

РЕФРАКЦИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ РАДИОВОЛН В «НЕВОЗМУЩЕННОЙ» ТРОПОСФЕРЕ

Б. А. Введенский и А. Г. Аренберг, Москва

ВВЕДЕНИЕ

1. Экспериментальные данные, касающиеся распространения ультракоротких радиоволн (у. к. в.) на близких расстояниях, находятся в хорошем соответствии с теоретическими данными, полученными в предположении плоской земной поверхности. Лет десять тому назад это могло привести к ложному представлению об ограничении возможной дальности связи на у. к. в. линией горизонта ACB (рис. 1), которой соответствует известное «расстояние горизонта»

$$R_0 = \sqrt{2a} (\sqrt{h} + \sqrt{z})^2. \quad (1)$$

Такой взгляд действительно высказывали (примерно до 1930 г.) многие авторы, изучавшие со сравнительно примитивной аппаратурой распространение метровых волн на относительно малых расстояниях²⁾. Тогда же сложилось и мнение о полной устойчивости связи на у. к. в., выражающейся в отсутствии замираний, независимости передачи от времени и гидрометеорологических факторов.

Однако, уже начиная с 1930 г., в литературе стали появляться сообщения о связях на у. к. в. на расстояниях, превышающих расстояния до горизонта. К числу наиболее ранних сообщений этого рода относится статья Жуо², описывающего опыты по связи на

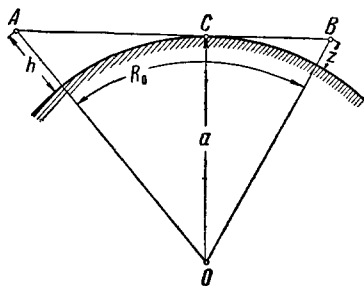


Рис. 1.

1) Здесь R_0 , h и z выражены в километрах. Если h и z выражать в метрах, то $R_0 = 3,57 (\sqrt{h} + \sqrt{z})^2$.

2) В качестве курьеза можно указать, что подобные высказывания встречаются и до самого последнего времени. Очевидно, этим объясняется та подчеркнутая настойчивость у ван-дер-Поля и Бреммера¹, с которой они отмечают отсутствие «перелома» на дифракционных кривых при их переходе через горизонт.

метровых волнах между Францией и Корсикой; в этой статье впервые была отмечена неустойчивость приема за горизонтом. Все сведения относительно дальних связей на у. к. в. примерно до 1935 г. по существу своему носили чисто качественный характер (большей частью — прием на слух) и не давали достаточных оснований для установления каких-либо количественных соотношений. Поэтому, не вдаваясь в разбор этих работ, мы ограничимся лишь ссылкой на нашу книгу³, в которой приведена сводка основных наблюдений этого периода¹⁾.

За последние годы в связи с применением у. к. в. для телевидения, направленных передач, радионавигации и развития радиолобительства опубликовано значительное число работ, посвященных экспериментальному изучению распространения у. к. в. Эти работы выполнены с современной аппаратурой и потому дают уже довольно значительный количественный материал, поддающийся определенной систематизации и обработке.

Соответствующие материалы весьма часто относятся к распространению у. к. в. на относительно больших расстояниях, превышающих расстояния до горизонта. При их анализе мы наталкиваемся на следующие два факта, которые не укладываются в рамки чисто дифракционных теорий.

Прежде всего, при радиопередачах на таких расстояниях фактически наблюдаемые поля

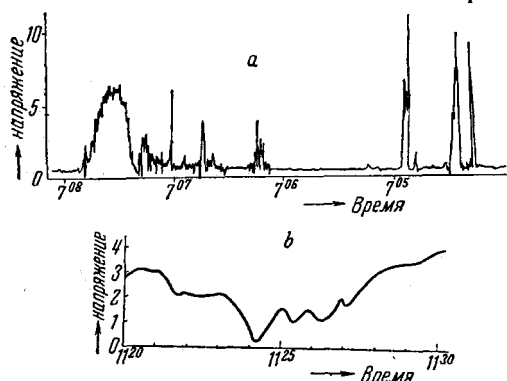


Рис. 2. Зависимость напряжения на выходе приемника от времени

$\lambda = 7,17$ м; высота передатчика 1000 м; прием на земле; расстояние: а — 780 км, б — 200 км (Охман и Плендль)

иногда во много раз превышают поля, рассчитанные по точным дифракционным формулам; далее, наблюдаемые поля, как правило, подвержены весьма значительным и притом крайне нерегулярным изменениям, продолжительность которых колеблется в весьма широких пределах — от дней и часов до минут и секунд.

2. Для иллюстрации этих, теперь уже в достаточной мере общеизвестных положений мы приведем некоторые данные от 1938 г. из статьи Охмана и Плендль⁹. На рис. 2, а дано изменение напряжения на выходе приемника в зависимости от времени при передачах на волне длиной в 7,17 м. Передатчик с излучаемой мощностью около 2,5 kW был расположен на холме высотой около 1000 м над средним уровнем местности. Антенна — вертикальный полуволновой виб-

¹⁾ См. табл. 18, содержащую основные данные опытов Маркони⁴, ВЭИ⁵, Гершенбергера⁶, Линденблада⁷ и НКСвязи⁸.

ратор. Прием вблизи поверхности земли имел место на расстоянии около 780 км, превышающем расстояние до горизонта в 6,8 раз. На кривой виден ряд резких кратковременных усилений поля, которое в течение значительной части времени наблюдения было весьма мало.

Рис. 2, б относится к случаю приема на расстоянии 200 км (1,75 расстояния до горизонта, остальные условия те же), при котором прием значительно более устойчив. На рис. 3 показана зависимость силы приема от высоты при приеме на самолете на расстоянии 480 км. Как видим, при изменениях высоты от 2 500 м до 3 500 м (прием за горизонтом) поле проходит через ряд максимумов, которые неустойчивы во времени. Авторы указывают, что при приеме на высоте 2 000 м была получена дальность в 800 км (при расстоянии до горизонта в 305 км).

Второй передатчик мощностью в 35 W работал на волне $\lambda = 4,1$ м. Высота этого передатчика над средним уровнем местности составляла около 980 м. Антенна состояла из двадцати вертикальных вибраторов, расставленных в ряд на расстоянии полуволны один от другого. Прием на самолете, летящем на высоте 4 000 м, был возможен на расстояниях до 680 км (горизонт 114 км).

Третий передатчик, работавший на той же волне и с той же мощностью, был расположен на холме высотой 66 м и имел антенну из шестнадцати горизонтальных вибраторов (8 этажей по 2 вибратора в каждом, расстояние между этажами — полволны). Прием на земле, на антенну из четырех горизонтальных вибраторов, был возможен на расстоянии в 120 км, т. е. за пределами горизонта.

3. Однако, приведенные дальности связи на у. к. в. далеко не являются рекордными. За последние годы в литературе появились сообщения о многочисленных фактах приема волн длиннее 5—6 м на еще больших расстояниях, достигающих до нескольких тысяч километров.

Как известно, получение этих дальностей объясняется тем, что в 1937—1939 гг. имел место максимум ионизации, обусловленный увеличением солнечной активности. Следствием этого явилось увеличение преломляющей способности ионосферы, обеспечивающее прохождение столь коротких волн, которые в «нормальные» эпохи солнечного цикла ионосферой регулярно не преломлялись. Относительно

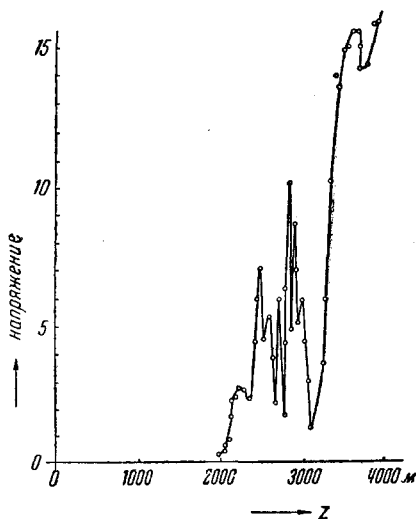


Рис. 3. Зависимость напряжения на выходе приемника от высоты

$\lambda = 7,17$ м; высота передатчика 1 000 м; расстояние 480 км (Охман и Плендль)

прохождения таких волн в прежние годы имелись только разрозненные и совершенно недостаточные указания¹⁾.

В настоящее время с полной очевидностью выяснилось, что прием у. к. в. на расстояниях, превышающих расстояния до горизонта во много раз, обусловлен не ионизацией атмосферы, а другими причинами, связанными с ее неоднородностями совершенно иной физической природы. Ныне имеются все основания считать эти неоднородности (изменения плотности воздуха, его температуры и влажности по высоте и др.) локализованными в нижних слоях атмосферы.

Поэтому дальности связи на у. к. в., обусловленные этими причинами, в дальнейшем мы будем называть «тропосферными дальностями». В отличие от этого дальности связи порядка тысяч километров мы будем называть «ионосферными дальностями». Наконец, дальности, на которых распространение у. к. в. целиком определяется дифракцией и влияние атмосферы еще практически не сказывается, мы будем называть «дифракционными дальностями».

При рассмотрении вопросов распространения радиоволн в ионосфере широко пользуются понятиями о «невозмущенной» и «возмущенной» ионосфере. Нам кажется целесообразным перенести эти понятия и на случай распространения у. к. в. в тропосфере. При этом термин «невозмущенная тропосфера» мы будем относить к тому несколько идеализированному случаю, когда отсутствуют резкие изменения плотности, температуры и влажности воздуха как во времени, так и в пространстве. Учет влияния такой тропосферы на распространение у. к. в. способен дать полезный материал о некоторых средних дальностях радиопередачи и напряженности поля, обусловленных такой «средней» рефракцией. Термин «возмущенная тропосфера» мы будем относить к типичному случаю наличия резких неустойчивых во времени неоднородностей, когда изменчивость тропосферных условий влечет за собой и отклонения напряженности поля от его «средних» значений.

Обилие материала, относящегося к рассматриваемым вопросам, его бессистемность и частая противоречивость побудили нас к попытке систематизации этого материала. Настоящая статья посвящена вопросу об учете средней рефракции у. к. в. в тропосфере. Вопросы, связанные с тонкой структурой тропосферы и устойчивостью связи на у. к. в., будут рассмотрены отдельно.

§ 1. КОНЦЕПЦИЯ «ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЗЕМНЫХ РАДИУСОВ»

1. Вопрос о влиянии атмосферы на распространение радиоволн был впервые рассмотрен Икклзом¹⁰, Кибитцем¹¹ и Флемингом¹² еще в 1913—1914 гг. Эти авторы пришли к выводу, что обыкновенное преломление радиоволн (без учета ионизации) не объясняет весьма

¹⁾ Разумеется, при оценке увеличивающегося числа этих указаний необходимо учитывать также и то обстоятельство, что за последнее время сильно увеличилось число приемных точек на у. к. в., насчитывавшихся раньше единицами.

больших дальностей связи на длинных волнах. К подобному же выводу пришли в 1927 г. Стюарт, Петри и Вильмотт¹³, которые нашли, что изменение коэффициента преломления воздуха с высотой, связанное с изменением его плотности, недостаточно для объяснения распространения радиоволн на большие расстояния. Бекер¹⁴, рассмотревший в 1927 г. вопрос о рефракции радиоволн в атмосфере, подчеркнул важность установления зависимости коэффициента преломления воздуха от высоты. Знание этой зависимости необходимо для определения траекторий радиоволн в атмосфере.

Работы периода 1935—1937 гг. исходили из обычного оптического представления об атмосфере, как о состоящей из концентрических слоев воздуха, коэффициент преломления которых сравнительно медленно убывает с высотой. Электромагнитное излучение, исходящее из точки A , расположенной в такой неоднородной атмосфере, проходит через слой воздуха с различной плотностью, вследствие чего происходит преломление «лучей» (рис. 4), на которое обратил внимание еще Ньютон¹⁵ и которым позднее занимался Рэлей¹⁶. Эта криволинейность траекторий лучей приводит к перемещению линии горизонта из точки C в точку C_1 . Дальнейший ход луча показывает, что радиация может быть обнаружена во всех точках как на пути луча (например, в точке B), так и выше него¹.

Для установления связи между этим расстоянием (R'_0) до горизонта и высотой подъема (h) точки A обычно исходили из приближенной формулы²⁾

$$h = a \left(\sec \frac{R'_0}{a} - 1 \right) - \rho \left(\sec \frac{R'_0}{\rho} - 1 \right) \sec \frac{R'_0}{a}. \quad (2)$$

Здесь a — радиус земли и ρ — радиус кривизны луча.

В тех случаях, когда второй пункт связи (точка B) также поднят над землей на высоту z , путем разложения в ряд для относительно небольших расстояний R'_0 получается известное выражение

$$R'_0 = \sqrt{2a} (V\bar{h} + V\bar{z}) \sqrt{\frac{\rho}{\rho - a}}, \quad (3)$$

которое при $\rho = \infty$ (случай однородной атмосферы) переходит в обычное выражение (1) для расстояния до горизонта.

¹⁾ Очевидно, что при этих рассуждениях влияние дифракции никак не учитывается.

²⁾ См., например, Гемфрис¹⁷. Вывод формул (1), (2) и (3) приведен в 10-й главе нашей книги³.

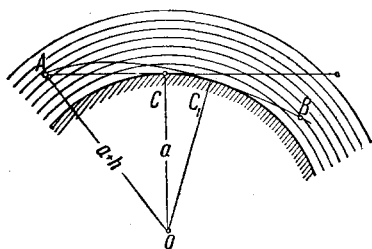


Рис. 4. Расширение горизонта, обусловленное рефракцией

Определение радиусов кривизны лучей¹⁾ велось по формуле

$$\rho = - \frac{n^2 r}{n_0 a \sin \varphi_0 \left(\frac{dn}{dr} \right)}. \quad (4)$$

Здесь n и n_0 — коэффициенты преломления воздуха на высоте h и у поверхности земли, $r = a + h$ и φ_0 — угол между касательной к лучу и перпендикуляром к поверхности земли («угол выхода»).

При $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ (луч, касательный к земле) и относительно малых h эта формула приводится к виду

$$\rho \cong - \frac{n}{\frac{dn}{dr}} = - \frac{2\varepsilon}{\frac{d\varepsilon}{dh}}; \quad (4')$$

здесь ε — диэлектрический коэффициент воздуха.

2. Для установления зависимости $n = f(h)$, необходимой для этих расчетов, Смит-Розе¹⁹, следуя Флемингу¹² и другим авторам, воспользовался известной формулой Л. Лоренца²⁰ и Г. Лорентца²¹, связывающей коэффициент преломления прозрачной среды с ее плотностью:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = B\delta, \quad \text{откуда} \quad n \cong 1 + \frac{3}{2} B\delta, \quad (5)$$

где B — некоторый коэффициент, характеризующий данную среду.

Плотность воздуха δ , который при этих вычислениях считался сухим, определялась из уравнения для равновесия газа, находящегося в поле силы тяжести:

$$\frac{R}{M} \left(T \frac{d\delta}{dh} + \delta \frac{dT}{dh} \right) = -\delta g. \quad (6)$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, M — средний молекулярный вес, T — абсолютная температура, g — ускорение силы тяжести.

Интегрирование этого уравнения требовало знания зависимости $T = f(h)$. Смит-Розе воспользовался понятием о «международной стандартной атмосфере», принятой для градуировки авиационных альтиметров²⁾, для которой

$$T = 288 - 0,0065 h,$$

и вычислил радиусы кривизны ρ для высот h от 0 до 2 000 м.

Однако, результаты отдельных измерений, приведенные у Гемфриса¹⁷, Вегенера²³ и других авторов, показывали, что на некоторых высотах весьма часто наблюдаются повышения температуры воздуха («инверсии»). Учитывая это обстоятельство, мы³ в 1936 г. вычислили радиусы кривизны лучей (касательных к земной поверхности) для ряда значений вертикального температурного градиента β .

Результаты этих вычислений, представленные на рис. 5, показали, что радиация могла бы распространяться прямолинейно $\left(\frac{\rho}{a} = \pm \infty \right)$ лишь в том гипотетическом случае, когда убывание температуры

¹⁾ См., например, у Педерсена¹⁸.

²⁾ См. ²², а также ³, стр. 249.

с высотой определяется значением $\beta = 0,0342 \text{ град/м}$. При более быстром падении температуры с высотой луч обращается своей выпуклостью к земле ($\frac{\rho}{a} < 0$). При более медленном падении температуры луч обращен к земле своей вогнутостью ($\frac{\rho}{a} > 0$). Для «стандартной атмосферы» радиус кривизны луча $\rho = 37\,630 \text{ км}$.

В случае возрастания температуры с высотой ρ уменьшается

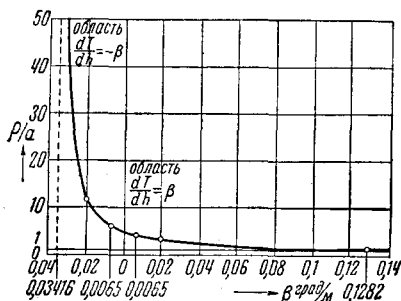


Рис. 5. Зависимость отношения $\frac{\rho}{a}$ от вертикального градиента температуры β при $h=0$. Касательные лучи

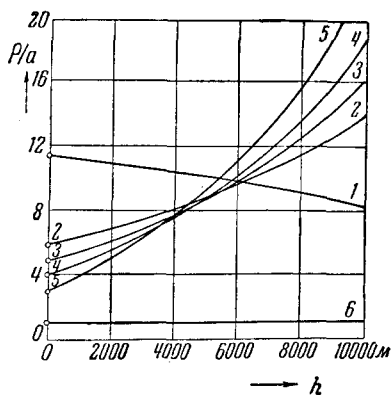


Рис. 6. Зависимость отношения $\frac{\rho}{a}$ от высоты при различных вертикальных градиентах температуры. Точки на кривых (при $h=0$) соответствуют точкам, показанным на рис. 5

1— $T=288-0,02h$; 2— $T=288-0,0065h$; 3— $T=288$; 4— $T=288+0,0065h$; 5— $T=288+0,02h$; 6— $T=288+0,1282h$

и, если бы могло иметь место значение $\beta = 0,1282 \text{ град/м}$, то луч следовал бы за кривизной земли ($\rho=a$)¹⁾. На рис. 6 дана зависимость $\frac{\rho}{a}$ от h и β при $\varphi_0=0$ для сухого воздуха. Эти кривые показывают, что при h , не превышающих 1—2 км, значения ρ изменяются в пределах от 4 до 6.

Хальберт²⁴ в 1935 г. отметил, что основной причиной, способной вызвать сильное преломление у. к. в. в тропосфере, является возможное повышение температуры с высотой. Определяя значение β , необходимое для получения концентрических траекторий касательных лучей, Хальберт исходил из соотношения²⁾:

$$\frac{\partial n}{\partial r} = -\frac{n}{r}, \quad (7)$$

где $r = a + h$.

¹⁾ Как показал Флеминг¹², подобный результат имел бы место и при $T=T_0$, если бы земная атмосфера состояла не из воздуха, а из криптона.

²⁾ Это соотношение получается из условия равенства угловых скоростей распространения радиации по концентрическим окружностям различных радиусов r .

При $n=1,00027$ и $r=a=6,38 \cdot 10^8$ см это соотношение дает $dn = -1,57 \cdot 10^{-9} dr$. Далее, приняв, что $dn = -5,5 \cdot 10^{-7} dT$, Хальберт получил значение градиента температуры $\beta = 0,290$ град/м. Однако, наши вычисления, произведенные с учетом влажности воздуха (см. § 2), не привели нас к этому значению β . Причина этого несоответствия лежит в значении $\frac{dn}{dT}$ (приведенном Хальбертом без вывода), которое отличается от значения, получаемого из общепринятых формул.

3. Скиллинг, Берроуз и Феррель²⁵ указали, что влияние рефракции можно учесть и иным способом, основанным на сравнении кривизны луча с кривизной земли. На рис. 7, А изображена часть траектории луча, касательного к земной поверхности, кривизна которой $\frac{1}{a}$. Пусть радиус кривизны луча есть $\frac{1}{\rho}$; постулируем, что ρ одинаково по всей длине луча, и введем «относительную» кривизну луча, которую определим как

$$\frac{1}{a_e} = \frac{1}{a} - \frac{1}{\rho}.$$

Представим себе теперь такую новую систему координат, в которой данная траектория луча из криволинейной превращается в прямолинейную (рис. 7, В). Тогда при условии сохранения постоянства «относительной» кривизны в этих обеих системах следует считать, что в новой системе координат отношение «эквивалентного земного радиуса» (равного относительному радиусу кривизны) к фактическому радиусу земли равно

$$\frac{a_e}{a} = \frac{\rho}{\rho - a}. \quad (8)$$

Так как при переходе к эквивалентному радиусу a_e было предположено, что траектории лучей (касательных к земле) представляют собой прямые, то для этих лучей коэффициент преломления такой фиктивной атмосферы должен считаться постоянным. Это положение можно было бы распространить и на те лучи, которые на высоте h имеют угол выхода $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. При этом эквивалентный радиус будет иным¹⁾. На основании этих соображений рядом авторов сделан смелый вывод, что для учета влияния рефракции достаточно ввести во

1) Отметим, что при этом определение у. к. в. как волн «квазиоптических» (введенное в радиотехническую литературу американскими авторами) приобретает некоторый, правда, довольно условный, смысл, ибо, конечно, оптику нельзя понимать как науку, оперирующую исключительно с прямолинейным распространением света.

все расчеты (в том числе и в дифракционные) вместо фактического радиуса земли a ее эквивалентный радиус a_e .

Однако, с этим утверждением можно согласиться (да и то с известной натяжкой) только в том случае, когда речь идет лишь о формуле (3) для определения расстояния до горизонта¹⁾, которая в этом случае приводится к виду

$$R_0' = \sqrt{2a_e} (\sqrt{h} + \sqrt{z}). \quad (9)$$

В более сложном случае, когда корреспондирующие пункты подняты над линией горизонта, траектории лучей (как прямого, так и отраженного от сферической земли) уже не являются касательными к земной поверхности. В силу этого значения a_e , соответствующие различным точкам этих траекторий, зависят уже не только от h , но и от φ . Поэтому замена радиуса a в соответствующих «отражательных» формулах для подсчета поля радиусом a_e , вычисленным для касательных лучей, уже вызывает сомнения.

Таким образом, строгий учет рефракции при радиосвязи между корреспондирующими пунктами, поднятыми выше линии горизонта, вопреки мнению Энглунда, Кроуфорда, Мэмфорда²⁶ и др. авторов не может быть произведен указанным примитивным путем. Тем не менее при не очень больших h и z такая замена все же способна несколько приблизить расчетные результаты к экспериментальным²⁾. Подход к более полному решению этой задачи, основанный на вычислении фактических траекторий лучей, дан в работе Эккарта и Плендля²⁹ (см. § 3).

Однако, Эккерслеи³⁰, Берроуз, Десино и Хант³¹ и Энглунд, Кроуфорд и Мэмфорд³² идут в своих рассуждениях еще дальше и бездоказательно считают, что путем замены радиуса земли a , входящего в дифракционные формулы, эквивалентными радиусами a_e можно учесть влияние рефракции и при дифракции у. к. в.

Это утверждение представляется нам необоснованным, и вообще возможность такого обоснования сомнительна (см. ниже).

4. Принципиальным недостатком всех приведенных рассуждений является полное игнорирование дифракционных явлений, которые, разумеется, имеют место и при наличии рефракции. Устранить этот недостаток способно лишь решение дифракционной задачи с учетом атмосферы, коэффициент преломления которой меняется по определенному закону.

Сколько-нибудь строгого решения этой весьма трудной задачи мы до сих пор еще не имеем³⁾. Единственной попыткой такого ре-

¹⁾ Эти рассуждения не являются строгими, так как постулированная независимость ρ от h не соответствует действительности (см. рис. 6).

²⁾ См., например, кривые Энглунда, Кроуфорда и Мэмфорда²⁷, приведенные в нашей книге³ на стр. 147. При этом важно указать, что при приближении к горизонту эти кривые неверны, так как при их расчете влияние кривизны земли учтено недостаточно строго. По этому поводу см. статьи Введенского²⁸ и ван-дер-Поля и Бреммера¹.

³⁾ Некоторый шаг в этом направлении сделан Гринбергом³³, решившим известную зоммерфельдовскую задачу о распространении радиоволн над плоской землей для случая оптически неоднородной атмосферы.

нения является работа Эккерслея и Миллингтона³⁴, применивших метод «фазовых интегралов». Так как в области обычной дифракции (безрефракционной) «метод фазовых интегралов» с известными оговорками способен дать те же результаты, что и строгие дифракционные теории¹⁾, то принципиально от этого метода можно ожидать достаточно удовлетворительного решения и этой задачи.

Однако, детальное рассмотрение чисто дифракционных расчетов, основанных на «методе фазовых интегралов», приводит к заключению^{34, 35}, что верных результатов «метод фазовых интегралов» достигает только ценою откровенной подгонки некоторых основных констант, вытекающих из строгой ватсоновской трактовки. Так как строгое совместное рассмотрение дифракции и рефракции, как это уже было сказано выше, пока отсутствует, то остается законная неуверенность в степени приближения результатов, даваемых «методом фазовых интегралов» в случае учета рефракции, к истинной картине явлений.

Это положение усугубляется еще тем обстоятельством, что Эккерслея и Миллингтон в целях математического упрощения выкладок прибегают к концепции постоянного градиента коэффициента преломления, не зависящего от высоты. Однако, за всеми этими оговорками указанная попытка все же является единственной в этой области, и потому мы считаем необходимым ее привести.

Рассматриваемый вопрос о рефракции Эккерслея и Миллингтон трактуют на основании своих основных формул «метода фазовых интегралов»:

$$\left. \begin{aligned} 2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \int_a^{r_1} \left[1 - g(r) - \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 n_m (n_m + 1) \right]^{1/2} dr &= 2\pi m + \Omega + \chi, \\ \text{и} \quad 1 - g(r) - \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 n_m (n_m + 1) &= 0 \text{ при } r = r_1, \end{aligned} \right\} (10)$$

где $g(r)$ учитывает преломление в атмосфере; n_m — собственные значения задачи, которые можно привести к близкому соответствию с собственными значениями дифракционной задачи в трактовке Ватсона; m — натуральный ряд чисел; Ω — произвольная константа, которая по логике «метода фазовых интегралов» должна равняться $\frac{\pi}{2}$, однако для удобства подгонки результатов к ватсоновским формулам Эккерслея и Миллингтон оставляют эту константу неопределенной; $\frac{\chi}{2\pi}$ — фазовый сдвиг при отражении от поверхности раздела (поверхности земли).

Отвлекаясь от реальной действительности, эти авторы ограничиваются случаем постоянного градиента коэффициента преломления n . Вводят они его следующим образом. Подбирая такую зависимость $n(r)$, которая в конце концов удовлетворила бы этому условию и в

¹⁾ См. статью Введенского³⁵.

то же время позволила бы применить «метод фазовых интегралов», они полагают, что

$$n^2 = 1 - g(r) = 1 - \eta + \beta \frac{a^2}{r^2},$$

откуда

$$\frac{\partial n}{\partial r} = -\frac{1}{n} \beta \frac{a^2}{r^3}; \quad (11)$$

здесь η и β — некие константы.

Так как для земной поверхности $n=1$, а для малых высот $r=a$, то

$$\frac{\partial n}{\partial r} \cong -\frac{\beta}{a},$$

т. е. получается искомый постоянный градиент.

Кроме того, кривизна луча определяется как

$$\frac{1}{\rho} \cong -\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial r} \cong -\frac{\partial n}{\partial r}$$

[см. (4)], и следовательно, $\rho = \frac{a}{\beta} = \text{const}$, как и должно быть при постоянном градиенте при малых h .

Так как Эккерслей и Миллингтон постулируют постоянство градиента n , то на основании рассуждений Скиллинга, Берроуза и Ферреля²⁵ они принимают ρ порядка $5a$, откуда β получается порядка 0,2. Кроме того, на поверхности земли $n=1,00029$, и потому на основании выражения (11) имеем

$$1 - \eta + \beta = 1,00058,$$

откуда следует, что η очень мало отличается от β .

Поэтому основные формулы «метода фазовых интегралов» (10) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} 2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \int_a^{r_1} \left[1 - \eta + \beta \frac{a^2}{r^2} - \left(\frac{\lambda}{2\pi r} \right)^2 n_m (n_m + 1) \right]^{1/2} dr &= 2\pi m + \Omega + \chi \\ \text{и} \\ 1 - \eta + \beta \frac{a^2}{r_1^2} - \left(\frac{\lambda}{2\pi r_1} \right)^2 n_m (n_m + 1) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

в результате чего первое уравнение (12) получает вид

$$2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (1 - \eta)^{1/2} \int_a^{r_1} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \right]^{1/2} dr = 2\pi m + \Omega + \chi.$$

Применяя в дальнейшем серию искусственных преобразований и упрощений, характерных для метода фазовых интегралов, авторы получают выражение для экспоненциального множителя, учитывающего ослабление напряженности поля с расстоянием в виде:

$$\exp \left[- \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^{1/2} \left(\frac{1 - \eta}{a} \right)^{3/2} \rho R \sin \frac{\pi}{3} \right]. \quad (13)$$

В этой формуле, в отличие от всех остальных, ρ — известное из теории дифракции выражение, равное $\frac{1}{2}(3\pi)^{1/3}(m+1)^{1/3}$; R — расстояние по земле.

Но очевидно, что это же выражение можно написать и иначе, заменив радиус земли a неким эквивалентным радиусом

$$a_e = \frac{a}{1-\eta}. \quad (14)$$

Таким образом, Эккерслеи³⁰ считает возможным учесть влияние рефракции путем замены истинного радиуса земли, входящего в дифракционные формулы, неким эквивалентным радиусом. Это положение нашло свое отражение в материалах четвертой сессии Международного консультативного комитета по радио (МККР) (Бухарест, 1937 г.)³⁶ и в отчете Комиссии МККР по распространению радиоволн (Лондон, 1938)³⁷. Согласно Эккерслею эта замена приводит к уменьшению наклона прямолинейной части дифракционных кривых (начерченных в полулогарифмическом масштабе) в отношении

$$\left(\frac{a}{a_e}\right)^{1/3} = (1-\eta)^{1/3}. \quad (15)$$

Это соотношение может быть получено из дифракционных формул ценой некоторых допущений, на чем мы здесь останавливаться не будем.

§ 2. ВЛИЯНИЕ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

1. Большинство приведенных до сих пор вычислений соответствовало случаю сухого воздуха. Однако, в действительности в воздухе всегда присутствуют водяные пары, а иногда и вода в виде капель. Далее, так как источником влаги, находящейся в атмосфере, является земная поверхность и так как средняя температура воздуха, вообще говоря, убывает с высотой, то естественно, что количество водяных паров в атмосфере и их упругость также должны убывать с высотой. Типичные данные для упругости водяных паров на различных высотах можно найти, например, у Гемфриса (см.¹⁷, стр. 76—77) и у других авторов.

На основании наблюдений, произведенных во время полетов, Зюринг³⁸ дал эмпирическую формулу для зависимости упругости водяных паров от высоты, на основании которой можно показать, что половина всего количества водяных паров, находящихся в атмосфере, заключается в слое, имеющем высоту всего лишь около 1 700 м¹).

Естественно полагать, что наличие в воздухе водяных паров должно сказываться на изменениях его диэлектрического коэффициента. При первых экспериментальных исследованиях этого вопроса было обна-

¹) В литературе имеются некоторые указания на то, что влажность воздуха на высоте порядка 15 000 м хотя и мала, но все же несколько больше своего расчетного значения³⁹. Однако, анализы воздуха стратосферы, полученные Г. Прокофьевым, К. Годуновым и Бирнбаумом⁴⁰ для высоты 18 800 м, показали отсутствие воды. Повидимому, этот вопрос еще нельзя считать полностью разрешенным.

ружено, что при некоторых температурах наблюдается аномальный ход кривых зависимости диэлектрического коэффициента влажного воздуха от давления, причина которых долгое время оставалась невыясненной. Поэтому допустимость применения к влажному воздуху обычного аддитивного закона, позволяющего определять величину диэлектрического коэффициента смеси как результат суммирования аналогичных величин для отдельных ее частей (см. ниже), была под сомнением. Так, Дельселье, Гэншан и Хирш⁴¹, исследовавшие вопрос о влиянии влажности на диэлектрический коэффициент воздуха (при температурах от 15 до 25°), пришли к выводу о неприменимости аддитивного закона. Однако, работа Цана⁴², внесшая значительную ясность в этот вопрос, показала, что аномалии, имевшие место при опытах с чистым водяным паром, происходили из-за конденсации этого пара на обкладках измерительных конденсаторов, а не из-за ассоциирования молекул, как это предполагал Иона⁴³.

Поэтому, базируясь на результатах Цана, можно считать, что эти аномалии не могут служить достаточной причиной (во всяком случае, при интересующих нас частотах) для отрицания приложимости закона о смесях к случаю воздуха и паров воды.

Для расчетов мы воспользуемся выражением Дебая⁴⁴, связывающим диэлектрический коэффициент (ϵ) вещества с константами, характеризующими его молекулярное строение:

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \cdot \frac{M}{\delta} = \frac{4\pi}{3} A \left(\alpha_0 + \frac{\mu^2}{3kT} \right). \quad (16)$$

Здесь M — молекулярный вес, δ — плотность, $A = 6,06 \cdot 10^{23}$ — число Авогадро, α_0 — поляризуемость молекулы, μ — дипольный момент молекулы, $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ — константа Больцмана, T — абсолютная температура.

Так как практически и для воздуха, и для водяного пара можно считать, что $\epsilon + 2 \approx 3$, то с достаточным приближением

$$\epsilon - 1 = 4\pi A \left(\alpha_0 + \frac{\mu^2}{3kT} \right) \frac{\delta}{M}. \quad (17)$$

Далее, рассматривая составляющие смеси как идеальные газы (см. ³, стр. 260) и переходя к давлению p , выраженному в мм Hg, получаем, что выражение (17) можно представить как

$$\epsilon - 1 = K \frac{p}{T},$$

где

$$K = 1,215 \cdot 10^{20} \left(\alpha_0 + \frac{\mu^2}{3kT} \right). \quad (18)$$

Согласно имеющимся данным значение K для воздуха¹⁾ можно принять равным $K_{\text{возд}} = 2,11 \cdot 10^{-4}$.

¹⁾ Можно показать, что значения ϵ воздуха, определяемые по формуле (18) с приведенной величиной K , хорошо согласуются со значениями ϵ , определяемыми из формулы (5), в которую входит постоянная B , принятая нами согласно Магри⁴⁵ равной 0,15104.

Что же касается значения K для водяного пара, то Энглунд, Кроуфорд и Мэмфорд²⁶ на основании работ Цана⁴², Ионы⁴³, Стюарта⁴⁶, Зенгера⁴⁷ и Странатана⁴⁸ определяют его как

$$K_{\text{вод. пар}} = 1,82 \cdot 10^{-4} \left(1 + \frac{5583}{T} \right).$$

Согласно другой, более поздней работе Странатана⁴⁹ значение K для паров воды может быть получено из формулы

$$\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right) \frac{RT}{p} = 4,03 \pm 0,39 + \frac{20710 \pm 140}{T}$$

(здесь p — в *динах/см²*). Выражая p в миллибарах, Вайник⁵⁰, исходя из этой формулы, получил выражение

$$\varepsilon - 1 = 1,37 \cdot 10^{-4} \left(1 + \frac{5430}{T} \right) \frac{p}{T},$$

дающее значение K , весьма близкое к приведенному выше.

Применяя аддитивный закон для значения K , характеризующего ε влажного воздуха, Энглунд, Кроуфорд и Мэмфорд²⁶ получают

$$K = \left[211 + \xi \left(\frac{10159}{T} - 0,293 \right) \right] 10^{-6}; \quad (19)$$

здесь $\xi = \frac{p_{\text{вод. пар}}}{p_{\text{возд}}} \cdot 100$ — процент содержания в воздухе водяного пара, определяемый как отношение упругости водяного пара к атмосферному давлению.

Некоторые значения $\varepsilon - 1$ для влажного воздуха, вычисленные по формулам (18) и (19), приведены в статье Вольперта⁵¹. Укажем также, что недавно появившаяся работа Треджидга⁵² содержит результаты измерений ε водяного пара при частоте 42 МГц. При 760 мм Hg и температурах 71,9; 99,8 и 147°С им были получены значения ε , соответственно равные 1,0071; 1,0060 и 1,00475.

2. Из выражений (4) и (18) следует, что радиус кривизны луча, идущего в атмосфере, содержащей пары воды, можно определить как

$$\rho = - \frac{M \left(\frac{62370}{M} K \delta + 1 \right)^{3/2} (a + h)}{31185 a \sin \varphi_0 \left(\frac{62370}{M_0} K_0 \delta_0 + 1 \right)^{1/2} \frac{\partial}{\partial h} (K \delta)}. \quad (20)$$

Здесь K дается выражением (19), M и δ — молекулярный вес и плотность влажного воздуха, нулевые индексы соответствуют высоте $h = 0$.

Для наиболее простого случая, когда $\varphi_0 = 90^\circ$ и $h \cong 0$, формула (20) упрощается и приводится к виду

$$\rho = - \frac{32,065 M}{211 \frac{\partial \delta}{\partial h} + \left(\frac{10159}{T} - 0,293 \right) \left(\xi \frac{\partial \delta}{\partial h} + \delta \frac{\partial \xi}{\partial h} \right) - \frac{10159}{T^2} \xi \delta \frac{\partial T}{\partial h}}. \quad (21)$$

Таким образом, знание вертикальных градиентов плотности, влажности и температуры $\left(\frac{\partial \delta}{\partial h}, \frac{\partial \xi}{\partial h} \text{ и } \frac{\partial T}{\partial h} \right)$ необходимо для расчета.

Основываясь на средних данных (летних) для зависимостей δ , α и T от высоты, приводимых Гемфрисом (см. ¹⁷, стр. 48 и 77), Энглунд, Кроуфорд и Мэмфорд нашли, что для слоев воздуха, непосредственно прилегающих к земле ($h < 2$ км), можно принять, выражая h в километрах:

$$\delta = 0,001224 - 0,0001156 h,$$

$$T = 288 - 3,87 h,$$

$$\xi = 1,372 - 0,253 h.$$

Подстановка этих значений в формулу (21) дала величину радиуса кривизны $\rho = 24\,000$ км. Сравнивая этот результат с результатом, полученным нами при вычислениях ρ без учета влажности для стандартной атмосферы, видим, что этот учет приводит к уменьшению значения ρ в 1,57 раза, что является довольно существенным.

Известны также результаты вычислений ρ , произведенных Скиллингом, Берроузом и Феррелем ²⁵ для высот $h < 500$ м. В табл. 1 приведены полученные ими значения радиусов кривизны лучей, касательных к поверхности земли, и соответствующих им эквивалентных земных радиусов.

Таблица 1

Условия	ρ в км	a_e в км	$\frac{a_e}{a}$
Среднее значение для лета с учетом влажности	23 800	8 650	1,36
Среднее значение для зимы с учетом влажности	26 500	8 420	1,32
Среднее годовое значение с учетом влажности ¹⁾	25 500	8 500	1,33

Весьма интересные экспериментальные данные, относящиеся к рассматриваемым вопросам, содержатся в работе Энглунда, Кроуфорда и Мэмфорда ²⁶, описывающих свои опыты по распространению у. к. в. над морем. В этой статье приведено большое количество кривых, определенно указывающих на влияние атмосферы.

Одним из наиболее ярких примеров такого влияния могут служить кривые зависимости поля от расстояния, приведенные на рис. 8, соответствующие случаю передачи на волне длиной $\lambda = 4,6$ м при вертикальной поляризации.

Из сравнения этих кривых, полученных в различные дни, мы видим, что на относительно небольших расстояниях (примерно не превышающих 65 км) все три кривые довольно хорошо группируются около теоретической кривой, построенной по обычной отражательной формуле для сферической земли (с эквивалентным радиусом $a_e = 8500$ км).

¹⁾ Если воспользоваться этим «средним годовым» значением a_e , то из формулы (9) получаем, что $R'_0 = 4,12(\sqrt{h} + \sqrt{z})$. Это соответствует увеличению расстояния до горизонта на 15,4⁰/₀.

При дальнейшем увеличении расстояния эти кривые расходятся, причем все они идут выше кривой, построенной по отражательной формуле. Наиболее медленное уменьшение поля с расстоянием имело место при опытах, произведенных 27 сентября 1933 г., когда содержание в воздухе водяных паров определялось цифрой $2,46\%$. 1 ноября 1933 г. это содержание составляло около $0,935\%$, а 20 ноября 1933 г. — всего лишь $0,617\%$ (т. е. воздух можно было считать относительно сухим)¹⁾.

Если сюда же нанести и дифракционную кривую, вычисленную по формуле Введенского (см. ²⁸ и ³), то можно приближенно оценить то добавочное поле, наличие которого объясняется специфическими атмосферными условиями, сильно отличающимися от «средних».

Серия новых кривых, показывающих зависимость поля от расстояния для случая горизонтального вибратора, поднятого над сушей, приведена в работе Нортон⁵³, воспользовавшегося значением эквивалентного радиуса земли $a_e = 8\,500$ км. В этой же работе приведены кривые, иллюстрирующие влияние градиента ϵ .

3. Перейдем теперь к разбору явлений, связанных с конденсированием водяных паров, находящихся в воздухе. Как известно, количество паров, необходимых для насыщения воздуха, зависит от его температуры. Когда некоторые массы воздуха,

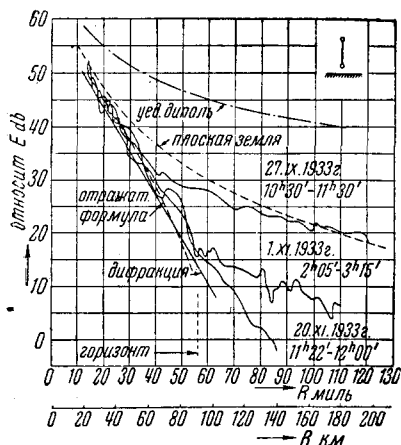


Рис. 8. Зависимости E от R , полученные при приеме на высоте 333 м в различные дни. Передача над морем (Энглунд, Кроуфорд, Мэмфорд)

содержащего в себе водяные пары, сильно охлаждаются, то находящегося в них количества влаги может оказаться достаточно не только для получения паров, насыщающих пространство, но и для конденсации этих паров в виде капелек воды или кристалликов льда, особенно при наличии мельчайших пылинок в качестве центров конденсации. Большие скопления этих капелек (туман, облака и дожди) в зависимости от метеорологических условий могут держаться довольно устойчиво.

Некоторые данные, характеризующие различные виды капельных образований, встречающиеся в атмосфере^{17,54}, приведены в табл. 2.

Хотя одновременное существование тумана или дождя вдоль всей линии связи при относительно больших ее протяженностях сравнительно

¹⁾ Напомним, что процент содержания в воздухе водяных паров указанные авторы вычисляют из отношения упругости этих паров к атмосферному давлению (см. раздел 1 этого параграфа).

Таблица 2

Тип капельного образования	Число капель в м ³	Диаметр капель в мм	Вес капли в г	Среднее расстояние между каплями в мм	Вес воды в 1 м ³ воздуха в мг	Скорость падения капель в м/сек	Величина осадка, выпадающего за 1 час в мм	Относительный объем воды в воздухе
Туман	$1,2 \cdot 10^7$	0,01	$5,2 \cdot 10^{-10}$	4,3	6,2	0,003	Следы	$6 \cdot 10^{-9}$
Густой туман	$1,1 \cdot 10^5$	0,10	$5,2 \cdot 10^{-7}$	21	57,5	0,25	0,05	$5,5 \cdot 10^{-8}$
Мелкий дождь	$2,2 \cdot 10^4$	0,20	$4,2 \cdot 10^{-6}$	36	92,6	0,75	0,25	$9,3 \cdot 10^{-8}$
Легкий дождь	$2,9 \cdot 10^4$	0,45	$4,8 \cdot 10^{-5}$	70	138,9	2,00	1,00	$1,4 \cdot 10^{-7}$
Умеренный дождь	$5,3 \cdot 10^3$	1,00	$5,2 \cdot 10^{-4}$	123	277,8	4,00	4,00	$2,8 \cdot 10^{-7}$
Сильный дождь	$4,6 \cdot 10^2$	1,50	$1,8 \cdot 10^{-3}$	130	833,3	5,00	15,00	$8,3 \cdot 10^{-7}$
Очень сильный дождь	$3,8 \cdot 10^2$	2,10	$4,9 \cdot 10^{-3}$	138	1 851,9	6,00	40,00	$1,8 \cdot 10^{-6}$
Ливень	$3,9 \cdot 10^2$	от 3,0 до 5,0	$1,4 \cdot 10^{-2}$	137	5 401,4	7,00	100,00	$5,4 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3

λ в см	100		50		10		5	
Тип капельного образования	$\frac{q}{2}$	z	$\frac{q}{2}$	z	$\frac{q}{2}$	z	$\frac{q}{2}$	z
Ливень	$8,86 \cdot 10^{-13}$	$2,6 \cdot 10^7$	$1,4 \cdot 10^{-11}$	$1,6 \cdot 10^6$	$8,86 \cdot 10^{-9}$	$2,6 \cdot 10^3$	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^2$
Средний дождь	$16,9 \cdot 10^{-16}$	—	$2,7 \cdot 10^{-14}$	—	$16,9 \cdot 10^{-12}$	$1,3 \cdot 10^6$	$2,7 \cdot 10^{-10}$	$8,5 \cdot 10^4$
Туман	—	—	—	—	—	—	$5,7 \cdot 10^{-18}$	$4 \cdot 10^{12}$

мало вероятно, однако для отдельных участков линии это может быть весьма частым явлением. Поэтому нам представляется уместным несколько осветить здесь вопрос о возможности влияния этих факторов на распространение у. к. в.¹⁾

Проблема распространения у. к. в. в воздухе, содержащем взвешенные капельки воды, совершенно аналогична известной оптической задаче о цветах коллоидальных растворов, впервые поставленной Максвеллом Гарнеттом⁵⁵ и детально разобранной Ми⁵⁶ и его последователями. В простейшем случае, когда допустимо учесть лишь уменьшение интенсивности проходящих волн, вызываемое одним только рассеиванием энергии, а не поглощением, задача сводится к случаю Рэлея⁵⁷, когда длина волны много больше размеров рассеивающих частиц (известная теория голубого цвета неба)²⁾.

При этом каждая частица заменяется некоторым эквивалентным диполем, вынужденно колеблющимся с частотой падающей волны. Ось этого диполя параллельна вектору электрического поля падающей волны, а амплитуда его электрического момента равна

$$M_0 = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} b^3 E_0; \quad (22)$$

здесь b — радиус частицы (капли), ε — диэлектрический коэффициент воды, E_0 — амплитуда напряженности электрического поля падающей волны.

Далее, полагая, что в единице объема содержится N одинаковых капелек, расстояния между которыми велики по сравнению с их размерами, для полного количества энергии, рассеиваемой всеми этими капельками в единицу времени, можно получить, что

$$P_{pac} = \frac{16}{3} \frac{\pi^4 c N b^6}{\lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right)^2 E_0^2. \quad (23)$$

Среднюю энергию падающей волны (принимаяемой за плоскую) и ее убывание, вызываемое рассеиванием на пути z , можно определить из соотношений

$$P = \frac{c}{8\pi} E_0^2 = P_0 e^{-qz},$$

где q — коэффициент рассеяния. Величина этого коэффициента рассеяния, определяемого как отношение энергии, рассеиваемой единицей объема, к энергиям падающей волны, равна

$$q = \frac{P_{pac}}{P} = \frac{128\pi^5 N b^6}{3\lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right)^2. \quad (24)$$

Страттон⁵⁹ показал, что в том случае, когда желательно учесть также и влияние поглощения в самих каплях, можно воспользоваться

1) Любопытно отметить, что количество воды, содержащейся в 1 м³ насыщенного воздуха, при 20° и 760 мм Нг примерно в 4 раза больше, чем при дожде, и в 4000 раз больше, чем при тумане, если учитывать воду только в капельно-жидком состоянии.

2) См., например, обзор И. Хвостикова⁵⁸.

результатами работ Ми⁵⁶ и Иобста⁶⁰. При этих вычислениях каждую каплю приходится заменять уже не одним эквивалентным диполем, а целой системой, состоящей из нескольких электрических и магнитных диполей. Однако, произведенные Страттоном вычисления показали, что при длинах волн $\lambda > 5$ см поглощение в каплях воды должно быть столь незначительным, что по сравнению с рассеянием им можно вполне пренебречь.

В табл. 3, заимствованной нами у Страттона, приведены значения коэффициента q в см^{-1} и расстояний z в км, соответствующие случаю уменьшения напряженности поля до 0,1 его первоначальных значений для некоторых наиболее интересных случаев¹⁾.

На основании этой таблицы можно сделать заключение, что дождь и туман не должны заметно сказываться на уменьшении энергии у. к. в. (по крайней мере в пределах практически используемой части этого диапазона). Это подтверждается работой Волфа и Линдера⁵⁴. Они экспериментировали с волной $\lambda = 9$ см на расстояниях до 30 км (Атлантический океан) и не обнаружили заметного влияния дождей на распространение этих волн²⁾.

Френц⁶¹, так же как и Страттон, считает, что заметное ослабление поля получается лишь для волн примерно короче 5 см. Однако, результаты его работы, в общем совпадающие с данными Страттона в части рассеяния, находятся в решительном противоречии с ними в отношении поглощения. Так, по Френцу влияние поглощения при волнах в 20 см уже значительно превосходит влияние рассеяния, а при миллиметровых волнах становится столь значительным, что появляется необходимость указать на сомнительную ценность практического использования этих волн. К сожалению, в статье Френца содержатся неясности, делающие четкие выводы из нее очень трудными.

При переходе к еще более коротким волнам ($\lambda < 5$ см), кроме всего изложенного, возможно, придется считаться также с селективным поглощением в воде. Кроме того, некоторое селективное поглощение возможно и в газах, ибо Клумб⁶² указывает на три довольно резкие полосы поглощения в водороде при $\lambda = 28$ см, $\lambda = 9$ см и $\lambda = 3$ см (рис. 9), однако в азоте и кислороде таких резких полос не обнаруживается. Интересно, что положение этих полос было предсказано Гротрианом⁶³ из соображений возможности квантовых переходов в схеме уровней атома водорода (рис. 10), где теоретически получаются длины волн $\lambda = 2,74$; 9,25; 27,75 см. Существуют также данные о поглощении волн порядка нескольких сантиметров (до 1,3 см) в аммиаке, опубликованные Клиттоном и Вильямсом⁶⁴. Однако, нужно указать, что эти сведения почти единичны и весь этот вопрос еще мало изучен. Кроме того, Холмс⁶⁵ вводит в рассмотрение совершенно новое явление, которое, по его мнению, должно иметь место при распространении радиоволн во влажных слоях тропосферы — именно, колебания молекул воды, дипольный момент которых испытывает в электрическом поле земли воздействие направ-

1) Эта таблица приводится с некоторыми исправлениями.

2) По мнению Волфа и Линдера поглощение, вызываемое сильным дождем, при этих волнах не превышает 0,06 db на 1 км.

ляющей пары сил. Подсчитывая собственные периоды колебаний таких элементарных диполей и учитывая воздействие тепловых толчков, он приходит к выводу о возможности значительного и притом селективного поглощения радиоволн всех длин (в том числе, а может быть и предпочтительно, у. к. в.).

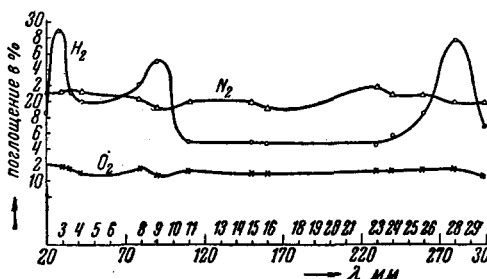


Рис. 9. Поглощение сантиметровых и дециметровых волн некоторыми газами (Клумб)

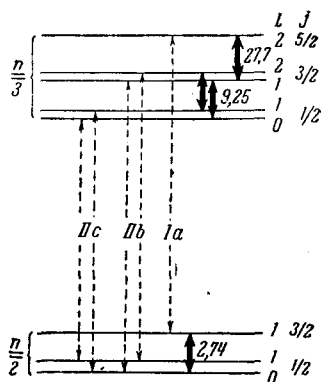


Рис. 10. Возможные переходы в атоме H₂ (Гротриан)

Таким образом и в явления тропосферной рефракции вводится дисперсия радиоволн, от чего раньше все соответствующие рассуждения были вполне свободны. Несмотря на то, что об экспериментальном подтверждении этого явления пока еще нет речи, сама мысль весьма интересна и представляется достойной дальнейшего развития.

§ 3. ТРАЕКТОРИИ ЛУЧЕЙ И ДИАГРАММЫ ИЗЛУЧЕНИЯ

1. В § 2 мы уже указали, что строгий учет влияния рефракции на распространение у. к. в. между корреспондирующими пунктами, поднятыми над линией горизонта, требует знания траекторий лучей. Имея эти траектории, можно построить диаграммы излучения антенн (поднятых над сферической землей), учитывающие рефракцию. Вопрос о построении таких диаграмм рассмотрели в 1938 г. Эккарт и Плендль²⁹. Несмотря на ряд допущений, неточностей и даже на прямые ошибки, содержащиеся в этом расчете, мы приводим его как единственный в данной области¹⁾. В другом месте мы намереваемся вернуться к этому вопросу.

Рассматривая атмосферный воздух как смесь сухого воздуха и водяного пара, подчиняющуюся аддитивному закону, упомянутые авторы исходят из формулы

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} \sum N_i a_i, \quad (25)$$

где N_i — число молекул в 1 см³, a_i — полная поляризуемость молекулы.

¹⁾ При этом укажем, что Гэншан⁶⁶ в 1924 г. вычислил для лучей, близких к касательным, те расстояния, на которых эти лучи под влиянием рефракции вернутся на землю. В настоящее время этот расчет уже не представляет интереса.

Величины N и a выражаются как

$$N = \frac{A\delta}{M} \quad \text{и} \quad a = a_0 + \frac{\mu^2}{3kT}$$

(обозначения те же, что и в § 2).

Так как $\epsilon \cong 1$, то формула (25) может быть представлена в виде

$$\epsilon - 1 = 4\pi \sum N_i a_i, \quad (26)$$

который находится в полном соответствии с формулой (17).

Воспользовавшись данными Хана для средней зависимости плотности воздуха от высоты, приведенными Зюрингом³⁸, Эккарт и Плендль

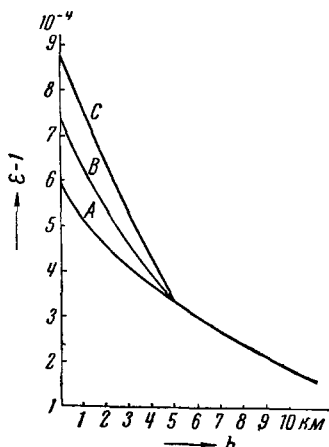


Рис. 11. Зависимость $\epsilon - 1$ от высоты

Воздух: А — сухой, В — средней влажности, С — большой влажности

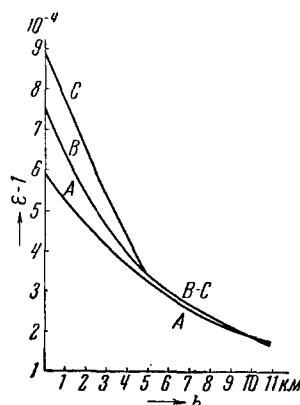


Рис. 12. Аппроксимирующие кривые для $\epsilon - 1$

Воздух: А — сухой, В — средней влажности, С — большой влажности

подсчитали значение $\epsilon - 1$. При этом было принято, что влажность воздуха убывает с высотой по линейному закону, причем начиная с высоты 5000 м эта влажность не учитывалась.

На рис. 11 приведены кривые $\epsilon - 1 = f(h)$ для случаев: А — сухого воздуха, В — средней влажности и С — большой влажности.

Далее, эти кривые аппроксимируются параболой вида

$$\epsilon - 1 = a + bh + ch^2. \quad (27)$$

Коэффициенты b и c определяются обычным путем так, чтобы в некотором интервале высот ($0 \leq h \leq H$) интеграл квадрата ошибок был минимальным. Для сухого воздуха был взят интервал высот от 0 до 10 км. Для влажного воздуха были взяты два интервала: от 0 до 5 км и от 5 до 10 км.

В результате этих вычислений были получены следующие выражения.

Для сухого воздуха (кривая А на рис. 12) при высотах $0 \leq h \leq 10$ км

$$\epsilon - 1 = 5,9 \cdot 10^{-4} - 0,639 \cdot 10^{-4}h + 2,41 \cdot 10^{-6}h^2.$$

Для воздуха средней влажности (кривая *B*) при высотах $0 \leq h \leq 5$ км и $5 \leq h \leq 10$ км

$$\varepsilon - 1 = 7,425 \cdot 10^{-4} - 1,155 \cdot 10^{-4}h + 6,87 \cdot 10^{-6}h^2$$

и

$$\varepsilon - 1 = 5,35 \cdot 10^{-4} - 0,444 \cdot 10^{-4}h + 0,96 \cdot 10^{-6}h^2.$$

Для очень влажного воздуха (кривая *C*) при высотах $0 \leq h \leq 5$ км и $5 \leq h \leq 10$ км

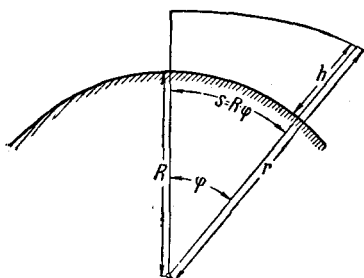
$$\varepsilon - 1 = 8,91 \cdot 10^{-4} - 1,36 \cdot 10^{-4}h + 5,04 \cdot 10^{-6}h^2$$

и

$$\varepsilon - 1 = 5,35 \cdot 10^{-4} - 0,444 \cdot 10^{-4}h + 0,96 \cdot 10^{-6}h^2.$$

2. Определение траектории луча (рис. 13) основывается на принципе Ферма, согласно которому радиация всегда распространяется по пути, требующему экстремального (в данном случае — минимального) времени.

Эккарт и Плендль пишут соответствующее условие в виде:



$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{\sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2}}{n(r)} d\varphi = \min, \quad (28)$$

где $r = a + h$; φ — геоцентрический угол¹⁾.

Рис. 13. Обозначения, принятые при расчете траектории луча

Уравнение Эйлера²⁾, получающееся при решении этой вариационной

1) Это уравнение написано в необычной форме, которая была бы правильной, если бы $n(r)$ определялась, как $\frac{v(r)}{c}$. Однако, из дальнейшего видно, что Эккарт и Плендль принимают $n = \sqrt{\varepsilon}$, поэтому уравнение (28) представляет собой явное недоразумение.

Критика дальнейшего изложения до чрезвычайности запутывается следующими обстоятельствами:

а) Уравнение Эйлера (29) написано явно на основании (28), причем при вычислении отдельных частных производных допущены ошибки в знаках у $\frac{1}{n} \frac{dn}{dh}$. Эти знаки были бы верны при правильной форме уравнения (28), но тогда, разумеется, в знаменателе отсутствовало бы n .

б) Дальнейшая аппроксимация $\frac{1}{n} = 1$, по счастью, в известной мере компенсирует ошибочное введение n в знаменатель (28) и (29). Однако, пренебрежение $\left(\frac{dh}{ds}\right)^2$ и аппроксимирование $a + h = a$ вновь вводят недопустимое и, главное, совершенно ненужное пренебрежение.

Понятно, что без повторения всех выводов заново и вычисления новых кривых невозможно количественно определить величину результирующей ошибки, совершаемой Эккартом и Плендлем во всей цепи допущенных ими непоследовательностей.

К этому вопросу мы еще вернемся (см. § 4, раздел 2).

2) См., например, Курант и Гильберт⁶⁷.

задачи, приводит Эккарта и Плендля к уравнению

$$a^2 \frac{d^2 h}{ds^2} - a^2 \left(\frac{dh}{ds} \right)^2 \left(\frac{2}{a+h} + \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \right) - \\ - (a+h)^2 \left(\frac{1}{a+h} + \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \right) = 0, \quad (29)$$

где $s = a\varphi$ — расстояние, отсчитываемое по поверхности земли.

Далее, эти авторы считают, что коэффициент преломления $n \cong 1$, а его градиент $\left(\frac{dn}{dh} \right)$ столь мал, что заметные отклонения траектории от прямой получаются только у лучей, направление которых лишь немного отличается от направления касательных к поверхности слоев.

Поэтому они полагают, что

$$\left(\frac{dh}{ds} \right)^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha \ll 1, \text{ и так как } \frac{1}{n} = 1 \text{ и } h \ll a, \quad (30)$$

то, пренебрегая вторым членом уравнения (29), они получают

$$\frac{d^2 h}{ds^2} = \frac{dh}{ds} \frac{d \left(\frac{dh}{ds} \right)}{dh} = \frac{1}{a} + \frac{dn}{dh}. \quad (31)$$

Кроме того,

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + (\varepsilon - 1)} \cong 1 + \frac{\varepsilon - 1}{2}, \quad (32)$$

и следовательно,

$$\frac{dn}{dh} = \frac{1}{2} \frac{d(\varepsilon - 1)}{dh}.$$

Тогда

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dh}{ds} \right)^2 = \int \left(\frac{1}{a} + \frac{dn}{dh} \right) dh + \frac{C_1}{c} = \\ = \left(1,57 \cdot 10^{-4} + \frac{b}{2} \right) h + \frac{ch^2}{2} + \frac{C_1}{2}, \quad (33)$$

так что

$$s = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{\sqrt{(3,14 \cdot 10^{-4} + b)h + ch^2 + C_1}}. \quad (34)$$

Постоянная интегрирования C_1 определяется из (30) и (31) как

$$C_1 = \operatorname{tg}^2 \alpha - 2 \left(1,57 \cdot 10^{-4} + \frac{b}{2} \right) h_1 - ch_1^2.$$

Формула (34) связывает функционально высоту точки выхода луча h_1 (точка передачи) с высотой точки прихода луча h_2 (точка приема) и с расстоянием s между ними, измеряемым по дуге большого круга поверхности земли. Таким образом, траектория луча получается в координатах h и s .

При неограниченном изменении h всегда найдется такая точка траектории, расстояние которой до центра земли будет наименьшим.

При этом в единую концепцию пучка лучей удобно включить также и те лучи, которые падают на поверхность земли под острыми углами; это может быть достигнуто рассмотрением фиктивного продолжения луча над поверхностью земли. В этой точке наименьшее расстояние от центра земли соответствует расстоянию от поверхности земли $h_{\min}$, которое может быть и положительным и отрицательным (рис. 14). Очевидно, что это расстояние $h_{\min}$ определяется соотношением

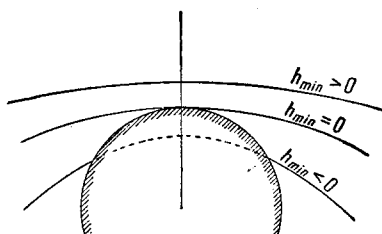


Рис. 14. Значения $h_{\min}$ для различных траекторий

$$\frac{dh}{ds} = \operatorname{tg} \alpha = 0 \quad (\text{для } h = h_{\min}). \quad (35)$$

Траектории всего пучка лучей, отсчитываемые от высоты $h_{\min}$, выражаются формулой

$$s_1 = \int_{h_{\min}}^h \frac{dh}{\sqrt{(3,14 \cdot 10^{-4} + b)h + ch^2 + C_1}}. \quad (36)$$

Здесь $h_{\min}$ именно и является параметром пучка, а h (верхний предел интеграла) произвольно в пределах допустимых значений (при этом, конечно, h , в отличие от $h_{\min}$, не может быть отрицательным).

Далее, положив $3,14 \cdot 10^{-4} + b = B$ (здесь $3,14 \cdot 10^{-4} = \frac{2}{a}$), Эккарт и Плендль находят

$$s_1 = \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{arch} \left. \frac{h + \frac{B}{2c}}{\sqrt{\frac{B^2}{4c^2} - \frac{C_1}{c}}} \right|_{h_{\min}}^h. \quad (37)$$

Но, так как $h_{\min}$ определяется из соотношения (35), которое согласно (33) приводит к уравнению

$$Bh_{\min} + ch_{\min}^2 + C_1 = 0,$$

то

$$h_{\min} = -\frac{B}{2c} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4c^2} - \frac{C_1}{c}}. \quad (38)$$

В силу этого выражение (37) принимает вид

$$s = \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{arch} \frac{h + \frac{B}{2c}}{\sqrt{\frac{B^2}{4c^2} - \frac{C_1}{c}}}, \quad (39)$$

откуда

$$h = -\frac{B}{2c} + \sqrt{\frac{B^2}{4c^2} - \frac{C_1}{c}} \operatorname{ch}(\sqrt{c} \cdot s). \quad (40)^1$$

¹⁾ В статье Эккарта и Плендля ²⁹ в этой формуле очевидная опечатка [см. формулу (52) указанной статьи].

Это есть не что иное, как уравнение (34), выраженное в явной форме. Здесь C_1 попрежнему является функцией координат некоторой точки h (например, точки выхода луча) и угла α , определяемого как $\arctg \frac{dh}{ds}$. Кроме того, отсчет s ведется от начала отрезка $h_{\min}$.

Присоединив к этим результатам значение $\frac{dh}{ds}$, получающееся из уравнения (33), а именно:

$$\frac{dh}{ds} = \sqrt{Bh + ch^2 - C_1}, \quad (41)$$

получаем возможность составления двух графиков, с помощью которых по мнению Эккарта и Плендля решается задача.

3. Действительно, прежде всего можно построить пучок кривых (параметром их является $h_{\min}$), которые связывают высоту точки h данного луча со значением угла α для той же точки. При помощи этой диаграммы (рис. 15), построенной для воздуха средней влажности, мы получаем возможность либо, задаваясь высотой h и углом α , определить параметр $h_{\min}$, либо, задаваясь $h_{\min}$ и высотой h , определить угол α данного луча на этой высоте.

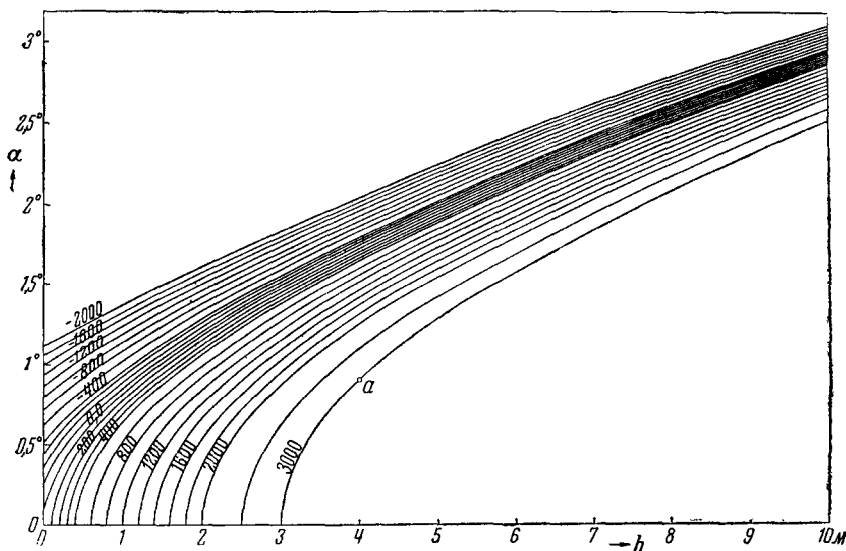


Рис. 15. Связь между углом наклона луча α_0 в рассматриваемой точке, высотой этой точки h и значением $h_{\min}$

Авторы в качестве примера указывают точку a на рис. 15, которая соответствует углу наклона траектории луча $\alpha = 0^\circ,9$ на высоте $h = 4000$ м. Из этой диаграммы следует, что луч, удовлетворяющий этому условию, характеризуется значением $h_{\min} = 3000$ м. Поверочный расчет, произведенный нами для уяснения способа пост-

роения этих кривых, выяснил, что значения h и $h_{\min}$ (указанные на рис. 11 в метрах) при расчетах следует выражать в километрах¹⁾.

Кроме этой диаграммы, авторы пользуются еще второй диаграммой (рис. 16), дающей зависимость h от s , определяемую формулой (40). Для расчетов эту зависимость удобно представить в виде

$$h = -\frac{B}{2c} + \left(h_{\min} + \frac{B}{2c}\right) \operatorname{ch}(\sqrt{c} \cdot s),$$

который получается путем подстановки (38) в (40). Задаваясь параметром $h_{\min}$ и различными значениями s , можно построить соответствующую кривую рис. 16²⁾.

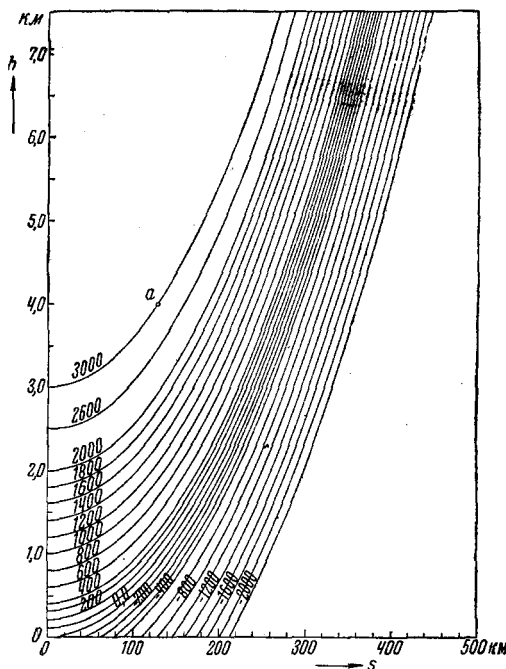


Рис. 16. Связь расстояния s (отсчитываемого по земле от точки, соответствующей высоте $h_{\min}$, до точки, соответствующей высоте h) со значениями h и $h_{\min}$

Эккарт и Плендль отмечают, что концепция «эквивалентного» земного радиуса, введенная Скиллингом, Берроузом и Феррелем²⁵, может быть получена из развиваемых ими соображений путем пренебрежения коэффициентом c в разложении (27) для $\epsilon = 1$. Для этого эквивалентного радиуса земли они получают выражение

$$a_e = \frac{2a}{2+ba} > a \text{ (ибо } b < 0),$$

которое при данной линейной аппроксимации ϵ может быть получено непосредственно из формул (4') и (8)³⁾. Для согласования этих значений a_e со значениями, полученными другими авторами (см. § 2), Эккарту и Плендлю

1) При этой проверке, исходя из данных для воздуха средней влажности и приняв $b = -1,155 \cdot 10^{-4}$ и $c = 6,87 \cdot 10^{-6}$, для $h = 4$ км и $a = 0,9$, мы получили $C_1 = -6,67 \cdot 10^{-4}$, что по формуле (38) дает $h_{\min} = 3$ км, т. е. согласуется с графиком.

2) Проверка трех точек, лежащих на кривой $h_{\min} = 3$ км, дала хорошее совпадение.

3) Действительно, полагая, что $\epsilon = \epsilon_0 + bh$, из формулы (4) при малых h получаем $\rho \cong -\frac{2}{b}$, откуда согласно (8) имеем $\frac{a_e}{a} = \frac{2}{2+ab}$. Этот же результат может быть получен и из формул (34) и (41) для $a = 0$ и $h_{\min} = 0$ (луч, касательный к земле), ибо в этом случае постоянная интегрирования $C_1 = 0$.

приходится пользоваться коэффициентами b' , несколько отличающимися от b .

4. Применим теперь полученные кривые для определения разности хода двух лучей (прямого и отраженного от земли) при наличии рефракции. Рассмотрим для этого луч SP_1 с углом $\alpha = \alpha_0$, который касается земли в точке P_1 (рис. 17). Для этой точки P_1 , полученной без учета рефракции, разность хода между прямым и отраженным лучами равна нулю, ибо оба эти луча совпадают с касательным лучом SP_1 . Однако, фактически, вследствие рефракции, касательным к земле будет другой луч SP_2 , выходящий под углом α_1 и касающийся земли в точке P_2 .

Если мы будем вычислять вертикальную диаграмму излучения для данного расстояния¹⁾, то благодаря наличию рефракции равная нулю напряженность поля будет соответствовать не углу α_0 , а углу α_1 . Таким образом, рефракция вызывает известную поправку к углам α_0 .

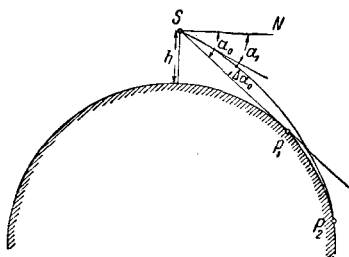


Рис. 17. Уменьшение угла выхода касательного луча $\Delta\alpha_0$, вызываемое рефракцией

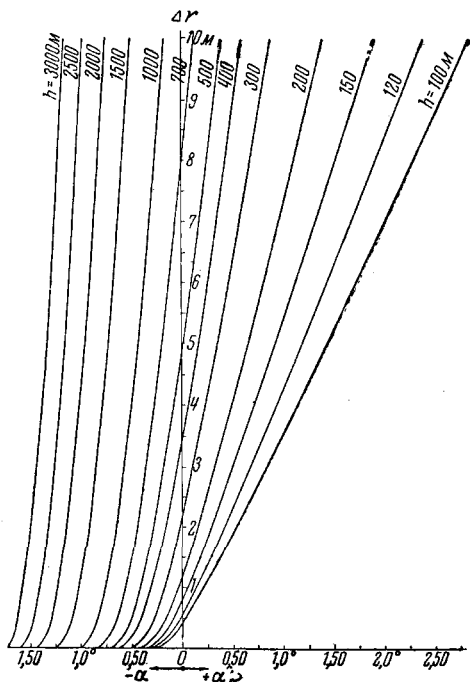


Рис. 18. Разности хода прямого и отраженного лучей Δr , вычисленные для сферической земли без учета рефракции

На рис. 18 даны разности хода прямого и отраженного лучей (Δr), вычисленные Эккартом и Плендлем без учета рефракции для разных углов α . При этих вычислениях было принято, что оба луча параллельны друг другу. Угол α отсчитывается от перпендикуляра к земному радиусу в точке S (линия SN на рис. 17). Для лучей, направленных от земли, считается, что $\alpha > 0$; для лучей, направленных к земле, $\alpha < 0$.

¹⁾ Следует обратить внимание на то, что при учете сферичности земли понятие о вертикальной диаграмме излучения уже не имеет такого определенного смысла, как в случае плоской поверхности земли.

Использование этих кривых при наличии рефракции требует соответствующего изменения углов α . Для угла $\alpha = \alpha_0$ эта рефракционная поправка равняется $\Delta\alpha_0 = \alpha_1 - \alpha_0$ (рис. 17). Значения угла α_1 определяются из уравнения (41) как

$$\alpha_1 = \frac{180}{\pi} \sqrt{Bh_s + c}$$

(ибо для касательного луча $C_1 = 0$). Эти значения даны на кривой $h_{\min} = 0$ (рис. 15). Для угла α_0 на основании рис. 19 имеем

$$\cos \alpha_0 = \frac{a}{a + h_s},$$

откуда приближенно получаем, что

$$1 - \frac{\alpha_0^2}{2} = 1 - \frac{h_s}{a}, \text{ или } \alpha_0 = -\frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{2h_s}{a}}.$$

Далее, Эккарт и Плендль базируются на уже приведенном ранее положении, что заметные отклонения траекторий лучей от прямых получаются только при углах α , близких к нулю. На основании этого они считают, что при углах $\alpha \geq 1^\circ,5$ влияние рефракции практически уже на-

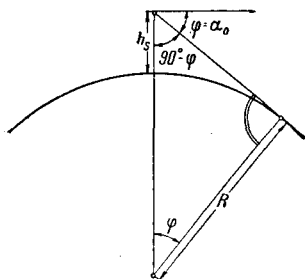


Рис. 19. К определению угла α_0 касательного луча при отсутствии рефракции

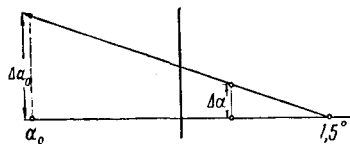


Рис. 20. Определение рефракционной поправки $\Delta\alpha$ путем линейной интерполяции

столько ослаблено, что им можно просто пренебречь. Поэтому, прибегая к линейной интерполяции (рис. 20), они получают, что поправка к углу $\alpha < \alpha_1$ приближенно равна

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_0 \frac{1^\circ,5 - \alpha}{1^\circ,5 - \alpha_0}. \quad (42)$$

Учтя эту поправку, мы получаем возможность определения (по кривым рис. 18) разности хода лучей при наличии влияния рефракции. Для облегчения этих вычислений Эккарт и Плендль приводят вспомогательные графики.

5. Построение диаграмм излучения Эккарт и Плендль ведут по отражательной формуле¹⁾

$$E = \frac{120\pi I l}{\lambda r} \sin\left(\frac{\pi \Delta r}{\lambda}\right), \quad (43)$$

¹⁾ Эту формулу легко получить из формулы (3.2,8) нашей книги³.

где Δr — разность хода прямого и отраженного лучей, полученная с учетом рефракции, I — сила тока в амперах, l — действующая длина вибратора в метрах, λ и r — в километрах, E — в $\mu V/m$.

В качестве примера они приводят расчет диаграммы излучения для полуволнового вибратора ($l = \frac{\lambda}{\pi}$) с силой тока $I = 1 A$, поднятого на высоту $h_s = 1\,000\, м$. Построение ведется для расстояний до $400\, км$.

Сначала задаемся рядом значений h_{min} и, зная h_s , с помощью рис. 15 определяем углы наклона этих лучей (табл. 4).

Таблица 4

№ луча	1	2	3	4	5	6	7	8
h_{min} в м	1 000	800	600	400	300	200	100	0
α	0°	$-0^\circ,372$	$-0^\circ,525$	$-0^\circ,64$	$-0^\circ,69$	$-0^\circ,738$	$-0^\circ,78$	$-0^\circ,86$

Затем по кривым рис. 16 находим расстояния (по поверхности земли) между точками, соответствующими высотам $h = h_s$ и h_{min} .

Для иллюстрации полученных результатов используем специальный масштаб; он поясняется рис. 21, а, на котором дан разрез земли с концентрическими кругами высоты. Касательная SOP есть линия горизонта (без учета рефракции), лучи SP_1 и SP_2 — прямые. Рис. 21, б дан в новом масштабе, в котором SOP попрежнему является касательной, а земная окружность и круги равных высот превращены в параболы, причем все расстояния от земли откладываются не по радиусам, а по ординатам. Расстояния по земле откладываются вдоль по касательной SOP . На рис. 22 даны траектории выбранных лучей, построенные в этом масштабе. Из рис. 16 следует, что луч, касательный к земле ($h_{min} = 0$), достигает высоты $h = 1\,000\, м$ на расстоянии $140\, км$; поэтому, выходя из передатчика, расположенного на высоте $h_s = 1\,000\, м$ под углом $-0^\circ,82$, он достигнет земли на таком же расстоянии.

Другой луч, например, для $h_{min} = 400\, м$, будет иметь высоту $1\,000\, м$ на расстоянии $108\, км$ от своей низшей точки; таким образом, выходя под углом $-0^\circ,64$ из передатчика, расположенного на высоте $1\,000\, м$, он пройдет через точку с высотой в $400\, м$ на расстоянии $108\, км$. Дальнейший ход каждого из этих лучей опреде-

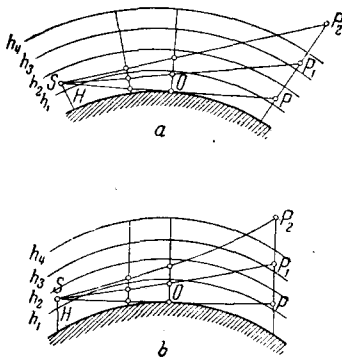


Рис. 21. Переход от обычных координат к условным

ляется по тем же кривым рис. 16 для каждого значения $h_{\min}$. При этом, задавшись определенным расстоянием по земле, следует вычесть из него расстояние между точками, соответствующими $h_{\min}$ и

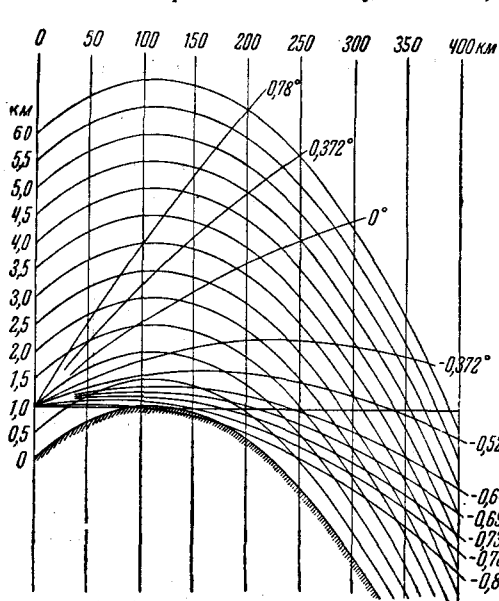


Рис. 22. Траектории рефрагирующих лучей
 $h_* = 1000 \text{ м}$

h_* (для касательного луча № 1 равное 140 км, для луча № 4 — равное 108 км и т. д.), и найти по кривой ту высоту h , на которой данный луч пройдет на указанном расстоянии. Таким образом построены все лучи таблицы.

Вернемся теперь к рис. 18 для разностей хода лучей, вычисленных без учета рефракции. Для примера определим значения α , соответствующие «первому нулю», «первому максимуму» и «второму нулю» диаграммы излучения при $\lambda = 4,1 \text{ м}$. Вычисляя на основании элементарных соображений необходимые значе-

ния этих разностей, по кривой для $h = 1000 \text{ м}$ находим углы выхода лучей, соответствующие максимальным значениям поля (табл. 5).

Рефракционные поправки к этим углам подсчитываем следующим образом. Прежде всего определяем величину $\Delta\alpha_0 = \alpha_1 - \alpha_0$.

Так как для касательного луча, учитывающего рефракцию, угол $\alpha_1 = -0^\circ,86$, а для касательного луча, не учитывающего рефракцию (рис. 19), угол $\alpha_0 = -1^\circ,04$, то $\Delta\alpha_0 = 0^\circ,18$. Пользуясь этим значением $\Delta\alpha_0$, определяем по формуле (42) рефракционные поправки $\Delta\alpha$ к остальным углам. Последняя графа табл. 5 дает значения углов, соответствующих нулевому и максимальным полям, полученные с учетом рефракции.

Задаваясь промежуточными значениями Δr , можно аналогичным путем найти значения $\alpha + \Delta\alpha$ и, пользуясь формулой (43), вычис-

Таблица 5

Поле	Первый «нуль»	Первый тах	Второй «нуль»
Δr	0,00	2,05	4,1
α_0	$-1^\circ,04$	$-0^\circ,65$	$-0^\circ,5$
$\Delta\alpha_0$	$0^\circ,18$	$0^\circ,16$	$0^\circ,15$
$\alpha_0 + \Delta\alpha_0$	$-0^\circ,86$	$-0^\circ,49$	$-0^\circ,35$

лить напряженности поля. На рис. 23 дана диаграмма излучения, построенная указанным способом¹⁾. Левый график построен без учета рефракции,

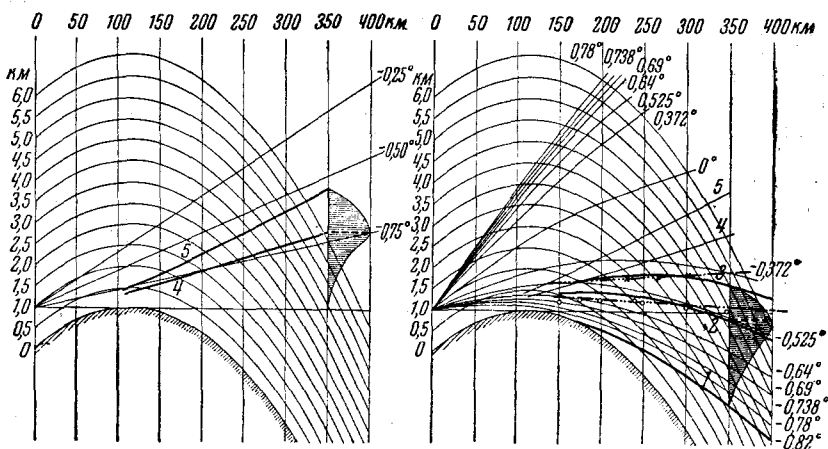


Рис. 23. Вертикальные диаграммы излучения

$\lambda = 4,1$ м; $h_p = 1\,000$ м; $R = 350$ км (Эккерт и Плендль). 1—линия первого «нуля», 2—линия первого тах, 3—линия второго «нуля»—с рефракцией; 4—линия первого тах, 5—линия второго «нуля»—без рефракции

Выполняя подобные расчеты для различных расстояний от передатчика, можно построить кривые равных полей. На рис. 24 пока-

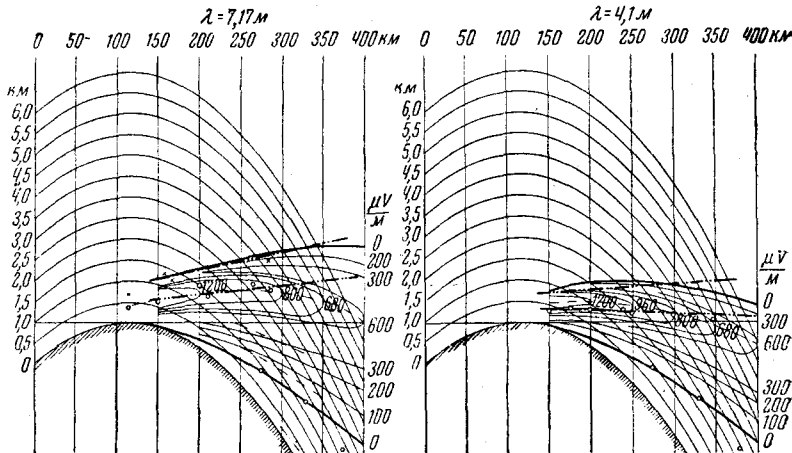


Рис. 24. Кривые равных полей для полуволнового вибратора

$I = 1$ А; $h_p = 1\,000$ м (Эккерт и Плендль)

заны такие кривые $E = \text{const}$ для нижнего лепестка диаграммы излучения при волнах длиной 4,1 м и 7,17 м.

¹⁾ Небольшая разница в углах объясняется тем, что при подсчете этой диаграммы Эккерт и Плендль считали, что влияние рефракции перестает сказываться при углах $\alpha \geq 1^\circ$, в то время как расчеты, приведенные выше, исходили из значений $\alpha \geq 1^\circ,5$.

Все приведенные кривые соответствуют условиям средней влажности воздуха. Для оценки влияния влажности Эккарт и Плендль вычислили траектории касательного луча при различных условиях. На рис. 25 прямая *a* построена без учета рефракции, *b* — для сухого воздуха, *c* — для воздуха средней влажности, *d* — для весьма большой влажности. По кривым высоты видно, что на расстоянии 300 км наличие влажности вызывает снижение траектории луча почти на 2 км. Это не может не сказаться на величине напряженности поля (см. также рис. 8, взятый из статьи Энглунда, Кроуфорда и Мэмфорда).

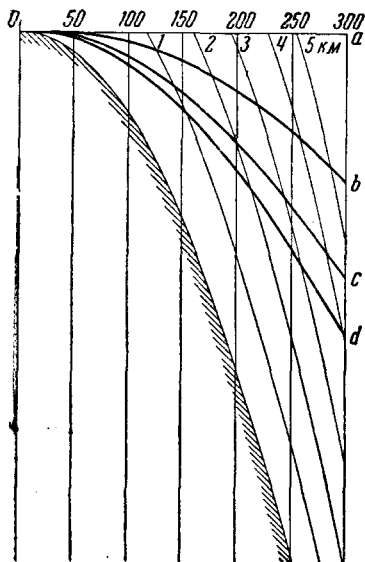


Рис. 25. Влияние рефракции на траектории касательных лучей

§ 4. НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ, КРИТИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ И ВЫВОДЫ

1. Рассмотрим теперь некоторые экспериментальные данные, касающиеся приведенного расчета диаграмм излучения, и дополним критику этого расчета. На рис. 26 даны вертикальные диаграммы излучения из работы Эккарта и Плендля для полуволнового вибратора, поднятого на высоту $h_s = 1000$ м при волне $\lambda = 7,17$ м. Левый график построен без учета рефракции, правый — с учетом рефракции в воздухе средней влажности. Кривые для волны $\lambda = 4,1$ м даны на рис. 23.

Наблюдения велись на самолете. Точки, соответствующие максимуму приема, показаны кружками, соответствующие минимуму — крестиками. Отклонения отдельных точек от теоретических кривых авторы относят за счет вариаций метеорологических условий.

Ряд экспериментальных точек нанесен на рис. 24. Кружки, лежащие на нижнем луче (первый «нуль»), соответствуют исчезновению приема, крестики — второму нулю диаграммы излучения.

Обсуждая влияние излучаемой мощности, эти авторы исходят из поля в $200 \mu\text{V}/\text{м}$, вполне достаточного для приема.

Из рис. 24 для $\lambda = 7,17$ м следует, что для тока $I = 1$ А на расстоянии 300 км такое поле имеет место при приеме на высоте 2000 м. Учетверение мощности дает удвоение поля, т. е. поле в $200 \mu\text{V}/\text{м}$ будет теперь на расстоянии 315 км (на этом расстоянии при первом значении мощности поле имело величину $100 \mu\text{V}/\text{м}$). Авторы указывают, что на расстоянии, превышающем 377 км (рефракционный горизонт), никакое увеличение мощности уже неспособно обеспечить прием, который при высоте 2000 м может быть достигнут только при особом состоянии погоды.

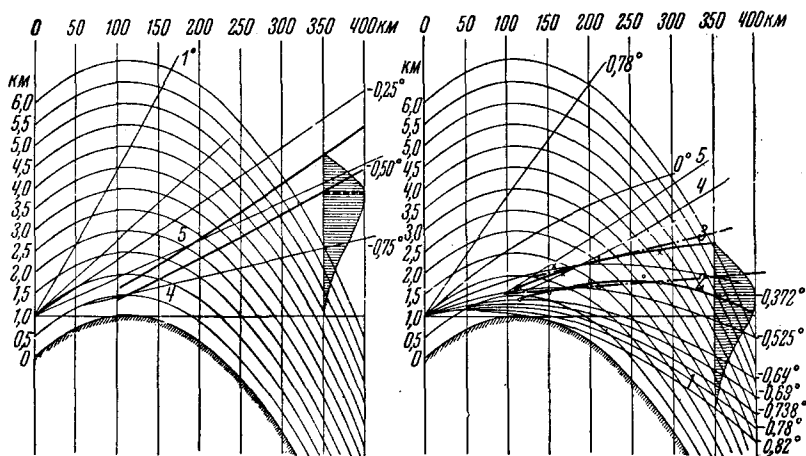
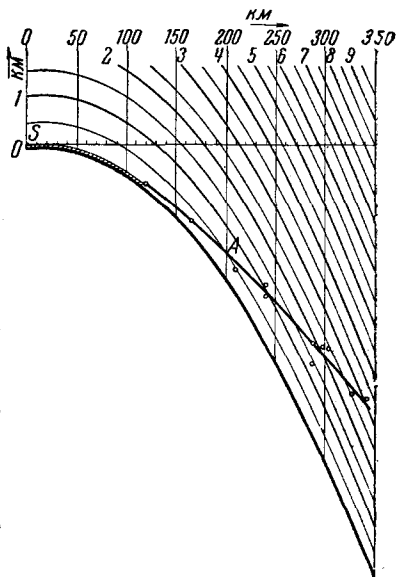


Рис. 26. Вертикальные диаграммы излучения

$\lambda = 7,17$ м; $h_p = 1\,000$ км; $R = 350$ км (Эккарт и Плендль). 1—линия первого «нуля», 2—линия первого таха, 3—линия второго «нуля» — с рефракцией; 4—линия первого таха, 5—линия второго «нуля» — без рефракции

Приведем теперь некоторые экспериментальные данные из уже цитированной статьи Охмана и Плендль⁹. Передатчик, работающий на волне $\lambda = 4,1$ м с излучаемой мощностью 35 W, был установлен на холме высотой 66 м. Антенна состояла из восьми этажей по два горизонтальных вибратора длиной $0,5 \lambda$. На рис. 27 даны результаты определения максимальных дальностей приема, полученные при полетах на различных высотах.

Результаты аналогичных опытов с другим передатчиком, установленным на высоте 980 м, даны на рис. 28. Этот передатчик, работавший на той же длине волны при той же мощности, имел антенну из двадцати вертикальных вибраторов, расставленных в ряд. Как видим, область возможного приема простирается значительно дальше границ безрефракционного горизонта, что является вполне естественным, ибо прием на низких высотах объясняется не только неоднородностями тропосферы, но и наличием дифракции, о которой эти авторы совершенно не упоминают. В статье приведен еще ряд кривых, подтверждающих зависимость рефракции от состояния тропосферы.

Рис. 27. Максимальные дальности приема на различных высотах $\lambda = 4,1$ м; $h_p = 66$ м (Охман и Плендль).

Однако, при рассмотрении всех этих экспериментальных кривых оказывается, что они недостаточно убедительно подтверждают развитую теорию. Действительно, легко видеть, что через экспериментальные точки на рис. 23, 24 и 26 можно провести и совершенно иные кривые, или даже просто прямые (см. пунктир с двумя точками, проведенный нами). Утверждение же авторов о независимости приема

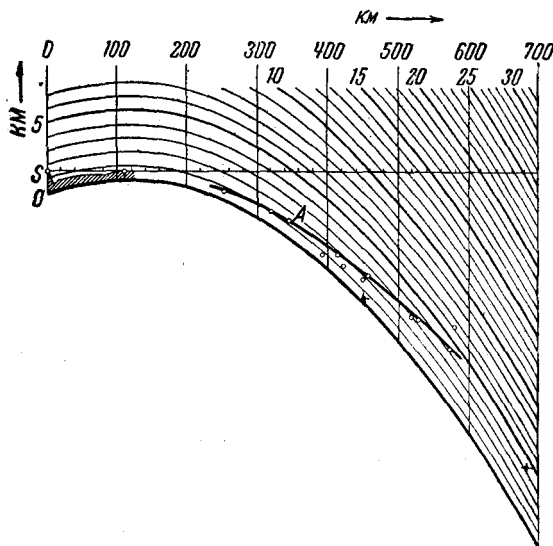


Рис. 28. Максимальные дальности приема на различных высотах $\lambda = 4,1$ м; $h_s = 980$ м; + — ночные опыты, о — дневные опыты (Охман и Плендль)

у. к. в. за пределами рефракционного горизонта, полностью игнорирующее влияние дифракции, конечно, ошибочно, и его следует рассматривать просто как недоразумение.

2. Мы привели с достаточной полнотой рассуждения и результаты Эккарта и Плендля, несмотря на содержащиеся в них несомненные ошибки и неоправданные пренебрежения, ибо эта работа все же является единственной в данной области и без критики изложена в недавно вышедших книгах Лассена⁶⁸ и Бекмана⁶⁹.

Однако, даже если оставить без внимания вопрос об ошибках, допущенных при составлении уравнения (29), неточностях при его интеграции и предположение о параллельности прямого и отраженного лучей, то все же остается значительное число возражений, которые следует сделать по поводу этого метода (см. выше).

Так, при расчете траекторий лучей Эккарт и Плендль²⁹ утверждают не только то, что при $\alpha \geq 1^{\circ},5$ отсутствует рефракция прямого луча, но так же и то, что при этих условиях разность хода между прямыми и отраженными от земли лучами также не изменяется рефракцией. Последнее утверждение представляется нам непонятным, ибо луч, имеющий отразиться в нужном направлении, достигает (если базироваться на графиках этих авторов) поверхности земли в точке отражения, расположенной значительно дальше, чем это имело бы

место для соответствующего луча при действительном отсутствии рефракции.

Чтобы не быть голословными, мы приведем пример. Рассмотрим луч, касающийся земли ($h_{\min} = 0$), причем зададимся углом $\alpha = -1^\circ,5$. По кривым рис. 15 находим, что для этого луча $h = 3\,000$ м. Далее, из рис. 16 для этих h и $h_{\min}$ получаем, что $s = 238$ км. С другой стороны, расстояние до горизонта, определяемое формулой (1), не учитывающей рефракции, равно 195 км. Как видим, для этого луча получается разница в расстояниях, равная 43 км. Для сравнения укажем, что это же расстояние, определяемое по формуле (9), учитывающей среднюю рефракцию именно для касательных лучей, равно 226 км, что значительно ближе к 238 км, полученным из кривых Эккарта и Плендля.

Рассмотрим еще случай угла $\alpha = -2^\circ,5$, для которого при $h_{\min} = 0$ по кривым рис. 15 и 16 имеем, что $h = 7\,900$ м и $s = 380$ км, в то время как по формуле (1) получаем 318 км, а по формуле (8) имеем 365 км.

Следовательно, применяя график самих же авторов, утверждающих отсутствие влияния рефракции при углах $\alpha \geq 1^\circ,5$, мы вопреки этому утверждению получаем влияние рефракции для касательных лучей, отнюдь не меньшее, чем при пользовании общеизвестной формулой (8). Поэтому нет никаких оснований считать, что для лучей, падающих на землю на расстояниях, меньших указанных, влияние рефракции сказываться не будет.

Таким образом, все рассуждения с линейной интерполяцией рефракционной поправки (рис. 20) не представляются нам достаточно убедительными, что, конечно, весьма существенно для всей совокупности выводов.

Отражательная формула (43), использованная авторами при расчетах поля, естественно, приводит к полному отсутствию поля в области ниже уровня касательного луча (рефракционный горизонт), что, разумеется, не соответствует действительности. Мало того, даже на самом рефракционном горизонте поле получается равным нулю, что, конечно, неверно. Строго говоря, и значения самих коэффициентов отражения, принятые Эккартом и Плендлем равными -1 , тоже не являются достаточно строгими.

Однако, как мы уже указывали выше, строгое решение задачи, которое устранило бы эти недостатки, пока еще никем не дано. Кроме того, еще неизвестно, насколько велико искажающее влияние этих ошибок и неточностей. Поэтому работа Эккарта и Плендля все же представляет интерес, и возможно, что по сравнению с работами, базирующимися на понятии об эквивалентном радиусе, она может рассматриваться как некоторое дальнейшее приближение.

3. Все рассмотренные работы относились к учету среднего влияния тропосферы, от которого возможны значительные как кратковременные, так и длительные отклонения. Изложенное в значительной мере аналогично ионосферным условиям «невозмущенного» ионосферного дня. Эта аналогия идет достаточно далеко, ибо и в тропосферном распространении наблюдаются замирания, совершенно схожие

с ионосферными, хотя причины этих замираний, разумеется, не совпадают. Примеры таких замираний мы видели выше на рис. 2, *a* и *b*.

Интенсивность замираний растет и с расстоянием. Это указывает на наличие меняющейся интерференции лучей, распространяющихся по слегка различным путям. Укажем также на попытки установления корреляции указанных явлений с метеорологическими условиями.

Совокупности этих вопросов мы намереваемся посвятить отдельную статью.

ЛИТЕРАТУРА

1. B. van der Pol and H. Bremmer, *Phil. Mag.*, **26**, 261, 1939. *Philips Techn. Rev.*, **4**, 245, 1939.
2. R. Jouaust, *L'onde électr.*, **9**, 5, 1930.
3. Б. Введенский и А. Аренберг, *Распространение ультракоротких радиоволн*, Связьрадиоиздат, М., 1938.
4. G. Marconi, *Marconi Rev.*, № 39, 1, 1932; № 40, 1, 1933.
5. Б. Введенский и А. Аренберг, *Распространение ультракоротких волн*, Связьтехиздат, М., 1934.
6. W. Herschenberger, *Proc. I. R. E.*, **22**, 870, 1934.
7. N. Lindenblad, *Proc. I. R. E.*, **23**, 1013, 1935.
8. Н. Данилов, Сообщение о работах НИИСа НКСвязи на Всесоюзной конференции по технике радиовещания, М., 1936.
9. W. Ochmann u. H. Plendl, *Hochfreq. Techn. u. Elektroak.*, **52**, 37, 1938.
10. W. Eccles, *Electrician*, **71**, 969, 1913.
11. F. Kiebitz, *Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph.*, **7**, 174, 1913.
12. J. Fleming, *Proc. Phys. Soc.*, **26**, 318, 1914.
13. J. Stuart, Mc Petrie, Raymond and M. Wilmotte, *Nature*, **317**, 1927.
14. T. Baker, *Phil. Mag.*, **4**, 955, 1927.
15. А. Крылов, *Ньютонова теория астрономической рефракции*, Изд-во АН СССР, 1935.
16. Lord Rayleigh, *Phil. Mag.*, **36**, 129, 1893.
17. В. Гемфрис, *Физика воздуха*, ОНТИ, М.—Л., 1936.
18. P. Pedersen, *The Propagation of Radio Waves*, 159, Copenhagen, 1927.
19. R. Smith-Rose, *Wireless Eng.*, **11**, 3, 1934.
20. L. Lorenz, *Ann. Phys. Chem.*, **11**, 70, 1880.
21. Г. Лорентц, *Теория электронов*, ГТТИ, М., 1934.
22. *Air Publication* № 1173 (1925), M. M. Stationary Office.
23. А. Веренер, *Термодинамика атмосферы*, ОНТИ, М., 1935.
24. E. Hulburt, *Proc. I. R. E.*, **23**, 1492, 1935.
25. I. Schelleng, C. Burrows and E. Ferrell, *Proc. I. R. E.*, **21**, 456, 1933.
26. C. Englund, A. Crawford and W. Mumford, *Bell. Syst. Techn. Journ.*, **14**, 369, 1935.
27. C. Englund, A. Crawford and W. Mumford, *Proc. I. R. E.*, **21**, 464, 1933.
28. Б. Введенский, *Techn. Physik USSR*, **2**, 624, 1935; *Журнал технич. физики*, **6**, 163, 1936.
29. G. Eckart u. H. Plendl, *Hochfreq. Techn. u. Elektroak.*, **52**, 44, 1938.
30. T. Eckersley, *J. Inst. El. Eng.*, **80**, 286, 1937.
31. C. Burrows, A. Decino and E. Hunt, *Proc. I. R. E.*, **23**, 1507, 1935.
32. C. Englund, A. Crawford and W. Mumford, *Bell. Syst. Techn. Journ.*, **17**, 489, 1938.
33. Г. Гринберг, *Изв. Акад. наук СССР, сер. физич.*, **4**, 401, 1940.
34. T. Eckersley and G. Millington, *Proc. Roy. Soc. London, Phil. Trans.*, **237**, 273, 1938.

35. Б. Введенский, Изв. Акад. наук СССР, сер. физич., **4**, 415, 1940.
 36. Document du Comité consultatif international des radiocommunications, 4^e réunion, Bucarest, 1937, **1**, Document № 16, 346.
 37. Proc. I. R. E., **28**, 1193, 1938; русск. перевод — Электросвязь, № 3, 40, 1939.
 38. R. Sührling, Leitfaden der Meteorologie, Leipzig, 1927.
 39. A. Lepage et G. Colange, C. R., **200**, 1871, 1935.
 40. В. Вернадский, Изв. ВЦИК, 21 июля 1935.
 41. Dalcelier, Guinchant et Hirsch, L'onde électr., **5**, 190, 1926.
 42. C. Zahn, Phys. Rev., **27**, 329, 1926.
 43. M. Jona, Physik. Z., **20**, 15, 1919.
 44. П. Дебай, Полярные молекулы, М., 1931; П. Дебай и Г. Закк, Теория электрических свойств молекул, ОНТИ, М., 1936.
 45. L. Magri, Physik. Z., **6**, 629, 1905.
 46. H. Stuart, Z. Physik, **51**, 490, 1928.
 47. R. Sängner, Physik. Z., **31**, 306, 1930.
 48. J. Stranathan, Amer. Phys. Soc. Bull. **9**, № 2, abstract № 7; см. также Phys. Rev., **47**, 794, 1935.
 49. J. Stranathan, Phys. Rev., **48**, 538, 1935.
 50. A. Waynick, Proc. I. R. E., **28**, 468, 1940.
 51. А. Вольперт, Электросвязь, № 1, 31, 1941.
 52. A. Tregidga, Phys. Rev., **57**, 294, 1940.
 53. K. Norton, Federal communications Commission, Television Hearing № 38521, January, 15, Washington, 1940.
 54. J. Wolf and E. Linder, Broadcast News, Dec., 1935; см. также Radio at Ultra-high Frequencies, 421, New York, RCA Techn. Press, April, 1940.
 55. J. Maxwell Garnett, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, **203**, 385, 1904; **205**, 237, 1906.
 56. G. Mie, Ann. Physik, **25**, 377, 1908.
 57. Lord Rayleigh, Phil. Mag., **41**, 107, 274, 447, 1871; **47**, 375, 1899.
 58. И. Хвостиков, Успехи физич. наук, **24**, 165, 1940.
 59. J. Stratton, Proc. I. R. E., **18**, 1064, 1930.
 60. G. Jobst, Ann. Physik, **76**, 863, 1925.
 61. K. Fränz, Hochfreq. Techn. u. Elektroak., **55**, 141, 1940.
 62. H. Clumb, Physik. Z., **33**, 445, 1932.
 63. W. Grotrian, Graphische Darstellung der Spektren von Atomen, 37, Berlin, 1928.
 64. C. Cleeton and N. Williams, Phys. Rev., **45**, 234, 1934.
 65. M. Holmes, J. Frankl. Inst., **225**, 309, 1938.
 66. I. Guinchant, C. R., **179**, 327, 1924.
 67. Р. Курант и Д. Гильберт, Методы математической физики, стр. 173, ГТТИ, М., 1933.
 68. L. Bergmann u. H. Lassen, Ausstrahlung, Ausbreitung und Aufnahme Elektromagnetischer Wellen, p. 180, Berlin, 1940.
 69. В. Beckmann, Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen, p. 87, Leipzig, 1940.
-