, так и энергия, диссипируемая в единицу времени в стенках, пропорциональны длине рассматриваемого участка, Q_0 не зависит от его длины.

В результате потерь в стенках энергия распространяющейся в волноводе волны будет постепенно уменьшаться. Легко найти величину происходящего отсюда затухания волны. Напишем для этого уравнение непрерывности для потока энергии. Обозначим через W энергию на единицу длины волновода, S — поток энергии через данное поперечное сечение, D — диссипацию мощности на единицу длины стенки. Уравнение непрерывности гласит, что скорость прироста W со временем равна минус дивергенции S, минус D. Поскольку S зависит только от z-расстояния по оси волновода, мы имеем:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial z} + D = 0. \qquad (7)$$

Из уравнения (6) видно, однако, что $D = \omega \frac{W}{Q_0}$, а из предыдущего раздела известно, что $S = v_g W$. Таким образом, уравнение (7) принимает вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + v_g \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\omega}{Q_0} W = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial t} + v_g \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\omega}{Q_0} S = 0. \qquad (8)$$

Рассматривая стационарное состояние (частные производные по времени равны нулю), мы имеем: $S = S_0 e^{-z/l_0}$; $l_0 = v_g \frac{Q_0}{\omega}$. Итак, поток энергии уменьшается с коэффициентом затухания $1/l_0$; l_0 — длина, на которой величина потока уменьшается в e раз; её можно назвать длиной затухания. Эту величину нужно ввести в выражения полей, найденные в разделе I; коэффициенты затухания электрического и магнитного поля в отдельности будут равны половине коэффициента затухания потока энергии.

Длина затухания легко может быть истолкована в терминах времени, необходимого для того, чтобы амплитуда колебаний в резонансной полости уменьшилась в e раз. В резонансной части волновода плотность энергии не зависит от z. Поэтому производные по z

в уравнении (8) обращаются в нуль, и мы имеем $W = W_0 e^{-\frac{\omega}{Q_0} t}$. Отсюда следует, что плотность энергии уменьшается в e раз за время $\frac{Q_0}{\omega}$. Мы видим, что за время T_0, в течение которого плотность энергии уменьшается в e раз, энергия распространяется с групповой скоростью v_g как раз на длину затухания. Последняя, следовательно, увеличивается с увеличением Q_0 и уменьшается с уменьшением групповой скорости.

Мы увидим в дальнейшем, что понятие длины затухания играет очень большую роль в теории линейных ускорителей. Мы будем называть линейный ускоритель длинным, если его длина велика по сравнению с длиной затухания, и коротким — если имеет место обратное соотношение. Ясно, что в длинных ускорителях мы встретимся с трудностями. Интенсивность любого сигнала, отправленного из одного конца длинного ускорителя, уменьшится до ничтожной величины, пока он достигнет другого конца. Сигналы, которые мы в определённый момент времени начнём передавать из одного конца ускорителя, не успеют даже достигнуть другого конца за время T_0, в течение которого близ первого конца установится стационарное значение поля (ясно, что для установления стационарного состояния требуется столько же времени, сколько и для распада). Это означает, что концы длинного ускорителя по существу изолированы друг от друга как в пространстве, так и во времени. Однако мы увидим, что для надлежащего возбуждения длинного волновода поля на его концах должны удовлетворять определённым фазовым соотношениям. Таким образом, мы приходим к необходимости рассмотреть проблему возбуждения, ибо оказывается, что ускорители, достаточно длинные для того, чтобы получать в них частицы с энергиями в миллиарды eV, являются длинными и в нашем смысле этого слова.

V. ВВОД МОЩНОСТИ В ВОЛНОВОД

По оси линейного ускорителя нужно направить весьма сильное электрическое поле, связанное с компонентой Фурье, скорость которой равна скорости ускоряемой частицы. Зная всю картину поля в ускорителе, мы найдём, что интеграл от квадрата поля, взятый по единице длины прибора (и, следовательно, энергия, запасённая на единице длины), пропорционален квадрату этой компоненты Фурье. В самом деле, пусть поле, направленное по оси z, содержит резонирующую с частицей компоненту Фурье $Ee^{i\omega(t-z/v)}$. Энергия, запасённая на единице длины, равна некоторой константе, помноженной на $\varepsilon_0 E^2$ *) и на поперечное сечение трубы волновода. При заданной геометрии прибора (т. е. заданных расстояниях между диафрагмами,

*) ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума. Автор пользуется системой MKS. (*Прим. переводчика.*)

размерах отверстий и т. д.), но при произвольном масштабе, поперечное сечение будет пропорционально квадрату длины волны (в свободном пространстве), на которой работает ускоритель, так как ей пропорциональны все линейные размеры полостей. Имеем, таким образом:

$$W = A\varepsilon_0 E^2 \lambda_0^2,$$

где A — некая константа, которую можно определить, зная характер поля. Выше предполагалось, что W есть полная запасённая энергия (которая равна, конечно, удвоенной электростатической энергии). Таким образом, чтобы E было велико, нужен большой запас энергии; следовательно, в стационарном состоянии будут иметь место значительные потери, и в ускоритель нужно вводить большую мощность. В течение процесса установления равновесия W будет меньше, чем когда равновесие уже установилось; следовательно, меньше будет и ускоряющее поле. Следовательно, при работе с ускорителем надо сначала дождаться установления стационарного режима, и уже затем, когда поле достигнет максимальной величины, вводить подлежащие ускорению частицы. В этом разделе мы исследуем, какую мощность надо вводить в прибор для достижения поля заданной величины. Мы рассмотрим также переходный процесс установления стационарного режима.

Результаты оказываются различными, в зависимости от того, закрыт ли прибор с концов идеально отражающими стенками, так что в нём образуется стоячая волна, или же на концах его находятся стенки, от которых бегущие волны не отражаются. Результаты зависят также от распределения источников мощности по длине ускорителя. Начнём со случая отражающих стенок и равномерного распределения источников мощности, как это имеет место в приборах МТИ и Калифорнийского университета. Вся мощность, вводимая на единице длины, будет тогда диссипировать на единице длины стенок. Мы уже знаем, что эта диссипация измеряется величиной $\omega \frac{W}{Q_0}$. Следовательно, обозначая мощность, вводимую в единицу длины прибора, через P, мы имеем:

$$P = \frac{1}{Q_0} \cdot A\varepsilon_0^2 E^2 \lambda_0^2 \omega.$$

Вспоминая, что

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} = 377 \text{ ом},$$

получаем отсюда

$$E = \alpha \sqrt{\frac{377 P Q_0}{\lambda_0}}, \quad \text{где} \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi A}}. \tag{9}$$

Мы видим, что ускоряющее напряжение пропорционально корню квадратному из мощности, вводимой на единице длины прибора. Таким образом, желая сделать ускоритель с заданной разностью потенциалов на концах максимально коротким (или, что то же самое, стремясь сколь возможно увеличить E), мы должны вводить в прибор возможно бо́льшую мощность. С другой стороны, если запас мощности в нашем распоряжении ограничен или если желательно сэкономить на источниках энергии, нужно обратиться к другой крайности, насколько возможно удлиняя ускоритель. Чтобы убедится в этом, перепишем уравнение (9) в форме, явно включающей разность потенциалов El, проходимую частицей, и полную мощность, вводимую в прибор, Pl (l — длина ускорителя).

Мы имеем:

$$El = \alpha \left(\frac{377\,(Pl) \cdot Q_0 l}{\lambda_0} \right)^{1/3}.$$

Таким образом, разность потенциалов пропорциональна корню квадратному из длины прибора, и, безгранично увеличивая последнюю, теоретически можно при заданной мощности ускорить частицы до любых энергий. Из только что написанного уравнения видно, что заданную разность потенциалов на концах ускорителя можно получить, либо вводя в короткий прибор большую мощность, либо уменьшая вводимую мощность за счёт увеличения длины прибора; сама разность потенциалов зависит только от произведения полной вводимой мощности на длину. Теоретические предпосылки для выбора тех или иных значений длины и мощности в отдельности отсутствуют, поэтому решение будет определяться, в основном, экономическими соображениями. Стоимость линейного ускорителя, если отвлечься от заданной стоимости его концевых устройств, складывается из двух частей: во-первых, стоимости трубы прибора, её откачки, содержания и т. д. (все эти величины пропорциональны длине ускорителя); во-вторых, стоимости источников энергии и устройства для ввода её в прибор; эти величины пропорциональны вводимой в прибор мощности, т. е. при заданной разности потенциалов обратно пропорциональны длине ускорителя. Таким образом, стоимость прибора состоит из двух частей, одна из которых пропорциональна, а другая — при заданной разности потенциалов — обратно пропорциональна длине прибора. Последнюю надо выбрать так, чтобы стоимость оказалась минимальной. Но функция $x + \frac{1}{x}$ имеет минимум при $x = 1$, когда оба слагаемых одинаковы. Следовательно, стоимость ускорителя минимальна при одинаковой стоимости источников энергии и трубы (т. е. всех частей прибора, стоимость которых пропорциональна его длине).

Пользуясь этим условием, легко найти экономически самое выгодное расстояние между источниками энергии, коль скоро выбран

их тип и решено равномерно распределить их вдоль прибора: надо построить линию такой длины, чтобы она стоила столько же, сколько энергетическое хозяйство.

В дальнейшем мы увидим, что расстояние между вибраторами не должно быть велико по сравнению с длиной затухания. Следовательно, конструкция должна быть такова, чтобы эта длина превышала самое экономичное расстояние между источниками энергии. Надо думать, что к тому времени, когда будут приведены в исполнение проекты, разрабатывающиеся сейчас в различных институтах, можно будет произвести оценки стоимости, и найти наиболее экономичное расстояние между вибраторами; однако до сих пор надёжных цифр ещё нет, и неясно, что в конце концов окажется самым выгодным — близкое расположение вибраторов, как в проекте МТИ, далёкое, как в Стэнфорде, или нечто промежуточное.

В случае бегущих волн положение радикально меняется. Пусть попрежнему на единицу длины прибора подаётся определённая мощность P. Однако теперь она тратится двумя путями: попрежнему имеют место тепловые потери в стенках $\left(\omega \frac{W}{Q_0} \text{ на единицу длины}\right)$ и ещё появляется поток энергии $v_g W$ через неотражающую стенку в конце трубы. Поэтому полная подводимая мощность Pl должна равняться $\left(\frac{\omega l}{Q_0} + v_g\right) W$. В результате $\frac{1}{Q_0}$ заменяется на

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{v_g}{\omega l} = \frac{1}{Q_0}\left(1 + \frac{l_0}{l}\right). \tag{10}$$

Q_L можно назвать потерями в волноводе, нагруженном поглощающей стенкой на конце. Вместо уравнения (9) получим:

$$E = \alpha \left(\frac{377 Q_0 P}{\lambda_0} \cdot \frac{l}{l + l_0}\right)^{1/2} \tag{11}$$

(предполагается, что мощность вводится в прибор по всей длине стенок). Если длина трубы l много больше длины затухания, то дополнительный множитель $\sqrt{\frac{l}{l + l_0}}$ примерно равен 1, и потери на конце почти не влияют на напряжённость поля. Однако при $l \ll l_0$ этот множитель много меньше единицы, и при заданных геометрии и вводимой на единицу длины мощности напряжение, получаемое в приборе с бегущей волной, оказывается заметно меньше, чем в случае стоячих волн. Иными словами, в короткой трубе неразумно пользоваться бегущими волнами. В длинном ускорителе потери на концах пренебрежимо малы по сравнению с диссипацией энергии в боковых стенках, и разница в напряжениях несущественна. В этом случае выбор между стоячими и бегущими волнами основывается на других соображениях, о которых речь впереди.

Из существующих проектов ускорителей по крайней мере в двух (стэнфордском и TRE) запланировано применение бегущих волн. Авторы этих проектов, безусловно, думали и о питании волновода с входного конца. Считая $l \ll l_0$, мы можем переписать уравнение (11) в несколько ином виде, выразив приобретаемую частицей энергию через мощность Pl, вводимую в волновод:

$$El = \alpha \left(\frac{377\ (Pl)}{\lambda_0} Q_0 l \frac{l}{l + l_0} \right)^{1/2} \tag{12}$$

в этом случае безразлично, вводится ли мощность непрерывно по всей длине стенок или только с конца). Из формулы (12) видно, что при $l \ll l_0$ и постоянном значении Pl приобретаемая частицей энергия El пропорциональна длине трубы. Это позволяет предположить, что достаточно питать прибор с бегущей волной только с одного конца, чтобы получать любые ускорения. Тем не менее, уравнения (11) и (12) эквивалентны, и они очень ясно показывают, что хотя приобретаемая частицей энергия и пропорциональна l (при малых l/l_0), она все же в $\sqrt{\frac{l}{l + l_0}}$ раз меньше, чем в волноводе со стоячей волной (при той же длине ускорителя и той же мощности). Только потому, что этот множитель становится менее невыгодным для больших l, мы и получаем в этом случае быстрый рост энергии с длиной. Кроме того, при питании с одного конца есть и ещё одно неудобство. Как мы видели раньше, если l сравнимо с l_0, то плотность энергии в волноводе экспоненциально убывает с z и при $z = l_0$ — длине затухания — она становится весьма малой. Следовательно, пройдя это расстояние, частица перестанет ускоряться. Иначе говоря, метод питания волновода с бегущей волной с конца не годится, если длина ускорителя больше l_0. Вместе с тем, пользование стоячими волнами явно выгоднее при $l \ll l_0$. Заметим, однако, что в случае бегущих волн величина α может оказаться больше, чем для стоячих; поэтому в некотором интервале длин вблизи l_0 ускорители с бегущими волнами могут оказаться несколько выгоднее. Это обстоятельство было отмечено в Стэнфорде и TRE, где предполагается подобрать v_g так, чтобы длина прибора примерно равнялась l_0 *). В длинном волноводе мощность должна подводиться на всём его протяжении, непрерывно или в отдельных точках, расстояние между которыми меньше l_0.

Обратимся к переходным процессам, связанным с установлением колебаний в трубе. Как уже было замечено, в случае стоячих волн время установления стационарного режима порядка $T_0 = \frac{Q_0}{\omega}$. Интересно сравнить его с другой характерной величиной, $T_1 = \frac{l}{v_g}$

*) В оригинале стоит не l_0, а l. Это явная опечатка. (*Прим. переводчика.*)

(это — время, в течение которого поле с групповой скоростью v_g распространяется от одного конца волновода до другого). Мы видим, что $\frac{T_1}{T_0} = \frac{l}{l_0}$. Иначе говоря, время, за которое поле распространяется от одного конца длинного ускорителя до другого, много больше времени установления стационарного режима. Пока стационарный режим устанавливается, один конец трубы ничего не знает о другом, и для обеспечения надлежащих фазовых соотношений между концами нужен некий внешний контур (этот вопрос обсуждается в следующем разделе). С другой стороны, в коротком волноводе стоячая волна за время T_0 успевает многократно отразиться от обоих концов, и необходимые фазовые соотношения легко устанавливаются. Далее, в коротком волноводе безразлично, где вводить энергию: благодаря отражениям от стенок она надлежащим образом распределится по всей трубе, независимо от того, где её ввели. В длинном волноводе дело обстоит иначе: там, очевидно, источники энергии должны быть равномерно распределены вдоль трубы, причём расстояние между ними не должно превышать длины затухания (лучше даже, чтобы оно было заметно меньше её). Интересно отметить, что если в трубе со стоячими волнами поместить между источниками энергии отражающие перегородки (конечно, с небольшими отверстиями для прохода частиц), то весь процесс установления колебаний протекает точно так же, как и без них. В отсутствии этих перегородок поле в данной точке устанавливается в результате последовательного наложения ряда волн, испускаемых всё более и более отдалёнными источниками; вследствие затухания каждая последующая волна оказывается слабее предыдущих. При наличии перегородок место волн, испущенных отдалёнными источниками, занимают многократно отражённые волны, вновь и вновь приходящие в данную точку. Мы увидим в дальнейшем, что это обстоятельство во многих отношениях упрощает наши рассуждения. Возможно, что действительная конструкция трубы также упростится, если разделить её таким образом на короткие секции.

В трубе с бегущими волнами положение меняется. В длинную трубу мощность можно вводить равномерно на всей её длине, как и в случае стоячих волн. Стоит рассмотреть возбуждение бегущей волны вибратором. Бегущую волну можно составить из двух стоячих — синусоидальной и косинусоидальной — с разностью фаз в $\frac{\pi}{2}$. Для возбуждения бегущей волны надо возбудить отдельно обе эти компоненты. Следовательно, мощность должна вводиться в волновод по крайней мере в двух точках. Последние должны находиться в пучностях соответствующих компонент, и с помощью какого-нибудь фазирующего контура между ними должна быть установлена разность фаз, равная $\frac{\pi}{2}$. Этот контур можно осуществить просто в виде

двухфазной системы с разностью фаз в четверть длины волны, так что обе компоненты можно питать от одного и того же вибратора.

Проблема установления колебаний в длинной трубе с бегущими волнами, питаемой равномерно распределёнными вибраторами, по существу не отличается от аналогичной задачи в случае стоячих волн, исключая лишь то, что теперь волны распространяются только в одном направлении. Попрежнему поле не установится, пока сигналы, посланные далёкими вибраторами, не достигнут данной точки трубы; время установления колебаний попрежнему будет порядка T_0. Только вблизи входа условия возбуждения стоячих и бегущих волн существенно различны. В случае стоячих волн мы имели у входа отражённые сигналы, распространяющиеся в обратном направлении; в случае бегущих волн их не будет. Поле у входа не сможет образоваться за счёт наложения последовательных сигналов от всё более и более далёких источников, так как все они распространяются в другую сторону — от входа. Поэтому поле у входа установится скорее, чем в более далёких частях трубы, но будет не так велико, как там. Чтобы скомпенсировать это, придётся поставить у входа дополнительный источник энергии. Поскольку влияние этого источника на расстояниях, превышающих длину затухания, уже не сказывается, мы получим постоянное ускорение.

Что касается короткой трубы с бегущими волнами, где $T_1 \ll T_0$, то ясно, что колебания полностью установятся за время порядка T_1. В самом деле, за это время сигнал, посланный из одного конца трубы, дойдёт до другого её конца, где и поглотится. Поскольку энергия втекает в волновод только за время T_1, малое по сравнению с T_0, поле не успеет достигнуть максимального значения, и ясно, что запасённая энергия и ускоряющее напряжение здесь будут меньше, чем в такой же трубе со стоячими волнами (так как в последней поле может многократно отражаться от стенок, оставаясь в полости в течение всего времени T_0). Таким образом, мы ещё раз приходим к уже рассмотренному выше уменьшению ускоряющего напряжения в короткой трубе при переходе от стоячих волн к бегущим.

VI. ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА УСКОРЕНИЕ

В предыдущем разделе мы получили уравнение (9) для амплитуды ускоряющего поля в функции длины волны, потерь в стенках и потока мощности на единицу длины. Эта формула верна для любого длинного волновода — как для бегущих, так и для стоячих волн. Она верна также в случае короткой трубы со стоячими волнами. Пытаясь получить максимальное ускорение, мы можем менять некоторые величины в этой формуле. К их числу относятся длина волны, геометрия прибора и выбор режима работы, в частности, выбор стоячих или бегущих волн. В настоящем разделе мы рассмотрим все эти факторы. Мы рассмотрим также проекты различных ускорителей

и результаты, которых можно ожидать, судя по ним. Исследуем прежде всего влияние длины волны. Хорошо известно, что добротность резонансной полости пропорциональна её объёму, делённому на объём поверхностного слоя толщины δ, где δ — скиновая толщина; константа пропорциональности по порядку величины близка к единице. Скиновая толщина как функция проводимости σ (в омах на метр) и длины волны в вакууме λ_0 (в метрах) даётся выражением

$$\delta = \sqrt{\frac{\lambda_0}{377\pi\sigma}}.$$

Возьмём последовательность геометрически подобных полостей, соответствующих различным длинам волн. Объём каждой из них, конечно, пропорционален кубу λ_0, а поверхность — квадрату. Имеем, таким образом:

$$Q_0 = \text{const} \cdot \frac{\lambda_0}{\delta} = B\sqrt{377\sigma\lambda_0},$$

где B — число порядка единицы.

Подставляя это в (9), имеем:

$$E = \alpha B^{1/2}(377P)^{1/2}\left(377\frac{\sigma}{\lambda_0}\right)^{1/4}, \qquad (13)$$

т. е. при заданном потоке мощности ускоряющее поле обратно пропорционально корню четвёртой степени из длины волны. Это означает, что при прочих равных условиях в линейном ускорителе выгоднее пользоваться более короткими волнами. Однако E так медленно меняется с λ_0, что эта выгода невелика, и вопросы удобства в обращении, доступности источников энергии и другие подобные соображения оказываются более важными. Из уравнения (13) видно также, что E пропорционально корню четвёртой степени из проводимости стенок. Это наводит на мысль воспользоваться хорошими проводниками типа серебра или меди или работать при низких температурах, при которых проводимость металлов возрастает. Однако выгода от этого столь мала, что охлаждение волновода обойдётся, вероятно, дороже, чем увеличение вводимой мощности.

Теперь нам следует изучить роль геометрии прибора. Она сказывается главным образом на величине коэффициента α, хотя Q_0 и, следовательно, B также зависят от геометрических условий. По определению, α велико, если велика составляющая поля по оси z (направление ускорения частиц) при данном запасе энергии или, наоборот, запас энергии (и, следовательно, поле во всех остальных точках полости) мал при данной z-компоненте поля. Чтобы понять, как можно увеличить α, заметим, прежде всего, что электрическое и магнитное поля в резонирующей с частицей бегущей волне являются бесселевыми функциями (соответственно J_0 и J_1) от аргумента $2\pi r\sqrt{\lambda_0^{-2} - \lambda_g^{-2}}$.

Поскольку фазовая скорость этой величины $v = c\frac{\lambda_g}{\lambda_0}$ должна быть меньше скорости света, мы видим, что аргумент бесселевой функции является мнимым или (в пределе при $v = c$) обращается в нуль. Но бесселевы функции мнимого аргумента экспоненциально возрастают с увеличением модуля последнего, и мы видим, что поле быстро возрастает по мере удаления от оси z; этот рост тем быстрее, чем меньше скорость. В предельном случае $v = c$ компонента электрического поля не зависит от r. Все эти выводы прямо противоположны тому, что имеет место в ненагруженном волноводе, где фазовая скорость волн больше скорости света, поля даются бесселевыми функциями действительного аргумента и убывают по мере удаления от оси.

Если бы имелась только та компонента Фурье, которая резонирует с частицей, бóльшая часть энергии была бы запасена вдали от оси, и α было бы мало. Однако по мере удаления от оси другие компоненты Фурье становятся всё более и более существенными. Они выполняют двоякую роль: во-первых, позволяют удовлетворить граничным условиям у стенки волновода (чего нельзя было бы добиться с помощью только одной компоненты Фурье); во-вторых, благодаря им уменьшается поле вдали от оси, в результате чего улучшается значение α. Определить наилучшую (в смысле увеличения Q_0 и α) структуру в общем виде было бы чрезвычайно трудно. Поэтому мы рассмотрим один специальный пример — ускоритель МТИ — и спросим себя, как можно было бы улучшить его конструкцию, меняя различными способами геометрию прибора. На рис. 5 схематически показаны электрические силовые линии для этого случая. В приборе возбуждаются колебания типа π (т. е. разность фаз между соседними диафрагмами равна π) и $\frac{v}{c} = 1$. Мы видим, что поле в промежутках между диафрагмами почти не зависит от r вплоть до расстояния, примерно равного радиусу отверстия, и начинает убывать при бóльших r, почти как в замкнутой цилиндрической полости. Это наводит на мысль, что если бы отверстия в диафрагмах были поменьше, то спад поля начался бы раньше и запасённая вдали от оси энергия уменьшилась бы. В действительности это так и есть. Вычисленное значение α для ускорителя МТИ равно 0,48, в то время как в предельном случае исчезающих отверстий, когда мы приходим к замкнутым цилиндрическим полостям, $\alpha = 10{,}3$. Отверстия в диафрагмах здесь сделаны довольно большими, чтобы гарантировать беспрепятственное прохождение электронного пучка. Если бы оказалось, что фактически этот пучок более сконцентрирован, в будущем можно было бы делать отверстия заметно меньшего радиуса. Соответственно увеличилось бы значение α. Величина Q_0 или B при этом мало меняется. Так, значение B в приборе МТИ равно примерно 0,45, а в предельном случае исчезающих отверстий оно состав-

ляет 0,39. Таким образом, входящая в уравнение (12) величина $\alpha\sqrt{B}$ возрастает от 0,32 в ускорителе МТИ до 0,65 в предельном случае малых отверстий. Итак, описанным путём можно увеличить ускоряющее поле максимум в два раза, а практически ещё гораздо меньше, так как нужно всё же оставить значительные отверстия для прохода электронов. В стэнфордском проекте используются отверстия гораздо меньшего радиуса, чем в МТИ, и геометрия там, вероятно, ближе к той, которая была бы осуществлена в реальном ускорителе.

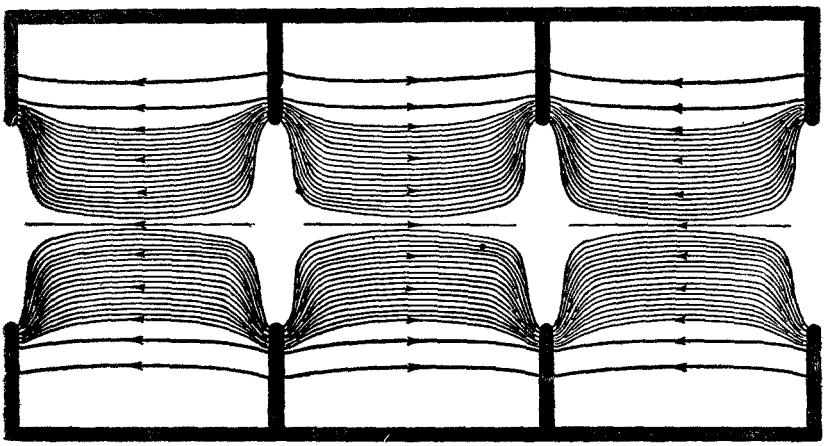

Рис. 5. Силовые линии в ускорителях МТИ. Расстояние между линиями характеризует напряжённость поля.

Рассмотренный нами пример относился к случаю $v=c$. Для меньших скоростей положение меняется. Во-первых, мы уже видели, что поле в этом случае отнюдь не остаётся постоянным, а быстро возрастает по мере удаления от оси. Повидимому, этот рост продолжается вплоть до расстояния, примерно равного радиусу отверстия, после чего поле начнёт убывать. Поэтому для малых скоростей и больших отверстий значение α может заметно уменьшиться. Однако при уменьшении радиуса отверстия положение быстро улучшается, и в пределе при исчезающем радиусе α не зависит от скорости волны. Это, однако, не так для Q_0 и B. По мере уменьшения скорости частиц диафрагмы нужно ставить всё ближе и ближе друг к другу, и потери в поверхностном слое возрастают по сравнению со всей запасённой энергией. Поэтому Q_0 уменьшается, изменяясь (в предельном случае малых скоростей) пропорционально v. Таким образом, наша конструкция непригодна для малых скоростей. Для ускорения электронов, однако, это обстоятельство несущественно: в проекте МТИ предполагается запускать в прибор электроны, предварительно разогнанные в генераторе Ван дер Графа до двух MeV (скорость

их почти равна c); в большинстве других ускорителей начальная скорость электронов также равна по меньшей мере половине скорости света. Однако для положительных ионов с их гораздо меньшими скоростями волновод с диафрагмами не годится, пока ионы не будут довольно сильно разогнаны. При малых скоростях гораздо удобнее система, применённая в протонном ускорителе Калифорнийского университета. Она изображена на рис. 1,*б*.

Расчёт показывает, что значения α и B в ней равны, соответственно 1,58 и 0,54, так что $\alpha\sqrt{B}$ равно примерно 1,16 — гораздо больше, чем в приборе МТИ и даже лучше, чем для диафрагм с малыми отверстиями. Однако для больших скоростей эта система непригодна, так как диаметры внутренних трубок, в которых движутся частицы, должны быть тем меньше, чем больше скорость. Даже при весьма больших размерах, с которыми мы имеем дело, работая на частоте в 200 мегациклов, эти трубки становятся столь узкими, что протонный пучок уже не может распространяться беспрепятственно.

До сих пор предполагалось, что в волноводе устанавливаются колебания типа π. Посмотрим теперь, не улучшится ли дело при работе в каком-нибудь другом режиме. Можно, например, ввести в систему рис. 5 добавочные диафрагмы, поместив их посередине между старыми. При этом картина поля не изменится, так как силовые линии будут встречаться с новыми диафрагмами под прямым углом и, следовательно, граничные условия и уравнения Максвелла удовлетворятся. Попрежнему будет иметь место резонанс при той же длине волны в волноводе, частоте и фазовой скорости, но, поскольку диафрагмы расположены вдвое чаще прежнего, разность фаз между ними составит всего 90°, т. е. мы получим колебания типа $\frac{\pi}{2}$. Мы имеем теперь на выбор две возможности: можно возбудить либо стоячую, либо бегущую волну (в случае колебаний типа π последнее было невозможно). Бегущая волна может возникнуть потому, что в присутствии промежуточных диафрагм мы имеем два решения для поля — одно, изображённое на рис. 5, и другое, сдвинутое относительно первого на одно расстояние между диафрагмами. Эти решения связаны друг с другом, как синус с косинусом и, будучи возбуждены одновременно с разностью фаз в $\frac{\pi}{2}$, они представляют бегущую волну, распространяющуюся вправо или влево, смотря по тому, положительна или отрицательна указанная разность фаз. Суперпонируя бегущие волны, распространяющиеся в разные стороны, мы вновь можем получить стоячую волну. Рассмотрим последовательно обе указанные возможности.

В стоячей волне запас энергии и z-компонента поля такие же, как и при колебаниях типа π. Поэтому значение α не меняется. Однако Q_0 заметно уменьшается. Ведь теперь при прежнем запасе энергии имеется вдвое больше диафрагм, в которых течёт ток и выде-

ляется джаулево тепло. Если бы диссипация энергии происходила только в диафрагмах, это привело бы к увеличению потерь (и, следовательно, уменьшению Q_0) в два раза по сравнению с колебаниями типа π. Дело, однако, не так плохо, так как часть энергии диссипирует в цилиндрических стенках полости, а эта величина в обоих случаях одна и та же. Расчёт показывает, что при колебаниях типа $\frac{\pi}{2}$ Q_0 составляет около 70% соответствующей величины для того случая, когда разность фаз между диафрагмами равна π. То же самое имеет место и для B. Таким образом, ускоряющее поле (пропорциональное $\alpha\sqrt{B}$) равно всего 0,84 той величины, которую оно имеет при колебаниях типа π. Иначе говоря, с точки зрения расхода энергии колебания типа $\frac{\pi}{2}$ невыгодны. Надо думать, что раз эффективность прибора так уменьшается при переходе от колебаний π-типа к типу $\frac{\pi}{2}$, то какое-то ухудшение произойдет и при переходе к любому другому режиму. Тип π, вероятно, является энергетически самым выгодным, так как требует минимального количества диафрагм на единицу длины и, следовательно, ведёт к минимальным потерям в контуре.

Тем не менее, колебания типа $\frac{\pi}{2}$ обладают и одним преимуществом. Оно столь существенно, что по крайней мере в одном проекте (принадлежащем General Electric Company) выбран именно этот режим работы. Дело в том, что при колебаниях типа $\frac{\pi}{2}$ групповая скорость v_g имеет максимальное значение, в то время как для типа π она теоретически равна нулю. Следовательно, длина затухания l_0 для колебаний типа $\frac{\pi}{2}$ может быть довольно большой, а во втором случае l_0 теоретически равно нулю. Поэтому ускоритель заметных размеров может в первом случае оказаться коротким (в том смысле, что его длина меньше l_0), а во втором — длинным. В следующем разделе мы рассмотрим некоторые особенности колебаний типа π, связанные с длиной затухания, и покажем, что можно построить линейный ускоритель весьма немалых размеров и всё же заставить его работать, как короткий; однако для типа $\frac{\pi}{2}$ соответствующая длина много больше. В дальнейшем будет показано, что короткий волновод питать гораздо проще, чем длинный. В General Electric Company запроектирован ускоритель средних размеров, и оказывается, что в случае колебаний типа $\frac{\pi}{2}$ его можно считать коротким, а в случае типа π-длинным, с соответствующим усложнением проблемы питания. В проекте МТИ мы стоим перед проблемой питания длин-

ного ускорителя, и указанное преимущество колебаний типа $\frac{\pi}{2}$ отсутствует.

Другая возможность использования колебаний типа $\frac{\pi}{2}$ состоит в возбуждении бегущих волн. Именно эта возможность используется в стэнфордском проекте. Мы попрежнему имеем здесь уменьшение B благодаря наличию добавочных диафрагм, но оно более чем компенсируется увеличением α. Будем рассматривать стоячую волну, соответствующую колебаниям типа π, как образованную двумя бегущими волнами, распространяющимися в противоположных направлениях. Только одна из них будет резонировать с электронами. По исключении бегущей волны, распространяющейся в другую сторону (что означает уменьшение запаса энергии вдвое), в трубе с бегущей волной будет получаться такое же ускорение, как и в случае стоячих волн. Иначе говоря, при том же ускорении потребуется вдвое меньшая мощность, что, как видно из уравнения (9), означает, что величина α возрастёт в $\sqrt{2}$ раз. Это не совсем точно, если в бегущей волне содержится заметная отражённая компонента, как это будет при приближении колебаний к типу π. В этом случае значение α всё время уменьшается, принимая в пределе значение, соответствующее колебаниям типа π. Однако для колебаний типа $\frac{\pi}{2}$ можно ожидать увеличения α в $\sqrt{2}$ раз. Комбинируя это с уже известным уменьшением B, мы видим, что при переходе от колебаний типа π к бегущей волне типа $\frac{\pi}{2}$ ускоряющее поле увеличивается в $\sqrt{0{,}7 \cdot 2} = 1{,}18$ раза. О таком улучшении свойств прибора стоило бы позаботиться, если бы не было компенсирующих его недостатков. В действительности, благодаря переходу от стоячих волн к бегущим и уменьшению размеров отверстий в диафрагмах, величина $\alpha\sqrt{B}$ в стэнфордском проекте увеличивается примерно в 1,68 раза по сравнению с ускорителем МТИ (возрастает от 0,32 до 0,54). Это, однако, компенсируется двумя недостатками. Во-первых, как мы уже видели выше, в коротком ускорителе, работающем на бегущих волнах (вроде того, что строится сейчас в Стэнфорде), поле уменьшается в $\sqrt{\frac{l}{l+l_0}}$ раз по сравнению с прибором, использующим стоячие волны. Длина затухания в стэнфордском ускорителе равна примерно 18 *м*, а полная длина его составит, вероятно, около 6 *м*. Следовательно,

$$\sqrt{\frac{l}{l+l_0}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{18}{6}}} = 0{,}50.$$

С учётом этого множителя численный коэффициент в стэнфордском проекте окажется равным всего 0,27 против 0,32 в приборе

МТИ. Положение, конечно, улучшится, если сделать прибор длиной в l_0 или много больше, как это в дальнейшем предполагается в Стэнфорде. Выше мы уже отмечали, что в некотором интервале длин прибора, близких к l_0, ускоритель, работающий на бегущих волнах, может оказаться несколько более выгодным. Второй недостаток ускорителей этого типа имеет место только в длинных приборах. Он связан с трудностью стабилизации частоты вибраторов. Это обстоятельство, которое в дальнейшем будет разобрано подробнее, составляет, по мнению автора, важнейший аргумент в пользу применения в длинных ускорителях стоячих волн (если только прибор питается от вибраторов с самовозбуждением).

Интересно сравнить окончательные данные всех трёх проектов — МТИ, калифорнийского и стэнфордского. Исходя из уравнения (13), подставим туда численное значение проводимости. Примем для меди значение $5{,}5 \cdot 10^7$ *мо* на метр. Для коротких волн мы возьмём 0,8 этой величины, так как почти всегда значения σ в ненагруженной полости при длине волны в 10 *см* оказываются процентов на двадцать меньше теоретических (для калифорнийского проекта нужно взять даже 0,4, чтобы получить согласие с наблюдаемыми значениями σ). Мы получим:

$$E \text{ (в мегавольтах на метр)} = 7{,}3\,\frac{\alpha\sqrt{B}\sqrt{P\ (\textit{мегаватт на метр})}}{\lambda_0^{1/4}\ (\textit{в метрах})}.$$

Для бегущих волн сюда нужно добавить ещё множитель $\sqrt{\frac{l}{l+l_0}}$; вместо коэффициента 7,3, соответствующего истинной проводимости меди, в случае коротких волн надо поставить 6,9, а для калифорнийского проекта — 5,8. Подставляя уже упомянутые в тексте значения, мы имеем для константы

$$C = 7{,}3\,\alpha\sqrt{B}\sqrt{\frac{l}{l+l_0}} : \lambda_0^{1/4}.$$

$$C = \begin{cases} 3{,}9 \text{ для ускорителя МТИ,} \\ 3{,}3 \text{ для стэнфордского прибора,} \\ 6{,}1 \text{ для ускорителя калифорнийского университета.} \end{cases}$$

Вторая цифра равнялась бы 6,6, если бы не поправка на небольшую длину прибора. Эти цифры показывают, что, несмотря на различие систем, ускорение во всех трёх случаях оказывается примерно одинаковым (при одинаковой мощности, вводимой на единицу длины). Разница в ускорениях, которые предполагается получить, происходит главным образом за счёт разных мощностей. Так, в ускорителе МТИ будет по одному магнетрону на каждые 32 *см* длины прибора. Магнетрон будет отдавать, вероятно, около 0,8 MW, примерно половина этой величины попадёт в ускоритель. Это даёт $P = \frac{0{,}4}{0{,}32} = 1{,}25$ мегаватта на метр, откуда $E = 4{,}4$ мегавольта на метр. При

общей длине ускорителя 6,4 *м* сообщаемая электронам энергия окажется равной $4{,}4 \cdot 6{,}4 = 28$ MeV. В предварительной модели стэнфордского ускорителя предполагается использовать только один магнетрон при длине прибора около 6,1 *м*. Поскольку здесь мы имеем дело с бегущими волнами, можно использовать всю отдаваемую магнетроном мощность, и, принимая то же значение 0,8 MW, что и в проекте МТИ, мы получаем $P = \frac{0{,}8}{6{,}1} = 0{,}131$ мегаватта на метр, откуда $E = 1{,}20$ мегавольта на метр. Электроны разгоняются при этом до энергии $6{,}1 \cdot 1{,}20 = 7{,}3$ MeV. С другой стороны, в дальнейшем в Стэнфорде предполагают питать ускоритель от мощных клистронов новой конструкции, используемых как усилители мощности. Они будут размещены периодически вдоль прибора, с периодом порядка l_0. Пока ещё рано предсказывать, какие энергии могут быть здесь получены. Полная мощность, вводимая в калифорнийский ускоритель, составляет 2,34 MW. При длине прибора около 12,2 *м* это даёт $P = \frac{2{,}34}{2{,}12} = 0{,}19$ мегаватта на метр, откуда $E = 2{,}66$ мегавольта на метр, и разность потенциалов на концах трубы равна 32 MeV. Однако, поскольку ионы находятся не в пике волны, только 28 MeV используется для ускорения. К этому добавляется ещё начальная энергия ионов, равная 4 MeV.

(*Окончание в следующем выпуске.*)