

ФИЗИКА РАКЕТЫ*)

*Говард С. Зейферт, Марк М. Миллс
и Мартин Саммерфильд*

IV. ДИНАМИКА РАКЕТЫ ДАЛЬНОГО ДЕЙСТВИЯ

ДОСТИЖЕНИЕ БОЛЬШИХ ВЫСОТ И ОТРЫВ ОТ ЗЕМНОГО ПРИТЯЖЕНИЯ

39. История высотных ракет

«Ракетами дальнего действия» мы будем называть ракеты, имеющие дальность полёта не меньше 100 миль, с мотором, рассчитанным

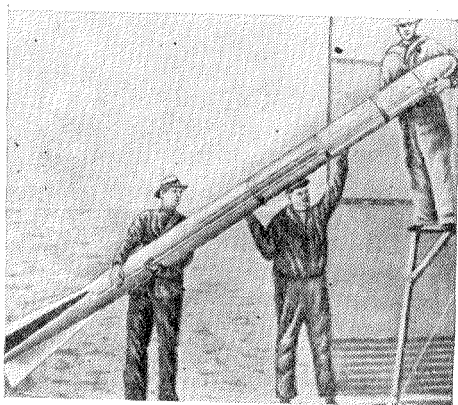


Рис. 42. Ракета Р. Годдарда на жидком кислороде и бензине, достигшая в 1935 г. высоты 2300 м.

на время горения не менее чем, примерно, 30 сек и для которых максимальная дальность полёта являлась основной задачей при конструировании. Этим они отличаются от артиллерийских ракет, задача которых — перебросить наибольший полезный груз на короткую дистанцию. «Исследовательская ракета» представляет специальный вид ракет дальнего действия, предназначенный для поднятия научных измерительных приборов на наибольшую высоту по вертикальной траектории с целью определения физических условий в верхних

слоях атмосферы или даже за пределами атмосферы. Как известно, шары-пилоты достигают максимальной высоты в 40 км, и следовательно, область применения ракет начинается с этой высоты.

*) Amer. J. of Physics 15, 3 (1947) (окончание). См. УФН, 34, вып. 1, 34, вып. 3, 334 (1943). Перевод М. Л. Антокольского.

Первый технический анализ проблемы достижения больших высот был опубликован Циолковским в 1903 г. на русском языке¹. В этой работе указано потенциальное превосходство ракет с жидким рабочим веществом над пороховыми и сделан вывод о необходимости вести исследования именно в этом направлении.

Первыми экспериментальными попытками достижения больших высот при помощи ракеты были работы Годдарда² в США, начатые в 1912 г. и продолжавшиеся до 1941 г. После опытов по определению скоростей истечения, получаемых с твёрдыми рабочими веществами—чёрным и бездымным порохом—и с комбинацией кислород—бензин, Годдард построил и испытал несколько жидкостных ракет.

Максимальная высота — 2300 м — была достигнута в 1935 г. ракетой длиной в 4,3 м с кислородно-бензиновым мотором (рис. 42). Одним из интересных результатов этих работ явился принцип стабилизации ракеты гироскопическим действием лопастей, вращаемых потоком выходящих газов.

В Германии в период с 1923 по 1930 г. Герман Оберт³ значительно развил теорию ракеты. Активную экспериментальную работу проводил Verein für Raumschiffahrt — общество, основанное в 1927 г. для исследования в области ракетных двигателей. При его содействии был построен и испытан ряд жидкостных ракет, работавших на бензине с кислородом. Максимальная высота, достигнутая при опытах, была около 1800 м.

Это общество прекратило существование в 1932 г. в связи с переходом работ в руки Германского артиллерийского ведомства⁴.

Подобное же добровольное общество было организовано в Соединённых штатах в 1931 г., и в настоящее время оно носит название Американского Ракетного общества. Хотя разработка высотных исследовательских ракет была с самого начала задачей общества, оно успело разработать только одну ракету на бензине и кислороде к

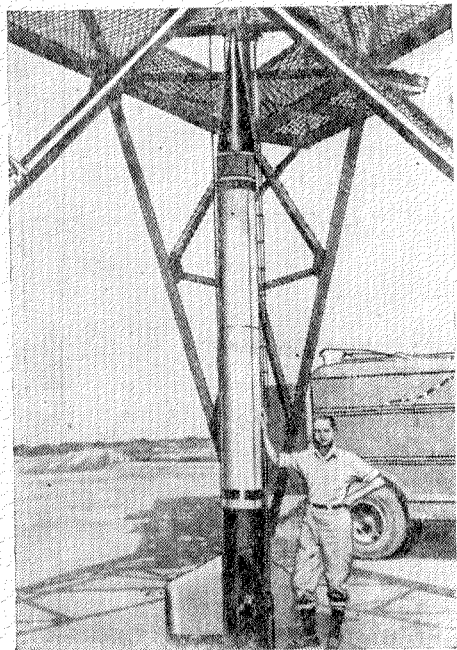


Рис. 43. Ракета WAC-Corporal, установленная в башне для запуска.

тому моменту, как деятельность его была прервана наступлением второй мировой войны⁵.

В Калифорнийском технологическом институте интерес к возможности достижения при помощи ракеты высот, превышающих 30 км, был возбуждён работами Малины и его сотрудников, начатыми в 1936 г. В период 1936—1940 гг. был выполнен теоретический анализ полёта высотной ракеты и термодинамики ракеты, и были исследованы характеристики различных рабочих веществ⁶.

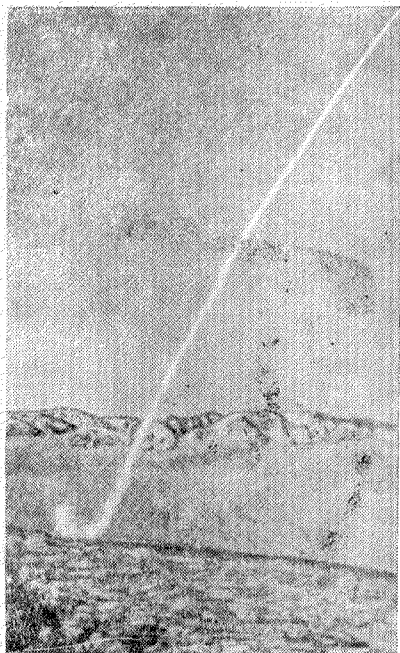


Рис. 44. Полёт ракеты с твёрдым рабочим веществом, построенной во время предварительной разработки исследовательской ракеты WAC-Corporal. Дымовой след имеет длину около 4,8 км.

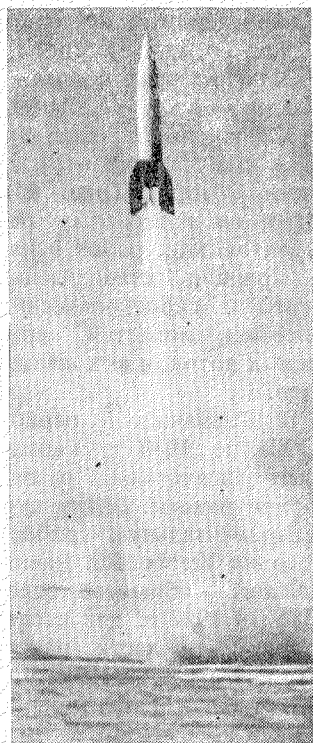


Рис. 45. Германская ракета „Фау-2“ в момент взлёта на полигоне Уайт-Сэндс (Нью-Мексико).

В 1940 г. программа работ Калифорнийского технологического института была расширена и направлена в основном на военное применение ракет. Интерес к исследовательским ракетам активно возродился в 1945 г., когда была построена исследовательская ракета, так называемая WAC-Corporal, предназначенная для подъёма

на большую высоту измерительных инструментов весом около 11 кг. В августе этого года было выпущено 10 таких ракет, достигших максимальной высоты 70 км⁷ (см. рис. 40 и 43). На рис. 44 изображён полёт опытной ракеты с твёрдым рабочим веществом, применявшейся при предварительных экспериментах, связанных с разработкой WAC-Corporal.

Наивысшая точка до настоящего времени была достигнута в 1944 г., когда две германские ракеты «Фау-2», запущенные верти-

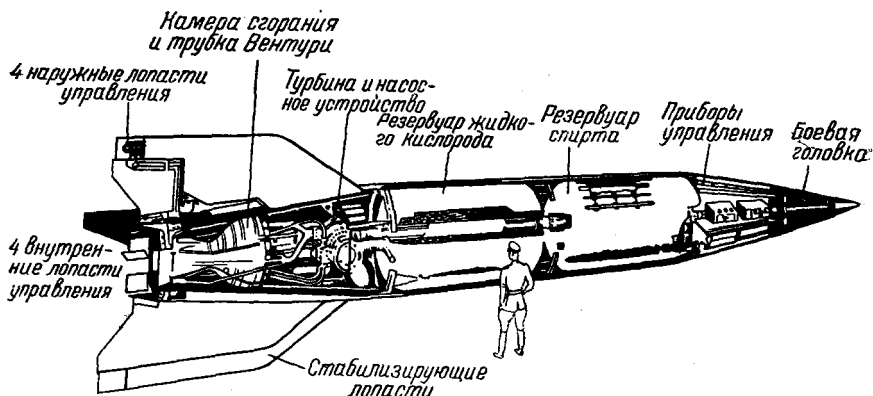


Рис. 46. Британское официальное изображение ракеты „Фау-2“, опубликованное 8 декабря 1945 г.

кально вверх, достигли высоты 170 км⁸. При нормальном полёте этой ракеты в горизонтальном направлении наивысшая точка траектории находится около 96 км высоты. При последних экспериментальных запусках трофейных ракет «Фау-2» на испытательном полигоне Артиллерийского управления в Уайт-Сэндс, Нью-Мексико, были достигнуты высоты, превышающие 160 км. Эта конструкция представляет собой наивысший технический успех, достигнутый в настоящее время (рис. 45 и 46).

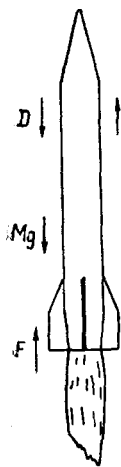
40. Общие уравнения движения ракеты

В этом разделе мы рассмотрим динамику вертикального полёта высотной ракеты. Изучение влияния различных факторов, определяющих условия полёта, позволяет оценить перспективы будущего развития высотных ракет.

Ракетный прибор, подобный «Фау-2» или WAC-Corporal, состоит из следующих основных частей: мотора, так называемого полезного груза, состоящего в исследовательских ракетах из различных измерительных приборов, запаса рабочего вещества, оболочки и несущих конструкций. Рабочая жидкость составляет, вообще говоря, наибольшую

шую часть общей массы. Перед запуском ракета устанавливается в вертикальном положении, передней частью вверх. Если ракета не снабжена автоматическим управлением, то для её запуска необходима направляющая башня, в которой ракета разгоняется до скорости, достаточной для стабилизации её действием аэродинамических сил.

Ниже будут рассматриваться только условия полёта ракеты. Прочие динамические задачи, как, например, устойчивость полёта, влияние на полёт органов управления и стабилизация самих этих органов, представляются слишком специальными для изложения в этой статье.



Во время работы мотора ракета испытывает ускорение под действием тягового усилия, которое должно преодолевать противодействие силы тяжести и сопротивления воздуха (рис. 47). Если предельная высота мала по сравнению с земным радиусом, то изменением силы тяжести можно пренебречь. Однако масса ракеты, аэродинамическое сопротивление и развиваемое тяговое усилие изменяются во время полёта.

Если F — тяговое усилие мотора, D — сопротивление воздуха и M — мгновенное значение массы ракеты, то её ускорение определяется соотношением

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F - D - Mg}{M}. \quad (94)$$

Рис. 47. Силы, действующие на ракету при вертикальном полёте в атмосфере.

Обычно ракеты конструируются так, что масса вещества, вытекающая в единицу времени, постоянна. В этом случае масса ракеты изменяется в зависимости от времени линейно, согласно уравнению

$$M = M_0 \left(1 - \frac{\zeta t}{t_p} \right) \quad \text{для } t \leq t_p, \quad (95)$$

где M_0 — начальная масса, t_p — общая длительность работы мотора и ζ — отношение первоначального количества рабочего вещества к общей массе ракеты.

Тяговое усилие для любого момента времени выражается соотношением

$$F = \frac{M_p c}{t_p}, \quad (96)$$

где $M_p = \zeta M_0$ — начальная масса рабочего вещества, а c — эффективная скорость истечения в струе. Зависимость c от высоты полёта была рассмотрена в разделе 10, но для упрощения расчёта в выражении (96) и во всём последующем анализе принимается постоянное среднее значение c . Вследствие этого мы здесь будем принимать для тягового усилия постоянное среднее значение, несмотря на то, что на деле оно в конце горения может превосходить усилие при старте на 25%.

Аэродинамическое сопротивление определяется уравнением

$$D = C_d A \cdot \frac{1}{2} \rho v^2, \quad (97)$$

где C_d — коэффициент сопротивления, A — площадь фронтального поперечного сечения и ρ — плотность атмосферы. Коэффициент C_d зависит не только от размеров и формы ракеты и характера её поверхности, но также и от скорости v . Эту последнюю зависимость выражают через посредство числа Маха, представляющего отношение скорости полёта к скорости распространения звука в данных условиях. В дальнейшем, для простоты, мы будем брать для C_d некоторое постоянное среднее значение.

Комбинируя уравнения (94) и (97) и интегрируя получающееся при этом уравнение движения, мы приходим к нижеследующему выражению для скорости v в любой момент полёта с работающим мотором

$$v = \int_0^t \frac{\frac{\zeta C}{t_p}}{1 - \zeta \frac{t}{t_p}} dt - \int_0^t g dt - \int_0^t \frac{\frac{C_d}{\mu} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2}{1 - \frac{\zeta t}{t_p}} dt + v_0, \quad (98)$$

где v_0 — начальная скорость при запуске. Параметр μ обозначает отношение M_0/A , от которого зависит относительный вес третьего члена в (98). Первые два интеграла могут быть вычислены непосредственно, третий же — при помощи численных методов; его значение мы обозначим $\frac{q_1 C_d}{\mu}$, где

$$q_1 = \int_0^{t_p} \frac{\frac{1}{2} \rho v^2}{1 - \zeta \frac{t}{t_p}} dt. \quad (99)$$

Скорость к концу работы мотора оказывается равной

$$v_p = -c \ln(1 - \zeta) - g t_p - q_1 \frac{C_d}{\mu} + v_0. \quad (100)$$

При полёте в пустоте скорость в конце работы мотора равна

$$v_{p_0} = -c \ln(1 - \zeta) - g t_p + v_0. \quad (101)$$

Вторичное интегрирование уравнения (98) даёт высоту, достигаемую к концу работы мотора

$$h_p = c t_p \left[1 + \frac{1 - \zeta}{\zeta} \ln(1 - \zeta) \right] - \frac{1}{2} g t_p^2 + v_0 t_p + h_0 - q_2 \frac{C_d}{\mu}, \quad (102)$$

где q_2 — двойной интеграл по времени от величины, стоящей под

знаком интеграла в выражении для q_1 . Если сопротивлением воздуха можно пренебречь, то последний член $q_2 \frac{C_d}{\mu}$ пропадает.

После окончания горения ракета продолжает набирать высоту, пока её скорость не станет равной нулю. Это добавочное увеличение высоты, если предположить, что ракета, находится уже вне атмосферы, равно просто

$$h_c = \frac{\frac{1}{2} v_p^2}{g}. \quad (103)$$

Наивысшая точка траектории равна сумме R_p и h_c или

$$h = \frac{c^2}{2g} [\ln(1 - \zeta)]^2 + ct_p \left[1 + \frac{1}{\zeta} \ln(1 - \zeta) \right] + \frac{v_0^2}{2g} + h_0 - \\ - \frac{v_0 c}{g} \ln(1 - \zeta) - \frac{C_d}{\mu} \left[q_2 + \frac{v_0 q_1}{g} - \frac{cq_1}{g} \ln(1 - \zeta) - \right. \\ \left. - q_1 t_p - \frac{q_1^2}{2g} \frac{C_d}{\mu} \right]. \quad (104)$$

Рассмотрим значение каждого члена в (104). Первый из них, обычно имеющий преобладающее значение, пропорционален квадрату скорости истечения. Благодаря наличию логарифмического фактора, он весьма чувствителен к малым изменениям относительной массы рабочего вещества ζ , в особенности при значениях ζ , близких к единице. Действительно, как бы ни была мала скорость истечения, высота полёта ракеты стремится к бесконечности, когда нерасходуемая масса ракеты стремится к нулю. Второй член всегда отрицателен и, так как он пропорционален t_p , максимальная высота полёта тем ниже, чем больше время горения. Если бы t_p было единственным фактором, то наибольшая высота полёта достигалась бы при мгновенном сгорании всего рабочего вещества. Однако ракета, могущая противостоять развивающимся при этом усилиям, должна была бы иметь большую величину отношения массы конструкции к массе рабочего вещества, что приводит к значительному уменьшению первого члена в (104). Кроме того, при запуске ракеты с земной поверхности очень большая величина начальной скорости сильно повысила бы сопротивление воздуха. Таким образом, существует, вообще говоря, оптимальное время горения, которое должно быть определено для каждого типа ракеты. Третий, четвёртый и пятый члены представляют собой поправки для того случая, когда ракета уже имеет начальную скорость до своего зажигания, как например при запуске с помощью вспомогательной ракеты и для случая, когда запуск производится с возвышенной над землёй точки.

Наконец, последний, отрицательный по знаку, член учитывает торможение ракеты воздухом. Конечно он исчезает при $C_d = 0$ или $\rho = 0$, т. е. в вакууме, или за пределами атмосферы. Замечательно,

что он делается незначительным для больших значений μ . Параметр $\mu = M_0/A$ пропорционален произведению длины ракеты на её среднюю плотность. Поэтому, при сравнении подобных между собой ракет, оказывается, что эффект сопротивления воздуха делается незначительным для ракет достаточно больших размеров, и работа больших ракет с удовлетворительным приближением описывается первыми пятью членами, не зависящими от размеров.

Высота, достигаемая достаточно большой ракетой, запускаемой из неподвижного состояния и при $h_0 = 0$, даётся просто уравнением

$$h = \frac{c^2}{2g} [\ln(1 - \zeta)]^2 + ct_p \left[1 + \frac{1}{\zeta} \ln(1 - \zeta) \right]. \quad (105)$$

Влияние на достижимую высоту скорости истечения c относительной массы рабочего вещества ζ и отношения полной массы ракеты к поперечному сечению (поперечной нагрузки) μ представлено на рис. 48 и 49, изображающих высоту, вычисленную по уравнению (104). При вычислении использована кривая сопротивления воздуха рис. 50, представляющая результаты, полученные для удачно спроектированных ракет. Для распределения плотности и температуры атмосферы были использованы стандартные данные Национального Сопроводительного Комитета Воздухоплавания (NASA)⁹.

В таблице IX представлены данные о ракетах WAC-Corporal и «Фау-2» для сравнения действительно полученных данных с величинами, предсказываемыми уравнением (104), при использовании для определения сопротивления воздуха кривой рис. 50. Наблюдаемое расхождение, повидимому, вызвано такими обстоятельствами,

как увеличение лобового сопротивления из-за небольших поперечных качаний и неполного использования рабочего вещества в период

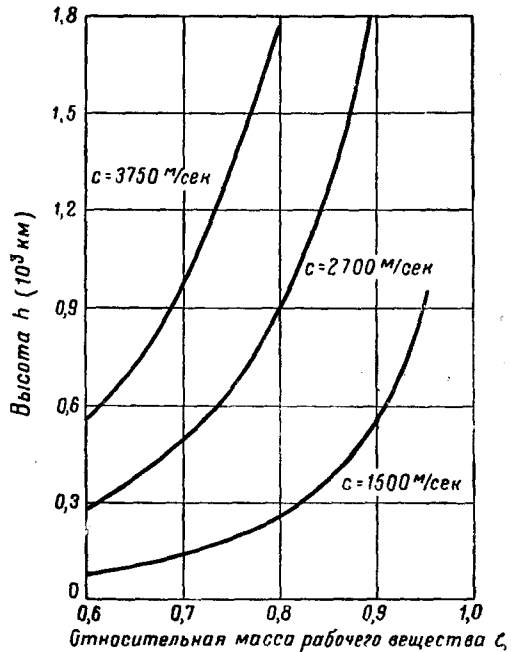


Рис. 48. Влияние относительной массы рабочего вещества и эффективной скорости истечения на высоту, достигаемую при вертикальном полёте. Влияние сопротивления воздуха предполагается незначительным, и принято, что $\mu = \infty$, $t_p = 30$ сек, $h_0 = 0$ и $v_0 = 0$.

запуска и окончания горения и т. п. В частности, для WAC-Corporal известно, что её лобовое сопротивление превосходит цифры, давае-

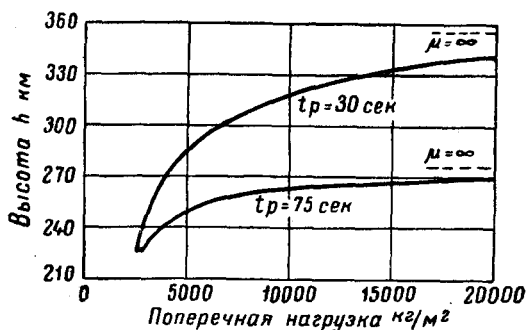


Рис. 49. Влияние длительности горения t_p и поперечной нагрузки μ на высоту вертикального полёта ракеты. Предположено, что $\zeta = 0,70$, $c = 2350$ м/сек, $h_0 = 0$, $v_0 = 0$ и C_d определяется по рис. 50.

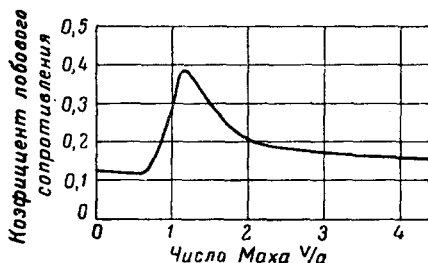


Рис. 50. Зависимость коэффициента лобового сопротивления C_d от числа Маха, используемая при расчёте ракетных траекторий. Предполагается, что нет вытекающей струи, что угол атаки равен нулю и что могут быть применены стандартные таблицы NASA для атмосферного давления.

мые рис. 50. Скорость истечения у ракеты «Фау-2» была исправлена с учётом сопротивления стабилизирующих лопастей, помещённых в вытекающую струю.

Таблица IX

Сравнительные данные для ракет WAC-Corporal и «Фау-2»

Рабочее вещество	WAC-Corporal Кислота—Анилин	«Фау-2» Кислород — спирт
Относительная масса рабочего вещества	0,54	0,70
Средняя скорость истечения (м/сек)	2050	2100
Начальная скорость (м/сек)	220	0
Продолжительность горения (сек)	45	70
Общая масса (кг)	315	12650
Площадь сечения (см ²)	7,2	270
Достигнутая высота (км)	70	171
Вычисленная высота (км)	91	190

41. Соображения о полёте в мировое пространство

Вопрос о полёте в мировое пространство включает в себе много различных проблем, включая вопросы управления траекторией, навигации, связи, техники взлёта и посадки. Основным физическим вопросом всё же является сообщение судну энергии, необходимой для отрыва от земного притяжения. Хотя высказывались иногда соображения о выбрасывании снаряда из трубы наподобие пушки, все исследователи согласны в том, что единственным пригодным способом является ракета^{10a, 10b}.

Мы рассмотрим сначала вопрос об энергии или скорости, необходимой для преодоления земного притяжения, и затем соображения о конструкции ракеты, пригодной для создания таких скоростей. Представляют интерес четыре случая.

1. Земной спутник, вращающийся вокруг Земли по круговой орбите вне атмосферы, может оставаться на такой орбите неопределённо долго, не расходуя дополнительной энергии, за исключением случая столкновения с метеором¹¹. Расстояние орбиты от Земли должно быть достаточным, чтобы спутник не встречал сопротивления воздуха. Скорость спутника должна быть такова, чтобы скомпенсировать притяжение Земли, и определяется следующими уравнениями:

$$\frac{v^2}{R+h} = \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}, \quad (106)$$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{R+h}}, \quad (107)$$

где R — радиус Земли, h — высота орбиты над земной поверхностью и g_0 — ускорение силы тяжести на поверхности Земли. Время одного оборота равно

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = 2\pi \left(1 + \frac{h}{R}\right) \sqrt{\frac{R+h}{g_0}}. \quad (108)$$

Полная энергия E на единицу массы, которая должна быть сообщена кораблю для достижения им этой орбиты, представляет сумму потребной кинетической и потенциальной энергии, т. е.

$$E = \frac{1}{2} v^2 + \int_0^h g_0 \frac{R^2}{(R+x)^2} dx = \frac{v^2}{2} + g_0 h \frac{R}{R+h}, \quad (109)$$

или, подставляя значение v из уравнения (107),

$$E = \frac{1}{2} g_0 R \left(1 + \frac{h}{R+h}\right). \quad (110)$$

В этом уравнении не учтена возможность добавки к требуемой общей скорости периферической скорости земной поверхности. Изменение требуемой полной энергии в зависимости от высоты опреде-

ляется вторым членом уравнения (110), из которого видно, что энергия для орбиты на высоте 320 км всего на 5% больше, чем для орбиты у самой земной поверхности. Общая энергия на единицу массы, нужная для достижения такой орбиты, составляет $3,43 \cdot 10^{10}$ дж/кг. Орбитальная скорость составляет 7 800 м/сек и время оборота — 1,51 часа.

Проекты такого рода ставят на разрешение множество интересных вопросов, выходящих за пределы содержания этой статьи. Таковы определение оптимальной траектории для выхода на орбиту, метод задания этой траектории или управления ею во время полёта, средства связи с кораблём во время его полёта, вероятность разрушительного столкновения с метеором и техника спуска на Землю. Потребуется большое количество работы и вычислений, прежде чем такой полёт сможет быть практически осуществлён.

2. Интересный специальный случай ракеты-спутника представляет так называемый «стационарный спутник», угловая скорость которого равна угловой скорости вращения Земли. Такая ракета, обращающаяся по орбите, лежащей в плоскости экватора, будет занимать стационарное положение по отношению к земному наблюдателю. Было сделано указание, что стационарный спутник может явиться удобным трансляционным пунктом для коротковолновой связи на пространстве почти половины земной поверхности. Из уравнений (107), (108) и (110) можно найти, что стационарный спутник должен располагаться на расстоянии 35 800 км от поверхности Земли, т. е. около шести земных радиусов или одной десятой расстояния до Луны. Его орбитальная скорость составляет 3110 м/сек и полная энергия на единицу массы, потребная для достижения этой орбиты, равна $6,07 \cdot 10^{10}$ дж/кг.

3. Другой интересный пример расчёта, выполняемого тем же методом, представляет определение минимальной энергии, необходимой для полного отрыва от земного притяжения. С помощью уравнения (110) эта полная энергия определяется в $6,55 \cdot 10^{10}$ дж/кг, лишь не на много больше, чем для стационарного спутника. Эта энергия соответствует известной «скорости убегания», равной 11,2 км/сек.

4. В виде предельного случая может быть рассмотрен отрыв от Земли и от всей солнечной системы. Сила притяжения Солнца достаточно велика, чтобы потребовать для своего преодоления затраты значительной энергии. Напротив, влиянием всех планет можно пренебречь, так как их общая масса составляет около одной тысячной массы Солнца.

Энергия на единицу массы, требующаяся для того, чтобы переместить корабль с земной поверхности в точку, удалённую от солнечной системы, равна сумме увеличения потенциальной энергии земного поля плюс увеличение потенциальной энергии солнечного поля и минус кинетическая энергия орбитальной скорости Земли. Первый

и второй члены равны соответственно $\frac{GM_e}{R}$ и $\frac{GM_s}{S}$, где G — гравитационная константа, M_e — масса Земли, R — радиус Земли, M_s — масса Солнца и S — расстояние от Земли до Солнца. Третий член равен $\frac{1}{2} GM_s/S$. Кинетической энергией, связанной с вращением Земли вокруг оси, можно пренебречь. Таким образом, потребная энергия на единицу массы будет

$$E = \frac{GM_e}{R} + \frac{GM_s}{S} - \frac{\frac{1}{2}GM_e}{S} = \frac{GM_e}{R} \left[1 + \frac{M_s R}{2M_e S} \right] \quad (111)$$

или, так как $g_0 = \frac{GM_e}{R^2}$,

$$E = g_0 R \left[1 + \frac{1}{2} \frac{M_s}{M_e} \frac{R}{S} \right]. \quad (112)$$

Но $\frac{M_s}{M_e} = 3,32 \cdot 10^5$; $\frac{R}{S} = 4,26 \cdot 10^{-5}$ и $g_0 R = 6,55 \cdot 10^{10}$ дж/кг.

Отсюда величина E получается $52,9 \cdot 10^{10}$ дж/кг. В двух следующих разделах рассматриваются характеристики ракет, требующиеся для получения подобных энергий.

42. Общая теория многоступенчатых ракет

Идея многоступенчатой ракеты возникает естественно ввиду трудности осуществления одной ракеты достаточно лёгкой конструкции, способной приобретать скорость, необходимую для отрыва от земного притяжения. Конечно, к ракетам, использующим атомную энергию, это может не относиться. В разделе 41 было показано, что необходимые скорости — порядка 7500 м/сек и выше. Принимая эту величину, можно на основании (101) вычислить требуемые характеристики для внеземной ракеты.

Одно из наивысших значений скорости истечения, получающихся в результате химической реакции, соответствует комбинации кислород—водород и составляет около 3180 м/сек на уровне моря (см. таблицу IV в первой статье). Можно принять, в соответствии с соображениями, развитыми в разделе 10, что среднее значение скорости истечения за время полёта за пределы атмосферы может быть на 20% выше значения на уровне моря. Этот эффект зависит от уменьшения противодавления на больших высотах, и его размер зависит от рабочего давления в камере, формы сопла и траектории полёта.

Подставляя в (101) значение $c = 3750$ м/сек и полагая время горения $t_p = 100$ сек, получаем, что скорость ракеты в 7500 м/сек может быть достигнута только при относительной массе рабочего вещества ζ , превышающей 0,895. Это означает, что масса ракеты с полезным

грузом за вычетом рабочего вещества не должна превышать 10% общей массы. Ещё более высокие скорости, соответствующие случаям 2, 3 и 4 раздела 41, требуют ещё более лёгкой конструкции.

Детальный разбор факторов, определяющих вес конструкции ракеты, не отвечает цели этой статьи; достаточно лишь указать на то, что у ракеты «Фау-2» фактор ζ равен 0,70, чтобы оценить трудность практического осуществления ракеты, имеющей $\zeta = 0,90$ или ещё выше.

В одноступенчатой ракете максимально достижимая скорость резко лимитируется тем фактом, что энергия, развиваемая мотором, расходуется на ускорение всей массы оболочки ракеты даже и в тот период, когда большая часть этой оболочки опорожнена и уже является ненужной. Отсюда возникает идея ракеты, состоящей из нескольких ступеней, действующих независимо и содержащих свой отдельный запас рабочего вещества^{10b}. После израсходования этого запаса соответствующая ступень отбрасывается и оставшаяся часть приводится в движение следующей ступенью. Последняя, наименьшая ступень несёт полезный груз (рис. 51).

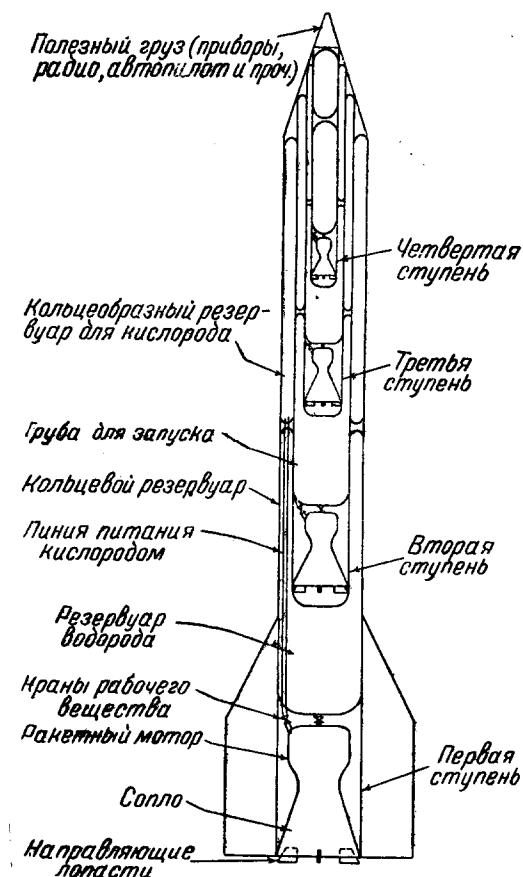


Рис. 51. Одно из возможных размещений составных частей четырехступенчатой ракеты.

Последняя, наименьшая ступень несёт полезный груз (рис. 51).

Анализ работы многоступенчатой ракеты может быть выполнен методом, развитым в разделе 40. Пусть число ступеней N , и последняя ступень несёт полезный груз массы M_l . Назовём коэффициентом полезного груза (λ^*) для каждой ступени отношение груза, несомого

*) В разделе 10 символ λ имел совершенно другое значение.

ракетой, к массе ракеты в моменты начала горения данной ступени. Можно показать^{10b}, что оптимальный результат получается при значениях λ , одинаковых для всех ступеней. Пусть, например, трёхступенчатая ракета несёт полезный груз 100 кг в третьей ступени и начальная масса этой ступени равна 500 кг. Следовательно, коэффициент полезного груза третьей ступени — 0,20. Эта третья ступень запускается при помощи второй ступени, имеющей начальную массу 2500 кг. Значение λ_2 также 0,20. Полная масса первой ступени и вместе с тем масса всей составной ракеты равна 12 500 кг, так что масса второй ступени составляет 0,20 от общей массы. В общем виде это условие приводит к соотношению

$$M_0^{(1)} = \lambda^{-N} M_I, \quad (113)$$

где $M_0^{(1)}$ — начальная масса первой ступени, иными словами — общая масса ракеты.

Согласно определению, общая масса $M_0^{(1)}$ первой ступени включает в себе массу $M_0^{(2)}$ второй ступени, массу $M_p^{(1)}$ рабочего вещества в первой ступени и массу $M_e^{(1)}$ оболочки первой ступени. Вообще же для n -ой ступени соотношение гласит

$$\left. \begin{aligned} M_0^{(n)} &= M_0^{(n+1)} + M_p^{(n)} + M_e^{(n)}, \\ 1 &\leq n \leq N \\ \text{и} \quad M_0^{(N+1)} &= M_e. \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

Можно допустить, что каждая ступень одной и той же ракеты может быть выполнена с одинаковой степенью эффективного использования оболочки (повидимому, это близко соответствует действительности, за исключением, быть может, малых ракет с массой меньше 50 кг). Это допущение приводит к определению коэффициента ϵ , который мы назовём структурным фактором, одинаковым для всех ступеней*)

$$\epsilon = \frac{M_e^{(n)}}{M_e^{(n)} + M_p^{(n)}}; \quad 1 \leq n \leq N; \quad (115)$$

структурный фактор для «Фау-2» равен 0,24, что представляет наименьшую цифру, достигнутую до настоящего времени.

Относительная масса горючего ζ , определённая в разделе 40, выражается через посредство ϵ и λ уравнением

$$\zeta = (1 - \lambda)(1 - \epsilon). \quad (116)$$

*) Символ ϵ также имел другой смысл в разделе 9.

Рисунок 52 изображает схематически различные массы, фигурирующие в определениях λ , ε и ζ .

Согласно уравнению (101), увеличение скорости, даваемое каждой ступенью ракеты, определяется равенством:

$$v_n - v_{n-1} = -c_n \ln [\varepsilon (1 - \lambda) + \lambda] - g_0 t_n, \quad (117)$$

где v_n — скорость ракеты в конце горения n -ой ступени, c_n — среднее значение скорости истечения во время горения n -ой ступени и t_n — продолжительность этого горения. Так как начальные ступени достаточно велики для сведения лобового сопротивления до ничтожной величины, а последние ступени работают за пределами атмосферы, то член, зависящий от сопротивления воздуха, не включён в (117). Предполагается, что полёт ракеты во время горения происходит в основном вертикально и что, без существенной ошибки, можно принять для всех ступеней значение g_0 , относящееся к уровню моря. Каждая ступень зажигается тотчас по окончании горения предыдущей и отбрасывается немедленно после исходавания.

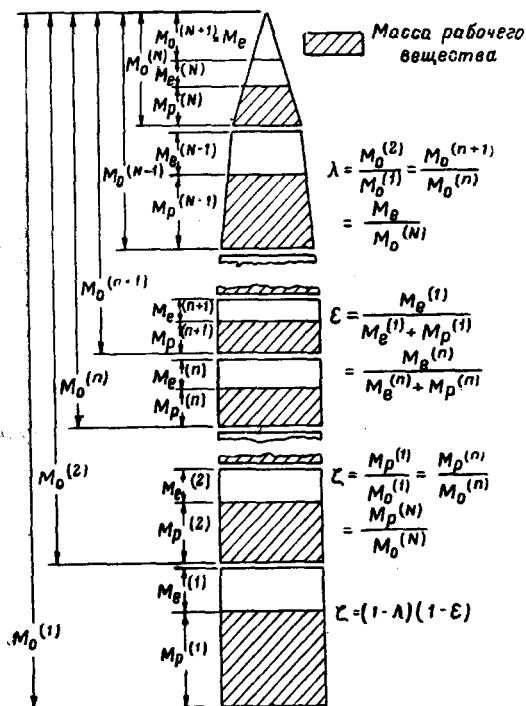


Рис. 52. Распределение в многоступенчатой ракете масс, входящих в определение относительной массы рабочего вещества ζ , структурного фактора ε и коэффициента полезного груза λ .

в конце горения последней ступени получается из уравнения (117) простым суммированием:

$$v_N = -Nc \ln [\varepsilon (1 - \lambda) + \lambda] - g_0 t_p, \quad (118)$$

где t_p — общее время горения и c — среднее значение скорости истечения за всё время горения.

Два основных равенства (113) и (118) могут быть записаны в безразмерной форме, посредством введения отношения полных масс G и отношения скоростей S в следующем виде:

$$G = \frac{M_0^{(1)}}{M_l} = \lambda^{-N}, \quad (119)$$

$$S = \frac{v_n + g_0 t_p}{c} = -N \ln [\varepsilon (1 - \lambda) + \lambda]. \quad (120)$$

Значение этих уравнений делается ясным, если рассмотреть общий ход выбора ракеты для заданных целей. Назначение ракеты определяет v_n , а выбор рабочего вещества определяет величину c , тем самым предопределяя значение отношения скоростей S . Накопленный опыт в конструировании ракет обычно определяет значение ε с достаточной точностью. Выбор S и ε даёт возможность рассчитать по (120) различные комбинации λ и N , а их совместное влияние на отношение масс определяется (119). В общем, чем больше число ступеней, тем больше коэффициент полезного груза λ и тем меньше необходимое отношение масс G .

Количественно эти эффекты могут быть определены с помощью рис. 53 и 54, на которых графически изображены уравнения (119) и (120) для различных значений S и ε . Они дают возможность сделать несколько интересных обобщений в отношении многоступенчатых ракет.

а) Для ракеты определённого назначения требуемая масса ракеты всегда пропорциональна массе полезного груза, несмотря на незначительность последней по сравнению с первой. Если полезный груз в 100 кг требует ракеты в 10 000 кг, то полезный груз в 200 кг потребует 20 000 кг.

б) Для заданных значений λ и ε число ступеней прямо пропорционально отношению скоростей, а требуемая общая масса зависит

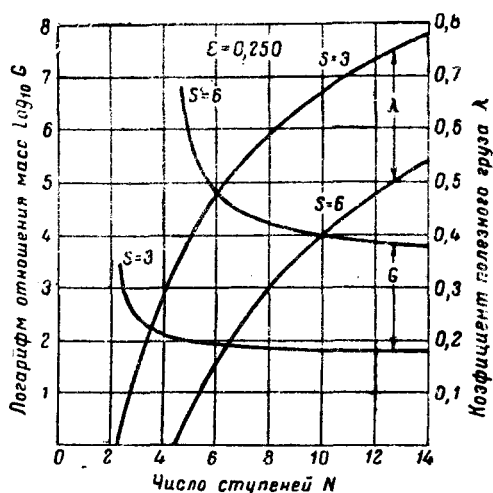


Рис. 53. График коэффициента полезного груза λ и отношения полных масс G в многоступенчатой ракете, в зависимости от числа ступеней N . Взяты два типичных значения отношения скоростей S , равных 3 и 6, и фактор структурной эффективности $\varepsilon = 0,25$.

экспоненциально от отношения скоростей или числа ступеней. Так например, для заданного полезного груза, если для достижения скорости 7500 м/сек требуется трёхступенчатая ракета, весящая

1000 M_1 , то для достижения 15 000 м/сек требуется шестиступенчатая ракета, весящая 1 000 000 M_1 .

с) Общая масса уменьшается с возрастанием числа ступеней, но это уменьшение делается ничтожным при большом числе ступеней. Математически может быть показано, что при постоянных ϵ и S в уравнениях (119) и (120) G с возрастанием N стремится к асимптотическому значению. В действительности, число ступеней N не должно выбираться слишком большим, ввиду того, что сложность и многочисленность механизмов вызывает нежелательное увеличение структурного фактора ϵ .

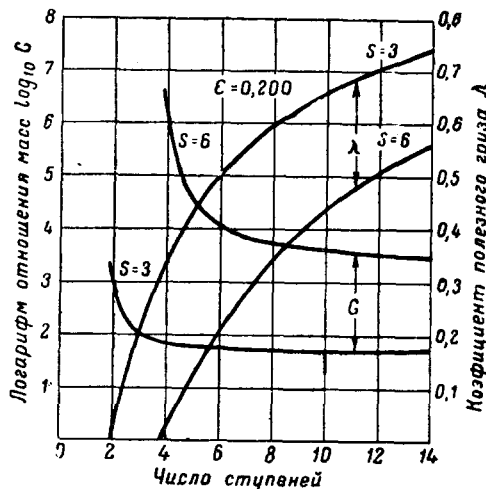


Рис. 54. График коэффициента полезного груза λ и отношения полных масс G , подобный рис. 53, при улучшенном факторе структурной эффективности $\epsilon = 0,20$.

Из рассмотрения рис. 53 и 54 вытекает, что благоприятные комбинации параметров получаются при значениях λ , лежащих между 0,20 и 0,40.

43. Числовые примеры многоступенчатых ракет

В разделе 41 был произведён расчёт энергии, необходимой для отрыва от земного притяжения для четырёх специальных случаев. В разделе 42 был изложен метод, позволяющий вычислить скорость в конце горения ступенчатой ракеты. Используя затем анализ, приведённый в разделе 40, можно получить общее выражение для высоты, достигнутой в конце горения ракеты. Далее, может быть написано выражение для общей энергии ракеты в конце горения. Приравнявая это последнее выражение полученным в разделе 41 необходимым значениям энергии, можно получить различные характеристики ракет, предназначенных для отрыва от Земли.

Нет необходимости приводить здесь довольно сложный полный анализ такого рода. Приближённое выражение полной энергии на единицу массы может быть получено следующим образом. Предположим, что траектория во время работы ракеты направлена вертикально вверх со средним ускорением γg_0 и что сила тяжести постоянна в течение времени горения ракеты. Легко вывести, что прира-

щение кинетической энергии тогда в ν раз больше приращения потенциальной энергии. Общее приращение энергии тогда может быть записано как

$$E = \frac{\nu + 1}{\nu} \left[\frac{1}{2} (v_N + v_0)^2 - \frac{1}{2} v_0^2 \right], \quad (121)$$

где v_0 — начальная скорость, или скорость запуска первой ступени, а v_N определяется уравнением (118). При помощи уравнения (121) может быть вычислено значение v_N для каждого из рассмотренных специальных случаев.

В этом разделе приводятся численные примеры для случая $\nu = 5$, хотя очевидно, что точное значение ускорения не имеет большого значения, коль скоро $\nu \gg 1$. Следует во всяком случае избегать очень больших ускорений, при которых можно опасаться повреждения ракеты вследствие высоких температур, развивающихся от трения о воздух. Для трёх первых случаев, разобранных в разделе 41, начальная скорость v_0 принята равной нулю. В четвёртом случае — полного отрыва от солнечной системы — начальная скорость приравнена орбитальной скорости Земли вокруг Солнца — 29,9 км/сек. Значения v_N , вычисленные по уравнению (121), и соответствующие времена горения, приведены в таблице X.

В виде первого примера рассмотрим ракету — земной спутник, использующую в качестве рабочего вещества кислород и водород. Как и в разделе 42, можно принять, что средняя скорость истечения во время горения достигает 3800 м/сек, что превосходит примерно на 20% величину на уровне моря, приведённую в таблице IV и исправленную соответственно имеющемуся там примечанию. Вследствие низкой средней плотности (0,24) этой смеси, требуются резервуары, трубопроводы, краны, насосы и проч. больших размеров, чем для более тяжёлых рабочих веществ, таких как спирт — кислород. Поэтому структурный фактор ϵ по всей вероятности должен быть выше, чем в ракете «Фау-2». Разумной величиной является 0,33. Значения v_N и t_p взяты из первой строки таблицы X. Тогда $c = 3800$ м/сек, $g_0 = 9,8$ м/сек., $t_p = 150$ сек, $v_N = 7800$ м/сек., и из уравнения (120), $S = \frac{8700 + 150 \cdot 9,8}{3800} = 2,44$.

Примем $N = 4$ ступеням. Тогда, подставляя значение $\epsilon = 0,33$ в уравнения (119) и (120), найдём $\lambda = 0,318$ и $G = 98,0$.

Определим полезный груз, состоящий из инструментов и радиопередатчика в 45 кг. Отметим снова, что требуемая масса ракеты пропорциональна массе полезного груза. Таким образом, представляя себе такой полёт, приходится думать о микроинструментах, микропередатчиках и микроприборах управления. Полная масса ракеты, согласно (113), составляет

$$M_0^{(1)} = 98,0 \times 45 = 4430 \text{ кг.}$$

Масса рабочего вещества в первой ступени ракеты получается из (116), именно

$$\zeta = (1 - 0,318)(1 - 0,330) = 0,457,$$

так что

$$M_p^{(1)} = 0,457 \times 4430 = 2025 \text{ кг.}$$

Предположение, что ϵ , λ и γ одинаковы для каждой ступени, приводит на основании уравнения (96) к тому, что время горения

Таблица X

Четыре характерных назначения ракеты

Назначение	Потребная энергия в $\frac{дж}{кг}$ 10^{10}	Скорость в конце **) в м/сек	Высота в конце горения в км	Длительность горения в сек
Спутник Земли на высоте 320 км (период 1,5 час)	3,43	7800	320 ****)	150
„Стационарный“ спутник на расстоянии 35 800 км	6,07	9900	990	200
Полный отрыв от Земли	6,55	10 300	1070	210
Полный отрыв от солнечной системы *)	52,9	11 900 ***)	1420	240

также одинаково для каждой ступени. Поэтому время горения первой ступени равно четверти общего времени в 150 сек., или 37,5 сек.

Тяговое усилие первой ступени получается

$$F_1 = \frac{M_p^{(1)}}{t_1} c = \frac{2025 \cdot 7800}{9,8 \cdot 37,5} = 21\,000 \text{ кг.}$$

Ускорение при запуске равно

$$a_{1\text{нач.}} = \frac{21\,000 - 4430}{4430} = 3,7 g_0,$$

*) Большая энергия, соответствующая случаю IV, рассчитана относительно Солнца; скорость рассчитана относительно Земли.

**) Скорость в конце горения рассчитана в предположении, что среднее ускорение на каждой ступени приблизительно 5g₀.

***)) При отрыве от солнечной системы скорость ракеты должна быть направлена тангенциально к земной орбите для использования орбитальной скорости в 29,9 км/сек.

****)) Траектория полёта во время горения в случае I не вертикальна, а искривлена для выхода на орбиту.

Таблица XI

Характеристики восьми ракет с полезным грузом 45 кг

Назначение	Рабочее вещество	Число ступеней	Полная масса в т	Начальное тяговое усилие в т	Примерная длина в м	Примерный диаметр в м
Земной спутник	кислород — водород	4	4,4	20,9	12,6	1,26
	кислота — анилин	6	24,6	109,0	15,6	1,56
Стационарный спутник	кислород — водород	5	16,0	72,3	19,2	1,92
	кислота — анилин	7	175,0	755,0	30,0	3,00
Отрыв от Земли	кислород — водород	5	22,4	98,5	21,6	2,16
	кислота — анилин	8	192,0	954,0	30,9	3,09
Отрыв от солнечной системы	кислород — водород	6	53,8	243,0	28,8	2,88
	кислота — анилин	8	1020,0	4260,0	53,4	5,34

ускорение же в конце горения первой ступени

$$a_{1\text{кон.}} = \frac{21\,000 - 2405}{2405} = 7,7 g_0.$$

Приблизительный размер ракеты может быть оценён, если задать среднюю плотность ракеты в заряженном состоянии. Ввиду очень малой плотности водорода, мы принимаем общую плотность ракеты 0,27. Тогда, полагая отношение длины к радиусу равным 10,0, считая ракету цилиндрической и пренебрегая объёмом и массой стабилизатора, мы найдём приближённые размеры ракеты: длина 12,8 м, диаметр 1,28 м. Рисунок 51 представляет схематический чертёж такой четырёхступенчатой ракеты.

Таким же путём могут быть рассчитаны характеристики других многоступенчатых ракет. Основные характеристики для восьми типов ракет приведены в таблице XI. Полезный груз всюду принят в 45 кг. Средняя плотность для кислородно-водородной ракеты принята 0,27, а для кислотно-анилиновой — 0,80. Фактор ϵ взят 0,25 для кислотно-анилиновых и 0,33 для кислородно-водородных ракет. Во всех случаях отношение длины к диаметру принято в 10. Средняя скорость истечения для кислотно-анилиновых ракет взята в 2300 м/сек.

Подводя итог, мы убеждаемся, что конструирование и постройка ракеты, способной оторваться от земного притяжения, в настоящее время технически вполне возможны. При помощи многоступенчатых ракет можно достигнуть требующихся колоссальных скоростей, не ожидая появления каких-либо фантастически лёгких конструкций или же использования атомной энергии. Выявилась важность выбора рабочего вещества, имеющего высокую скорость истечения и большую плотность. Центральной задачей является облегчение конструи-

пии и продуманное экономное использование заданной величины полезного груза. Но и эти усовершенствования не являются необходимыми: современное состояние ракетной техники, как свидетельствует «Фау-2», уже достаточно для решения поставленной задачи, поскольку дело касается приведения ракеты в движение.

РАКЕТЫ, ИСПОЛЬЗУЮЩИЕ АТОМНУЮ ЭНЕРГИЮ

44. Атомная энергия

Появление атомной энергии в технически пригодной форме и в количествах, превышающих в миллионы раз энергию, освобождаемую при обычных химических реакциях, вызвало специальный интерес к вопросу использования её в ракетах. Как указалось вначале, для эффективной работы ракеты необходимо стремиться уменьшить массу вещества, расходуемого одновременно с освобождением громадного количества энергии. Ракета с тяговым усилием 450 кг и скоростью истечения 1900 м/сек, работающая с термическим коэффициентом полезного действия 40% (что соответствует давлению в камере 21 кг/см² на уровне моря), расходует химическую энергию в количестве приблизительно 2500 ккал/сек. При том же тяговом усилии и ещё большей скорости истечения расход энергии будет ещё выше и определится соотношением

$$p = \frac{Fa}{2\eta_i}, \quad (122)$$

где p — мощность, F — тяговое усилие, a — скорость истечения *) и η_i — термический коэффициент полезного действия.

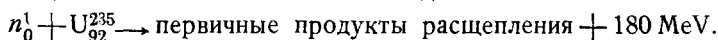
Здесь не место детально рассматривать ядерные реакции. Очень ясное изложение общей теории ядерных реакций дано Моррисоном¹², а сжатая сводка по вопросам атомной энергии сделана Тзином¹³.

Химическая энергия освобождается при перегруппировке электронов (обычно только самых внешних электронов атома) при воссоединении атомов в молекулы. Энергия ионизации атома водорода составляет около 13 эВ, и эту величину можно принять за порядок величины энергии, освобождаемой при любом элементарном химическом процессе. Атомная энергия освобождается от перегруппировки протонов и нейтронов в атомном ядре. Но энергия связи одного нейтрона или протона в ядре составляет около $7 \cdot 10^6$ электрон-вольт. Отсюда сразу видно энергетическое превосходство ядерных реакций над химическими.

Ядерной реакцией, впервые давшей путь к техническому использованию атомной энергии, было деление ядра U_{92}^{235} .

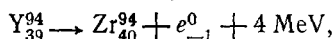
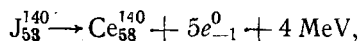
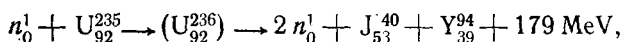
*) Мы теперь будем её обозначать a , так как c является общеупотребительным обозначением скорости света. Эти символы не должны смешиваться с a — скоростью звука и c — эффективной скоростью истечения в предыдущих разделах.

Эта реакция может быть записана в виде:

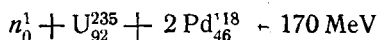


Первичные продукты $\rightarrow$ конечные продукты $+ 20 \text{ MeV.}$

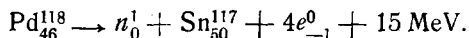
Относительно этих процессов мы должны отметить два обстоятельства. Во-первых, нейтрон, вызывающий расщепление урана, может не вносить кинетической энергии внутрь ядра. Самое проникновение нейтрона в ядро вызывает повышение энергии ядра на 6,4 MeV, а для возможности деления требуется только 5,3 MeV. Это обстоятельство имеет важное значение, так как только медленные нейтроны имеют значительную вероятность быть захваченными урановым ядром. Во-вторых, продукты распада не являются однородными, а распределены по разнообразным сортам атомных ядер, причём сумма зарядов и массовых чисел сохраняется неизменной. Так например, первичные продукты расщепления одного атомного ядра могут быть $J_{53}^{141} + Y_{39}^{95}$, а другого $2Pd_{46}^{118}$. Далее, оказывается, что первичные продукты не стабильны, как так имеют избыток нейтронов по сравнению с «нормальными» ядрами того же заряда и подвергаются распаду с эмиссией нейтронов или электронов, пока не превратятся в стабильное ядро. Напишем, для определённости, реакцию, которая, повидимому, обладает наибольшей вероятностью:



причём превращение J в Ce проходит через промежуточные этапы He^{140} , Cs^{140} , Ba^{140} , La^{140} . При расчётах мы обычно принимаем, что



и



На этом основании кинетическая энергия ядра палладия равна 85 MeV (т. к. при равенстве масс закон сохранения количеств движения требует равного распределения энергии), и частица имеет скорость $1,2 \cdot 10^9 \text{ см/сек.}$

45. Релятивистская механика ракеты

Применение релятивистской механики к ракете было рассмотрено Акеретом¹⁴. Обычно скорость продуктов расщепления меньше, чем $3 \cdot 10^9 \text{ см/сек.}$ и релятивистские эффекты ещё не являются существенными. Тем не менее, интересно посмотреть, как изменяется под влиянием этих эффектов поведение «классической» ракеты. Это исследование, кстати, укажет область, в которой можно свободно пользоваться классической теорией.

1) Статическое тяговое усилие. Обычное релятивистское определение силы как производной по времени от импульса даёт для тягового усилия (в пустоте)

$$F = \dot{m}_0 a, \quad (123)$$

где $\dot{m}_0$ — быстрота убывания покоящейся массы ракеты, равная потоку массы в вытекающей струе по отношению к системе координат, неподвижной относительно ракеты. Заметим, что если m_{0e} — масса покоя, уносимая в единицу времени вытекающей струей, то

$$\dot{m}_0 = \frac{m_{0e}}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}}. \quad (124)$$

Уравнение (123) имеет в точности ту же форму и то же значение, что уравнение для тягового усилия ракеты в классической механике.

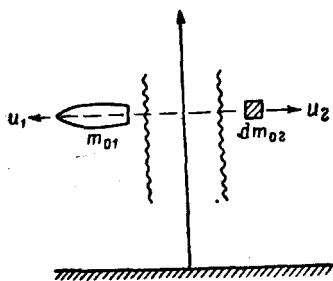


Рис. 55. Система координат и обозначения, применённые при рассмотрении релятивистского движения ракеты. Оси неподвижны относительно ракеты в её первоначальном неподвижном положении.

Уменьшение массы покоя ракеты состоит из двух членов: а) количества инертной массы, отданной вытекающей струе — m_{0e} , и б) массы, «превращённой» в энергию, необходимую, чтобы сообщить ускорение массе, покидающей ракету. Так как представляет интерес масса ракеты, а не расход массы покоя в вытекающей струе, то уравнение (123) имеет то же значение, что и в классической теории.

2) Уравнение ракеты. Хотя статическое уравнение тягового усилия сохраняется при применении к ракете релятивистской механики, общий характер её движения изменяется. Анализ его довольно сложен, однако Акерет разработал остроумную схему для вычисления конечной скорости ракеты (в системе координат, в которой ракета первоначально находилась в покое), выраженной в зависимости от отношения ξ веса рабочего вещества к общему весу ракеты и от скорости истечения относительно ракеты. Это вычисление мы и приведём.

Рассмотрим ракету в пустом пространстве в отсутствии внешних сил или полей. Мы наблюдаем движение в системе координат, в которой ракета первоначально находилась в покое. Положим, что масса вытекает вправо со скоростью u_2 , а ракета перемещается влево со скоростью u_1 . Масса покоя ракеты в какой-либо момент равна m_{01} , а масса покоя малой части вытекающей

струи dm_{02} , как изображено на рис. 55. Обозначим для краткости

$\sqrt{1 - \frac{u_1^2}{c^2}}$ и $\sqrt{1 - \frac{u_2^2}{c^2}}$ через k_1 и k_2 соответственно.

Уравнениями движения системы являются следующие уравнения: сохранения энергии

$$d(m_{01} k_1 c^2) = k_2 c^2 dm_{02} \quad (125)$$

и сохранения импульсов

$$d(m_{01} u_1 k_1) = k_2 u_2 dm_{02}. \quad (126)$$

Из формулы релятивистского сложения скоростей

$$u_2 = \frac{a - u_1}{1 - \frac{u_1 a}{c^2}}, \quad (127)$$

где a — (постоянная) скорость истечения относительно ракеты. Исключая $k_2 dm_{02}$ из (125) и (126), получаем

$$u_2 d(m_{01} k_1) - d(m_{01} k_1 u_1) = 0. \quad (128)$$

Исключая при помощи (127) u_2 из уравнения (128), мы находим

$$(a - u_1) d(m_{01} k_1) + \left(1 - \frac{u_1 a}{c^2}\right) d(m_{01} k_1 u_1) = 0. \quad (129)$$

Последнее выражение без большого труда может быть представлено в более простом виде:

$$\frac{dm_{01}}{m_{01}} = - \frac{1}{a_1} \cdot \frac{du_1}{1 - \frac{u_1^2}{c^2}}. \quad (130)$$

Пусть v — конечная скорость ракеты. Если $W_p + W_0$ — общий вес ракеты до зажигания и W_0 — конечный вес её после израсходования всего рабочего вещества, то отношение веса рабочего вещества к начальному общему весу составляет

$$\zeta = \frac{W_p}{W_0 + W_p}. \quad (131)$$

Интеграция уравнения (130) тогда даёт

$$(1 - \zeta) = \left[\frac{c - v}{c + v} \right]^{\frac{c}{2a}} \quad (132)$$

или

$$\frac{v}{c} = \frac{1 - (1 - \zeta)^{\frac{2a}{c}}}{1 + (1 - \zeta)^{\frac{2a}{c}}}. \quad (133)$$

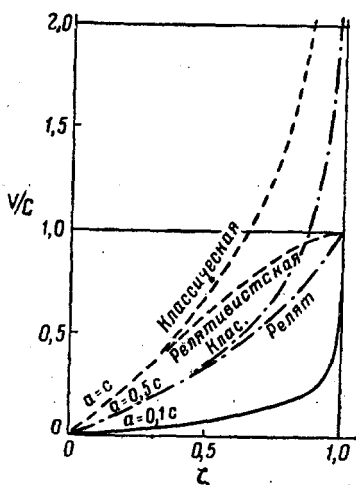
Это уравнение должно быть сравнено с классическим уравнением для пространства, в котором отсутствует силовое поле [ср.

уравнение (101)]

$$\frac{v}{a} = -\ln(1 - \zeta). \quad (134)$$

Общий характер этого результата виден на рис. 56. Мы видим, что предельному случаю $\zeta = 1$ соответствует скорость света в релятивистской теории и бесконечная скорость — в классической теории.

На рис. 56 можно заметить следующие обстоятельства. При $a = 0,1c$ между классическими и релятивистскими значениями разница



56. Отношение $\frac{v}{c}$, где v — конечная скорость ракеты в пространстве, свободном от силовых полей, в зависимости от относительной массы рабочего вещества ζ .

шения масс, весьма близкого к единице.

мала, даже при значениях ζ , близких к единице. При скорости истечения, равной $0,5c$, появляются значительные различия уже при $\zeta = 0,5$. Предельный случай $a = c$, представляющий максимальную скорость истечения, возможную согласно релятивистской теории, также изображён на рис. 56, так как он представляет некоторый интерес. В общем релятивистская поправка к классической теории всегда уменьшает скорость ракеты по окончании работы мотора.

46. Проблемы утилизации атомной энергии

Как мы видели, деление ядра U^{235} даёт начало частицам, имеющим скорость $1,2 \cdot 10^9$ см/сек. Это менее одной десятой скорости света; как мы убедились, при таких скоростях истечения классическая механика остаётся применимой вплоть до отно-

1) Идеальная ракета

Предположим, что ракета состоит из основного корпуса, открытого в задней части слоем расщепляющегося материала. Для упрощения рассуждений положим, что при реакции половина получившихся частичек устремляется назад, образуя вытекающую струю, другая же половина направляется прямо вперёд и сообщает свой импульс ракете. Так как неизвестно никакого метода «отражения» быстрых частичек, возникающих при делении ядер, то мы должны предположить, что эти частички задерживаются в веществе ракеты. Мы предположим, что масса ракеты велика по сравнению с массой рабочего вещества, в справедливости чего мы скоро убедимся.

Закон сохранения импульса даёт

$$Mv = \frac{1}{2} ma, \quad (135)$$

где M — масса ракеты, m — общая масса материала, v — конечная скорость ракеты и a — скорость истечения; в нашем примере $a = 1,2 \cdot 10^9$ см/сек. Возьмём $M = 1$ тонне и $v = 1,12 \cdot 10^6$ см/сек (скорость, необходимая для отрыва от притяжения Земли). Тогда мы найдём для m значение 1,87 кг — ничтожную величину, меньшую 0,2% от общей массы ракеты. Применение атомной энергии для одноступенчатой ракеты уменьшает отношение масс ζ , необходимое для отрыва от притяжения Земли с 0,96 для водорода — кислорода до 0,00187 для урана. Однако сразу же возникает трудность.

Напомним, что половина продуктов деления, несущая с собой импульс, а также энергию, застревает в теле ракеты. Количество энергии, которое ракета должна поглотить, равно

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} ma^2. \quad (136)$$

Для найденных значений m и a , E составляет $1,39 \cdot 10^{10}$ ккал. Если предположить, что ракета имеет довольно высокую теплоёмкость в 1 ккал/кг·град, то тело ракеты достигнет температуры в $1,56 \cdot 10^7$ °С. Фантастическая проблема охлаждения! Положение осложняется ещё тем, что первичные продукты распада, застревающие в теле ракеты, подвергаются радиоактивному распаду с освобождением ещё приблизительно $0,25 \cdot 10^9$ ккал. В действительности, конечно, температура, развивающаяся в таком устройстве, была бы много ниже, так как теплоёмкость, например, стали, составляющая нормально всего 0,1 ккал/кг·град, значительно увеличится после испарения материала.

2) Другие возможности использования атомной энергии

Мы только что видели, что непосредственное применение атомной энергии для продвижения ракеты, повидимому, неосуществимо. Это ставит вопрос о техническом устройстве, позволяющем всё же использовать этот новый источник энергии. Удобным исходным пунктом для исследования проблемы является вопрос о том, из чего должна состоять выбрасываемая струя вещества. Предполагая, что найдены средства гибкого контроля над атомной энергией, можно представить себе ракету, использующую поток фотонов (света), поток заряжённых частиц или поток нейтральных частиц.

а) Фотонная ракета. Потребовалось бы затратить огромные усилия для создания достаточно интенсивного источника радиации, позволяющего осуществить такую ракету. Хотя струя с малым тяговым усилием может сообщить ракете по истечении достаточного времени любую скорость, но вблизи земли тяговое усилие не может быть меньше, чем вес ракеты. Трудность этой задачи поясняет простой пример.

Предположим, что ракетный «мотор» представляет собой слой светящегося материала, нанесённый в задней части ракеты. Как будет видно ниже, если необходимо избежать исключительно огромных температур, этот слой должен иметь большую площадь, по всей вероятности образуя диск во много раз большего диаметра, чем сама ракета. Мы предположим, что излучение испускается диском равномерно во все стороны в телесном угле в 2π стерадианов. Предположим, что в тонком слое вблизи поверхности диска существуют условия чёрного излучения. Давление излучения p определяется формулой¹⁵

$$p = \frac{1}{3} bT^4, \quad (137)$$

где T — абсолютная температура, а константа b имеет величину $7,62 \cdot 10^{-15} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{град}^{-4}$.

Тогда плотность энергии ρ в этом слое составляет

$$\rho = bT^4, \quad (138)$$

и энергия истекает с ракеты со скоростью света c . Соответственно этому мощность, излучаемая с единицы площади, будет

$$P = bT^4 c. \quad (139)$$

Убыль веса за счёт излучения получается делением излучаемой мощности на $\frac{c^2}{g}$. Результаты расчёта, выполненного по этим формулам, приведены в таблице XII.

Таблица XII

Примерный расчёт излучающего диска, служащего для продвижения фотонной ракеты

Давление p , кг/м ²	Температура поверхности в тыс. °К	Излучаемая мощность, ккал/м ² ·сек	Убыль веса, кг/м ² ·сек
0,266	10	$5,95 \cdot 10^5$	$2,5 \cdot 10^{-8}$
50	37	$1,03 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{-6}$
500	66	$1,03 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^{-5}$
5000	117	$1,03 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{-4}$
10 600 *)	141	$2,18 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^{-3}$
50 000	208	$1,03 \cdot 10^{11}$	$5 \cdot 10^{-3}$

Эти цифры дают представление о колоссальной мощности, требующейся для создания заданного тягового усилия. При усилии в 450 кг

*) Атмосферное давление.

фотонная ракета потребляет в 400 000 раз большую мощность, чем обычная ракета с химическим рабочим веществом [см. уравнение (129)]. С другой стороны, расход массы фотонной ракеты уменьшен в огромной мере, и удельный импульс составляет 10^7 сек вместо 200 сек для обычной ракеты. Таким образом, данная масса «чисто фотонного рабочего вещества» в состоянии поддерживать в гравитационном поле земли вес, равный своему собственному начальному весу, в течение 115 дней, в то время как обычное химическое рабочее вещество — в течение 3,3 минуты.

Трудность построения фотонной ракеты заключается в высоких поверхностных температурах, необходимых для получения достаточных тяговых усилий с одного кв. метра излучающей поверхности. Для получения давления радиации всего в 50 кг/м^2 нужна поверхностная температура в $37\,000^\circ\text{K}$. Для достижения атмосферного давления требуется $141\,000^\circ\text{K}$. Лампа с вольфрамовой нитью работает при температуре около 3000°K (температура плавления вольфрама $3\,655^\circ\text{K}$). Примем весьма оптимистическое предположение о том, что возможно будет построить излучающий диск, работающий при температуре $10\,000^\circ\text{K}$. Как видно из таблицы XII, при соответствующем этой температуре давлении радиации для поддержания 1 тонны веса ракеты в гравитационном поле земли нужна площадь около 3400 м^2 , или круглый диск диаметром 65 м. Кажется маловероятной возможность конструирования диска такой площади, работающего при высокой температуре и весящего меньше 1 тонны. При этом ракета, разумеется, должна нести ещё источник энергии и полезный груз. Повидимому, «фотонная ракета» не осуществима в близком будущем.

б) Струя заряженных частиц. За последние годы получила блестящее развитие техника ускорения заряженных частичек, и может быть получена струя электронов или протонов со скоростями, приближающимися к скорости света. Однако такая ракета будет приобретать электрический заряд, который вскоре прекратит истечение струи, несущей заряд одного знака. Быть может, возможно будет осуществить две струи разного знака, действующие совместно. Однако потребуются энергия на разделение в исходном «горючем» ионов, подвергающихся ускорению, и эта энергия окажется потерянной. В настоящее время пучки зараженных частиц, получающихся в ускоряющих устройствах, имеют слишком малую интенсивность, чтобы создавать ощутимое тяговое усилие.

с) Струя нейтральных частиц. Из предыдущего анализа вытекает, что практически возможность применения атомной энергии к ракетному движению сводится к устройствам, в которых ядерная реакция используется для нагревания рабочей жидкости, которая затем, вытекая из обычного сопла, создаёт тяговое усилие. Подходящей рабочей жидкостью явился бы водород, благодаря своему малому атомному весу. Устройства с рабочей жидкостью могли бы

также дать возможность избавить ракету от некоторых радиоактивных продуктов ядерной реакции, если заставить струю жидкости уносить их с собой.

3) Ракета с рабочей жидкостью.

Имеется фундаментальная разница между обычной ракетой, использующей химическое рабочее вещество, и ракетой, комбинирующей атомную энергию с рабочей жидкостью. Обычная ракета большой эффективности (например ракета, предназначенная для отрыва от земного притяжения) должна работать при коэффициенте массы ζ , близком к единице. Действительно, одноступенчатая ракета, использующая энергетически наиболее выгодную реакцию водорода с кислородом, должна иметь $\zeta = 0,96$, чтобы оторваться от земного притяжения. Этот коэффициент настолько высок, что делает построение такой ракеты неосуществимым, и приходится либо строить многоступенчатые ракеты, либо искать горючее, дающее большое количество энергии. Фундаментальная причина этой трудности заключается в том, что рабочее вещество используется и как источник энергии, и как масса, вытекание которой создаёт тяговое усилие. Можно, правда, добавлять инертный материал в вытекающую струю, и этим делать расходы массы и энергии до некоторой степени независимыми друг от друга. Но так как даже наибольшие скорости истечения, достижимые при химических реакциях, недостаточны для ракет с высокой эффективностью, то это соображение имеет чисто академический характер и указанный приём находит применение только в весьма ограниченном размере, для преодоления трудностей с охлаждением (см. раздел 32).

Совершенно иное положение имеет место в системах, использующих атомную энергию и рабочую жидкость. Оказывается, что при этом существует оптимальное количество рабочей жидкости, а слишком малое количество жидкости также является неблагоприятным. Это может быть показано следующим образом. Реакция деления ядра атома громадного количества освобождаемой энергии представляет в масштабе химических реакций почти чистую «энергию, лишённую массы». Действительно, энергия, освобождаемая 1 кг U^{235} , при первичном делении составляет $1,7 \cdot 10^{10}$ ккал, тогда как реакция водорода с кислородом освобождает только $3,8 \cdot 10^3$ ккал/кг. Мы видели на примере «идеальной» ракеты, что для отрыва от земного притяжения 1 тонны груза требуется всего 1,9 кг U^{235} . Поэтому в последующих рассуждениях мы имеем полное основание, рассматривая расход массы, совершенно пренебречь массой урана, по сравнению с массой рабочей жидкости. Разумеется, количество урана имеет важное значение при рассмотрении баланса энергии и определении скорости истечения.

Рассмотрим ракету, содержащую полезный груз W_0 , уран в количестве W_u и рабочее вещество весом W_p . За исключением пре-

образования части массы урана в энергию*), в остальном может применяться нерелятивистская механика.

В системе координат, неподвижной относительно ракеты, малая дробь δ от массы урана превращается в энергию $\delta W_u c^2$, определяемую формулой Эйнштейна. Эта энергия должна равняться кинетической энергии вытекающей струи

$$\delta W_u c^2 = \frac{1}{2} W_p a^2. \quad (140)$$

Для ядерной реакции в уране $\delta = 0,000731$, т. е. менее 0,1% массы урана превращается в энергию. Мы предполагаем, что наружное давление отсутствует, так что скорость истечения a соответствует полной энергии.

Пренебрегая весом урана, мы можем написать коэффициент массы или веса в виде

$$\zeta = \frac{W_p}{W_0 + W_p}. \quad (141)$$

Разрешив (140) относительно a и подставив результат, а также равенство (141), в (134), получим окончательную скорость ракеты

$$v = -c \sqrt{\frac{2\delta W_u}{W_p}} \ln \left(1 - \frac{W_p}{W_0 + W_p} \right)$$

или

$$v = c \sqrt{\frac{2\delta W_u}{W_p}} \ln \left(1 + \frac{W_p}{W_0} \right). \quad (142)$$

Таким образом оказывается, что при зафиксированном полезном грузе W_0 и количестве урана W_u , определяющем запас энергии, v достигает максимума при $W_p = 4W_0$. Это происходит оттого, что W_p входит как в выражение скорости истечения (под квадратным корнем), так и в коэффициент массы. Вблизи максимума кривая имеет очень плоскую форму и любое значение ζ , превышающее 0,5, даёт значение v , близкое к максимуму. Беря, как мы делали в примере для «идеальной ракеты» полезный груз в 1 тонну, количество урана 1,87 кг и добавляя в систему 4 тонны рабочей жидкости, мы получим окончательную скорость $4,0 \cdot 10^7$ см/сек — значительно превосходящую скорость, достигаемую в отсутствие рабочей жидкости $1,12 \cdot 10^6$ см/сек.

Интересно отметить, что значение $\zeta = 0,8$, приводящее к максимальному конечному значению скорости v , определяется независимо

*) Эта формулировка не совсем точна, но удобна, так как выражает основные понятия без всякой двусмысленности. Точнее, следует сказать, что часть общей энергии урана превращается из массы или особого вида потенциальной энергии, в энергию в более обычной форме. Конечно, освобождённая энергия имеет ту же массу, какую она имела до трансформации. В действительности, никакая масса или энергия не возникает и не исчезает; см. 16.

от количества энергии, доставляемой ураном (то-есть от $\delta W_u c^2$), если только W_u мало по сравнению с W_0 или W_p . Это предположение о малости W_u содержится в выражении (141) и всегда справедливо, если необходимо избежать чрезмерно высоких температур.

Возможность использования этого оптимального значения ζ , очевидно, ограничивается гипотетическим случаем, поскольку масса котла, осуществляющего реакцию, защитных экранов и полезного груза не может быть изменяема произвольно. Таким образом единственной важной переменной, доступной выбору, является масса рабочего вещества, и при этих условиях оптимальное количество последнего равно четырёхкратной массе незаряжённой ракеты. С другой стороны, уменьшение массы незаряжённой ракеты в результате какого-либо улучшения конструкции, приводя к уменьшению ζ , увеличивает скорость. Увеличение вновь значения ζ до 0,8 путём уменьшения количества рабочей жидкости позволяет, однако, получить, при той же массе незаряжённой ракеты и том же расходе урана, ещё большую окончательную скорость.

В предыдущем расчёте молчаливо предполагалось, что рабочее вещество может быть нагреваемо до любой желательной температуры. Однако должна существовать максимальная допустимая температура с точки зрения перегрева аппаратуры. В таком случае отношение $\frac{W_u}{W_p}$ в уравнении (142) оказывается зафиксированным. Тогда условия работы ракеты оказываются обычными, и конечная скорость возрастает непрерывно с увеличением коэффициента массы ζ даже и выше значения 0,8.

Уместно здесь указать, какие скорости истечения могут быть получены в системе, использующей деление атомного ядра плюс газообразный водород в качестве рабочего вещества, при ограничениях, накладываемых температурой. Учитывая диссоциацию молекул водорода и предполагая, что истечение совершается в вакуум, мы можем ожидать получения скорости истечения 6500 м/сек, если газ сможет быть нагрет до 2700° и 11400 м/сек, если нагревание сможет быть доведено до 5700°. Последняя скорость истечения вполне достаточна для отрыва от земного притяжения ракеты с коэффициентом массы 0,5.

Нужно заметить, что скорость истечения растёт быстрее, чем $\sqrt{T}$. Этот благоприятный результат объясняется диссоциацией газа.

Было бы преждевременным судить, могут ли быть разрешены проблемы, связанные с колоссальными температурами и интенсивностями радиации, сопровождающими ядерные реакции. По всей вероятности, в ближайшем будущем именно температурные условия будут препятствовать применению атомной энергии в ракетах. Ракеты, существенно превосходящие по своей эффективности обычные, химические, смогут появиться лишь после преодоления температурных трудностей использования атомной энергии.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. К. Э. Циолковский, Научное Обозрение, 1903.
2. R. H. Goddard, Smithsonian Mix. Collections 95, 3 (1936).
3. H. Oberth, Wege zum Raumschiffahrt, München (1929).
4. W. Ley, Rockets (Viking, 1941).
5. G. E. Pendray, The coming age of rocket power (Harpers, 1945).
6. F. J. Malina a. A. M. O. Smith, J. Aero. Sci. 5, 199 (1938); H. S. Tsien a. F. J. Malina, J. Aero. Sci. 6, 50—58 (1938).
7. F. G. Malina, Army Ordnance 31, No. 157, 45 (1946).
8. A. V. Da Rosa, Aero Digest, p. 98 (May 1945).
9. W. G. Brombacher, NACA, Report No. 538 (1935).
- 10a. H. Lorenz, Ver. Deut. Ing. 71, 651—654 (1937).
- 10b. F. G. Malina a. Martin Sommerfield, Proc. Sixth Intern. Congr. Applied Mechanics (1946).
11. R. L. Whipple, Rev. Mod. Physics 15, 246—264 (1943).
12. P. Morrison, Am. Jour. Physics 9, 135 (1946).
13. H. S. Tsien, J. Aero. Sci. 13, 171 (1946).
14. J. Ackeret, Helv. Physica 19, 103 (1946).
15. R. C. Tolman, Relativity, thermodynamics and cosmology, p. 139, Oxford (1934).
16. E. F. Barker, Am. J. Physics 14, 309 (1946).