

ДИФФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ

А. Ф. Панащенко

Диффракционные явления Френеля к настоящему времени можно считать достаточно изученными как теоретически, так и экспериментально. Однако, при всём многообразии исследований в этой области вопрос о диффракции на больших расстояниях, порядка сотен и тысяч метров, не говоря уже об астрономических, оставался в тени до самых последних лет. Лишь в 1930 г. в Америке появились по этому вопросу работы Вильямса¹ и Уайтфорда².

В работе Вильямса дан теоретический анализ диффракции лучей звезды от диска Луны, экспериментальное осуществление которой сделал Уайтфорд.

Проблема возникла в связи с определением угловых диаметров звезд. Хотя линейные диаметры звезд и громадны, при огромных расстояниях звезд их угловые диаметры оказываются меньше разрешающей способности современных телескопов. Поэтому для измерения угловых диаметров звезд пользуются косвенными методами.

В 1909 г. Мак Магон³ предположил, что по времени закрытия Луной звезды можно определить угловой диаметр последней. Это можно показать таким образом.

Пусть звезда находится позади тёмного диска Луны и мы рассматриваем неподвижную картину распределения освещённости на Земле. Так как звезда имеет конечные размеры, то от края Луны мы получим полутень, которая показана на рис. 1 заштрихованной линией. Вычисление распределения освещённости в полутени на Земле даёт:

$$I(y) = I_0 \frac{\pi R^2}{2} + I_0 \left(\frac{a}{b} y - R \right) \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{b} y - R \right)^2} + I_0 R^2 \arcsin \frac{\frac{a}{b} y - R}{R}. \quad (1)$$

Здесь a — расстояние от звезды до Луны, b — расстояние от Луны до Земли и I_0 — яркость диска звезды.

Графическое распределение освещённости на Земле, вычисленное по формуле (1), представлено на рис. 1. Обозначив угловой диаметр звезды $\frac{2R}{a}$ буквой δ , формулу (1) представим в виде

$$I(y) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{\pi} \left(\frac{2y}{b\delta} - 1 \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b\delta} - 1 \right)^2} + \frac{I_0}{\pi} \arcsin \left(\frac{2y}{b\delta} - 1 \right), \quad (1')$$

где $I_0 = I_0 \pi R^2$ — сила света звезды.

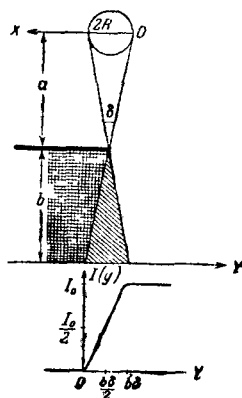


Рис. 1. Распределение освещённости на Земле в полутени Луны от лучей звезды. При $\delta = 0'',001$ расстояние $b\delta = 1,9$ м. При $\delta = 0'',004$ расстояние $b\delta = 7,6$ м

Если в определённый момент во время прохождения Луны измерить I в различных точках по линии Oy , то можно подобрать такой параметр δ , который позволит представить полученную кривую распределения освещённости $I(y)$ формулой (1'). Иначе, поставив в какую-либо точку A на линии Oy аппарат, записывающий в разные моменты времени t освещённость в этой точке A , получают $I(t)$: так как $y = vt$, где v — скорость движения тени по Земле, то по $I(t)$ легко найти $I(vt) = I(y)$. В остальном поступают по-прежнему.

Эддингтон⁴ показал, что при измерении угловых диаметров по этому методу необходимо учесть дифракцию от края Луны; чтобы измерения были возможны, по Эддингтону, звезда должна иметь угловой диаметр не менее $0''.008$; поэтому подход к проблеме определения угловых диаметров звёзд с точки зрения геометрической оптики, по Эддингтону, совершенно безнадёжен, за исключением звёзд очень большого углового диаметра. Анализируя задачу дифракции лучей звезды от диска Луны, Вильямс предполагает, что дифракция от края диска Луны будет такая же, как и от плоского экрана, перпендикулярного к линии наблюдения и расположенного так, что его край является касательной к диску Луны в точке, где появляется дифракция. Тогда эта задача сводится к простой задаче дифракции на прямом крае, которая решена теоретически и экспериментально Френелем⁵.

В случае точечного источника света интенсивность равна нулю внутри геометрической тени экрана, затем вблизи края увеличивается, достигая на геометрической тени края $1/4$ интенсивности свободной волны, а вне геометрической тени появляются колебания интенсивности, которые сглаживаются, и вдали от тени края интенсивность равна интенсивности свободной волны. Указанное распределение интенсивности выражается следующей формулой:

$$I = \frac{I_0}{2} (C^2 + S^2), \quad (2)$$

где

$$C(v) = \int_0^{\infty} \cos \frac{\pi v^2}{2} dv = \frac{1}{2} \pm \int_0^{\infty} \cos \frac{\pi v^2}{2} dv,$$

$$S(v) = \int_0^{\infty} \sin \frac{\pi v^2}{2} dv = \frac{1}{2} \pm \int_0^{\infty} \sin \frac{\pi v^2}{2} dv.$$

Здесь параметр v связан с дугой s волнового фронта формулой

$$v = s \sqrt{\frac{2(a+b)}{a\lambda}},$$

где λ — длина волны источника света; верхние знаки соответствуют точкам вне тени, нижние — точкам внутри тени; интенсивность свободной волны $I_0 = 1$.

Эти интегралы Френеля вычислены и даны в таблицах для значений аргумента v , различающихся на $\Delta v = 0.1$. Вычисленная по формуле (2) кривая распределения интенсивности света приведена на рис. 2, который представляет собой модификацию известного опыта Френеля с дифракцией на остром тупом краях бритвы.

Рис. 2 взят из работы В. К. Аркадьева⁶. Здесь представлены четыре полосы, вырезанные из дифракционных снимков, полученных от края экран с различным радиусом кривизны. Верхний снимок 2а представляет дифракционную тень острого лезвия бритвы с радиусом кривизны, меньшим 1р. Снимок 2б относится к краю экрана, образованного стеклянной полоской.

кой, с радиусом кривизны в 3,83 мм. Следующие полосы, рис. 2с и 2d, представляют тень экрана, радиус кривизны

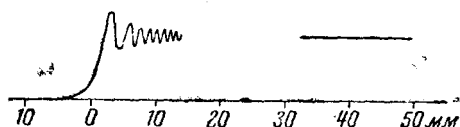
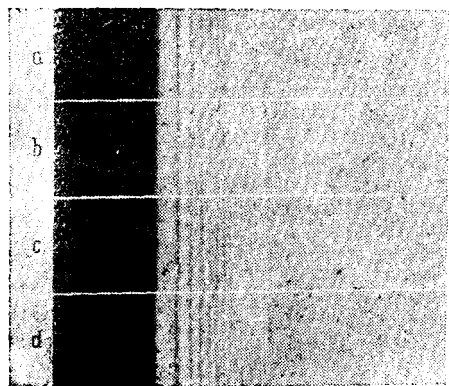


Рис. 2. Дифракция от прямого края экрана различного радиуса кривизны

которого был равен 40 м. На снимке 2с поверхность экрана была гладкая и блестящая (стекло), а на снимке 2d она была покрыта копотью.

Нетрудно видеть, что расположение и относительная яркость дифракционных полос во всех четырех случаях одна и та же; то и другое не зависит ни от радиуса кривизны, ни от вещества края. Поэтому упрощение Вильямса, состоящее в замене части диска Луны краем плоского экрана, вполне возможно.

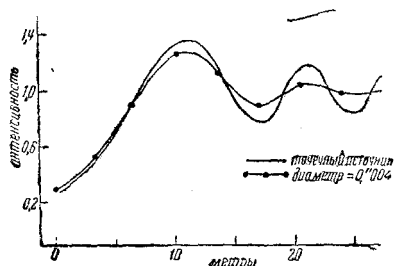


Рис. 3. Дифракционная кривая от края диска Луны, вычисленная для точечного источника и для звезды углового диаметра $\delta = 0''{,}004$

Для разбираемого случая, схематически представленного на рис. 3, мы имеем:

$b = 3,8 \cdot 10^8$ см — расстояние от Земли до Луны, $\lambda = 4,3 \cdot 10^{-7}$ м = 4300 Å — длина волны света, отвечающая максимуму фотографического действия на пластинку.

Расстояние от звезды до Луны во много раз больше расстояния от Луны до Земли, так что можно написать

$$a \gg b.$$

Если через x , связанный с параметром v по формуле

$$x = v \sqrt{\frac{b\lambda(a+b)}{2a}} \approx v \sqrt{\frac{b\lambda}{2}}, \quad (3)$$

обозначить расстояние в метрах от геометрического края тени, то для положения первых максимумов и минимумов мы получим следующие значения x :

максимум	11,0	21,2	27,8 м
минимум		16,9	24,7 м

Нанося эти значения на график, Вильямс получает дифракционную кривую от края диска Луны. На этой кривой, представленной на рис. 3, ширина дифракционных полос порядка 10 м.

Формулы (2) и (3) справедливы для точечного источника света. Звезда же имеет хотя и малый угловой диаметр, но всё же конечный. Следовательно, и закон изменения интенсивности света должен измениться. Соответствующая

кривая для источника света с угловым диаметром $0'',004$ дана на том же рис. 3. Сравнивая кривые рис. 3, можно заметить, что положения максимумов и минимумов в дифракционном узоре совпадают, но различие в интенсивности является значительным.

Распределение интенсивности при точечном источнике было изучено Лаймоном⁸. С помощью микрофотометра он измерял почернение на дифракционной картине фотонегатива и затем вычислял из этих данных отношение интенсивности первого максимума к интенсивности следующих максимумов и минимумов. Результаты оказались совпадающими с теорией Френеля.

Экспериментальное наблюдение дифракции лучей звезды от диска Луны должно состоять в измерении и регистрировании различной интенсивности света от звезды на Земле в момент затмения; в это время вычисленная скорость дифракционных полос составляет около 500 м/сек .

Ясно, что обеспечить это наблюдение возможно только, во-первых, применением достаточно чувствительного прибора, каким является фотоэлемент, и, во-вторых, прибора, достаточно безинерционного для записи колебаний, каким является катодный осциллограф.

Применив такую быстро действующую фотоэлектрическую систему, Уайтфорд в 1938 г. на обсерватории Моунт-Вилсон произвёл этот эксперимент. В качестве источников света были

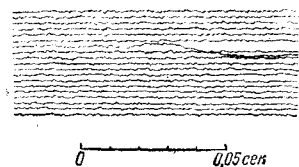


Рис. 4. Схема для наблюдения дифракции лучей звезды от края диска Луны

Рис. 5. Изменение силы света в момент начала затмения

взяты звёзды β -Козерога и γ -Водолея, которые в сентябре месяце 1938 г. были подвержены затмению Луной.

Согласно описанию схема наблюдения может быть представлена так, как показано на рис. 4. Здесь дифрагированный на крае диска Луны свет звезды (S) улавливался 100-дюймовым (258 см в диаметре) рефлексом R и направлялся на фотоэлемент Ph. Напряжение возникшего фототока снималось с сопротивления r , усиливалось четырёхкаскадным усилителем M и подавалось на вертикально отклоняющие пластины 3-дюймового (7,5 см) катодного осциллографа Os. Вертикальные колебания светящейся точки фотографировались на движущейся ленте, которая была намотана на барабан, вращающийся на оси с винтовой нарезкой. Скорость плёнки составляла 450 мм/сек .

Наблюдённая кривая изменения света, полученная фотографированием экрана осциллографа, представлена на рис. 5 в виде отрезка в 5 см от сплошной ленты в 90 см, намотанной на вращающийся барабан. Время возрастало справа налево и снизу вверх.

Из этой картины видно, что до начала затмения пятно вычерчивает на осциллографе равномерную освещённость с небольшими искажениями, которые можно приписать действию атмосферных волн при 100-дюймовом зеркале рефлексора. Резкое же искажение картины появляется в момент наступления затмения звезды, т. е. когда звезда окажется позади тёмного диска Луны. Точки наблюденной таким способом кривой дифракции лучей звезды от диска Луны представлены на рис. 6 в виде кружков.

Для сравнения результата эксперимента с теорией на этом же рисунке приведены ещё две кривые. Сплошной линией представлена дифракционная

кривая от точечного источника света. Она вычислена методом спирали Корню для широкого интервала длин волн, который даёт звезда. Пунктирной линией

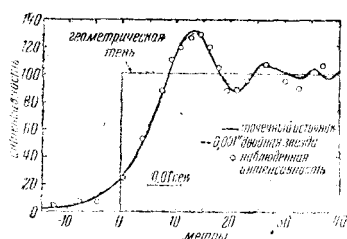


Рис. 6. Сравнение вычисленной и наблюдаемой дифракционной кривой от края диска Луны. Движение телескопа справа — влево

представлена дифракционная кривая от звезды β -Козерога. Её вычисленный угловой диаметр был равен $0'',001$. Видно, что разница между этими кривыми незначительна. Сравнение же точек наблюдаемой кривой с теоретической даёт вполне удовлетворительное согласие. Ширина дифракционных полос, как и в вычислениях Вильямса, оказалась порядка 10 м .

Необходимо отметить, что затмение имело место на сравнительно гладкой части лунной поверхности, так что в дифракции не принимали участия горы и прочие неровности Луны. Для звезд, диаметра большего чем $0'',005$, этот метод может быть применён для непосредственного измерения их диаметра. Для этого достаточно сравнить наблюдаемую дифракционную кривую с кривыми, вычисленными для различных

угловых диаметров. Идентичность сравниваемых кривых укажет размер звезды.

Расчёт явлений дифракции для больших расстояний в несколько километров выполнен в указанной выше статье В. К. Аркадьевым в 1912 г. при помощи закона подобия дифракционных фигур.

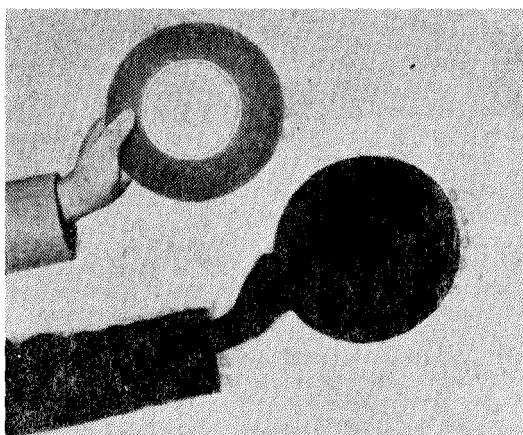


Рис. 7. Резкая тень диска, диаметром $d_1 = 21 \text{ см}$, на расстоянии $a + b = 3 \text{ м}$

Исходя из теории Ломмеля⁹ о дифракции от диска, можно сделать заключение, что геометрически подобны дифракционные узоры в том случае, если функции

$$\left. \begin{aligned} Y &= 2\pi n = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a+b}{ab} r^2 \\ Y_1 &= 2\pi n_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \frac{a_1+b_1}{a_1b_1} r_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и

будут одинаковы. Здесь n — количество выделённых зон Гюйгенса-Френеля, $d = 2r$ — диаметр диска, а остальные величины — вышеуказанные параметры.

Приравнявая эти функции, имеем

$$\frac{1}{\lambda_1} \frac{a+b}{ab} r^2 = \frac{1}{\lambda_1} \frac{a_1+b_1}{a_1 b_1} r_1^2.$$

Наложив условие

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = K \quad \text{и} \quad \lambda_1 = \lambda, \quad (5)$$

получаем:

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{a_1+b_1}{a+b} = \frac{d_1^2}{d^2}, \quad (6)$$

т. е. при условии сохранения длины волны источника света диффракционные узоры будут подобны, если расстояния будут находиться в таком же отношении, как квадраты диаметров кругов.

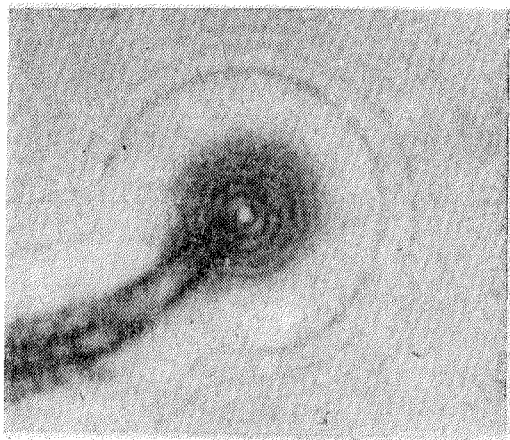


Рис. 8. Диффракция от диска, диаметром $d_1 = 21$ см, на расстоянии $a+b = 150$ км

Для иллюстрации этого вывода на рис. 7 приведён снимок из указанной статьи В. К. Аркадьева, который представляет тень диска, диаметром $d_1 = 21$ см, на расстоянии $a+b = 3$ м. Если же взять расстояние $a_1+b_1 = 150$ км $= 15 \cdot 10^4$ м, то вместо резкой тени получим диффракционную картину, представленную на рис. 8.

Последний снимок был получен путём увеличения снимка, сделанного на расстоянии $a+b = 30,6$ м от маленькой модели руки с диском, диаметра $d = 3$ мм, вырезанной из тонкой жести. Согласно отношению (6) картина была увеличена в 70 раз, так как модель диска была меньше натуре в $\frac{d_1}{d} = 70$ раз.

Теперь, после наблюдений Уайтфорда диффракции на астрономических расстояниях, реальность снимков, подобных рис. 8, не может подлежать сомнению.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. Williams, *Astroph. Journ.*, **89**, 4, 1939.
 2. A. E. Whitford, *Astroph. Journ.*, **89**, 4, 1939.
 3. Mac Mahon, *Monthly Notices, London*, **63**, 126, 19 9.
 4. A. S. Eddington, *Monthly Notices, London*, **69**, 178, 1909.
 5. A. Fresnel, *Oeuvres complètes*, **1**, 232, 239, 1866.
 6. В. К. Аркадьев, *ЖРФО*, **44**, 145, 1912; *Phys. Z.*, **14**, 832, 1913
 7. Рэлей, *Волновая теория света*, М.—Л., ГТТИ, 1940, стр. 94.
 8. Th. Lyman, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **16**, 71, 1930.
 9. E. v. Lommel, *Abh. d. Bayr. Ak. d. Wiss.*, **15**, 231, 1886.
-

Редактор Э. В. Шпольский.

Л66221. Подписано к печати 26/VI 1944 г. 9,5 печ. л. 12,6⁷ арт. л. 54800 тип. зн. в печ. л.
Тираж 3000 экз. Цена книги 8 руб. Заказ № 497

1-я Образцовая типография треста "Полиграфкнига" Огиза при СНК РСФСР.
Москва, Валуевская, 28.