

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК



ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ СВЕТА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К ВОПРОСАМ ПРОЗРАЧНОСТИ АТМОСФЕРЫ И ТУМАНОВ

И. А. Хвостиков, Москва

Часть I

МОЛЕКУЛЯРНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА

1. Теория Рэлея. Отправной точкой современных представлений о механизме рассеяния света в атмосфере является теория Рэлея, развитая им в пяти мемуарах^{1, 2, 3}, опубликованных в 1871—1899 гг. Основные выводы этой теории широко известны; тем не менее мы остановимся на ее главных пунктах, это необходимо для ясного понимания тех затруднений, которые встречаются в применениях теории к реальной атмосфере, и тех значительных улучшений, которые теория испытала в дальнейшем.

Возникновение теории Рэлея связано с вопросом о цвете неба. Почему небо голубое? Попытки ответить на этот вопрос имеют свою интересную историю.

Гипотеза, предложенная Леонардо да-Винчи, характерна для того времени. От Аристотеля и до Ньютона цвет вообще рассматривался как результат „смешения света и тьмы“ в той или иной пропорции. И Леонардо предположил, что голубой цвет неба есть смесь белого света, отражаемого атмосферой, с чернотой мирового пространства.

Ньютон, по аналогии с появлением окраски при интерференции лучей, отразившихся от передней и задней поверхностей прозрачных предметов (например, окраска мыльных пузырей), заключил, что голубой цвет неба возникает благодаря наличию в атмосфере мельчайших капель воды; этот цвет является тем ближайшим к центральному темному пятну в „кольцах Ньютона“ голубым цветом, который может возникнуть благодаря интерференции⁴. Объяснение Ньютона, основанное на аналогии, ошибочно, но, как многое, оставшееся от Ньютона, оно признавалось всеми весьма долго — более полутора столетий.

1 Успехи физических наук, т. XXIV, вып. 2

Факты, прямо противоречащие взгляду Ньютона, были известны давно; они относятся к поляризационным свойствам света неба. Еще в 1811 г. Араго⁵ открыл, что свет небесного свода частично поляризован и что эта поляризация наибольшая под углом 90° от Солнца. С другой стороны, поляризация при отражении была в то время уже изучена (закон Брюстера был открыт в 1815 г.), и легко можно было бы показать, что поляризационные свойства небесного свода не могут быть объяснены, если исходить из взгляда Ньютона об отражениях от капелек воды.

Тем не менее еще в 1847 г. Клаузиус разделял взгляд Ньютона, пытаясь даже несколько усовершенствовать теорию. Он показал расчетом⁶, что облако, состоящее из капелек малого размера, должно весьма сильно увеличивать видимые размеры небесных светил. Он показал далее, что можно избежать этих затруднений, если вместо предполагаемых Ньютоном малых капель исходить из представления о тонкостенных пузырьках большого радиуса.

Суть явления была понята лишь в результате экспериментального изучения рассеяния света мельчайшими частицами. Первые исследования принадлежат Брюке⁷, который в 1853 г. выяснил на опыте, что голубой цвет неба может возникать благодаря рассеянию света частицами, слишком малыми, чтобы отражать зеркально. Он выяснил, что прозрачная среда со взвешенными очень малыми частицами кажется голубой при освещении белым светом. Вскоре Тиндаль⁸, тщательно изучавший это явление, обнаружил, что голубой свет, рассеиваемый очень малыми частицами, поляризован, причем наибольшая поляризация наблюдалась под прямым углом к падающим лучам.

Через два года после опубликования результатов Тиндаля Рэлей напечатал свою первую работу по теории рассеяния¹.

В ранних исследованиях Рэлей исходил из представления о том, что центрами рассеяния служат мелкие посторонние частицы, взвешенные в среде. Рэлей трактовал явление, рассматривая световые волны как волны в упругом эфире. Позже он дал расчет этого явления на основе электромагнитной теории света.

Решительный шаг был сделан Рэлеем в работе 1899 г.: он высказал смелую гипотезу, что центрами рассеяния являются не посторонние взвешенные частицы, но сами молекулы среды. Поскольку воздух (небо) кажется тем более голубым, чем он чище, постольку голубой рассеянный свет следует приписывать самому воздуху³.

Представление о молекулах как о центрах рассеяния света оказало определенное влияние в тот период времени на формирование молекулярной теории вещества.

Рэлей весьма упростил задачу расчета рассеяния света, предположив, что рассеяние вызывается сферическими частицами, размеры которых чрезвычайно малы по сравнению с длиной волны света.

Если мы имеем однородное и неограниченное электрическое поле E , то, внеся в него шарик радиуса a с диэлектрической по-

стоянной ϵ , мы получим внутри шарика также однородное поле с напряженностью

$$E_1 = E - E \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}.$$

Что касается внешнего по отношению к шарiku пространства, то там поле будет

$$E_2 = E + E',$$

где E' — поле, создаваемое во внешнем пространстве шариком. Последнее может быть представлено приближенно полем диполя с моментом

$$p = Ea^3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}, \quad (1)$$

находящимся в центре шарика.

Если частица очень мала по сравнению с длиной волны λ , то поле во всех ее точках можно считать одинаковым. Если частица оказывается в поле электромагнитной волны, то поле E (однородное) будет периодически переменным. Момент диполя p в формуле (1) тоже будет периодически переменным, и, таким образом, задача сводится к излучению диполя.

Предположим, что на частицу падает монохроматическая волна частоты $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$. Записав уравнение колебания с частотой ω в виде

$$x = \xi e^{i\omega t}, \quad (a)$$

имеем для ускорения

$$\ddot{x} = -\omega^2 \xi e^{i\omega t} = -\omega^2 x. \quad (b)$$

Пусть P на рис. 1 — рассеивающая частица, Q — точка наблюдения, отстоящая от P на расстоянии $PQ = r$. Плоская волна частоты ω распространяется в направлении OP , так что угол $OPQ = \vartheta$ есть угол рассеяния. Предполагая у частицы P наличие заряда e , совершающего вынужденные колебания, описываемые формулой (a), мы можем охарактеризовать излучение частицы P в точке Q вектором Пойнтинга, направленным вдоль PQ и равным

$$S = \frac{e^2 \dot{x}^2}{4\pi c^3 r^2} \sin^2 \vartheta,$$

или, подставляя $\ddot{x}$ из формулы (b) и беря среднее по времени, получаем:

$$\bar{S} = \frac{\omega^4}{4\pi c^3 r^2} \frac{\sin^2 \vartheta}{2} (e\xi)^2,$$

где ϑ — угол, образованный направлением радиуса вектора r с направлением колебаний заряда e (моментом диполя). Разложим электрический вектор падающей волны на две составляющие, из которых

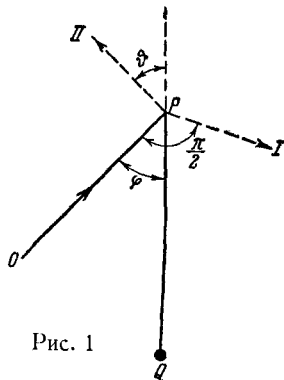


Рис. 1

одна перпендикулярна к плоскости рассеяния OPQ (направление I на рис. 1), а другая лежит в этой плоскости (направление II).

Для I: $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ и $\sin \vartheta = 1$, для II: $\vartheta = \frac{\pi}{2} + \varphi$ и $\sin \vartheta = -\cos \varphi$.

Поле (интенсивность) рассеивающей частицы P в точке Q как сумма обеих составляющих может быть представлено в виде

$$\bar{S} = \frac{\omega^4}{4\pi c^2 r^2} \frac{1 + \cos^2 \varphi}{2} (e\dot{z})^2$$

или

$$\bar{S} = \frac{4\pi^3 c}{\lambda^4 r^2} \frac{1 + \cos^2 \varphi}{2} (e\dot{z})^2.$$

Для излучения единицы объема вещества мы получим

$$\bar{S}_1 = \frac{4\pi^3 c}{\lambda^4 r^2} \frac{1 + \cos^2 \varphi}{2} \sum (e\dot{z})^2,$$

где знак $\sum$ означает обычное суммирование, ибо различные частицы излучают некогерентно. Но $\sum (e\dot{z})$ есть электрический момент единицы объема, который для достаточно разреженного газа, находящегося в поле E , будет равен

$$\sum (e\dot{z}) = \frac{\mu^2 - 1}{4\pi} E, \quad (2)$$

где μ — показатель преломления среды. Для газа большой плотности или для жидкости в формуле (2) выражение $\mu^2 - 1$ пришлось бы заменить выражением $\frac{3(\mu^2 - 1)}{\mu^2 + 2}$.

Из выражения (2) мы получаем $e\dot{z} = \frac{\mu^2 - 1}{4\pi N} E$, где N — число частиц в единице объема, а следовательно,

$$\sum (e\dot{z})^2 = N (e\dot{z})^2 = \frac{(\mu^2 - 1)^2}{16\pi^2 N} E^2$$

и

$$\bar{S}_1 = \frac{\pi c (1 + \cos^2 \varphi)}{8r^2 N \lambda^4} \cdot (\mu^2 - 1)^2 E^2.$$

Но среднее по времени значение вектора Пойнтинга для падающей волны будет $\bar{S}_0 = \frac{c}{4\pi} E^2$. Следовательно, для отношения $\frac{\bar{S}_1}{\bar{S}_0}$, характеризующего рассеивательную способность среды, мы имеем

$$\frac{\bar{S}_1}{\bar{S}_0} = \frac{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2}{2Nr^2 \lambda^4} (1 + \cos^2 \varphi). \quad (3)$$

Это и есть формула Рэлея, показывающая, что коэффициент рассеяния света убывает пропорционально четвертой степени длины волны и зависит от угла рассеяния φ . Имеет место, следовательно, чрезвычайно резкая зависимость коэффициента рассеяния от длины волны. Если для красного света ($\lambda = 7000 \text{ \AA}$) коэффициент рассеяния условно принять равным единице, то для $\lambda = 6200$ (оранже-

вый) он будет равен 1,6, для 5 700 (желтый) — 2,2, для 5 200 (зеленый) — 3,3, для 4 700 (синий) — 4,9, для 4 400 (фиолетовый) — 6,4, а для ультрафиолетовых лучей ($\lambda = 3\,000 \text{ \AA}$) — 30,0.

Теория Рэлея объясняет голубой цвет неба. Распределение энергии в спектре рассеянного света неба должно определяться кривой, ординаты которой равны произведению ординат кривых для функций $f_1(\lambda)$ и $f_2(\lambda)$, где f_1 — распределение энергии в спектре солнечных лучей, освещающих атмосферу и рассеиваемых ею, а $f_2 = \frac{1}{\lambda^4}$. Конечно, при этом нужно учитывать изменения в спектре, которые называются поглощением, причем поглощение будет обусловлено и рассматриваемым рассеянием.

2. Спектральная прозрачность атмосферы. Только в середине второго десятилетия текущего столетия удалось экспериментально доказать наличие молекулярного рассеяния света в газах. Из-за малой интенсивности рассеянного света наблюдение этого эффекта является достаточно трудным. Если наблюдения Тиндала, писавшего в 1869 г., что тщательно очищенный воздух „не оказывает никакого действия на свет и подобен в этом отношении пустоте“, были сделаны еще до появления теории Рэлея, то и первые попытки обнаружить светорассеяние чистыми газами, предпринятые современным и столь хорошим экспериментатором, как Вуд, тоже оказались безуспешными. Основная трудность состоит в том, чтобы исключить попадание в поле зрения какого бы то ни было постороннего света. Первые удачные опыты принадлежат Кабану⁹, начавшему в 1913 г. эти исследования под руководством Фабри. Независимо (хотя и несколько позже) подобные эксперименты с успехом осуществили Смолуховский¹⁰ и Стрэтт¹¹ (сын Рэлея). Вскоре и Вуд показал наличие молекулярного рассеяния света в газах¹².

Характерно, что результаты всех этих работ излагались авторами под углом зрения „лабораторного воспроизведения голубого неба“.

Следует отметить, что проверка вытекающего из закона Рэлея следствия об обратной пропорциональности коэффициента рассеяния света четвертой степени длины световой волны особенно затруднительна: необходимое для этого спектральное разложение вызывает дополнительное ослабление света. В этом отношении принципиальное значение имеют данные о спектральной прозрачности атмосферы, так как атмосфера может рассматриваться как лаборатория громадных размеров, в которой лучи света проходят толщи газа в десятки километров, благодаря чему оказывается возможным выявить даже незначительные эффекты.

Лучи Солнца, проходя сквозь атмосферу, ослабляются вследствие рассеяния. Если $I_{0\lambda}$ есть интенсивность солнечных лучей длины волны λ при вступлении в земную атмосферу, а I_λ — интенсивность после прохождения сквозь атмосферу, то их отношение $p_\lambda = \frac{I_\lambda}{I_{0\lambda}}$ определяет прозрачность атмосферы. По закону Рэлея ослабление света, вызванное рассеянием, возрастает с уменьшением λ и следует ожи-

дать, что p_λ будет заметно убывать с уменьшением λ и притом по определенному закону.

Но как определить p_λ ? Если I_λ доступно непосредственному измерению, то $I_{0\lambda}$ измерить непосредственно нельзя. Солнечный свет попадает к нам на Землю, лишь пройдя уже сквозь атмосферу.

Из этого затруднения можно выйти путем измерений интенсивности солнечных лучей при разных зенитных расстояниях Солнца. Принимая массу воздуха, пронизываемого лучом, идущим из зенита, за единицу, мы получим при косом прохождении лучей сквозь атмосферу большие массы, а именно: при зенитном расстоянии Солнца $Z_\odot = 20^\circ$ масса $m = 1,06$, при $Z_\odot = 70^\circ$ $m = 2,99$, при $Z_\odot = 80^\circ$ $m = 5,72$ и т. д. Наклон кривой, дающей величину I_λ при различных m , определит поглощение в атмосфере для $m = 1$.

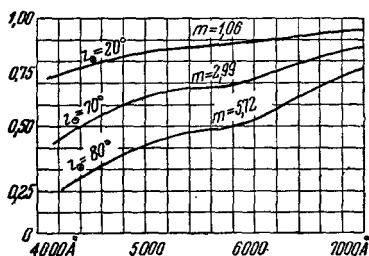


Рис. 2

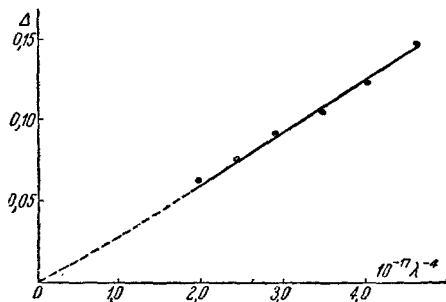


Рис. 3

Большая многолетняя серия подобных измерений, результаты которых стали теперь классическими, была проведена Астрофизической обсерваторией на Моунт Вильсон. Регулярные определения прозрачности начались с 1905 г. и принадлежат, главным образом, Фаулю. Во всех без исключения случаях имеет место значительное уменьшение прозрачности в сторону коротких длин волн. На рис. 2 приведены по средним данным Фауля¹³ кривые прозрачности атмосферы p_λ для видимого спектра при различных зенитных расстояниях солнца $Z_\odot$ (приведено к уровню моря и к полной сухости воздуха¹⁴).

На рис. 3 представлены данные¹⁵, позволяющие сопоставить изменения прозрачности атмосферы по спектру с законом λ^{-4} . По оси абсцисс отложены λ^{-4} (λ измеряется в $\text{\AA}$), а по оси ординат — оптические плотности атмосферы $\Delta_\lambda = \lg \frac{I_{0\lambda}}{I_\lambda} = \lg \frac{1}{p_\lambda}$.

Пунктиром показана теоретическая кривая, соответствующая закону рассеяния λ^{-4} , т. е. в данном случае просто прямая, проведенная из начала координат. Сплошной линией проведена экспериментальная кривая (по средним за пятнадцать лет данным Фауля¹⁶ для вертикального луча на высоте Моунт Вильсон) для коротковолновой части видимого спектра (вне области селективного погло-

щения парами воды и озоном). Для ориентировки в длинах волн приводим табличку значений λ^{-4} для разных λ :

λ	3 838	3 974	4 000	4 127	5 000
$10^{-17} \lambda^{-4}$	4,609	4,009	3,906	3,447	1,600

Данные рис. 3 с несомненностью показывают, что спектральное поглощение света в земной атмосфере находится в согласии с рэлеевским законом рассеяния λ^{-4} , если наблюдения производить в условиях чистого воздуха.

Насколько значительно изменяет атмосферное поглощение интенсивность и спектральный состав лучей, проходящих сквозь атмосферу, видно из рис. 4, где приведены кривые распределения энер-

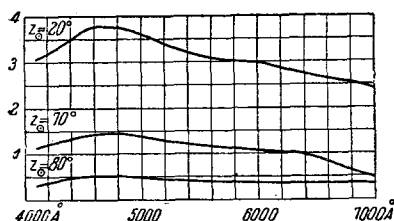


Рис. 4.

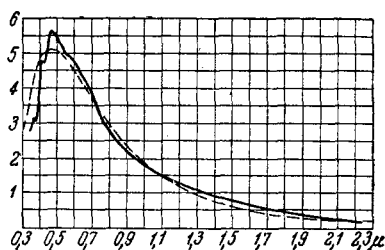


Рис. 5.

гии в спектре излучения солнца у поверхности земли при различных зенитных расстояниях солнца. На этом графике интенсивности даны в условных единицах¹⁴.

Имея данные о поглощении света в атмосфере, можно определить распределение энергии в спектре солнца до вступления солнечных лучей в земную атмосферу. На рис. 5 приведена кривая (сплошная), вычисленная Абботом, Фаулем и Альдрихом¹⁷. Пунктирная кривая показывает распределение энергии в спектре черного тела при $6\,000^\circ\text{K}$, вычисленное по формуле Планка.

Для оценки ослабления луча, идущего горизонтально близ земной поверхности, напомним, что путь вертикального луча сквозь всю атмосферу эквивалентен пути сквозь слой воздуха при нормальном давлении толщиной 8 км (высота однородной атмосферы). Таким образом, соотношение кривых для $Z_0 = 20^\circ$ ($m = 1,06$) и $Z_0 = 80^\circ$ ($m = 5,72$) на рис. 4 соответствует соотношению поглощения для двух горизонтальных лучей, прошедших пути около 8 и 45 км. Это лишь примерные соотношения для горизонтального луча, так как слой воздуха близ земной поверхности отличаются меньшей прозрачностью из-за запыленности, большой влажности и пр.

Молекулярное рассеяние света, вызывающее ослабление прямых солнечных лучей, обуславливает в то же время большую яркость всего небесного свода. В результате этого освещение земной по-

верхности складывается из двух частей: прямого солнечного света и рассеянного света неба. Ясно, что чем большим будет ослабление солнечных лучей благодаря рассеянию, тем большей будет интенсивность рассеянного света. Если при зенитном расстоянии Солнца $Z_{\odot} = 20^{\circ}$ отношение световых потоков от Солнца $\Phi_{\odot}$ и от неба Φ_n составляет (по данным Кимбаля) 5,7, то при увеличении $Z_{\odot}$ доля света неба заметно возрастает¹⁴: при $Z_{\odot} = 40^{\circ}$ $\frac{\Phi_{\odot}}{\Phi_n} = 4,0$, при 60° равно 3,0, при 70° равно 1,6 и при 80° равно 1,2.

Подобные характеристики очень важны для вопросов естественной освещенности, ввиду различия спектрального состава солнечного света и рассеянного света неба. Однако, если поглощение вызывает

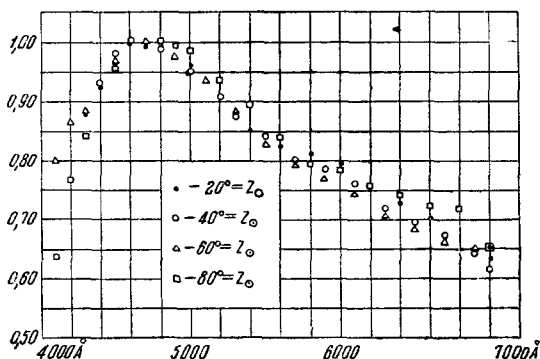


Рис. 6

значительное уменьшение относительной доли солнечного света при возрастании $Z_{\odot}$, то спектральные характеристики этого же поглощения обуславливают, наоборот, сравнительную устойчивость спектрального состава дневного света при изменении $Z_{\odot}$. На рис. 6 представлены данные, дающие относительное распре-

деление энергии в спектре суммарного излучения Солнца и неба при различных $Z_{\odot}$. Для облегчения сравнения кривых между собой их максимальные ординаты приравнены одной и той же величине. Кривые построены Раутианом¹⁴ на основе измерений Кимбаля¹⁸ полной дневной освещенности на горизонтальной поверхности и освещенности от неба.

Малое изменение спектрального состава суммарного излучения связано с тем, что при увеличении $Z_{\odot}$ возрастает доля излучения неба, что обуславливает „посинение“ света, но благодаря возрастанию поглощения солнечных лучей свет „желтеет“.

3. Поляризация небесного свода. Необходимость усовершенствования теории рассеяния. По теории Рэля рассеянный свет при боковом наблюдении должен быть поляризован. Для интенсивностей i_I и i_{II} двух взаимно перпендикулярно поляризованных компонент (см. рис. 1) мы можем написать:

$$i_I = I \frac{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2}{2Nr^2\lambda^4},$$

$$i_{II} = I \frac{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2}{2Nr^2\lambda^4} \cos^2 \varphi,$$

где I — интенсивность падающих лучей. При угле рассеяния $\varphi = 90^{\circ}$ мы получим $i_{II} = 0$, т. е. рассеянный свет будет полностью поля-

ризован в плоскости падения (электрический вектор перпендикулярен плоскости рассеяния). Составляя выражение для степени поляризации p рассеянного света, мы получим

$$p = \frac{i_I - i_{II}}{i_I + i_{II}} = \frac{1 - \cos^2 \varphi}{1 + \cos^2 \varphi}. \quad (4)$$

Наблюдения над рассеянным светом неба показывают, что условие максимума поляризации при $\varphi = 90^\circ$ выполняется всегда. Однако, при этом никогда не наблюдается полная поляризация.

Поляризация при разных φ была измерена в условиях особо чистого воздуха на Эльбрусе, на высоте 3000 м над уровнем моря¹⁹. Общий ход кривой соответствует теоретическому (в отношении зависимости от угла рассеяния), максимум поляризации имеет место при $\varphi = 90^\circ$; однако, абсолютные значения поляризации меньше теоретических.

Наибольшие значения поляризации наблюдаются обычно при зенитном расстоянии солнца $Z_\odot = 90^\circ$ (при высоком стоянии солнца свет, отраженный от поверхности земли, рассеивается в атмосфере и уменьшает поляризацию²⁰). Наибольшая поляризация была измерена Тихановским²¹ на горе Ай-Петри, в Крыму: $p = 84,7\%$. Из крайних значений поляризаций, наблюдаемых в других местах, можно указать $p = 83,4\%$ в Сарануле, Уральской области (Тихановский), $p = 82,0\%$ в Слуцке (Калитин). По многолетним наблюдениям Дорно в Давосе наибольшее значение p составляет всего лишь $80,8\%$.

Можно указать ряд факторов, заведомо понижающих поляризацию рассеянного света неба, но все они не могут обусловить всей наблюдаемой недостачи поляризации. Вторичное рассеяние и вообще рассеяние высших порядков дает неполяризованный свет: каждый данный объем воздуха освещается рассеянным светом атмосферы со всех сторон, преимущественное направление освещения отсутствует; однако, поляризация рассеянного света зависит от угла рассеяния.

Альгримм²² построил теорию рассеяния света атмосферой с учетом вторичного рассеяния (1914 г.). Полученные им формулы позволяют оценить деполяризующее действие вторичного рассеяния. В дальнейшем его теория была значительно усовершенствована, о чем речь будет ниже; сейчас мы укажем лишь, что деполяризующее действие вторичного рассеяния недостаточно для объяснения наблюдаемых величин поляризации.

Другим существенным деполяризующим фактором является действие взвешенных в воздухе частиц (пыль, водяные капельки и пр.). Тихановский провел ряд измерений поляризации при разной влажности и разном содержании пыли (количество пыли определялось непосредственно пылемером Айткена). По формуле

$$p = a + \frac{\Delta p}{\Delta n} n$$

(p — степень поляризации, n — число пылинок в 1 см^3) из всех рядов наблюдений по методу наименьших квадратов определялись

величины a и $\frac{\Delta p}{\Delta n}$ и находилось значение p , соответствующее лишенной пыли атмосфере. Далее по формуле

$$p' = p_0 + \frac{\Delta p}{\Delta e} e$$

(e — абсолютная влажность) аналогично находилось значение поляризации для „абсолютно сухой“ атмосферы²³. Расчет Тихановского основан на предположении, что если в месте наблюдения $n=0$ и $e=0$, то и во всей части атмосферы, обуславливающей величину наблюдаемой поляризации, запыленность и влажность тоже равны нулю. Тихановский нашел $p_0=85,60\%$, что тоже слишком мало для согласования с теорией Рэлея.

Поляризация света, рассеиваемого чистыми газами, была подвергнута тщательному изучению в лабораторных условиях. Исследования Стрэтта (Рэлея), Кабанна, Ганса, Рамана и Рао, Нарайяна, Мартина и др. привели к установлению фундаментального факта, что при рассеянии света газами поляризация, при наблюдении в перпендикулярном к падающему свету направлении, вопреки теории Рэлея, никогда не бывает полной.

Первым открыл этот факт Стрэтт^{24, 25} в 1918 г. В настоящее время исследовано 89 газов и паров^{26-32, 15} и во всех случаях было найдено $p < 100\%$. В табл. I приведены данные для некоторых паров и газов¹⁵, причем кроме предельной поляризации

$$p = \frac{i_I - i_{II}}{i_I + i_{II}}$$

указываются и соответствующие значения деполаризации $\rho = \frac{i_{II}}{i_I}$

(очевидно, что $p = \frac{1-\rho}{1+\rho}$ и $\rho = \frac{1-p}{1+p}$).

Данные, приведенные в табл. 1, свидетельствуют о фактах первостепенной важности. Для воздуха, даже в особо благоприятных (лабораторных) условиях, степень поляризации при угле рассеяния $\varphi=90^\circ$ равна 92% вместо 100% . С этим связаны те неувязки в теории поляризации небесного свода, о которых говорилось выше. Если, далее, деполаризация света, рассеиваемого газами, всегда отлична от нуля, хотя по теории Рэлея при угле рассеяния $\varphi=90^\circ$ деполаризация ρ должна равняться нулю, то ясно, что теория Рэлея, верно описывая ряд основных свойств рассеянного света, является не вполне точной.

Данные табл. 1 указывают на связь величины деполаризации со структурой молекулы. В самом деле, одноатомные молекулы дают весьма малую деполаризацию, меньше 0,001. Наоборот, трехатомные гомеополарные молекулы дают, как правило, весьма большую деполаризацию, около 0,1 и более. Из гомеополарных молекул двухатомные имеют меньшую деполаризацию, чем трехатомные. Однако, дело здесь очевидно не в сложности молекулы, так как, например, сложные молекулы спиртов дают деполаризацию меньшую, чем простые двухатомные молекулы кислорода, азота, водорода и др.

Таблица 1

Название газа	Обозначение газа	p в %	100 ρ	Название газа	Обозначение газа	p в %	100 ρ
<i>Одноатомные молекулы</i>				<i>Трехатомные гомеоплярные молекулы</i>			
Гелий	He	> 88	< 6,5	Углекислый газ . . .	CO ₂	82,2	9,8
Неон	Ne	> 98	< 1	Окись азотистая .	N ₂ O	77,8	12,5
Аргон	Ar	99	0,5	Сернистый углерод .	CS ₂	79,4	11,5
Криптон . . .	Kr	99	0,5				
Ксенон . . .	Xe	99	0,5				
<i>Гетерополярные молекулы</i>				<i>Пары гидроуглеродистых соединений</i>			
Пары воды .	H ₂ O	96,1	2,0	Бензол ¹⁾ .	C ₆ H ₆	91,96	4,45
Аммиак . . .	NH ₃	97,5	1,3	Толуол ²⁾ .	C ₇ H ₈	91,7	4,3
Окись азота .	NO	95,1	2,6	Метан ³⁾ .	CH ₄	97,1	1,5
Окись углерода . . .	CO	96,1	2,1	Циклогексан	C ₆ H ₁₂	98,0	1,0
<i>Двухатомные гомеоплярные молекулы</i>							
Водород	H ₂	94,9	2,7	Метиловый ⁴⁾ спирт . .	CH ₃ OH	96,8	1,7
Хлор	Cl ₂	91,9	4,3	Этиловый ⁵⁾ спирт .	C ₂ H ₅ OH	98,2	0,9
Кислород	O ₂	87,9	6,4				
Азот	N ₂	93,2	3,6				
Воздух	—	92,03	4,15				
¹⁾ При 80—100°.				⁴⁾ При 65°.			
²⁾ При 110—120°.				⁵⁾ При 80°.			
³⁾ При 20°.							

Дальнейшее развитие теории рассеяния света показало, что рэлеевская теория является лишь приближенной. Созданные в дальнейшем более общие теории рассеяния включают в себя теорию Рэлея как частный случай. Результаты некоторых из них имеют весьма большое практическое значение. Например, для учения о прозрачности туманов и облаков (в частности, для раздела о прохождении инфракрасных лучей сквозь туманы) теория Рэлея является совершенно недостаточной. Но даже для совершенно чистой атмосферы правильные величины прозрачности можно вычислить лишь на основании теории более общей, чем рэлеевская.

Существенно новый взгляд на природу рассеяния света дали исследования Смолуховского и Эйнштейна, разработавших флуктуационную теорию рассеяния^{33, 34}. Эти исследования были проведены с целью объяснить явление критической опалесценции.

По мере приближения температуры жидкости к критической яркость рассеянного света чрезвычайно возрастает. Например, для эфира вблизи критической температуры интенсивность рассеяния в 750 раз больше, чем для жидкого эфира при температуре 35°, и в 20 000 раз больше, чем для паров эфира при температуре 35°. При интенсивном освещении эфира, находящегося в критическом

состоянии, яркость светового пучка, наблюдаемого сбоку, может достигать одной свечи с 1 см^2 . Смолюховский в 1908 г. показал³³, что причина явления заключается в быстром увеличении сжимаемости вещества по мере приближения его температуры к критической. При весьма большой сжимаемости две соседние области жидкости могут по отношению друг к другу быть в состоянии, мало отличающемся от равновесия даже при большом различии их плотностей. Благодаря беспорядочному тепловому движению частиц непрерывно там и здесь возникают группы молекул, образующих области с плотностью, сильно отличающейся от средней. Вследствие зависимости показателя преломления от плотности, флуктуации этой последней делают среду оптически неоднородной. Вещество, даже весьма прозрачное в обычных условиях, вблизи критической точки становится мутной средой, сильно рассеивающей свет.

В 1910 г. Эйнштейн³⁴ развил флуктуационную теорию критической опалесценции. Для теории рассеяния света существенно, что флуктуации плотности, правда меньшей величины, будут иметь место и при температурах, меньших критической. Теория флуктуаций, разработанная Эйнштейном, для случая идеального газа дает формулу Рэлея. Это обстоятельство, помимо вывода формулы рассеяния другим, независимым, путем на основе иных физических представлений имеет большое значение еще в следующем отношении. Рэлей, рассчитывая интенсивность света, рассеянного совокупностью молекул, просто складывал интенсивности от отдельных молекул. Этот прием в рамках рэлеевской теории остается несколько произвольным. Теория Эйнштейна фактически подтверждает законность этого приема, поскольку в ней уже решается строгая объемная задача (рассеивающая среда — сплошная) и получается тот же результат, как и от простого суммирования действия отдельных дискретных рэлеевских центров рассеяния.

Однако, наличие депolarизации рассеянного света не может быть объяснено рассмотренными теориями. Особенности в структуре молекул, влияющие на рассеяние света (как это видно из табл. 1), оставались вне рассмотрения этих теорий. Учет структуры молекул рассеивающей среды явился отправной точкой дальнейшего развития теории рассеяния. В основу легли идеи Борна³⁵ об анизотропии молекул (1918 г.). Учет анизотропии молекул позволил разработать более строгую теорию рассеяния света, позволяющую, в частности, в лучшем согласии с наблюдениями рассчитать оптические свойства чистой атмосферы. Разработка этой теории принадлежит, главным образом, Кабанну^{36, 15}, а применение теории к атмосфере — Тихановскому.

Для вопросов, рассматриваемых в настоящей статье, эта теория весьма существенна, в частности потому, что она позволяет правильно определить абсолютное значение коэффициента прозрачности чистой атмосферы.

4. Теория рассеяния света с учетом оптической анизотропии молекул. Кабанн для вывода формулы рассея-

ния света с учетом анизотропии молекул^{15, 86} пользуется статической моделью молекулы, соответствующей модели Ланжевена в теории магнетизма. По этому поводу можно указать, что использование статической модели в теории рассеяния света весьма целесообразно.

Явления, связанные с испусканием света веществом и с сопутствующими этому изменениями в состояниях атома (уменьшение внутренней энергии), и явления, связанные с селективным поглощением света (увеличение внутренней энергии атомов), требуют введения динамической модели и представления о квантовом характере изменения энергии. Другая группа явлений, касающихся действия молекул на распространение света, если не рассматривать частот, близких к области поглощения, может быть объяснена с помощью электромагнитной (и даже упругой) теории света, без употребления квантовой теории, уподоблением молекул резонатору, совершающему колебания под действием падающего света. При этом сохраняется точность расчетов и полностью используется наглядность подобной модели. Отсутствие в этих явлениях существенных внутриатомных изменений позволяет не вдаваться в существо внутренней динамики атома.

Будем представлять себе молекулу в виде совокупности частиц (положительных ядер и электронов), связанных друг с другом силами, стремящимися вернуть каждую частицу в положение равновесия, если оно нарушено. Силу, возникающую при смещении точки на $\Delta \mathbf{r}$ из положения равновесия, будем считать равной $k \cdot \Delta \mathbf{r}$. Молекулу полагаем незаряженной, т. е. сумма положительных зарядов $\sum e^+$ равна сумме отрицательных зарядов $\sum e^-$.

Центр положительных зарядов P и центр отрицательных зарядов M могут совпадать друг с другом (гомеополярная молекула). Если они не совпадают (гетерополярная молекула), то молекула имеет постоянный электрический момент. Под действием внешней электрической силы E_0 заряды смещаются. Если в результате этого центр тяжести положительных зарядов переместился из P в P' , а отрицательных — из M в M' , то молекула приобретает индуцированный добавочный электрический момент, равный векторной сумме моментов

$$PP' \cdot \sum e^+ \text{ и } M'M \cdot \sum e^-.$$

Представим себе систему прямоугольных координат $OXYZ$, связанную неизменным образом с молекулой, так что положение точки O и направление осей определяют положение и ориентировку молекулы. Проекции внешней силы E_0 на оси обозначим через E_x , E_y , E_z , а проекции индуцированного момента — через P , Q , R . Вычислим P , Q , R в функции E_x , E_y , E_z .

Частица молекулы, имеющая координаты (x_i, y_i, z_i) и заряд e_i , переместившись в точку $(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i, z_i + \Delta z_i)$, сообщает молекуле электрический момент $(e_i \Delta x_i, e_i \Delta y_i, e_i \Delta z_i)$. В точке $x_i y_i z_i$ как бы возникает диполь. В точке A с координатами

(x_a, y_a, z_a) , находящейся на расстоянии r_{ai} от диполя, поле имеет составляющие:

$$(E_x)_{ai} = e_i \Delta x_i \left[\frac{3(x_i - x_a)^2}{r_{ai}^5} - \frac{1}{r_{ai}^3} \right] + \\ + e_i \Delta y_i \frac{3(x_i - x_a)(y_i - y_a)}{r_{ai}^5} + e_i \Delta z_i \frac{3(x_i - x_a)(z_i - z_a)}{r_{ai}^5}. \quad (5)$$

Выражение для $(E_y)_{ai}$ и $(E_z)_{ai}$ получается из формулы (5) круговой перестановкой координат.

Если в точке A находится частица, заряд которой равен e_a , то она смещается из положения равновесия под действием внешней силы E_0 (E_x , E_y , E_z) и всех сил $[(E_x)_{ai}, (E_y)_{ai}, (E_z)_{ai}]$. Если сила, стремящаяся вернуть частицу в ее первоначальное положение равновесия, не зависит от направления смещения частицы, то мы можем написать:

$$\left. \begin{aligned} k_a \Delta x_a &= e_a [E_x + \sum (E_x)_{ai}], \\ k_a \Delta y_a &= e_a [E_y + \sum (E_y)_{ai}], \\ k_a \Delta z_a &= e_a [E_z + \sum (E_z)_{ai}], \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

причем знак суммы $\sum$ распространяется на все i , кроме $i=a$. Подставив для $[(E_x)_{ai}, (E_y)_{ai}, (E_z)_{ai}]$ их выражения через $(e_i \Delta x_i, e_i \Delta y_i, e_i \Delta z_i)$ из (5) и написав аналогичные уравнения для всех n частиц, образующих молекулу, мы получим $3n$ линейных уравнений с $3n$ неизвестными ($e_a \Delta x_a, e_a \Delta y_a, e_a \Delta z_a$). Решив уравнения, мы найдем интересующие нас компоненты индуцированного момента молекулы как суммы

$$\begin{aligned} P &= \sum e_a \Delta x_a, \\ Q &= \sum e_a \Delta y_a, \\ R &= \sum e_a \Delta z_a. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда эти три компоненты могут быть представлены в виде линейных функций составляющих поля (E_x, E_y, E_z):

$$\left. \begin{aligned} P &= A_x E_x + B_x E_y + C_x E_z, \\ Q &= A_y E_x + B_y E_y + C_y E_z, \\ R &= A_z E_x + B_z E_y + C_z E_z. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Уравнения (7) относятся к слабым полям, когда смещения частиц малы по сравнению с расстояниями между частицами (возвращающие силы пропорциональны смещениям). Величины $A_x, B_x, \dots, C_z$ являются составляющими электростатического тензора деформации. Коэффициенты A_x, B_y, C_z — продольные коэффициенты, а остальные шесть — поперечные коэффициенты.

Если в уравнениях (6) заменить $(E_x)_{ai}, (E_y)_{ai}, (E_z)_{ai}$ их выражениями из (5), то полученный результат можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} k_a \Delta x_a - \sum \alpha_{ai}^x \Delta x_i - \sum \alpha_{ai}^y \Delta y_i - \sum \alpha_{ai}^z \Delta z_i &= e_a E_x, \\ k_a \Delta y_a - \sum \beta_{ai}^x \Delta x_i - \sum \beta_{ai}^y \Delta y_i - \sum \beta_{ai}^z \Delta z_i &= e_a E_y, \\ k_a \Delta z_a - \sum \gamma_{ai}^x \Delta x_i - \sum \gamma_{ai}^y \Delta y_i - \sum \gamma_{ai}^z \Delta z_i &= e_a E_z, \end{aligned} \right\} \quad (6')$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ai}^x &= e_a e_i \left[\frac{3(x_i - x_a)^2}{r_{ai}^5} - \frac{1}{r_{ai}^3} \right], \quad \alpha_{ai}^y = e_a e_i \frac{3(x_i - x_a)(y_i - y_a)}{r_{ai}^5}, \\ \alpha_{ai}^z &= e_a e_i \frac{3(x_i - x_a)(z_i - z_a)}{r_{ai}^5}, \\ \beta_{ai}^x &= e_a e_i \frac{3(y_i - y_a)(x_i - x_a)}{r_{ai}^5}, \quad \beta_{ai}^y = e_a e_i \left[\frac{3(y_i - y_a)^2}{r_{ai}^5} - \frac{1}{r_{ai}^3} \right], \\ \beta_{ai}^z &= e_a e_i \frac{3(y_i - y_a)(z_i - z_a)}{r_{ai}^5}, \\ \gamma_{ai}^x &= e_a e_i \frac{3(z_i - z_a)(x_i - x_a)}{r_{ai}^5}, \quad \gamma_{ai}^y = e_a e_i \frac{3(z_i - z_a)(y_i - y_a)}{r_{ai}^5}, \\ \gamma_{ai}^z &= e_a e_i \left[\frac{3(z_i - z_a)^2}{r_{ai}^5} - \frac{1}{r_{ai}^3} \right]. \end{aligned} \right\} (8)$$

Из этих равенств непосредственно видно, что $\alpha^y = \beta^x$, $\alpha^z = \gamma^x$, $\beta^z = \gamma^y$, а следовательно, $B_x = A_y$, $C_x = A_z$, $C_y = B_z$, т. е. тензор с составляющими $A_x, B_x, \dots, C_z$ симметричен. Обозначим продольные коэффициенты A_x, B_y, C_z просто через A, B, C , а поперечные $B_x = A_y = C'$, $C'_x = A_z = B'_y$ и $C_y = B_z = A'$. В новых обозначениях соотношения (7) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} P &= AE_x + C'E_y + B'E_z, \\ Q &= C'E_x + BE_y + A'E_z, \\ R &= B'E_x + A'E_y + CE_z. \end{aligned} \right\} (7')$$

Рассмотрим эллипсоид, уравнение которого есть

$$AE_x^2 + BE_y^2 + CE_z^2 + 2A'E_yE_z + 2B'E_zE_x + 2C'E_xE_y = \alpha, \quad (9)$$

где α — некоторое число.

Если выбрать за координатные оси главные оси эллипсоида, то в новых переменных коэффициенты A', B', C' в уравнении эллипсоида обратятся в нули. Согласно (7') мы получим

$$P = AE_x, \quad Q = BE_y, \quad R = CE_z, \quad (10)$$

если под E_x, E_y, E_z понимать проекции внешнего поля E_0 на новые координатные оси.

С точки зрения оптики это означает, что рассматриваемая нами модель молекулы (линейная зависимость компонент индуцированного момента от составляющих внешнего поля) обладает теми же элементами симметрии, как и эллипсоид (9). С молекулой связаны три направления (главные направления молекулы), обладающие тем свойством, что индуцированный электрический момент молекулы совпадает с направлением внешнего поля, если оно направлено вдоль одного из этих направлений. Коэффициенты A, B и C равны величине индуцированного момента, если внешнее поле равно единице и направлено параллельно одному из главных направлений.

Если $A = B = C$, то молекула изотропна. Неравенство этих коэффициентов указывает на оптическую анизотропию молекулы.

Предположим теперь, что внешнее поле E_0 не постоянно, но меняется со временем синусоидально. Если масса частицы равна m , то сила инерции, которую нужно прибавить к первым членам уравнений (6), будет $m \frac{d^2}{dt^2} \Delta x_a$, и мы можем для установившихся колебаний написать

$$\Delta x_a = \frac{e_a}{k_a - \frac{4\pi^2 m}{T^2}} [E_x + \sum (E_x)_{ai}]$$

и аналогично для Δy_a и Δz_a (T — период). Обозначая через $\omega = \frac{2\pi}{T}$ частоту падающего света, а через $\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m}}$ — частоту собственных колебаний частицы, получим

$$\Delta x_a = \frac{e_a}{m(\omega_a^2 - \omega^2)} [E_x + \sum (E_x)_{ai}]$$

и аналогично для Δy_a и Δz_a .

Сравним между собой величину смещения $\Delta x'$ ядра с величиной смещения $\Delta x''$ электрона. Если e — заряд электрона, $+n'e$ — заряд ядра, ω' и ω'' — собственная частота колебаний ядра и электрона, то

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x''} = \frac{n'e}{-e} \cdot \frac{m''}{m'} \cdot \frac{(\omega''^2 - \omega^2)}{(\omega'^2 - \omega^2)}.$$

Но $\omega' < \omega$, если полагать, что молекула освещается видимой радиацией, так как ω' лежит всегда в инфракрасной области спектра; наоборот, $\omega'' > \omega$, так как ω'' соответствует ультрафиолетовой области спектра. Пренебрегая ω'^2 по сравнению с ω^2 и ω^2 по сравнению с ω''^2 , получаем

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x''} = \frac{n'm''}{m'} \cdot \frac{\omega''^2}{\omega^2} = \frac{n'm''}{m'} \left(\frac{\lambda}{\lambda''} \right)^2.$$

Масса ядра какого-либо атома равна примерно массе атома водорода, умноженной на удвоенный атомный номер n' , а масса атома водорода в 1846 раз больше массы электрона. Поэтому

$$\frac{n'm''}{m'} \approx \frac{1}{2 \cdot 1846} = \frac{1}{3692}.$$

Полагая $\frac{\lambda}{\lambda''}$ примерно равной 3, получаем, что смещение ядра всегда, по крайней мере, в 400 раз меньше смещения электрона, и им можно практически пренебречь. Таким образом, под действием световой волны в молекуле происходит смещение центра тяжести отрицательных зарядов; центр тяжести ядер остается практически неподвижным.

Для одного электрона коэффициент $\frac{e}{m\omega^2}$ будет порядка 10^{-21} CGSE, в чем легко убедиться, если заменить $\frac{\omega}{2\pi}$ через $\frac{c}{\lambda}$ (где c — скорость света), взять величину $\frac{e}{m}$ в единицах CGSE и положить $\lambda = 0,15 \mu$. Предположим, что молекула освещается солнечными

лучами. Мы условились рассматривать явления лишь для лучей, частота которых значительно отличается от резонансной частоты. Поэтому предположим, что солнечные лучи пропущены сквозь соответствующий светофильтр. Если положить, что светофильтр уменьшает энергию солнечных лучей в десять раз, то приносимая лучами энергия будет составлять около $0,2 \text{ кал/мин см}^2$. Вычисляя соответствующее этому световому полю значение вектора Пойнтинга, мы находим для напряженности электрического поля E примерно 10^{-2} CGSE , или 3 В/см . Под действием этой силы смещение электрона будет $\Delta x = 10^{-21} \cdot E = 10^{-23} \text{ см}$. Это смещение очень мало по сравнению с размерами атома (10^{-8} см), электрона и ядра (10^{-13} см), что оправдывает использование принятой нами модели молекулы, удовлетворяющей соотношениям (7).

Эта модель позволяет сразу же рассчитать рассеяние света отдельной молекулой. Поскольку частота падающего света мала по отношению к собственной частоте электрона, этот последний под действием световой волны будет совершать вынужденные колебания того же периода и в той же фазе, что и у падающей волны. Центр тяжести отрицательных зарядов молекулы будет колебаться около положения равновесия, и молекула будет вести себя как осциллятор Герца.

Теория Рэлея, имеющая в виду совсем другую модель рассеивающей частицы (изотропный шарик, размер которого $a \ll \lambda$), тоже в конечном счете приводит к осциллятору Герца, и мы можем сразу получить рэлеевскую зависимость коэффициента рассеяния от λ : пропорциональность λ^{-4} .

Если молекула неподвижна, то индуцированный электрический момент молекулы $\mathbf{M}$, составляющие которого на координатные оси, связанные с молекулой, суть (P, Q, R) , будет сохранять неизменной свою амплитуду и направление.

Амплитуду линейных световых колебаний рассеянной волны в точке B на расстоянии r (полагая $r \gg \lambda$) в момент времени $t + \frac{r}{c}$ мы получим, проектируя на плоскость волны вектор

$$-\frac{1}{rc^2} \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{M} = \frac{\omega^2}{rc^2} \mathbf{M} = \frac{4\pi^2}{r\lambda^2} \mathbf{M}. \quad (11)$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, т. е. $\sim \lambda^{-4}$. Но в действительности, благодаря тепловому движению, молекула все время меняет свое направление и притом беспорядочным образом. Благодаря этому вектор $\mathbf{M}$ все время меняет свою величину и направление.

Мы предполагали, что индуцированный момент молекулы пропорционален полю $\mathbf{E}$. Проекция момента на оси $OXYZ$ мы запишем в виде (HE, JE, KE) , причем коэффициенты P, J, K зависят только от структуры молекулы и ее ориентировки относительно внешнего поля. Будем полагать, что падающий луч параллелен оси OX , а падающая волна линейно поляризована, причем $\mathbf{E}$ параллельно OZ . Если рассматривать рассеяние света в направлении OY , то амплитуда световых колебаний в точке B ($\overline{OB} = r$) в мо-

мент $t + \frac{r}{c}$ будет иметь составляющие $\frac{4\pi^2}{r\lambda^2} HE$ (параллельно оси OX) и $\frac{4\pi^2}{r\lambda^2} KE$ (параллельно оси OZ). Обозначая через I освещенность, создаваемую на плоскости YZ пучком падающих лучей, а через i_I и i_{II} — освещенности, создаваемые рассеянным светом, амплитуда колебаний которого равна $\frac{4\pi^2}{r\lambda^2} KE$ и соответственно $\frac{4\pi^2}{r\lambda^2} HE$, мы можем написать с точностью до одного и того же множителя:

$$I = \overline{E^2}, \quad i_I = \frac{16\pi^4}{r^2\lambda^4} \overline{K^2 E^2} \quad \text{и} \quad i_{II} = \frac{16\pi^4}{r^2\lambda^4} \overline{H^2 E^2},$$

где черта над алгебраическими выражениями означает, что берется среднее из этих выражений. Так как между световыми колебаниями и тепловым движением молекулы нет никакой корреляции, то среднее из произведения квадратов равно произведению средних квадратов:

$$\overline{H^2 E^2} = \overline{H^2} \cdot \overline{E^2}, \quad \overline{K^2 E^2} = \overline{K^2} \cdot \overline{E^2},$$

а следовательно,

$$i_I = \frac{16\pi^4}{r^2\lambda^4} \overline{K^2} J \quad \text{и} \quad i_{II} = \frac{16\pi^4}{r^2\lambda^4} \overline{H^2} J.$$

Полученные формулы рассеяния содержат в себе коэффициенты H и K , зависящие от структуры молекулы. Сумма $i_I + i_{II}$ есть мера световой энергии, рассеиваемой в направлении OY молекулой, играющей в данном случае роль точечного источника света.

Этот свет будет частично поляризованным, причем деполаризация

$$\rho = \frac{i_{II}}{i_I} = \frac{\overline{H^2}}{\overline{K^2}}. \quad \text{Сумму } \overline{H^2} + \overline{K^2} = \frac{r^2\lambda^4}{16\pi^4} \frac{i_I + i_{II}}{I} \quad \text{Кабанн}^{15} \text{ обозначает че-}$$

рез $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$: она характеризует интенсивность бокового рассеяния света, т. е. рассеяния в направлении, перпендикулярном к направлению падающего луча. Вычислим теперь рассеяние света в любом направлении OM ,

которое мы определим углами (рис. 7) $\alpha = \angle NOZ$, $\beta = \angle MOX$ и $\gamma = \angle MOZ$.

Обозначим через P и R проекции индуцированного электрического момента M на два взаимно перпендикулярных направления MP (нормаль к плоскости MOZ) и MR (нормаль к OM в плоскости MOX).

Деполаризация света, рассеиваемого в направлении OM , равна $\frac{\overline{R^2}}{\overline{P^2}}$, и его интенсивность пропорциональна сумме $\overline{R^2} + \overline{P^2}$. Но ввиду

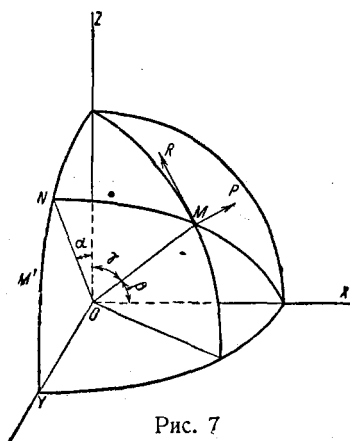


Рис. 7

симметрии интенсивность и деполяризация будут одними и теми же для всех направлений, лежащих на поверхности конуса, описанного направлением OM вокруг вектора световых колебаний E падающей волны (E параллельно OZ) и имеющего угол при вершине 2γ . Поэтому и для направления OM' , лежащего в плоскости YOZ и образующего с OZ угол γ , мы имеем

$$\overline{P'^2} = \overline{P^2} \quad \text{и} \quad \overline{R'^2} = \overline{R^2}.$$

Но

$$P' = H, \quad R' = K \sin \gamma + J \cos \gamma.$$

Поэтому

$$\overline{P^2} = \overline{P'^2} = \overline{H^2}$$

и

$$\overline{R^2} = \overline{R'^2} = \overline{K^2 \sin^2 \gamma + J \cos^2 \gamma} = \overline{K^2 \sin^2 \gamma} + \overline{H^2 \cos^2 \gamma}.$$

Таким образом, интенсивность света, рассеиваемого в направлении OM , будет пропорциональна

$$f(\gamma) = (\overline{K^2} + \overline{H^2}) - (\overline{K^2} - \overline{H^2}) \cos^2 \gamma,$$

а деполяризация будет равна¹⁵

$$\rho(\gamma) = \frac{\rho}{1 - (1 - \rho) \cos^2 \gamma},$$

где ρ соответствует рассеянию вдоль OY .

До сих пор мы полагали, что молекула освещается линейно поляризованным светом. Если вдоль оси OX (рис. 7) распространяется пучок естественного света, то можно считать, что вектор E имеет всевозможные направления (все время беспорядочно меняет свое направление) в плоскости YOZ .

Так как $\cos^2 \gamma = \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta$, то за меру интенсивности рассеянного света можно взять

$$\overline{R^2} + \overline{P^2} = (\overline{K^2} + \overline{H^2}) - (\overline{K^2} - \overline{H^2}) \cos^2 \alpha \sin^2 \beta.$$

Но среднее значение $\cos^2 \alpha$ равно $1/2$, и для интенсивности света, рассеянного под углом β к направлению падающего луча, мы получаем меру

$$f(\beta) = \frac{\overline{K^2} + 3\overline{H^2}}{2} + \frac{\overline{K^2} - \overline{H^2}}{2} \cos^2 \beta.$$

Для бокового рассеяния в направлении $\beta = \frac{\pi}{2}$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\overline{K^2} + 3\overline{H^2}}{2}. \quad (12)$$

Это соотношение делается очевидным, если рассматривать падающий неполяризованный свет состоящим из двух взаимно перпендикулярно поляризованных некогерентных лучей равной интенсивности: вектор E в одном из них параллелен OZ и дает в рассеянном свете $\frac{1}{2} \overline{K^2}$ для составляющей по OZ и $\frac{1}{2} \overline{H^2}$ — по OX ; в другом E параллельно

OY и дает в рассеянном свете $\frac{1}{2} \overline{H^2}$ как по оси OZ , так и по оси OX вследствие симметрии. Для деполаризации при рассеянии вдоль OY имеем

$$\rho = \frac{2\overline{H^2}}{\overline{K^2} + \overline{H^2}}. \quad (13)$$

Теперь мы можем рассчитать рассеяние во все окружающее пространство, суммируя рассеяние по всем направлениям. Если $d\Omega$ — элементарный телесный угол вокруг OM , то световой поток, рассеиваемый в пределах этого конуса, пропорционален $f(\beta) d\Omega$. Для полного потока имеем:

$$\iint f(\beta) d\Omega = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\beta) \cdot 2\pi \sin \beta d\beta = \frac{8\pi}{3} (\overline{K^2} + 2\overline{H^2}) = \frac{8\pi}{3} f\left(\frac{\pi}{2}\right) \frac{2+\rho}{1+\rho}.$$

Последнее выражение получается путем подстановки значений $\overline{K^2}$ и $\overline{H^2}$, взятых из (12) и (13).

Резюмируем полученные результаты. Если молекула освещается неполяризованным светом, интенсивность которого I , то:

1. Деполаризация света, рассеянного под углом 90°

$$\rho = \frac{i_{II}}{i_I} = \frac{2\overline{H^2}}{\overline{K^2} + \overline{H^2}} \quad (14)$$

и его интенсивность

$$i = i_I + i_{II} = \frac{8\pi^4 I}{\lambda^4} (\overline{K^2} + \overline{H^2}). \quad (15)$$

2. Для рассеяния под углом β к падающему лучу интенсивность

$$i(\beta) = I \left(1 + \frac{1-\rho}{1+\rho} \cos^2 \beta \right) \quad (16)$$

и деполаризация

$$\rho(\beta) = \rho \sin^2 \beta + \cos^2 \beta. \quad (17)$$

3. Для светового потока, рассеиваемого во все окружающее пространство, имеем

$$L = \frac{8\pi}{3} i \frac{2+\rho}{1+\rho}. \quad (18)$$

Таковы свойства света, рассеиваемого отдельной изолированной молекулой.

Переходя к совокупности молекул — к газу, — мы предполагаем лишь, что газ находится при не слишком большом давлении (подчиняется закону Бойля-Мариотта). В этом случае положение и ориентировка отдельных молекул совершенно случайны: если мы рассмотрим две соседние молекулы, то положение и ориентировка в одной из них не зависят от присутствия по соседству другой. Ясно, что в этом случае нет никакой корреляции между амплитудами и фазами индуцированных моментов M отдельных молекул.

Следовательно, молекулы освещаемого газа ведут себя как некогерентные источники света. Поэтому мы можем просто складывать интенсивности света, рассеиваемого отдельными молекулами

Если значком „0“ отмечать величины, относящиеся к рассеянию света каждой из Nv молекул, находящихся в объеме v , то мы можем написать

$$i_I = Nvi_{0I}, \quad i_{II} = Nvi_{0II}, \quad \rho = \frac{i_{II}}{i_I} = \frac{i_{0II}}{i_{0I}} = \rho_0.$$

Коэффициент рассеяния (на единицу объема)

$$R = \frac{i_I + i_{II}}{vI} = N \frac{i_{0I} + i_{0II}}{I} = NR_0.$$

Пусть I есть освещенность поверхности, нормальной к OX , создаваемая пучком света, распространяющимся параллельно OX . Убыль освещенности на протяжении dx будет $-dI = kI dx$. Отношение $-\frac{dI}{dx}$ дает световой поток, рассеиваемый во все стороны 1 см^3 , т. е. N молекулами. k есть коэффициент поглощения (кажущегося поглощения, вызванного рассеянием света во все стороны, в отличие от истинного поглощения). Согласно (18)

$$k = \frac{8\pi}{3} R \frac{2 + \rho}{1 + \rho}. \quad (19)$$

Константы рассеяния необходимо выразить через макроскопические оптические характеристики среды, в первую очередь через показатель преломления.

Для подсчетов удобно от параметров $\overline{H^2}$ и $\overline{K^2}$ перейти к другим параметрам ϵ и η , определяемым следующим образом:

$$\epsilon = \frac{\overline{H^2}}{(\overline{K})^2}, \quad \eta = \frac{\overline{K^2}}{(\overline{K})^2} - 1. \quad (20)$$

Между ϵ и η существует простая связь, для вывода которой мы, кроме координатных осей $OXYZ$, будем рассматривать еще оси $OUVW$, совпадающие с главными направлениями молекулы.

Обозначая попрежнему через P, Q, R проекции индуцированного момента на оси $OUVW$ и полагая поле E направленным вдоль OZ , имеем: $P = AE \cos uz$, $Q = BE \cos vz$, $R = CE \cos wz$ и для параметров (H, I, K):

$$H = A \cos ux \cos uz + B \cos vx \cos vz + C \cos wx \cos wz,$$

$$I = A \cos uy \cos uz + B \cos vy \cos vz + C \cos wy \cos wz,$$

$$K = A \cos^2 uz + B \cos^2 vz + C \cos^2 wz.$$

Переходя к средним величинам, мы воспользуемся тем, что:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\cos^2 uz} &= \overline{\cos^2 vz} = \overline{\cos^2 wz} = \frac{1}{3}, \\ \overline{\cos ux \cos uz} &= \overline{\cos vx \cos vz} = \dots = 0, \\ \overline{\cos^4 uz} &= \overline{\cos^4 vz} = \overline{\cos^4 wz} = \frac{1}{5}, \\ \overline{\cos^2 ux \cos^2 uz} &= \overline{\cos^2 vx \cos^2 vz} = \dots = \frac{1}{15}, \\ \overline{\cos ux \cos uz \cos vx \cos vz} &= \dots = -\frac{1}{30}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(Доказательство этих соотношений опускаем: его можно найти в книге Кабанна¹⁵.)

Отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \overline{H} &= I = 0; \quad \overline{K} = \frac{A+B+C}{3}, \\ \overline{H^2} &= \overline{I^2} = \frac{1}{15} (A^2 + B^2 + C^2 - BC - CA - AB), \\ \overline{K^2} &= \frac{1}{15} (3A^2 + 3B^2 + 3C^2 + 2BC + 2CA + 2AB). \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \overline{H} &= I = 0; \quad \overline{K} = \frac{A+B+C}{3}, \\ \overline{H^2} &= \overline{I^2} = \frac{1}{15} (A^2 + B^2 + C^2 - BC - CA - AB), \\ \overline{K^2} &= \frac{1}{15} (3A^2 + 3B^2 + 3C^2 + 2BC + 2CA + 2AB). \end{aligned}} \right\} (22)$$

Нетрудно видеть, что

$$\overline{K^2} - (\overline{K})^2 = \frac{4}{45} (A^2 + B^2 + C^2 - BC + CA + AB) = \frac{4}{3} \overline{H^2},$$

а следовательно,

$$3 \{ \overline{K^2} - (\overline{K})^2 \} = 4 \overline{H^2},$$

или, на основании (20),

$$3\eta = 4\varepsilon. \quad (23)$$

Заменяя H и K через ε и η , мы можем переписать формулы (14) и (15) в виде:

$$\rho = \frac{2\varepsilon}{1 + \eta + \varepsilon}, \quad (14')$$

$$i = \frac{8\pi I}{\lambda^4} (\overline{K})^2 (1 + \eta + 3\varepsilon). \quad (15')$$

Рассмотрим объем газа Δv , достаточно большой, чтобы число молекул в нем $N\Delta v$ было велико, но малый по сравнению с λ . Газ под действием электрического поля волны поляризуется (поляризация диэлектрика). Проекция на оси $OXYZ$ индуцированного момента объема Δv будут:

$$\begin{aligned} (H_1 + H_2 + \dots) E &= N\Delta v \overline{H} E = 0, \\ (I_1 + I_2 + \dots) E &= N\Delta v \overline{I} E = 0, \\ (K_1 + K_2 + \dots) E &= N\Delta v \overline{K} E = F \Delta v, \end{aligned}$$

где $F = N\overline{K}E$ есть индуцированный полем E электрический момент единицы объема газа. Но диэлектрическая постоянная¹⁾ ν среды связана с F соотношением $\nu = 1 + 4\pi F'$, где $F' = \frac{F}{E}$ есть электрический момент единицы объема среды, находящейся во внешнем поле $E = 1$. Следовательно, $\nu = 1 + 4\pi N\overline{K}$. Но $\nu = \mu^2$, где μ — показатель преломления среды. Таким образом, мы получаем

$$\nu = 1 = \mu^2 - 1 = 4\pi N\overline{K} = \frac{4}{3} \pi N (A + B + C).$$

Мы связали показатель преломления рассеивающего газа с параметрами (A, B, C) , определяющими анизотропию молекул газа.

¹⁾ Мы сохранили обозначение диэлектрической постоянной через ν , принятое Кабанном, несмотря на то, что общепринятым обозначением является ε . И. Х.

Для интенсивности бокового рассеяния $\left(\beta = \frac{\pi}{2}\right)$ мы имели [формула (15)]

$$i = \frac{8\pi^4 I}{\lambda^4} (\bar{K})^2 (1 + \eta + 3\epsilon)$$

для одной молекулы и в N раз больше для 1 см^3 ; следовательно, коэффициент бокового рассеяния (на 1 см^3) будет

$$R = \frac{i}{I} = \frac{8\pi^4 N}{\lambda^4} (\bar{K})^2 (1 + \eta + 3\epsilon).$$

Подставляя вместо $\bar{K} = \frac{\mu^2 - 1}{4\pi N}$, имеем

$$R = \frac{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2}{2N\lambda^4} (1 + \eta + 3\epsilon).$$

Добавляя к этому соотношению выражение (14) для ρ , можем выразить ϵ и η через величины, непосредственно получаемые из измерений:

$$\epsilon = \frac{2N\lambda^4 R}{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2} \cdot \frac{\rho}{2(1 + \rho)}, \quad \eta = \frac{2N\lambda^4 R}{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2} \cdot \frac{2 - \rho}{2(1 + \rho)}.$$

Воспользуемся теперь выведенным ранее соотношением (23): $3\eta = 4\epsilon$. Оно позволяет найти основное для рассматриваемой теории рассеяния выражение для коэффициента бокового рассеяния:

$$R = \frac{\pi^2 (\mu^2 - 1)^2}{2N\lambda^4} \cdot \frac{6(1 + \rho)}{6 - 7\rho}. \quad (24)$$

Таким образом, наличие у рассеивающих молекул анизотропии не только приводит к уменьшению поляризации рассеянного света, но и изменяет (увеличивает) коэффициент рассеяния. Множитель $\frac{6(1 + \rho)}{6 - 7\rho}$ есть фактор анизотропии. Он равен единице, если $\rho = 0$; в этом случае мы получаем классическую формулу Рэлея — формулу (3) из § 1. Есть все основания называть формулу (24) формулой Рэлея-Кабанна.

Если угол рассеяния равен β , то коэффициент рассеяния на основании формулы (16)

$$R(\beta) = \left(1 + \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \cos^2 \beta\right) R \quad (25)$$

и деполяризация

$$\rho(\beta) = \rho \sin^2 \beta + \cos^2 \beta. \quad (17)$$

Для коэффициента поглощения k получаем, подставляя R из (24) в (19):

$$k = \frac{8\pi^3 (\mu^2 - 1)^2}{3N\lambda^4} \cdot \frac{6 + 3\rho}{6 - 7\rho}. \quad (26)$$

Весьма удобно то, что эти формулы, полученные на основании учета анизотропии молекул, не содержат в себе параметров A , B , C , определяющих анизотропию. В них входят лишь величины μ и ρ , непосредственно определяемые из опыта.

5. Абсолютные значения прозрачности атмосферы. Изложенная в предыдущем параграфе теория молекулярного рассеяния света гораздо лучше согласуется с результатами измерений, чем первоначальная теория Рэлея.

Если производить в лабораторных условиях измерение бокового рассеяния света различными газами, то по формуле Рэлея (3) отношение интенсивностей $\frac{i_1}{i_2}$ для двух газов должно равняться отношению $\frac{(\mu_1^2 - 1)^2}{(\mu_2^2 - 1)^2}$. Стрэтт первый измерил интенсивности i ряда газов по отношению к воздуху, и хотя в общем он получил удовлетворительные результаты, но расхождения с вычисленными значениями были все же довольно значительными. В табл. 2 приведены результаты Стрэтта¹¹ (по отношению к воздуху).

Таблица 2

Название газа	Водород H ₂	Воздух	Углекислый газ CO ₂	Окись азота N ₂ O	Этилхлористый	Пары эфира
$\frac{(\mu_1^2 - 1)^2}{(\mu_2^2 - 1)^2}$	0,23	1	2,36	3,12	16,1	27,1
$\frac{i_1}{i_2}$	0,25	1	2,5	3,75	16,0	26,0

Однако, более точные последующие измерения Кабанна⁸⁶ показали, что совпадение с формулой Рэлея получается менее удовлетворительное, чем это было получено Стрэттом. В табл. 3 приведены его результаты. Во второй строке U^R обозначает величину $(\mu^2 - 1)^2$ для данного газа, а в третьей строке Δ означает относительное

отклонение $\frac{\frac{i_1}{i_2} - \frac{U_1^R}{U_2^R}}{\frac{U_1^R}{U_2^R}}$. Отклонения лежат в пределах от 4 до 23%, т. е. весьма велики.

Кабанн одновременно с интенсивностью измерял деполяризацию ρ рассеянного света. По формуле Рэлея-Кабанна (24) отношение $\frac{i_1}{i_2}$ должно равняться отношению

$$(\mu_1^2 - 1)^2 \frac{6(1 + \rho_1)}{6 - 7\rho_1} : (\mu_2^2 - 1)^2 \frac{6(1 + \rho_2)}{6 - 7\rho_2}.$$

Таблица 3

$\frac{i_A}{i_{N_2}} = 0,829$	$\frac{i_{CO_2}}{i_A} = 3,31$	$\frac{i_{CO_2}}{i_{\text{возд}}} = 2,62$	$\frac{i_{CO_2}}{i_{O_2}} = 2,93$	$\frac{i_{H_2}}{i_{O_2}} = 0,255$
$\frac{U_A^R}{U_{N_2}^R} = 0,90$	$\frac{U_{CO_2}^R}{U_A^R} = 2,53$	$\frac{U_{CO_2}^R}{i_{\text{возд}}} = 2,35$	$\frac{U_{CO_2}^R}{U_{O_2}^R} = 2,80$	$\frac{U_{H_2}^R}{U_{O_2}^R} = 0,276$
$\Delta = -0,079$	$\Delta = +0,23$	$\Delta = +0,10$	$\Delta = +0,044$	$\Delta = -0,082$

Обозначим это отношение через U^C . В табл. 4 приведены результаты вычислений Кабанна³⁶.

Таблица 4

$\frac{i_A}{i_{N_2}} = 0,829$	$\frac{i_{CO_2}}{i_A} = 3,31$	$\frac{i_{CO_2}}{i_{\text{возд}}} = 2,65$	$\frac{i_{CO_2}}{i_{O_2}} = 2,93$	$\frac{i_{H_2}}{i_{O_2}} = 2,55$
$\frac{U_A^C}{U_{N_2}^C} = 0,823$	$\frac{U_{CO_2}^C}{U_A^C} = 3,12$	$\frac{U_{CO_2}^C}{U_{\text{возд}}^C} = 2,65$	$\frac{U_{CO_2}^C}{U_{O_2}^C} = 3,07$	$\frac{U_{H_2}^C}{U_{O_2}^C} = 0,255$
$\Delta = +0,007$	$\Delta = +0,057$	$\Delta = -0,011$	$\Delta = -0,047$	$\Delta = 0$

Из этой таблицы видно очень хорошее совпадение результатов измерения с теорией, отклонения не превосходят нескольких процентов.

Формула (26) предыдущего параграфа определяет коэффициент поглощения k , обусловленного рассеянием света. В формулу входит величина деполяризации ρ , которая для воздуха по многочисленным измерениям составляет 0,042. Пользуясь этой формулой, можно определить ослабление световых лучей, прошедших всю толщу атмосферы, и тем самым определить величину абсолютной прозрачности атмосферы.

Рассмотрим смесь газов 1, 2, 3, ..., показатели преломления которых суть $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ при нормальных условиях. Если отно-

сительное объемное содержание каждого газа есть $v_1, v_2, v_3, \dots$, причем $v_1 + v_2 + v_3 + \dots = 1$, то коэффициент поглощения k этой газовой смеси при нормальных условиях будет

$$k_0 = v_1 k_1 + v_2 k_2 + v_3 k_3 + \dots,$$

где $k_1, k_2, k_3, \dots$ — коэффициенты поглощения отдельных газов при нормальных условиях (нормальное давление P_0 и температура 0°C). Если смесь будет находиться при температуре t и давлении P , то коэффициент поглощения

$$k = \frac{P}{P_0(1 + \alpha t)} k_0,$$

где $\alpha = \frac{1}{273}$.

Если пункт, где производится измерение прозрачности, находится на высоте H над уровнем моря и I есть измеренная освещенность на горизонтальной поверхности от пучка монохроматических лучей, идущих из зенита, то прозрачность атмосферы по вертикали в этом пункте есть отношение $\frac{I}{I_0}$ (I_0 — освещенность за пределами атмосферы), определяемое по формуле

$$\Delta = \lg \frac{I_0}{I} = M \int_H^\infty k \, dh. \quad (27)$$

Логарифм взят десятичный, где $M = \lg e = 0,4343$, k — коэффициент поглощения слоя воздуха на высоте h , измеряемой в сантиметрах, а Δ — оптическая плотность атмосферы по вертикали.

Напомним, что коэффициентом прозрачности среды называется величина p , определяемая формулой $e^{-k} = p$, откуда $I = I_0 p^x$, так как $I = I_0 e^{-kx}$. Коэффициент прозрачности есть правильная дробь, показывающая, какая часть энергии проходит сквозь слой данной среды толщиной в единицу.

В случае среды, плотность которой изменяется с расстоянием x , в формуле $I = I_0 p^x$ вместо x берется масса m слоя вещества, т. е. вычисления производятся по формуле Бугера $I_m = I_0 p^m$. Если массу атмосферы в вертикальном направлении принять за единицу, то вычисленное по формуле Бугера значение p носит название коэффициента прозрачности атмосферы.

Ясно, что величины k , Δ и p однозначно связаны друг с другом. Зная одну из них, можно вычислить остальные две. В дальнейшем мы чаще всего будем пользоваться величиной оптической плотности.

Поскольку атмосфера есть смесь газов, температура и давление которой могут меняться, формулу (27) нужно переписать в виде

$$\Delta = M \int_H^\infty \frac{p(v_1 k_1 + v_2 k_2 + v_3 k_3 + \dots) \, dh}{P_0(1 + \alpha t)} = M \sum_i \left\{ k_i \int_H^\infty \frac{p v_i \, dh}{P_0(1 + \alpha t)} \right\}. \quad (28)$$

Для подсчетов по этой формуле оптической плотности атмосферы нужно знать численные значения k для главных составных

частей атмосферы. Эти данные приведены в табл. 5, где указаны также деполяризация ρ_i и процентное содержание v_i по объему для сухой атмосферы воздуха (для тропосферы на средних широтах). Коэффициенты поглощения даны для трех длин волн 3974, 4127 и 5893 Å. В табл. 5 приведены для этих длин волн значения $\mu_i - 1$, которые можно считать известными с точностью $1/1000$.

При вычислении коэффициентов k для числа молекул в 1 см^3 газа при нормальных условиях принято значение¹⁵ $N = 2,90 \cdot 10^{19}$.

Таблица 5

Наименование газа	$100v_i$	ρ_i	3974 Å		4127 Å		5893 Å	
			$(\mu_i - 1) \cdot 10^5$	$k_i \cdot 10^8$	$(\mu_i - 1) \cdot 10^5$	$k_i \cdot 10^8$	$(\mu_i - 1) \cdot 10^5$	$k_i \cdot 10^8$
Азот	78,03	0,037	30,55	45,44	30,45	38,81	29,78	8,91
Кислород . . .	20,99	0,065	27,48	38,59	27,42	33,03	27,02	7,71
Аргон	0,94	0,005	28,91	38,55	28,84	32,98	28,37	8,15
Углекислый газ	0,03	0,098	46,00	114,67	45,87	98,03	45,02	22,60
Водород	0,01	0,022	14,26	9,65	14,21	8,24	13,90	1,88
Неон	0,0012	0,005	—	—	—	—	6,71	0,41
Гелий	0,0004	?	—	—	—	—	3,50	0,12(?)

Если предположить, что состав воздуха один и тот же на всех высотах (перемешанная атмосфера), и взять для высоты однородной атмосферы величину $7,991 \cdot 10^5 \text{ см}$ для уровня моря, то вычисления дают¹⁵:

$\lambda, \text{Å}$	k_0	Δ	$\frac{I}{I_0}$
3974	$43,95 \cdot 10^{-8}$	0,1525	0,7039
4127	37,56	0,1303	0,7408
5893	8,65	0,03003	0,9332

Относительная погрешность для k_0 и Δ порядка $1/500$, для $\frac{I}{I_0}$ — порядка $1/2000$, если $\Delta = 0,1$.

Гипотеза перемешанной на всех высотах (во всяком случае до 120—150 км) атмосферы находит все новые и новые подтверждения. Однако, как известно, с точки зрения теории статического равновесия атмосферы следует ожидать изменения состава воздуха с высотой в сторону увеличения относительного содержания легких газов на больших высотах. Для сравнения можно подсчитать Δ и $\frac{I}{I_0}$ и для этого случая.

Если предположить, что температура воздуха одна и та же на всех высотах и что плотность каждого газа убывает с высотой по барометрической формуле (в зависимости от молекулярного веса газа), то вычисления дают:

$\lambda, \text{\AA}$	Δ	$\frac{I}{I_0}$
3 974	0,1538	0,7018
4 127	0,1314	0,7359
5 893	0,03025	0,9327

Наконец, если просто предположить, что воздух является газом (а не смесью газов), молекулы которого обуславливают деполяризацию $\rho=0,042$, то можно воспользоваться формулой (26). Для уровня моря при нормальных условиях вычисления дают:

$\lambda, \text{\AA}$	$\mu - 1$	k	Δ	$\frac{I}{I_0}$
3 974	$2,9824 \cdot 10^{-4}$	$43,68 \cdot 10^{-8}$	0,1516	0,7053
4 127	2,9748	37,36	0,1297	0,7418
5 893	2,9260	8,69	0,03017	0,9329

Таким образом, прозрачность в общем очень мало изменяется в зависимости от того, какой состав воздуха принят на различных высотах, а вычисления по формуле (26) дают величины, мало отличающиеся от тех, которые получаются при детальных расчетах (для Δ — на $1/200$).

Формулой (26) удобно пользоваться для быстрых расчетов; при этом точность сравнительно велика.

Таковы результаты вычислений. Для сравнения с результатами измерений мы обратимся опять к классическим данным обсерватории Моунт Вильсон. По измерениям 1910—1911 гг. оптическая плотность атмосферы по вертикали над Моунт Вильсон составляет:

$$\Delta_{3838 \text{\AA}} = 0,1469, \quad \Delta_{3974 \text{\AA}} = 0,1238, \quad \Delta_{4127 \text{\AA}} = 0,1062.$$

После приведения вычисленных значений к высоте Моунт Вильсон ($P=623,5 \text{ мм Hg}$) получается:

$$\Delta_{3838 \text{\AA}} = 0,1451, \quad \Delta_{3974 \text{\AA}} = 0,1254, \quad \Delta_{4127 \text{\AA}} = 0,1071.$$

Результаты измерения согласуются с вычисленными значениями вполне удовлетворительно, отклонения составляют примерно 1% .

В формуле для коэффициента поглощения входит число молекул в 1 см^3 N . Если подсчитать по найденным для Моунт Вильсон значениям численные значения N , то получается¹⁵:

$\lambda, \text{\AA}$	N
3 838	$2,86 \cdot 10^{19}$
3 974	2,94
4 127	2,92

и в среднем $N=(2,91 \pm 0,08) \cdot 10^{19}$, что дает для числа Авогадро-Милликена $(6,52 \pm 0,18) \cdot 10^{23}$. Это несколько превосходит величину $(6,062 \pm 0,006) \cdot 10^{23}$, точно определяемую другими методами, но в то же время все эти данные, как и данные о спектральной прозрачности атмосферы, приведенные в § 2, с несомненностью доказывают, что в условиях чистой атмосферы Моунт Вильсон и для длин волн, далеких от областей селективного поглощения света атмосферой

(поглощение озоном, парами воды и др.), ослабление лучей при их прохождении сквозь атмосферу безусловно в основном вызвано молекулярным рассеянием света и может с достаточной точностью рассчитываться по формулам теории молекулярного рассеяния Рэлея-Кабанна.

Эта теория позволяет объяснить и величину поляризации света неба^{20, 23}, рассеиваемого под углом 90° , о которой говорилось в § 3.

В какой мере полученными результатами можно пользоваться для практических целей — для расчета поглощения световых лучей, проходящих горизонтально сквозь низшие слои атмосферы? Благодаря замутненности низших слоев воздуха пылью, капельками воды и пр., здесь имеют место несколько другие закономерности даже при совершенно ясной погоде. К рассмотрению этого вопроса мы сейчас и переходим, причем, минуя многочисленные измерения, выполненные в разных местах и в разное время, обратимся к работам самых последних лет, в первую очередь к работам Тьен Кью и А. и Э. Васси. Результаты ряда других исследований мы будем рассматривать лишь по мере надобности.

6. Прозрачность нижних слоев атмосферы. А. Васси и Э. Васси⁸⁷⁻⁸⁹ провели в 1937 г. ряд тщательных измерений прозрачности (в Марокко). Результаты их измерений имеют большую ценность благодаря применению наиболее современных методов фотометрии, обеспечивших большую надежность и точность результатов (работу консультировал Ш. Фабри), а также благодаря тому, что они провели в одном и том же пункте абсолютные измерения прозрачности по всему видимому и части ультрафиолетового и инфракрасного спектров как по вертикали сквозь всю толщу атмосферы, так и по горизонтали для луча, идущего на всем своем пути близ земной поверхности. Это позволяет сделать ряд существенных заключений о специфике поглощения света в нижних слоях атмосферы.

Все измерения производились в ночных условиях⁸⁷ (измерения прозрачности по горизонтали, требующие применения искусственных источников света, удаленных на большое расстояние, проводить днем затруднительно ввиду помех, создаваемых ярким солнечным светом). Для измерения прозрачности всей толщи атмосферы производились спектрофотометрические наблюдения над светом звезд (чаще всего звезды Вега в созвездии Лиры). Для определения поглощения, приходящегося на массу, равную единице (вертикальный луч), измерения, как указывалось в § 2, производятся при разных зенитных расстояниях звезды, т. е. при разных массах m , и по производной оптической плотности $\frac{d\Delta}{dm}$ находится оптическая плотность для $m=1$.

Измерения по горизонтали производились с помощью мощного искусственного источника света, удаленного на большое расстояние (до 24 км). Для определения абсолютных величин прозрачности после измерений на большом расстоянии аппаратура быстро перевозилась на автомобиле на другое место и тот же источник света спектрофотометрировался с меньшего расстояния.

Для удобства сопоставлений вертикального и горизонтального поглощений результаты даются в виде оптических плотностей d ,

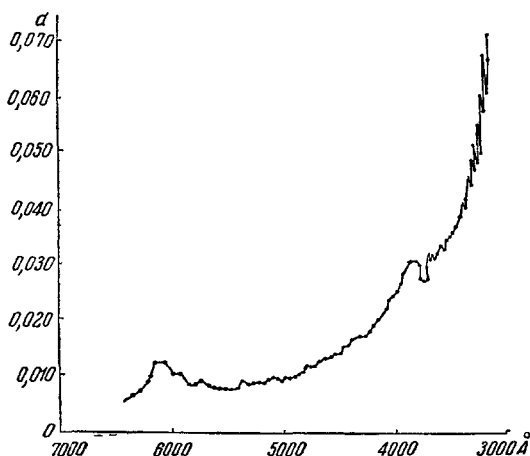


Рис. 8

рассчитанных на слой воздуха толщиной в 1 км, приведенного к нормальным условиям температуры и давления (0° и 760 мм Hg).

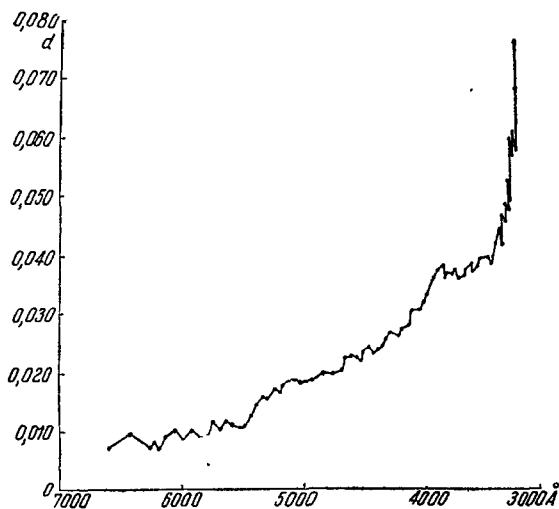


Рис. 9

На рис. 8 приведены результаты измерений для всей толщи атмосферы (по звезде) для ночи 4 октября 1937 г., которая отличалась наибольшей прозрачностью из всех ночей, когда проводились измерения⁸⁸. На рис. 9 даны результаты для ночи 12 августа,

которая казалась весьма ясной, но на самом деле дала наибольшую величину поглощения.

На этих кривых видно быстрое уменьшение прозрачности в сторону коротких длин волн, как это и следует по законам молекулярного рассеяния, но плавный ход кривых нарушается отдельными полосами поглощения.

На рис. 10 приведены данные для поглощения в горизонтальном направлении для ночи 11 сентября, когда атмосфера в нижних слоях была особенно прозрачной; на рис. 11 — для ночи 4 сентября,

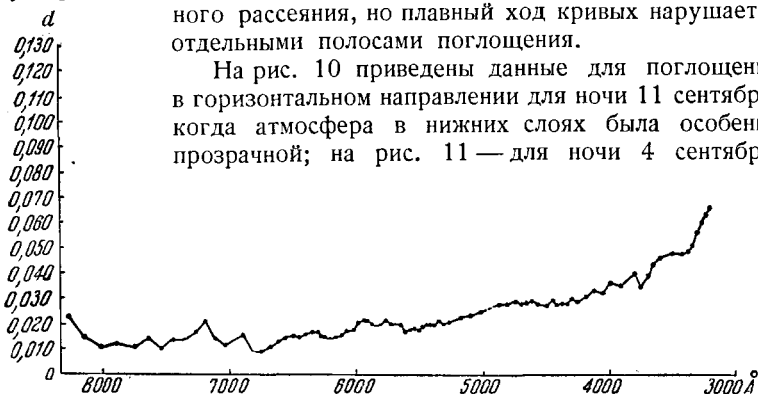


Рис. 10

когда прозрачность была особенно малой. Для этого последнего случая измерения в коротковолновой области спектра или вовсе не удалось (в ультрафиолетовой части) или мало надежны, так как, благодаря большому поглощению, спектрограммы оказались недоэкспонированными.



Рис. 11

Эти кривые показывают, что прозрачность низших слоев значительно меньше, чем для всей атмосферы в целом (даже в наиболее ясные, совершенно безоблачные ночи). Если, например, для области около 5000 Å атмосфера в целом имеет оптическую плотность от 0,010 до 0,020 на 1 км, то для нижних слоев d составляет от 0,020 до 0,110. Это обстоятельство имеет большое практическое

значение для вопросов видимости удаленных объектов, передачи световых сигналов и пр., так как здесь мы обычно имеем дело с прохождением световых лучей через нижние слои атмосферы. При аэрофотосъемке тоже приходится иметь дело с косым прохождением лучей сквозь нижние слои.

В этом отношении весьма важно выяснить роль и долю поглощения, обусловленного рассеянием света, так как рассеяние помимо поглощения создает световую завесу, мешающую наблюдениям. Предположим, что мы рассматриваем идеально черную цель (например, вертикальный экран), находящуюся на фоне неба, постепенно удаляясь от нее. На некотором расстоянии a цель перестанет быть видимой. a есть дальность видимости данной цели. Цель перестала быть видимой благодаря тому, что разность видимых яркостей цели и окружающего ее фона достигла порога ощущения разности яркостей данным человеческим глазом. Обозначая этот порог через ϵ , мы можем определить его так:

$$\frac{H_h - H_z}{H_h} = \epsilon, \quad (29)$$

где H_z — яркость цели, H_h — яркость фона.

Толща воздуха между наблюдателем и целью не только ослабляет свет, идущий от цели, уменьшая тем самым видимую яркость ее, но и сама, будучи освещена светом солнца и неба, создает дополнительную завесу благодаря рассеянию и понижает тем самым контраст. Насколько велика в этом роль рассеяния, показывают успешные съемки удаленных объектов в инфракрасных лучах: количество рассеянного света быстро уменьшается по мере увеличения длины волны света. Однако, как мы увидим дальше, не все рассеяние можно свести к молекулярному.

Среди девяти кривых спектральной прозрачности нижних слоев атмосферы (для 9 ночей), измеренных Васси⁸⁸, пять кривых отличаются следующей существенной особенностью: при значительном различии прозрачности кривые подобны друг другу в том смысле, что одна кривая получается из другой путем прибавления к оптической плотности d определенной величины, одной и той же по всему спектру. Так, если исходить из кривой для 11 сентября, (рис. 10), то нужно прибавить:

Для 17 июля	0,002
" 30 "	0,011
" 30 августа	0,022
" 3 "	0,026

Эти данные показывают, что помимо ослабления света, вызванного молекулярным рассеянием и селективным поглощением, в нижних слоях атмосферы часто имеет место нейтральное поглощение. Это нейтральное поглощение может достигать значительной величины и с ним приходится считаться на практике.

Чтобы выяснить роль молекулярного рассеяния в ослаблении лучей, проходящих сквозь нижние слои атмосферы, попытаемся разделить различные факторы, определяющие поглощение. В первую очередь подвергнем анализу фактор селективного поглощения.

7. Селективное поглощение атмосферы. Для видимого участка спектра селективным поглощением из числа газов, входящих в состав воздуха, обладают кислород, озон и водяной пар.

Для кислорода со времен Жансена⁴⁰ известны две системы полос поглощения, отличающихся друг от друга тем, что у одной поглощение возрастает пропорционально плотности, а у другой — пропорционально квадрату плотности. В результате многочисленных исследований^{41–44} как в лабораторных условиях, так и в атмосфере было установлено, что первая система принадлежит нейтральной молекуле кислорода $O_2 (A^1 \Sigma \rightarrow X^3 \Sigma)$.

Эта система состоит из следующих полос:

Полоса А	от 7 594 до 7 703 Å	максимум около 7 596 Å
" A'	" 7 602 " 7 650	" " —
" B	" 6 946 " 6 868	" " 6 869
" α	" 6 276 " 6 319	" " 6 278
" α'	" 5 788 " 5 835	" " 5 790
" α''	около 5 380	" " —
и слабая полоса	7 710	

По измерениям Бабкока и Дике⁴¹ суммарные интенсивности каждой полосы составляют (если за единицу условно принять интенсивность полосы А): В — примерно 0,5; α — 0,05, а интенсивность остальных полос исчезающе мала.

Интенсивности полос второй системы наиболее полно были изучены в работе Залова и Штейнера⁴⁵, производивших измерения с трубкой в 2,4 м в длину при давлении кислорода от 40 до 160 ат.

Данные измерений собраны в табл. 6, причем во второй графе даны оптические плотности, приведенные к слою в 1 км при давлении в 1 ат³⁸. В третьей графе приведены данные Германа⁴⁶, тоже пересчитанные³⁸ на 1 км при давлении в 1 ат.

Таблица 6

λ в Å	6 299	5 773	5 223	4 770	4 464	3 803	3 607	3 436	3 282
d по Залову и Штейнеру	0,0215	0,0315	0,0019	0,0215	0,0015	0,0086	0,0147	0,0041	0,0006
d по Герману	0,0170	0,0350	—	0,0210	—	—	—	—	—

При использовании этих данных для расчета поглощения лучей при их прохождении сквозь всю толщу атмосферы следует учитывать убыль коэффициента поглощения с высотой благодаря квадратичной зависимости величины поглощения от давления. Полагая, что давление кислорода p убывает с высотой h по закону $p = p_0 e^{-bh}$, и рассчитывая поглощение dA в элементарном слое dh на высоте h как $dA = kp^2 dh$, общее поглощение в атмосфере получаем в виде:

$$A = \int kp_0^2 e^{-2bh} dh,$$

причем интеграл берется от высоты места наблюдения до бесконечности.

Для озона помимо полос Гартля и Гюйгенса, находящихся в ультрафиолетовой области, известна полоса Шаппюи в зелено-красной области спектра. Однако, поглощение в этой полосе озона мало (для максимума у 6 020 Å коэффициент поглощения $k=0,068$), и благодаря малым концентрациям озона в нижних слоях атмосферы его поглощением для горизонтальных лучей можно пренебрегать. Если полное количество озона в атмосфере соответствует слою при нормальном давлении и температуре толщиной 0,15—0,40 см, то вблизи земли его на 1 км приходится всего лишь 0,0003 см и менее.

Поглощение озона в видимой части спектра нужно учитывать лишь при прохождении лучей сквозь всю толщу атмосферы.

Поглощение парами воды было изучено впервые Жансеном⁴⁷, а в недавнее время Мекке, Бауманом и Фрейнденбергом^{48,49}. В видимой и ближней инфракрасной областях спектра имеются следующие полосы поглощения:

Полоса Z	8 399—7 843 Å
„ a	7 304—6 850
„ b	6 660—6 280
Дождевая полоса	6 060—5 860
Полоса δ	5 780—5 670
„	5 478—5 420
„	5 111—4 981

То обстоятельство, что селективное поглощение располагается по спектру отдельными, иногда хорошо выраженными полосами, облегчает отождествление полос и позволяет отделить селективное поглощение от поглощения, простирающегося непрерывно и равномерно по спектру и обусловленного молекулярным рассеянием. По формуле (26) коэффициент поглощения k , обусловленный молекулярным рассеянием, изменяется по спектру пропорционально множителю $y = \frac{(\mu_0^2 - 1)^2}{\lambda^4}$.

Формулу (26) можно написать в виде

$$k = C \frac{y}{N}, \quad (30)$$

где $C = \frac{8\pi^3}{3} \frac{6 + 3\rho}{6 - 7\rho}$, а N — число молекул в 1 см³. Для воздуха $\rho = 0,042$ и A есть просто некоторое число. Васси воспользовались наиболее современными измерениями и вычислили μ как функцию λ . Их результаты представлены на рис. 12. Если бы поглощение света в атмосфере вызывалось только молекулярным рассеянием, то, изображая графически оптическую плотность d как функцию y , мы должны были бы получить, согласно формуле (30), прямую линию, проходящую через начало координат. Наличие поглощения другой природы обуславливает отклонение реального графика от прямой линии, как это видно из рис. 13 и 14, построенных по данным, взятым из рис. 9 и 11: рис. 14 соответствует поглощению во всей толще атмосферы самой прозрачной ночью 4 октября,

а рис. 15 — поглощению в нижних слоях прозрачной ночью 11 сентября (для выяснения роли молекулярного рассеяния целесообразно пользоваться данными, относящимися к наиболее прозрачным ночам).

На рис. 13 приведена прямая $d = A + B\gamma$, построенная Васси³⁸ по вычислениям, учитывающим влияние селективного поглощения, причем A найдено равным 0,001, а $B = 1,41 \cdot 10^{-13}$. Столь малое значение для A указывает, что для лучей, идущих сквозь всю атмосферу, в ясную ночь нейтральное поглощение весьма незначительно.

Для поглощения в нижних слоях труднее выделить влияние молекулярного рассеяния. На рис. 14 проведена прямая с тем же наклоном, как и на рис. 13, но здесь нейтральное поглощение гораздо больше: $A = 0,007$.

Из найденного значения $B = 1,41 \cdot 10^{-13}$ можно определить, что число Авогадро-Милликена равно $6,11 \cdot 10^{23}$, что очень близко к общепринятому значению $6,06 \cdot 10^{23}$.

Обширное исследование по прозрачности атмосферы в интересующем нас направлении было выполнено также Тьеном Кью^{49a}. Он произвел тщательную обработку измерений Смитсоннианского института, производившихся в течение 10 лет (с 1920 по 1930 г.) на горе Монтецума в Чили (на высоте 2711 м). Эти данные от-

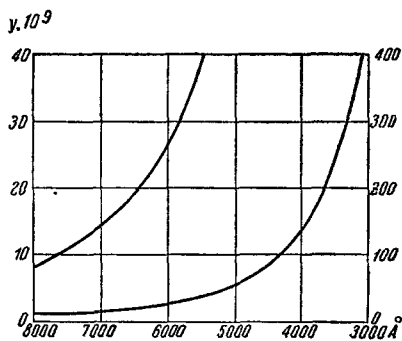


Рис. 12

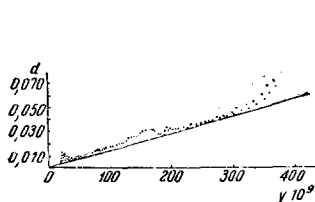


Рис. 13

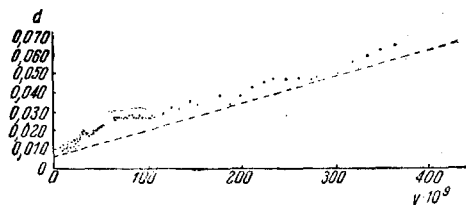


Рис. 14

носятся к гораздо меньшему числу длин волн, но зато охватывают гораздо больший период времени. Тьен Кью нашел, что в большинстве случаев оптическую плотность атмосферы на этой большой высоте можно представить формулой

$$d = A + Bf(\lambda),$$

где $f(\lambda) = (\mu^2 - 1)^2 \lambda^{-4}$.

Для сухой атмосферы нейтральное поглощение очень мало: $A = 0,0034$. Для числа Авогадро Тьен Кью нашел (из значения для B) $N = (6,136 \pm 0,085) \cdot 10^{23}$.

Очень интересно оценить относительную долю молекулярного рассеяния в общем поглощении нижних слоев атмосферы для слу-

чая наиболее ясной погоды. Это можно сделать по данным Васси (рис. 14). Для этой ночи (11 сентября) $A=0,007$, как было указано выше, и для $y < 100$ ($\lambda > 4\,400 \text{ \AA}$, см. рис. 12) молекулярное рассеяние создает поглощение, и только для $y > 100 - 130$ ($\lambda < 4\,400 - 4\,000 \text{ \AA}$) поглощение из-за молекулярного рассеяния оказывается преобладающим, даже по отношению к сумме нейтрального + селективное поглощение. Поглощение атмосферы в целом, т. е. поглощение для вертикального луча (рис. 13), дает существенно иную картину: поглощение из-за молекулярного рассеяния оказывается преобладающим уже для $y > 25 - 30$, т. е. для $\lambda < 6\,000 \text{ \AA}$ (по всему видимому спектру, за исключением красной его части).

0,1100



Рис. 15

0,0100

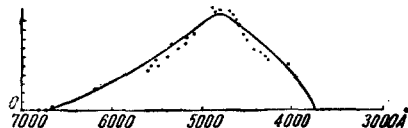


Рис. 16

Расчеты Васси³⁹ показали, что даже сумма поглощений — селективное + нейтральное + молекулярное рассеяние — часто не покрывает всего наблюдаемого поглощения. На рис. 15 приведена кривая для 12 августа, показывающая ход этого „остаточного“ поглощения по спектру для полной атмосферы 12 августа — ночь с плохой прозрачностью, см. выше. На рис. 16 дано то же самое для нижних слоев (ночь 11 сентября). Наблюдается в обоих случаях максимум около $5\,000 \text{ \AA}$, для которого оптическая плотность, обусловленная остаточным поглощением, составляет примерно 0,01.

Какова природа этого остаточного поглощения, не связанного ни с селективным поглощением известных нам составных частей атмосферы, ни с молекулярным рассеянием? В поисках носителя этого поглощения следует обратиться к законам рассеяния света крупными частицами.

В этом же направлении должно быть сосредоточено внимание и в связи с нейтральным поглощением. В самом деле, нейтральное поглощение характерно для нижних слоев атмосферы. Если для полной атмосферы $A=0,001$, то для нижних слоев по данным Васси³⁸ A гораздо больше:

	A
11 сентября	0,007
17 июля	0,009
30	0,018
30 августа	0,029
3 сентября	0,033

Следует ожидать, что это поглощение вызывается какими-то крупными частицами, которые в соответствии с барометрической формулой должны располагаться именно в нижних слоях атмосферы. Такими крупными взвесями в воздухе могут быть пылинки, капельки воды и др.

Рассеяние света крупными частицами должно происходить иначе, чем рассеяние молекулами. Это видно хотя бы из того, что расчеты, связанные с молекулярным рассеянием, мы производили, предполагая, что внешнее электрическое поле однородно, что соответствует предположению об очень малых размерах a рассеивающих частиц по отношению к длине световой волны λ . Если же a не мало по отношению к λ , а тем более, если $a > \lambda$, то напряженность поля световой волны существенно различна в разных точках рассеивающей частицы и процесс рассеяния уже нельзя уподоблять излучению диполя, совершающего вынужденные коле-

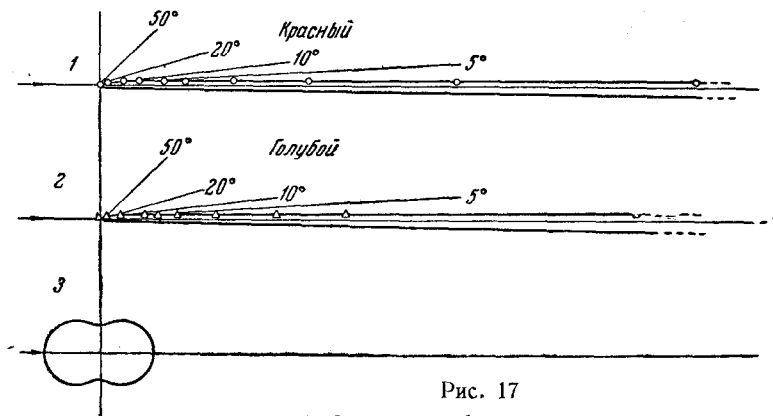


Рис. 17

1 и 2 — свет неба, 3 — рассеяние бесконечно малой частицы по Рэлею.

бания. Теория рассеяния света крупными частицами показывает, в частности, что рассеяние под разными углами φ перестает удовлетворять простому симметричному соотношению рэлеевской теории ($1 + \cos^2 \varphi$), но что рассеянный свет направлен преимущественно вперед. В этом отношении показательно наличие для рассеянного света неба так называемого эффекта Ми, состоящего в том, что яркость неба возрастает для точек, близких к солнцу, в гораздо большей степени, чем это полагается по формуле Рэлея. На рис. 17 приведены данные Покровского⁵⁰ для яркости неба под разными углами относительно солнца (длина отрезков является мерой яркости для указанных углов). Для сравнения внизу дана диаграмма, соответствующая рэлеевскому закону ($1 + \cos^2 \varphi$). Значительные отступления от закона Рэлея (эффект Ми) свидетельствуют о заметном влиянии на общее рассеяние, оказываемом светом, рассеянным крупными частицами, взвешенными в воздухе. Как видно из рис. 17, эффект Ми сильнее выражен для длинноволновой радиации, что, как мы увидим далее, тоже соответствует выводам теории рассеяния света крупными частицами.

Переходя к изложению этой теории, следует сразу же указать, что ее результаты являются крайне важными для вопросов поглощения света, особенно для относящихся сюда практических вопросов. Так, например, вся теория прохождения света сквозь облака, туманы и дымы основана на рассмотрении рассеяния света крупными частицами.

Часть II

РАССЕЯНИЕ СВЕТА КРУПНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

8. Теория Ми. Эта теория появилась, как известно, в связи с задачей, непосредственно не относящейся к кругу атмосферных вопросов. Это видно из самого названия работы Ми⁵¹ „К вопросам

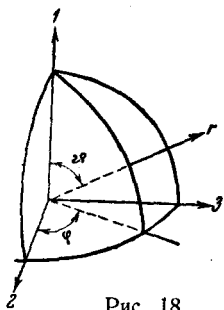


Рис. 18

оптики мутных сред, особенно коллоидных растворов металлов“. Следовало объяснить разнообразную окраску, которую приобретают упомянутые растворы, особенно растворы золота, в разных условиях. Однако, в дальнейшем теория Ми приобрела основное значение для атмосферной оптики и сама подверглась существенному развитию.

Будем, вслед за Ми, координатные оси X, Y, Z обозначать для простоты цифрами 1, 2, 3. Выбираем правую систему координат; r есть радиус-вектор точки x, y, z ; угол, образованный r с осью 1, есть θ ; угол проекции r на плоскость (2, 3) с осью 2 есть φ (рис. 18). Таким образом, r, θ, φ суть полярные координаты точки. Компоненты электрического и магнитного векторов в этих полярных координатах мы будем обозначать E_r, E_θ, E_φ и H_r, H_θ, H_φ . Уравнения Максвелла в полярных координатах имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} r^2 \sin \theta \left(k \frac{\partial E_r}{\partial t} + \Lambda E_r \right) &= \frac{\partial (r \sin \theta H_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial (r H_\theta)}{\partial \varphi}, \\ r \sin \theta \left(k \frac{\partial E_\theta}{\partial t} + \Lambda E_\theta \right) &= \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r \sin \theta \cdot H_\varphi)}{\partial r}, \\ r \left(k \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + \Lambda E_\varphi \right) &= \frac{\partial (r H_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \theta}, \\ -r^2 \sin \theta \cdot \mu \frac{\partial H_r}{\partial t} &= \frac{\partial (r \sin \theta \cdot E_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial (r E_\theta)}{\partial \varphi}, \\ -r \sin \theta \cdot \mu \frac{\partial H_\theta}{\partial t} &= \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r \sin \theta \cdot E_\varphi)}{\partial r}, \\ -r \mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} &= \frac{\partial (r E_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Здесь k, Λ, μ означают диэлектрическую постоянную, проводимость и магнитную проницаемость (все в одной и той же системе единиц). В непроводящей среде $k\mu = \frac{1}{v^2}$, где v — скорость распространения электромагнитных волн в среде.

Полагаем далее, что

$$E_r = E_{r0} e^{2\pi i n t}, \quad H_r = H_{r0} e^{2\pi i n t} \text{ и т. д.}, \quad (32)$$

где E_{r0} и H_{r0} уже зависят лишь от координат, но не от времени, а n есть число колебаний в секунду.

Далее

$$4\pi^2 n^2 \mu k - 2\pi i n \mu \Lambda = \frac{4\pi^2 m^2}{\lambda^2}, \quad (33)$$

где m — комплексный показатель преломления среды для света с длиной волны λ . Наконец, введем еще такие обозначения:

$$-\frac{i n \mu \lambda}{m} H_{r0} = M_r \text{ и т. д.}, \quad (34)$$

$$\frac{2\pi m r}{\lambda} = x, \quad (35)$$

что позволит написать уравнения Максвелла в виде, в котором величины E и M входят совершенно одинаковым образом:

$$\left. \begin{aligned} x^2 \sin \vartheta E_r &= \frac{\partial (x \sin \vartheta M_\varphi)}{\partial \vartheta} - \frac{\partial (x M_\vartheta)}{\partial \varphi}, \\ x \sin \vartheta E_\vartheta &= \frac{\partial M_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (x \sin \vartheta M_\varphi)}{\partial x}, \\ x E_\varphi &= \frac{\partial (x M_\vartheta)}{\partial x} - \frac{\partial M_r}{\partial \vartheta}, \\ x^2 \sin \vartheta M_r &= \frac{\partial (x \sin \vartheta E_{\varphi 0})}{\partial \vartheta} - \frac{\partial (x E_{\vartheta 0})}{\partial \varphi}, \\ x \sin \vartheta M_\varphi &= \frac{\partial E_{r0}}{\partial \varphi} - \frac{\partial (x \sin \vartheta E_{\varphi 0})}{\partial x}, \\ x M_\varphi &= \frac{\partial (x E_{\vartheta 0})}{\partial x} - \frac{\partial E_{r0}}{\partial \vartheta}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Рассеивающую частицу будем полагать маленьким шариком радиуса b , центр которого совпадает с началом координат. Величины, относящиеся к полю внутри шарика, мы будем снабжать значком i , а относящиеся к окружающей шарик среде значком a , но соответствующие показатели преломления будем обозначать m и m_0 . В отношении проницаемости мы примем, что $\mu_i = \mu_a$. Переменная x на поверхности шара испытывает скачок, так как

$$x_i = \frac{2\pi m}{\lambda} r; \quad x_a = \frac{2\pi m_0}{\lambda} r = \frac{2\pi}{\lambda'} r,$$

если λ' означает длину волны в среде, окружающей шар. На поверхности шара должны выполняться следующие граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} E_{\vartheta a} &= E_{\vartheta i}, & E_{\varphi a} &= E_{\varphi i}, \\ (x M_\vartheta)_a &= (x M_\vartheta)_i, & (x M_\varphi)_a &= (x M_\varphi)_i. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Для решения уравнений (36) при граничных условиях (37) Ми использует метод, который был ранее развит Рэлеем в его известном труде „Теория звука“.

Путем соответствующих подстановок можно преобразовать (36) в уравнения второго порядка:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 (x^2 E_r)}{\partial x^2} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial E_{r0}}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 E_{r0}}{\partial \varphi^2} + x^2 E_{r0} &= 0, \\ \frac{\partial^2 (x^2 M_r)}{\partial x^2} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial M_r}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 M_r}{\partial \varphi^2} + x^2 M_r &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Будем рассматривать две различные группы частных решений системы уравнений (36). Первая группа соответствует предположению об отсутствии радиальной составляющей магнитного поля:

$$M_r = 0, E_{r0} \neq 0,$$

а вторая группа — предположению об отсутствии радиальной составляющей электрического поля:

$$E_{r0} = 0, M_r \neq 0.$$

Таким образом, первая группа решений образуется волнами, возникающими благодаря „электрическим колебаниям“ шара, а вторая благодаря его „магнитным колебаниям“.

Предположим, что мы нашли каким-либо образом выражение для E_{r0} ; остальные компоненты в этом случае легко определить следующим путем: во втором и в третьем уравнениях системы (36) полагаем $M_r = 0$ и подставляем в них значения для M_φ и M_θ , взятые из пятого и шестого уравнений. Тогда получаем уравнения для вычисления $E_{\theta 0}$ и $E_{\varphi 0}$ по известному E_{r0} . Зная E_{r0} , $E_{\theta 0}$, $E_{\varphi 0}$, находим M_φ , M_θ из последних двух уравнений системы (36). Аналогичным образом ведется расчет для второй группы решений.

Что касается E_{r0} , то оно получается в виде суммы членов, каждый из которых удовлетворяет уравнению (38) и является произведением функции от x на функцию от углов ϑ , φ ; ν -й член имеет вид

$$E_{r0}^{(\nu)} = \frac{K_\nu(x)}{x^2} P_\nu(\vartheta, \varphi).$$

Функции K_ν и P_ν должны удовлетворять уравнениям:

$$\frac{d^2 K_\nu}{dx^2} + \left(1 - \frac{c_\nu}{x^2}\right) K_\nu = 0, \quad (39)$$

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\sin \vartheta \frac{\partial P_\nu}{\partial \vartheta} \right] + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 P_\nu}{\partial \varphi^2} + c_\nu P_\nu = 0, \quad (40)$$

где

$$c_\nu = \nu(\nu + 1). \quad (41)$$

Функция P_ν есть шаровая функция от переменных (ϑ , φ) с целым индексом ν ; функция K_ν родственна цилиндрической функции с дробным индексом (знаменатель 2). Решение уравнений Максвелла получается в виде:

$$\left. \begin{aligned} E_{r0}^{(\nu)} &= \frac{K_\nu(x)}{x^2} P_\nu(\vartheta, \varphi), \\ E_{\theta 0}^{(\nu)} &= \frac{1}{\nu(\nu+1)} \frac{K'_\nu(x)}{x} \frac{\partial P_\nu}{\partial \vartheta}, \\ E_{\varphi 0}^{(\nu)} &= \frac{1}{\nu(\nu+1)} \frac{K'_\nu(x)}{x \cdot \sin \vartheta} \frac{\partial P_\nu}{\partial \varphi}, \\ M_r^{(\nu)} &= 0, \\ M_\theta^{(\nu)} &= \frac{1}{\nu(\nu+1)} \frac{K_\nu(x)}{x \cdot \sin \vartheta} \frac{\partial P_\nu}{\partial \varphi}, \\ M_\varphi^{(\nu)} &= -\frac{1}{\nu(\nu+1)} \frac{K_\nu(x)}{x} \frac{\partial P_\nu}{\partial \vartheta} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Аналогично находится и вторая группа решений для случая $E_{r0}^{(v)} = 0$. Представляя функции P_v и K_v в виде рядов, Ми решает задачу для плоской волны, падающей на рассеивающую частицу-шарик. Находя выражение для падающей плоской волны в виде (42), Ми определяет далее компоненты E_{ri} , $E_{\theta i}$, ..., $M_{\varphi i}$ преломленной волны и компоненты E_{ra} , $E_{\theta a}$, ..., $M_{\varphi a}$ отраженной волны. Каждая компонента представляется бесконечным рядом, члены которого являются произведениями некоторых коэффициентов a_v и P_v на функции P_v и K_v и их производные. Ограничивая задачу случаем достаточно малых размеров рассеивающих частиц ($b < \lambda$), Ми показал, что свет, рассеянный малыми шариками, практически образуется наложением конечного числа частных волн, причем число частных волн возрастает при увеличении размеров рассеивающих частиц. При этом суммировать следует волны, соответствующие как „электрическим колебаниям“, так и „магнитным колебаниям“ частицы.

Ми показал далее, что магнитные частные колебания подчиняются тем же законам, как и электрические, причем v -ое магнитное колебание примерно соответствует $(v+1)$ -му электрическому.

Ограничивая вычисления случаем $b \leq 180$ мμ, Ми находит, что практически вполне можно ограничиться первым и вторым электрическим ($v=1$ и 2) и первым магнитным ($v=1$) колебаниями. Колебания более высоких порядков исчезающе малы сравнительно с указанными первыми.

Замечательно при этом, что для бесконечно малых шариков ($b \rightarrow 0$) остается только первая частная электрическая волна, которая в точности совпадает с рэлеевской волной рассеянного света. Таким образом, теория Ми является более общей теорией и включает теорию Рэля как частный случай.

На рис. 19—26 приведены диаграммы электрических линий поля на поверхности рассеивающего шарика для первых четырех электрических и первых четырех магнитных колебаний. За плоскость чертежа взята плоскость колебаний в падающем пучке. Она является плоскостью симметрии процесса.

Для более наглядного представления результатов Ми рассмотрим крупную частицу радиуса b как систему связанных зарядов. Вычислим потенциальную энергию этой системы, когда она помещена во внешнее поле (для зарядов, не находящихся в покое, можно пользоваться средним по времени значением). Положим, что эта система содержит некоторое число зарядов e_i с координатами ξ_i , η_i , ζ_i в декартовой системе x , y , z ; начало этой системы координат полагаем находящимся внутри объема, занятого зарядами. Если мы обозначим через φ потенциал внешнего поля в начале координат, то потенциал φ_i в точке (ξ_i, η_i, ζ_i) можно выразить так:

$$\begin{aligned} \varphi_i = & \varphi + \left(\xi_i \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \eta_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \zeta_i \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left(\xi_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \eta_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \zeta_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \right. \\ & \left. + 2\xi_i \eta_i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + 2\eta_i \zeta_i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} + 2\zeta_i \xi_i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} \right) + \dots \end{aligned}$$

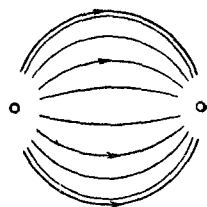


Рис. 19
Первое электрическое
колебание.

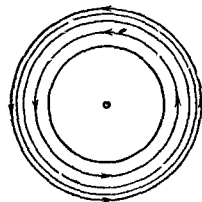


Рис. 20
Первое магнитное
колебание.

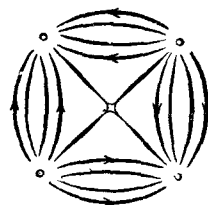


Рис. 21
Второе электрическое
колебание.

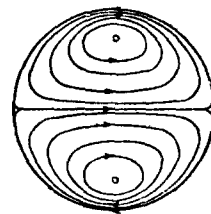


Рис. 22
Второе магнитное
колебание.

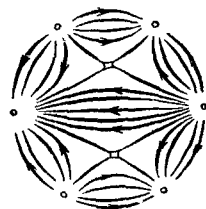


Рис. 23
Третье электрическое
колебание.

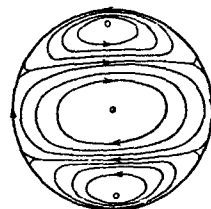


Рис. 24
Третье магнитное
колебание.

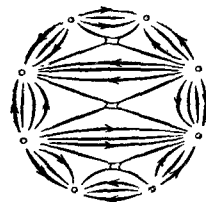


Рис. 25
Четвертое электрическое
колебание.

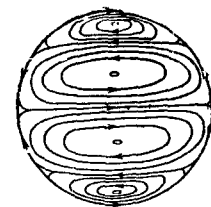


Рис. 26
Четвертое магнитное
колебание.

Следовательно, потенциальную энергию системы зарядов e_i , определяемую действием внешнего поля, можно представить так:

$$\begin{aligned} \sum e_i \varphi = & \sum e_i \varphi + \sum (e_i \xi_i \frac{\partial \varphi}{\partial x} + e_i \eta_i \frac{\partial \varphi}{\partial y} + e_i \zeta_i \frac{\partial \varphi}{\partial z}) + \frac{1}{2} \sum (e_i \xi_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \\ & + e_i \eta_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + e_i \zeta_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2e_i \xi_i \eta_i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + 2e_i \eta_i \zeta_i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} + \\ & + 2e_i \xi_i \zeta_i \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x}) + \dots \end{aligned} \quad (43)$$

Здесь величины φ , $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$, ... следует рассматривать в качестве констант, характеризующих внешнее электрическое поле; электрические свойства системы зарядов определяются суммами, составленными из произведений зарядов на их координаты. Первая из этих сумм $\sum e_i$ означает полный заряд системы. Второй член в (43) определяет энергию при помощи сумм $\sum e_i \xi_i^2$, $\sum e_i \eta_i^2$, $\sum e_i \zeta_i^2$. Эти три суммы являются составляющими электрического момента диполя по осям координат x , y , z . Третий член в (43) содержит шесть сумм:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{11} = \sum e_i \xi_i^2; \quad \theta_{22} = \sum e_i \eta_i^2; \quad \theta_{33} = \sum e_i \zeta_i^2, \\ \theta_{12} = \sum e_i \xi_i \eta_i; \quad \theta_{23} = \sum e_i \eta_i \zeta_i; \quad \theta_{31} = \sum e_i \zeta_i \xi_i. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Эти шесть сумм суть электрические моменты инерции или квадрупольные моменты. Если в нашей системе суммы положительных и отрицательных зарядов равны друг другу (система не заряжена, $\sum e_i = 0$), то в однородном поле потенциальная энергия определяется дипольным моментом. Потенциальная же энергия, обусловленная моментами более высоких порядков (квадрупольными, октупольными и т. д.), может возникнуть только в неоднородном поле. Ясно, что чем более неоднородным является поле, тем большее значение имеют слагаемые в (43), обусловленные моментами более высоких порядков.

Если рассматриваемое внешнее электрическое поле есть поле световой волны, то потенциалы в (43) можно представлять себе зависящими от координат и времени по закону синуса или косинуса. Очевидно, что такой же закон мы получим в этом случае и для первой, второй и всех следующих производных $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$, ... Если размеры b объема, заключающего в себе рассматриваемую систему зарядов, весьма малы по сравнению с длиной волны λ ($b \ll \lambda$), то соответственно весьма малыми будут произведения $\xi_i \frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\eta_i \frac{\partial \varphi}{\partial y}$, ...; произведения же $\xi_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$, $\eta_i^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$, ... будут, очевидно, еще меньшими; они будут соответствовать еще более высокому порядку малости. Можно, следовательно, ограничиться первым членом в (43), т. е. считать поле световой волны однородным (в пределах рассматриваемого малого объема). Но ясно, что при возрастании

размеров объема b сравнительно с λ поле уже нельзя будет считать вполне однородным и придется учитывать следующие слагаемые в ряде (43).

Эти наглядные соотношения помогают разобраться в результатах теории Ми. Вспомним, что вывод формулы Рэлея основывался на предположении об однородности электрического поля, в котором находится рассеивающая частица, и что, с другой стороны, по теории Ми следует брать тем больше частных волн, чем больше размеры рассеивающих частиц. Мы ясно можем представить себе, почему первая частная электрическая волна в теории Ми в точности совпадает в рэлеевской волной: она соответствует случаю, когда следует учитывать лишь дипольное излучение, а квадрупольным, октупольным и т. д. излучениями можно пренебречь. Это есть случай

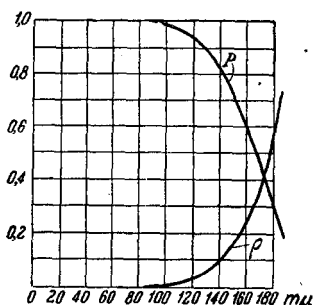


Рис. 27

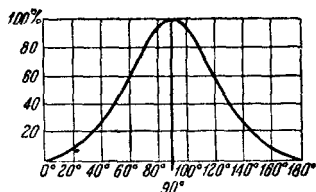


Рис. 28

однородного поля. Но если размеры рассеивающих частиц перестают быть очень малыми сравнительно с длиной световой волны (а в этом именно состоит отличие условий в задаче, решаемой Ми, от условий задачи в рэлеевской теории), то ограничиваться рэлеевской волной нельзя и приходится вводить тем больше последующих слагаемых, чем больше размер частицы. Из диаграмм Ми на рис. 19—26 непосредственно видно возрастание порядка моментов, влияющих на процесс рассеяния света крупными частицами.

Частные волны Ми более высокого порядка нарушают симметрию рэлеевского рассеяния, и свойства света, рассеиваемого крупными частицами, существенно отличаются от свойств света, испытывавшего молекулярное рассеяние. Ми провел ряд числовых расчетов, и хотя они относятся к специальному случаю рассеяния света коллоидными растворами золота, тем не менее результаты во многом характерны вообще для рассеяния крупными частицами.

Во-первых, существенно меняются поляризационные свойства рассеянного света. На рис. 27 приведены две кривые: для степени поляризации $P = \frac{I_I - I_{II}}{I_I + I_{II}}$ и деполаризации $\rho = \frac{I_{II}}{I_I}$ в зависимости от диаметра d частиц при рассеянии под углом 90° для зеленого света ($\lambda = 5500 \text{ \AA}$).

Начиная от $d = 90 \text{ мк}$, поляризация перестает быть полной, быстро убывая для больших d . При этом нарушается простран-

венная симметрия поляризации, максимум поляризации наблюдается уже при углах, отличных от 90° . На рис. 29 и 30 кривые дают величину поляризации при разных углах рассеяния для частиц диаметром 160 и 180 м μ . На рис. 28 для сравнения показана симметричная кривая, соответствующая бесконечно малому размеру частиц (рэлеевское рассеяние). Замечательно, что возможно существование отрицательных поляризаций рассеянного света, как это видно из рис. 30.

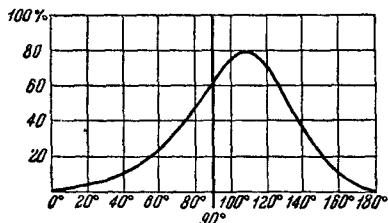


Рис. 29

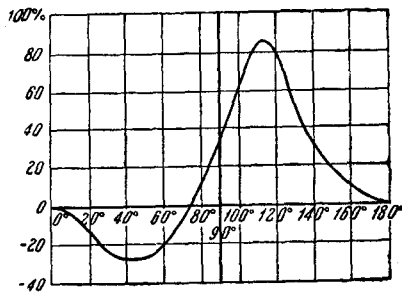


Рис. 30

Далее, совершенно изменяется пространственное распределение рассеянного света по его интенсивностям. На рис. 17 мы видели симметричную кривую, соответствующую закону Рэля. В более полном виде эта кривая дана на рис. 31 — эта диаграмма определяет величину коэффициента рассеяния в зависимости от угла рассеяния отдельно для двух компонент I_I и I_{II} . Насколько нарушается пространственная симметрия рассеяния при рассеянии крупными частицами, видно из кривых на рис. 32 и 33, построенных Ми для

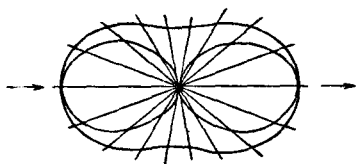


Рис. 31

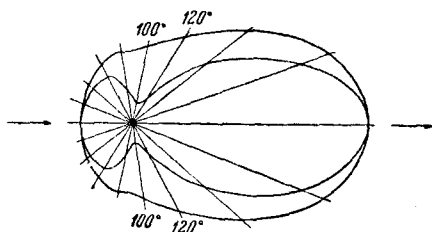


Рис. 32

$d=160$ и 180 м μ . Рассеяние света происходит преимущественно вперед, в направлении падающего луча.

В § 7 мы встречались с явлениями, доказывающими наличие подобного эффекта Ми при рассеянии света в атмосфере.

Таковы основные результаты теории Ми, с применениями которых для вопросов оптики атмосферы нам придется встретиться в дальнейшем.

Нужно указать еще, что теория Ми была несколько дополнена и расширена Иобстом, который использовал в математической части

теории прежние результаты Дебая. Вычисления Ми, как мы видели, были доведены до размера частиц 180 мμ. Для еще больших частиц вычисления становились трудно осуществимыми, так как необходимо было брать слишком большое число членов в рядах, дававших решение задачи.

Иобст⁵² мог продвинуться дальше, воспользовавшись асимптотическими разложениями цилиндрических функций, которые были даны Дебаем⁵³ в его работе, посвященной вычислению светового давления на отдельную частицу.

Пользуясь аналитическими выражениями сумм рядов, представляющих цилиндрические функции, Иобст продолжил расчеты Ми до размера частиц 600 мμ специально (как и Ми) для случая коллоидных растворов золота: он определил спектры поглощения и рассеяния таких растворов.

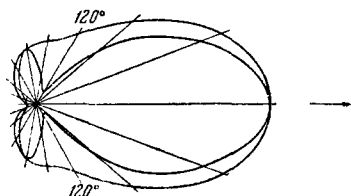


Рис. 33

Результаты, полученные Дебаем и Иобстом, имеют основное значение для теории спектральной прозрачности облаков и туманов: пользуясь ими, Страттон и Хоутон могли построить свою теорию, о которой речь будет дальше.

Ряд вычислений был проделан Шулейкиным⁵⁴ в связи с вопросами оптики морской воды. Упростив формулы Ми для случая непроводящих частиц, он рассчитал несколько случаев, а именно, когда диаметр частицы составляет 0,32λ, 0,96λ и 2,87λ. Подобные числовые подсчеты в особенно большом количестве выполнил Блюмер, у которого решены задачи для шариков диаметром до 3,8λ и притом с различными показателями преломления μ. В работе Блюмера⁵⁵ можно найти численные результаты для следующих случаев ($\alpha = \frac{2\pi b}{\lambda}$, где b — радиус частицы):

$\mu \approx 1$ $\alpha = 5; 10; 12,5; 13,9; 17,3$.

$\mu = 1,2$ $\alpha = 1; 1,5$.

$\mu = 1,25$ (частицы льда при низкой температуре) $\alpha = 0,01; 0,1; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,2; 1,6; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8$.

$\mu = 1,3$ (капельки воды в воздухе) $\alpha = 0,1; 1,5; 3; 12$.

$\mu = 1,4661$. $\alpha = 5$.

$\mu = 1,5$. $\alpha = 0,01; 0,1; 0,25; 1; 1,5; 1,75; 2; 2,25; 4$.

$\mu = \infty$ (шарики из непрозрачного абсолютно непрозрачного вещества) $\alpha = 0,01; 0,1; 0,5; 1; 3; 5; 10$.

На рис. 34 приведена по данным Блюмера полярная диаграмма для рассеяния в различных направлениях частицей льда радиусом 0,2λ. Интенсивности указаны отдельно для обеих поляризованных компонент i_I и i_{II} . Насколько усложняется картина рассеяния при увеличении размера частиц, видно из рис. 35, где приведена диаграмма для рассеяния капелькой воды, радиус которой составляет около 2λ.

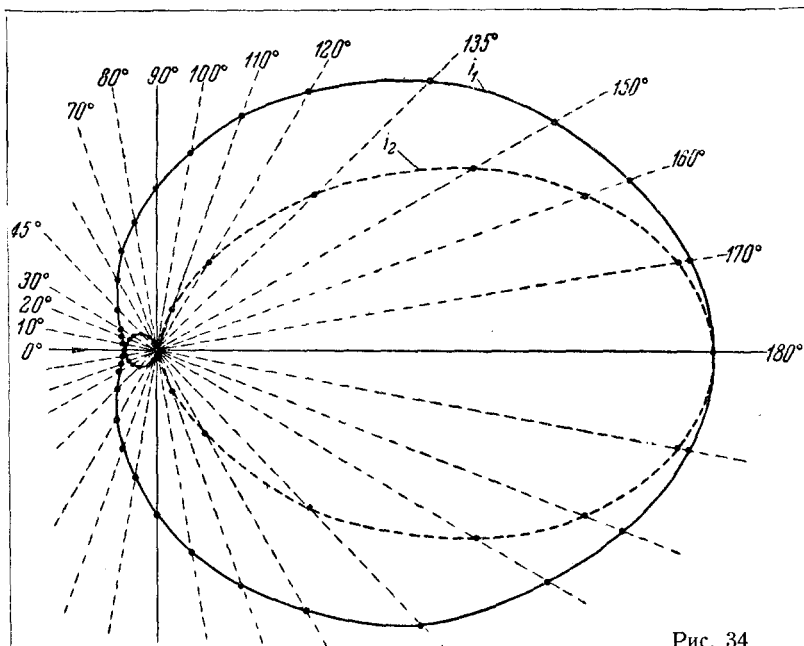


Рис. 34

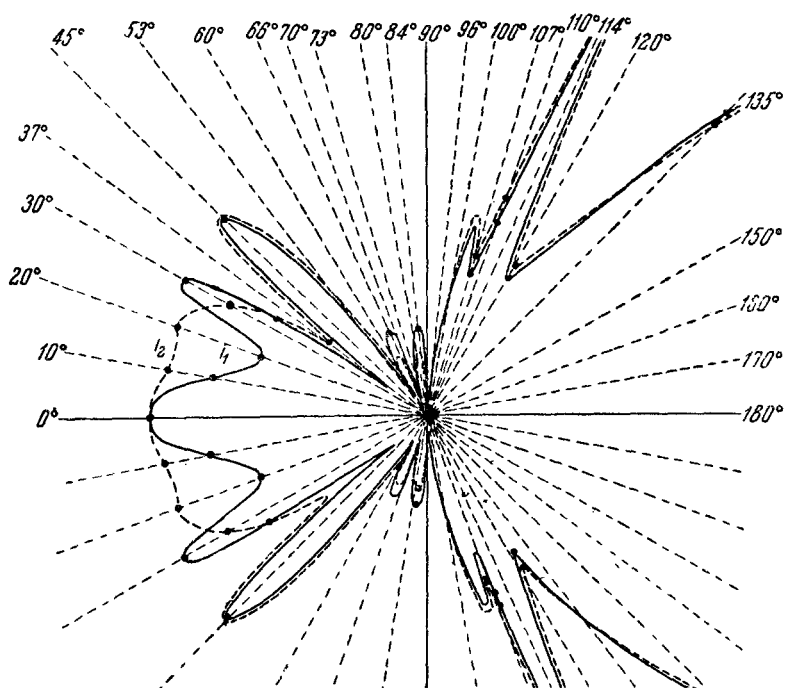


Рис. 35

9. Теории, построенные на учете отражения, преломления и дифракции. Прежде чем переходить к заключительной части настоящего обзора — к теории прозрачности туманов, — следует выяснить вопрос о том, нельзя ли обойтись при расчете прохождения света сквозь совокупность мельчайших частиц просто учетом отражения и преломления лучей или, во всяком случае, учетом отражения, преломления и дифракции. Теория Ми есть строгая теория, она рассматривает задачу о рассеянии света во всей ее широте, анализируя электромагнитные поля, возбуждаемые вынужденными колебаниями на шаровой поверхности раздела, возникающие под действием падающей электромагнитной волны. В результате этого трудности, возникающие при проведении численных расчетов,

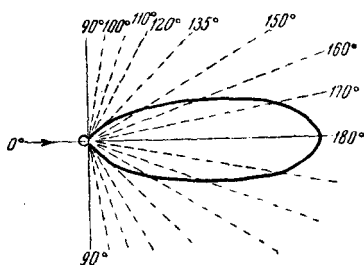


Рис. 36

настолько велики, что оказывается возможным произвести расчеты для весьма ограниченного числа случаев. В применении к проблеме прозрачности туманов теория Ми оказывается настолько сложной, что поневоле до сих пор приходится ограничиваться лишь расчетом наиболее элементарных случаев. Если бы эту сложную теорию удалось заменить учетом отражения, преломления и дифракции, то раз-

решение проблемы прозрачности туманов существенно облегчилось бы.

Рассмотрим поэтому влияние, оказываемое тремя названными факторами.

Учету отражения и преломления посвящено довольно много работ. Еще Клаузиус⁵⁶ вычислял двукратное преломление на сферических каплях воды. Рот⁵⁷ учитывал однократное отражение, двукратное преломление и однократное полное внутреннее отражение. Рихарц⁵⁸ и Мирдель⁵⁹ учитывали лишь отражение. Мекке⁶⁰, учитывая однократное отражение и двукратное преломление, определял кроме интенсивности еще разность фаз. Шулейкин⁶⁴, пользуясь формулами Френеля, также учитывал однократное отражение и двукратное преломление. Брюке⁷ в своей работе 1853 г. дал в основном тот же расчет, что и Шулейкин.

Наиболее полное исследование принадлежит Винеру⁶¹, который для капелек воды рассчитал влияние пятикратного отражения и преломления: капельки при этом считались вполне прозрачными. Результаты его вычислений представлены полярной диаграммой на рис. 36. Отраженный свет является частично поляризованным, причем под углом 100° поляризация полная, как это видно из табл. 7, где приведены данные Винера отдельно для интенсивности двух компонент i_I и i_{II} при различных углах рассеяния φ (на рис. 36 указаны данные для полной интенсивности рассеянного света $i = i_I + i_{II}$).

Что касается учета дифракции, то эту задачу решали Фраунгофер⁶², Швердт⁶³, Эри⁶⁴ и Мекке⁶⁰. Очевидно, что и в этом случае результат должен существенно зависеть от размера шарика

по сравнению с длиной волны света. На рис. 37 приведены полярные диаграммы для трех случаев: $\alpha = 1$ (кривая 1), $\alpha = 3$ (кри-

Таблица 7

φ	i_I	i_{II}	φ	i_I	i_{II}	φ	i_I	i_{II}
0°	0,051	0,051	70°	0,009	0,002	135°	0,184	0,224
10°	0,053	0,048	80°	0,005	0,001	150°	0,556	0,609
20°	0,053	0,041	90°	0,006	0,001	160°	1,031	1,076
30°	0,051	0,033	100°	0,008	0,000	170°	1,682	1,690
45°	0,050	0,009	110°	0,016	0,015	180°	2,043	2,043
60°	0,017	0,003	120°	0,048	0,064			

вая 2) и $\alpha = 5$ (кривая 3). Для разных кривых масштаб интенсивности неодинаковый, как это показано на рисунке.

Сопоставим теперь числовые данные, полученные путем применения строгой теории Ми и путем учета отражения, преломления и дифракции. Очевидно, что такое сопоставление можно сде-

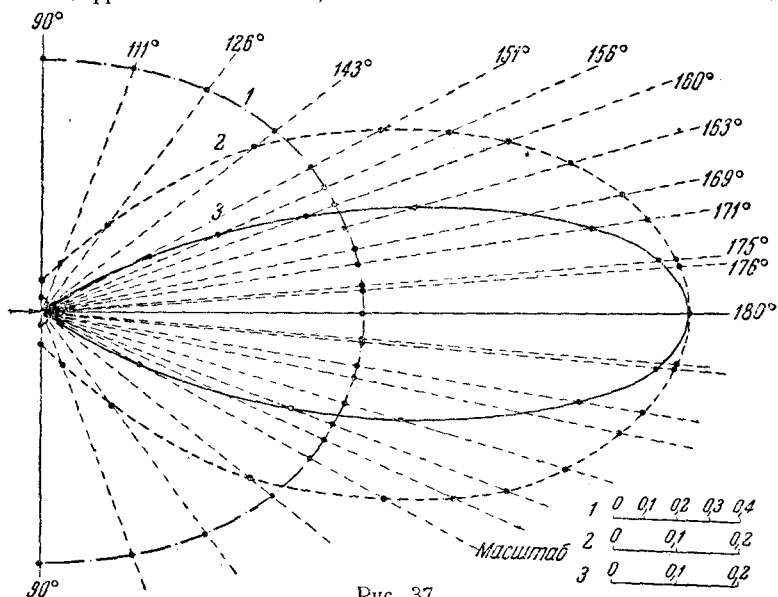


Рис. 37

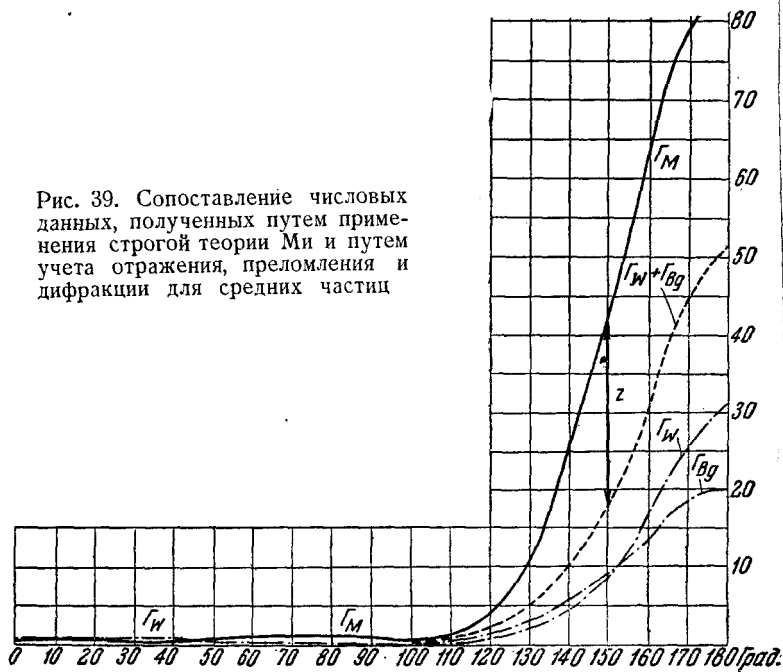
вать для не слишком крупных частиц, для которых еще возможно произвести расчет по Ми.

На рис. 38—40 приведены соответствующие данные по Блюмеру⁶⁵ для частиц разного размера: мелких радиусом 150 мμ — рис. 38, средних (300 мμ) — рис. 39 и несколько более крупных (1200 мμ) — рис. 40. На этих графиках по оси абсцисс отложены

Рис. 38. Сопоставление числовых данных, полученных путем применения строгой теории Ми и путем учета отражения, преломления и дифракции для мелких частиц



Рис. 39. Сопоставление числовых данных, полученных путем применения строгой теории Ми и путем учета отражения, преломления и дифракции для средних частиц



углы рассеяния в градусах, а по оси ординат коэффициенты рассеяния в условных единицах. На каждом графике проведено по четыре кривых: 1— Γ_M вычислено по Ми; 2— Γ_W отражение и преломление, вычисленные по Винеру; 3— Γ_{Bg} дифракция; 4— $\Gamma_W + \Gamma_{Bg}$ суммарное действие отражения, преломления и дифракции.

Кроме того, на каждом графике стрелкой показана величина $z = \Gamma_M - (\Gamma_W + \Gamma_{Bg})$, представляющая разность коэффициентов рассеяния, определенных: 1) по Ми и 2) с учетом отражения, преломления и дифракции.

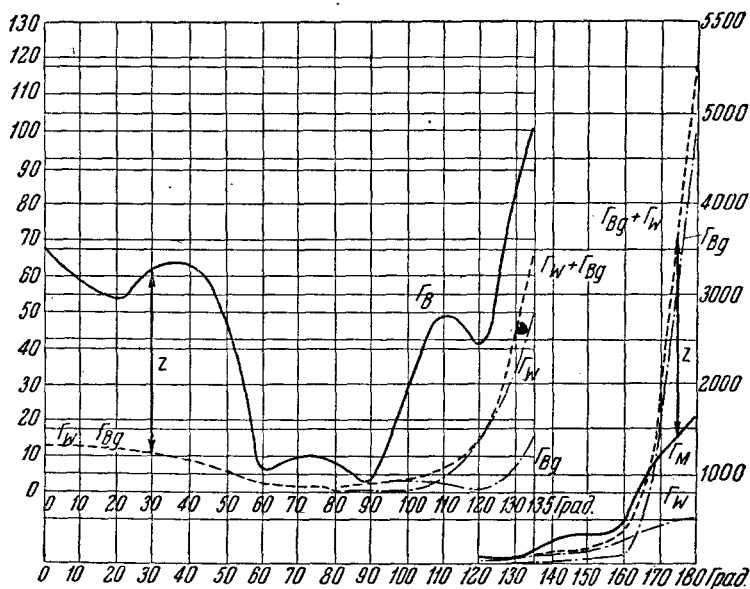


Рис. 40

Эти данные совершенно определенно показывают, что отражение и преломление, взятые как отдельно, так и совместно с дифракцией, не могут дать результатов, согласных со строгой теорией. Поэтому при анализе всех относящихся сюда сколько-нибудь существенных явлений необходимо либо обращаться к строгой теории, либо рисковать сделать значительную ошибку.

После этих замечаний мы перейдем к вопросу о прозрачности туманов и облаков, указав только в заключение, что теорией рассеяния света крупными частицами занимались, кроме упомянутых ранее авторов, еще Клейнер⁶⁶, Ганс⁶⁷, Стрэтт⁶⁸ (Рэлей), Рэй⁶⁹, Раман⁷⁰, Шэфер⁷¹, Мерцкирх и Вильмсен⁷², Зенфтлебен и Бенедикт⁷³, Ширман⁷⁴, Мобиус⁷⁵, Грюнер⁷⁶, Бромвич⁷⁷, Покровский⁷⁸.

10. Теория прохождения света сквозь туман (теория Страттона и Хоутона). Еще Вуд в 1909 г. показал преимущества фотографирования удаленных объектов в инфракрасных лучах⁷⁹. Коэффициент рэлеевского рассеяния пропорционален λ^{-4} ,

поэтому рассеяние длинноволновой радиации невелико, вследствие чего яркость воздушной дымки, мешающей наблюдать удаленные объекты, мала для инфракрасных лучей. В 1923 г. американский высотный летчик Стивенс доказал громадное практическое значение инфракрасной фотографии, получив с помощью соответствующего светофильтра отчетливое изображение горного хребта с расстояния более 500 км. Если в ясную погоду видимость и без того велика, то особенно важным является улучшение видимости в туманную погоду. Попытка применять и в этом случае фотопластины, чувствительные к инфракрасным лучам, и соответствующие светофильтры, по сообщениям ряда авторов, дали, якобы, положительные результаты.

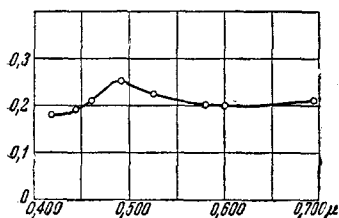


Рис. 41

Однако, вскоре выяснилось, что часто эти меры не приводят ни к каким улучшениям и что вообще весь вопрос о выгодах применения инфракрасных лучей к фотосъемке в тумане является гораздо более запутанным, чем это казалось прежде. И в самом деле, перенос законов рэлеевского рассеяния света из условий чистой атмосферы на туман был бы оправдан только в том случае, если бы размер частиц тумана был достаточно малым по сравнению с длиной волны света. Но измерения показали, что этого нет, радиусы капелек тумана и облаков лежат в пределах от нескольких микронов до нескольких десятков микронов, т. е. они гораздо больше длины волны тех световых лучей, которые можно было бы использовать для целей фотографии (до 1,3 м).

В двух предыдущих параграфах мы имели достаточно материалов для суждения о том, насколько существенно изменяются свойства рассеянного света при увеличении размеров рассеивающих частиц. В связи с проблемой использования инфракрасных лучей в тумане возникает вопрос о спектральных характеристиках света, рассеиваемого капельками тумана. Решить эту задачу попытались Страттон и Хоутон.

Непосредственным толчком к осуществлению их большого теоретического исследования явился неожиданный экспериментальный результат Хоутона⁸⁰, обнаружившего максимум прозрачности искусственных туманов для голубых лучей. Его результаты представлены на рис. 41, где по оси абсцисс отложены длины волн в микронах, а по оси ординат — прозрачность в условных единицах. Виден максимум прозрачности у 0,49 м вместо монотонного возрастания прозрачности в сторону больших λ . Но ряд других исследователей, также изучавших до Хоутона прозрачность искусственных и естественных туманов для видимого света, не обнаруживал подобного максимума. Гранат и Гульбурт⁸¹ для естественного тумана нашли вполне определенное монотонное возрастание прозрачности в сторону больших λ . Андерсон⁸² получил то же самое для искусственного тумана. Не имея оснований подвергать сомнению

правильность тех или иных результатов, Страттон и Хоутон искали причину расхождений в различии условий опытов, и единственно существенно менявшимся во всех этих измерениях фактором они могли считать размер капелек тумана. Но если наблюдается некоторый максимум прозрачности в видимой области спектра при одном размере капель, а при другом размере его в видимой области нет, то можно ожидать, что он переместился в другую область спектра. Это означало бы, что вообще прозрачность имеет экстремальный ход по спектру, причем спектральные характеристики смещаются при изменении радиуса капель. Перспектива выявить столь существенный новый спектральный эффект и побудила Страттона и Хоутона предпринять свое исследование. Однако, трудности, связанные с этим, столь велики, что авторы вынуждены были допустить значительные упрощения в условиях задачи: капельки тумана они полагали непроводящими шариками с показателем преломления 1,33 для всех длин волн. Метод решения, примененный ими⁸³, был взят из теории Ми с теми улучшениями, которые были внесены Дебаем и Иобстом и о которых мы говорили выше⁵¹⁻⁵³.

Полученный результат весьма замечателен: коэффициент рассеяния, рассматриваемый как функция длины световой волны, изменяется не монотонно, но имеет два максимума, причем положение этих максимумов в спектре зависит от радиуса рассеивающих частиц a . При изменении a вся спектральная кривая перемещается как целое; при увеличении a максимумы смещаются в сторону больших длин волн.

Если I_0 обозначает интенсивность светового пучка, вступающего в туман, I — его интенсивность после прохождения слоя тумана толщиной z , то мы можем написать

$$\frac{I}{I_0} = e^{-kz}. \quad (45)$$

Страттон и Хоутон записывают свою формулу в виде

$$\frac{I}{I_0} = e^{-2\pi n a^2 z K}. \quad (46)$$

Здесь n — число частиц в 1 см^3 , а функция K равна

$$K = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 a^2 N_a^2} \operatorname{Re} \sum_{u=1}^{\infty} (-1)^u (2u+1) (C_u^1 + C_u^2), \quad (47)$$

где

$$C_u^1 = (-1)^u \frac{N_a \phi_u(x) \phi_u'(y) - N_i \phi_u'(x) \phi_u(y)}{N_a \Phi_u(x) \phi_u'(y) - N_i \Phi_u'(x) \phi_u(y)},$$

$$C_u^2 = (-1)^u \frac{N_i \phi_u(x) \phi_u'(y) - N_a \phi_u'(x) \phi_u(y)}{N_i \Phi_u(x) \phi_u'(y) - N_a \Phi_u'(x) \phi_u(y)}.$$

Здесь λ — длина волны падающего света;

$$x = 2\pi a \frac{N_a}{\lambda}; \quad y = 2\pi a \frac{N_i}{\lambda};$$

N_a — комплексный показатель преломления внешней (относительно шарика) среды (принят равным единице); N_i — то же для вещества шарика (принят равным 1,33)

$$\Phi_u(x) = \left(\frac{\pi x}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot I_{u+\frac{1}{2}}(x); \quad \Phi_u(x) = \left(\frac{\pi x}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot H_{u+\frac{1}{2}}(x)$$

и Re — действительная часть. Штрихи означают первую производную по x или соответственно по y . Функции $I_{u+\frac{1}{2}}$ и $H_{u+\frac{1}{2}}$ суть бесселевы функции и, соответственно, функции Ганкеля с полуцелым индексом.

Функция $K(x)$ изображена на рис. 42.

Если в качестве примера мы рассмотрим капли тумана радиусом 3μ , то для таких капель $x = \frac{2\pi \cdot 3}{\lambda}$.

Отсюда мы можем определить ту длину волны $\lambda_{\max}$, для которой прозрачность наибольшая (K наименьшее). Этому, согласно рис. 42, соответствует $x = 11,2$, и, следовательно,

$$\lambda_{\max} = \frac{6\pi}{11,2} \approx 1,8 \mu.$$

Наименьшая прозрачность будет при $x = 6$, т. е.

$$\lambda_{\min} \approx 3,1 \mu.$$

Второй минимум прозрачности будет при $x = 15$, т. е.

$$\lambda'_{\min} \approx 1,2 \mu,$$

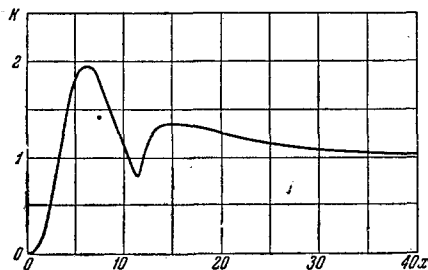


Рис. 42

и для еще меньших λ (больших x) прозрачность, согласно кривой на рис. 42, будет медленно возрастать. Лишь для очень больших длин волн от 4μ и до ∞ (область x -ов от 5 до 0) будет наблюдаться быстрое увеличение прозрачности по мере увеличения λ , подобно тому как это наблюдается при рэлеевском рассеянии.

Если мы рассмотрим меньшую частицу $a = 1\mu$, то все рассмотренные спектральные точки переместятся в сторону меньших длин волн:

$$\lambda_{\max} \approx 0,6 \mu, \quad \lambda_{\min} \approx 1,0 \mu$$

и

$$\lambda'_{\min} \approx 0,4 \mu.$$

Следовательно, в интервале длин волн $0,4 - 0,6\mu$ и для $\lambda > 1,3$ зависимость прозрачности от λ будет „похожа“ на рэлеевскую. Прозрачность быстро увеличивается в сторону больших λ , но для λ от 1μ до $0,6\mu$ и для $\lambda < 0,4\mu$ ход прозрачности будет обратным.

Наконец, для совсем крупных частиц все экстремальные точки переместятся в далекую инфракрасную область и в пределах длин волн, могущих быть использованными при визуальных, фотографи-

ческих и фотоэлектрических наблюдениях, мы будем находиться на почти плоской части кривой, соответствующей большому x ($x > 15$).

Такова полученная Страттоном и Хоутоном теоретическая картина прохождения света различных длин волн сквозь туман.

11. Экспериментальные данные о прохождении света сквозь туман. Упомянутые в начале предыдущего параграфа результаты измерений Хоутона⁶⁰ (рис. 41) могут быть непосредственно сопоставлены с теорией, так как размер частиц того искусственного тумана, с которым производились измерения, был известен.

Так как на рис. 41 по оси ординат отложены величины прозрачности, то максимум на кривой рис. 41 должен соответствовать минимуму на кривой рис. 42. Страттон и Хоутон полагают, что обнаруженный последним из них максимум прозрачности при $0,49 \mu$

соответствует минимуму кривой на рис. 42 при $x = 11,2$. Подстановка в формулу $x = \frac{2\pi a}{\lambda}$ значений $x = 1$ и $\lambda = 0,49$ дает $2a = \frac{11,2 \cdot 0,49}{\pi} = 1,75 \mu$. Диаметр

капелек тумана, найденный путем измерений (по наблюдению дифракционной картины в тумане), по оценке Хоутона составляет от 2 до 3 μ . Таким образом, совпадение с теорией в этом отношении можно считать достаточно удовлетворительным.

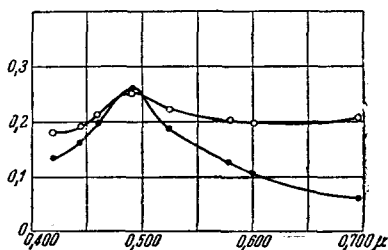


Рис. 43

На рис. 43 приведены обе кривые — теоретическая (точки) и экспериментальная (кружки), — которые приведены к одному масштабу в максимуме. Совпадение кривых следует признать мало удовлетворительным. В этом виновны те упрощения, которые вынуждены были сделать Страттон и Хоутон при решении этой задачи (§ 10).

К сожалению, кривая Хоутона (рис. 41) является почти единственным случаем, когда был наблюден максимум прозрачности, который можно было бы отождествлять с минимумом на кривой рис. 42. Только в работе японских исследований получились сходные результаты⁸⁷. Во всех же других многочисленных измерениях⁸⁴ наблюдается обычно монотонное возрастание прозрачности по мере удаления в инфракрасную область; это возрастание иногда довольно заметно, иногда же оно ничтожно мало. Различие результатов в значительной мере может зависеть от различия размеров частиц туманов: они колеблются от 5—10 μ до нескольких десятков микронов. К сожалению, далеко не всегда измерения прозрачности естественных туманов сопровождаются измерениями размеров капель.

Весьма интересен вопрос о прозрачности туманов в далекой инфракрасной области спектра. Гранат и Гульбурт^{81, 85} произвели из-

мерения на дистанции 400 м прозрачности естественных туманов для длин волн от 0,4 м до 7 м. При измерениях в далекой инфракрасной области они остроумно упростили спектральную задачу, используя просто температурные излучатели с весьма различной температурой. Так, нихромовая спираль, накаливаемая током в воздухе, имела максимум излучения около 3 м (кривая 2 на рис. 44), а другой излучатель, представлявший собой железный сосуд, зачерненный снаружи и наполненный водой под большим давлением при температуре 161°С, имел кривую излучения с максимумом при 7 м (кривая 1, рис. 44). Ниже приведены данные Граната и

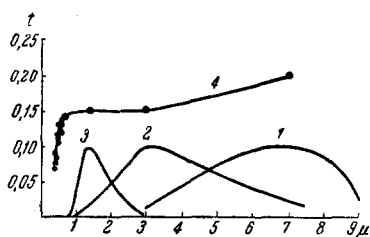


Рис. 44

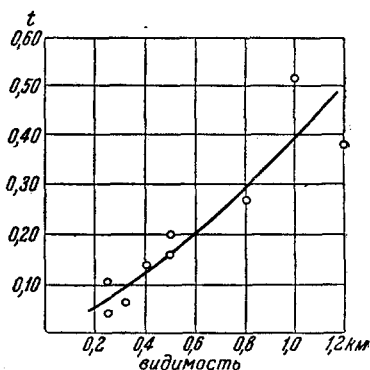


Рис. 45

Гульбурта для тумана, в котором обычная визуальная видимость черного предмета составляла 600 м. Цифры во второй колонке показывают расстояние, на котором интенсивность луча ослабляется туманом в сто раз:

Длина волны в м	Расстояние в м
0,4	710
0,5	843
0,6	910
1,0	970
2,0	980
3,0	980
7,0	1 140

Общий ход прозрачности $t = \frac{I}{I_0}$ по спектру, по данным Гульбурта⁸⁵, приведен на рис. 44 (кривая 4), где по оси абсцисс отложены длины волн в микронах. На рис. 45 приведены данные о связи прозрачности t в тумане для $\lambda = 7$ м с обычной видимостью (в километрах).

Минуя многочисленные и подчас взаимно противоречивые по результатам работы по определению прозрачности туманов (интересующихся отсылаем к специальным обзорам^{84, 86}), обратимся к наиболее современной работе, выполненной Институтом теоретической геофизики Академии Наук СССР летом 1939 г. Эти измерения производились на Эльбрусе на высоте 3 000 м, где туманы были особенно часты. Это исследование выгодно отличается от подавляющего большинства предыдущих тем, что в нем серьезное

внимание было уделено, одновременно с изучением прозрачности, тщательному определению структуры тумана (размер и число капель). Эта последняя часть работы осуществлялась⁸⁸ Ленинградским институтом экспериментальной метеорологии.

В работе изучалась прозрачность туманов для ультрафиолетовых, видимых и инфракрасных лучей от 250 до 1 200 мμ, причем особое внимание обращалось на проверку формулы Страттона-Хоутона (46) в отношении зависимости прозрачности от числа капелек n , стоящего в показателе степени. По формуле (46) величина $\lg \frac{I}{I_0}$

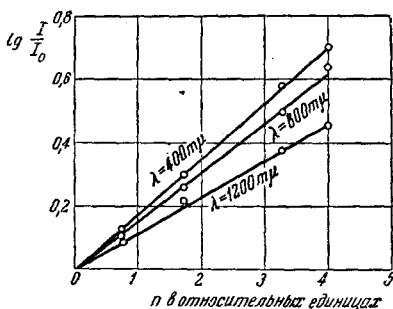


Рис. 46

должна изменяться пропорционально n , что хорошо подтверждается для всех длин волн, как это видно

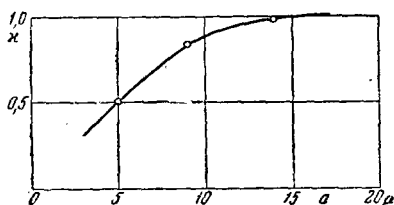


Рис. 47

из рис. 46. Эти данные относятся к туману со средним размером капелек $2a = 16 \mu$. Наклон кривых довольно сильно зависит от λ . Интересный ход в зависимости от a был получен для „относительного коэффициента“ поглощения тумана, для которого была принята величина⁸⁸

$$R = \frac{\lg \left(\frac{I}{I_0} \right)_{1200}}{\lg \left(\frac{I}{I_0} \right)_{400}}. \quad (48)$$

Эта зависимость представлена на рис. 47. Ясно, что „относительный коэффициент“ поглощения характеризует степень выгодности использования инфракрасных лучей по сравнению с видимыми.

При рассмотрении зависимостей той или иной оптической характеристики тумана от размера капель нужно иметь в виду, что естественные туманы обычно бывают неоднородными, радиусы их капель неодинаковы.

Теория Страттона-Хоутона, хотя она и является грубо приближенной, должна служить отправной точкой для развития более полной теории. Нужда в такой теории, ввиду громадной практической важности относящихся сюда вопросов, очень велика.

12. Теория Рокара. Попытки интерпретировать „остаточное поглощение“. Формула Кинга. В 1930 г. Рокар опубликовал теорию рассеяния света относительно крупными частицами, которая существенно отличается от рассмотренных выше теорий как по своим исходным положениям, так и по результа-

Волна, рассеиваемая слоем z (толщиной dz) в направлении φ , будет описываться уравнением

$$y = f(z) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi \sin \frac{\varphi}{2} z}{\lambda} \right) dz,$$

где $f(z)$ есть величина, пропорциональная числу молекул в объеме слоя dz с координатой z и амплитуде электрического поля волны, рассеянной одной молекулой.

Интенсивность света, рассеиваемого всей частицей P в направлении φ , определится квадратом интеграла

$$\int f(z) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi \sin \frac{\varphi}{2} z}{\lambda} \right) dz,$$

распространенного от 0 до поверхности, ограничивающей частицу.

Рокар решает до конца задачу для сферической частицы. В этом случае выражение для интенсивности рассеянного света получается в виде

$$i = A^2 16\pi^2 \nu^2 \left(\frac{\lambda}{a} \right)^6 \left[\sin \left(\frac{aR}{\lambda} \right) - \left(\frac{aR}{\lambda} \right) \cos \left(\frac{aR}{\lambda} \right) \right]^2,$$

где A — рассеивательная способность одной молекулы, ν — число молекул в 1 см^3 рассеивающей частицы, R — радиус частицы,

$$a = 4\pi \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Эти формулы позволяют определить зависимость коэффициента рассеяния от угла φ . Результаты подобных вычислений представлены на полярной диаграмме рис. 49. Получается кривая типа лепестка, показывающая крайне резкую зависимость коэффициента рассеяния от угла рассеяния φ , что находится в противоречии с опытом.

Рокар находит остроумный выход из положения, указывая, что для сферической частицы другого радиуса диаграмма рассеяния будет определенным образом деформирована и что нужно взять сумму таких диаграмм для частиц разного размера, учитывая закон распределения частиц по размерам.

После рассмотрения вопроса о возможных распределениях частиц по радиусам Рокар принимает закон распределения, представленный на рис. 50, где по оси абсцисс отложены радиусы частиц R , а по оси ординат — относительное число n частиц с данным радиусом. Используя этот вид распределения, Рокар находит окончательную зависимость коэффициента рассеяния такого облака сферических частиц от угла φ , которая представлена на рис. 51. Что касается зависимости от длины волны рассеивающего света, то, как оказывается, она приблизительно может быть выражена посредством множителя $\lambda^{-2,5}$ (вместо рэлеевского λ^{-4}).

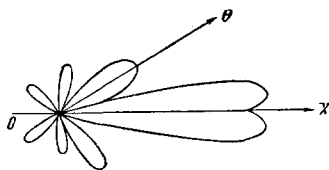


Рис. 49

Получив закон рассеяния, Рокар вычисляет коэффициент поглощения света в атмосфере.

Нужно сказать, что теория Рокара не нашла пока существенных применений в оптике атмосферы (хотя пока нет и никаких оснований считать ее результаты неверными); поэтому мы не будем приводить подробных числовых расчетов, касающихся коэффициента поглощения света в атмосфере, а отошлем интересующихся к ра-

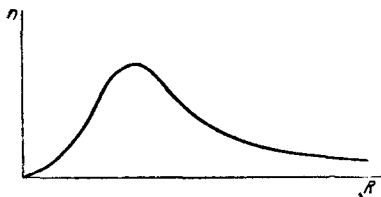


Рис. 50

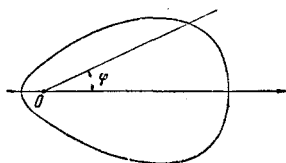


Рис. 51

ботам Рокара⁸⁹ и Васси³⁹, обсуждающих применимость формулы Рокара для объяснения наблюдаемого поглощения света в атмосфере.

В первой части настоящего обзора, в конце § 7, мы упоминали об „остаточном поглощении“, выявленном Васси на спектральных кривых поглощения (рис. 15 и 16). Васси³⁹ попытались интерпретировать это поглощение и с точки зрения теории Страттона-Хоутона, и с точки зрения теории Рокара.

На кривой Страттона-Хоутона для спектральной прозрачности (рис. 42) имеется два максимума поглощения. Совмещая максимум

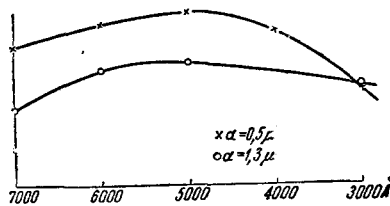


Рис. 52

остаточного поглощения (рис. 15 и 16) с левым максимумом (для $x = 6$) на кривой Страттона-Хоутона, Васси получают для радиуса частиц $a = 0,5$; совмещение с правым максимумом дает $a = 1,3$. Сами полученные радиусы имеют достаточно правдоподобную (хотя в общем слишком малую) величину, но если по кривой Страттона-

Хоутона определить ход поглощения по всему спектру для этих двух радиусов, то получаются кривые, представленные на рис. 52. Обе эти кривые не согласуются с наблюдаемыми, как это сразу видно, если сравнить их с кривыми на рис. 15 и 16.

С помощью теории Рокара тоже не удается объяснить факты, установленные Васси. В результате в своей работе Васси³⁹ (ноябрь 1939 г.) вынуждены были констатировать, что ни одна из теорий не может пока полностью истолковать всех явлений, связанных с поглощением света в атмосфере.

В нашем обзоре мы оставили без упоминания формулу, предложенную в свое время Кингом для описания поглощения света в мутной атмосфере. Кинг⁹¹ исходил из формулы Рэлея, дополнив

ее членом, учитывающим нейтральное поглощение

$$I = I_0 e^{-(\alpha + \beta \lambda^{-4})x},$$

где x — толщина слоя. Эта формула является эмпирической и соответствует простейшему предположению, что поглощение складывается из рэлеевского и нейтрального. В таком своем виде эта формула теперь представляет лишь исторический интерес.

Хотя мы рассмотрели не все, что относится к теме, которая сформулирована в заглавии статьи, но во всяком случае затронуты многие основные вопросы. Несомненно большое практическое значение имеют приложения теории рассеяния к явлениям поглощения в атмосфере, что заставляет продолжать работу по дальнейшему развитию теории. Если попытки подобного рода окажутся успешными, то это несомненно принесет плоды и в отношении использования оптических методов для службы погоды, и в вопросах, связанных с работой в тумане, и в круге важных задач, связанных с аэрофотосъемкой на дальних дистанциях, а также, возможно, и в других проблемах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rayleigh, Phil. Mag., **41**, 107, 274, 447, 1871.
2. Rayleigh, Phil. Mag., **12**, 81, 1881.
3. Rayleigh, Phil. Mag., **47**, 375, 1899.
4. Ньютон, Оптика, ГИЗ, 1927.
5. Arago, Oeuvres, **7**, 394, 430.
6. Clausius, Crell's J., **34**, 122, 1847; **34**, 179, 1848.
7. Brücke, Pogg. Ann., **83**, 363, 1853.
8. Tyndall, Phil. Mag., **37**, 156, 384, 1869.
9. Cabannes, C. R., **160**, 62, 1915.
10. Smoluchowski, Bull. Ac. Sci. Cracovie, 218, 1916.
11. Strutt, Proc. Roy. Soc., **94**, 453, 1918.
12. Wood, Phil. Mag., **36**, 272, 1918; **39**, 423, 1920.
13. Fowle, Smithson. Miscell. Coll., **6**, 69, 1918.
14. Раутиан, Труды Первой всесоюзной конференции по естественному освещению, вып. 3, 29, 1933.
15. Cabannes, La diffusion moléculaire de la lumière, Paris, 1929.
16. Ann. Astrophys. Observatory Smithsonian Inst., **4**, 193—195.
17. Abbot, Fowle and Aldrich, Smithson. Miscell. Coll., **74**, 18, 1923.
18. Kimball, Trans. Illum. Eng. Soc., **16**, 38, 1921.
19. Cerniajev, Khvostikov, Panchin, J. d. Phys., **7**, 189, 1936.
20. Тихановский, Известия Крымского педагогического института им. М. В. Фрунзе, **2**, 34, 1931.
21. Тихановский, Труды Крымского научно-иссл. института, **1**, 69, 1926.
22. Ahlgrimm, Jahrb. d. Hamburg. Wissensch. Anst., **32**, 1914.
23. Tichanowsky, Physik. Z., **28**, 252, 1927.
24. Strutt, Proc. Roy. Soc., **95**, 155, 1918.
25. Rayleigh, Proc. Roy. Soc., **97**, 435, 1920; **98**, 57, 1920.
26. Cabannes, C. R., **168**, 340, 1919; J. d. Phys., **6**, 129, 1920; **7**, 338, 1926.
27. Gans, Ann. Physik, **65**, 97, 1921; Physik. Z., **28**, 661, 1927.
28. Ramani and Rao, Phil. Mag., **46**, 426, 1923.
29. Narayan, Proc. Phys. Soc., London, **36**, 32, 1923.
30. Cabannes et Granier, J. d. Phys., **4**, 276, 1923; C. R., **182**, 885, 1926.

31. Ganesan, Phil. Mag., **49**, 1216, 1925.
32. Ramanathan and Srinivisan, Phil. Mag., **1**, 491, 1926; Proc. Ind. Ass. Cult. Sci., **9**, 203, 1926.
33. Smoluchowsky, Ann. Physik, **25**, 205, 1908.
34. Einstein, Ann. Physik, **33**, 1275, 1910.
35. Born, Verhandl. Phys. Ges., **19**, 43, 1917; **20**, 16, 1918.
36. Cabannes, Ann. d. Phys., **15**, 5, 1921.
37. A. et E. Vassy, J. d. Phys., **10**, 75, 1939.
38. A. et E. Vassy, J. d. Phys., **10**, 403, 1939.
39. A. et E. Vassy, J. d. Phys., **10**, 459, 1939.
40. Janssen, C. R., **101**, 649, 1885; **102**, 1352, 1886; **106**, 1118, 1888; **120**, 1306, 1895.
41. Babcock and Dieke, Proc. Nat. Acad. Sci., **15**, 670, 1937.
42. Mulliken, Phys. Rev., **32**, 880, 1928.
43. Badger u. Mecke, Z. Physik, **60**, 59, 1930.
44. Mecke u. Baumann, Z. Physik, **73**, 139, 1932.
45. Salow u. Steiner, Z. Physik, **99**, 137, 1936.
46. Herman, Thèse, Paris, 1939.
47. Janssen, Ann. Chim. Phys., **24**, 370, 1871.
48. Mecke u. Baumann, Z. Physik, **81**, 445, 1933.
49. Mecke u. Freundberg, Z. Physik, **81**, 465, 1933.
- 49a. Tien Kiu, J. d. Phys., **9**, 297, 1938.
50. Pokrowski, Z. Physik, **34**, 49, 1925.
51. Mie, Ann. Physik, **25**, 377, 1908.
52. Jobst, Ann. Physik, **76**, 863, 1925.
53. Debye, Ann. Physik, **30**, 57, 1909.
54. Shoulejkin, Phil. Mag., **48**, 307, 1924.
55. Blümer, Z. Physik, **32**, 119, 1925; **38**, 304, 1926.
56. Clausius, Pogg. Ann., **76**, 161, 1849.
57. Roth, Metheorol. Z., **2**, 55, 1885.
58. Richarz, Metheorol. Z., **25**, 19, 1908; Sitzungsber. d. Ges. z. Ford. Ges. Naturwiss. zu Marburg, № 1, 1, 1912.
59. Mierdel, Beitr. z. Phys. d. fr. Atm., **8**, 95, 1919.
60. Mecke, Ann. Physik, **61**, 471, 1920; **62**, 623, 1920; **65**, 257, 1921.
61. Wiener, Abh. Kaiser Leopold Deutsch. Acad. Naturforsch., **73**, 1907 (1-я часть); **91**, 1909 (2-я часть).
62. Laue, Enzycl. Math. Wiss., **5**, **3**, 359.
63. Schwerdt, Beugungserscheinungen, Mannheim. 1835.
64. Airy, Trans. Cambr. Phil., **5**, 183, 1836; **7**, 379, 1838; Pogg. Ann., Ergänzungsband, 232, 1842.
65. Blumer, Z. Physik, **38**, 920, 1926.
66. Kleinert, Zur Theorie des Purpurlichtes, Dissertation, Bern, 1921.
67. Gans, Ann. Physik, **76**, 30, 1925; **62**, 331, 1920; **47**, 270, 1915; **37**, 881, 1912.
68. Rayleigh, Proc. Roy. Soc., **84**, 25, 1911; **90**, 219, 1914; **94**, 297, 1917; Phil. Mag., (6) **35**, 373, 1918.
69. Ray, Proc. Ind. Ass. Cult. Sci., **7**, 10, 1921; **8**, 23, 1923.
70. Raman, Z. Physik, **33**, 870, 1925.
71. Schaefer u. Merzkirch, Z. Physik, **13**, 166, 1923.
72. Schaefer u. Wilmsen, Z. Physik, **24**, 345, 1924.
73. Senftleben u. Benedict, Ann. Physik, **60**, 217, 1919.
74. Schirmann, Ann. Physik, **59**, 493, 1919.
75. Moebius, Preisschr. d. Jabl. Ges. Leipz. Math.-Phys. Sekt., **18**, 1, 1912.
76. Gruner, Beitr. z. Phys. d. fr. Atm., **8**, 120, 1919.
77. Bromwich, Phil. Mag. (6) **38**, 143, 1919; Phil. Trans., London, A. **220**, 175, 1920.
78. Покровский, Z. Physik, **34**, 49, 1925; **35**, 464, 1926; **31**, 514, 1925; **31**, 14, 1925; **32**, 563, 1925; **32**, 713, 1925; **34**, 496, 1925; **35**, 34, 1925; **35**, 390, 1925; **35**, 776, 1925; **36**, 472, 1926; Покровский и Воронков, Z. Physik, **33**, 890, 1925; **35**, 633, 1926.

- 79. Wood, Roy. Inst. Gr. Britain, May 11, 1911.
 - 80. Houghton, Phys. Rev., **38**, 154, 1931.
 - 81. Granath and Hulburt, Phys. Rev., **34**, 140, 1929.
 - 82. Anderson, Aviation, **28**, 19, 1930.
 - 83. Stratton and Houghton, Phys. Rev., **38**, 159, 1931.
 - 84. Орлов, Журнал технич. физики, **6**, 391, 1936.
 - 85. Hulburt, Physics, **5**, 101, 1934.
 - 86. Breckenridge, Trans. Illum. Eng. Soc., **27**, 215, 1932.
 - 87. Kobayasi and Nikyama, Proc. phys.-math. Soc. Jap., **3**, 14, 168, 1932.
 - 88. Родионов, Павлова, Рейнов, О прозрачности естественных туманов (в печати).
 - 89. Rocard, Rev. d'Optique, **9**, 97, 1930.
 - 90. Malletapp, C. R., **191**, 1063, 1930.
 - 91. King, Proc. Roy. Soc., **88**, 83, 1913.
-