

НОВЫЕ ТЕОРИИ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ¹⁾*Л. Дюбридж*

I. ВВЕДЕНИЕ

Явление эмиссии электронов из металлических поверхностей под действием света сыграло большую роль в развитии современной физики. Вскоре после открытия фотоэлектрического эффекта из работы Ленарда выяснилось, что некоторые из его наиболее важных закономерностей не могли быть объяснены с точки зрения электромагнитной теории света. В 1905 г. Эйнштейн смело применил к фотоэффекту квантовую теорию и пришел к знаменитому уравнению, которое затем было блестяще подтверждено в хорошо известных работах Юза, Ричардсона и Комптона и Милликена ¹. Таким образом фотоэлектрический эффект стал одним из краеугольных камней квантовой теории света. Но теперь, в продолжение последних нескольких лет, было найдено, что освобожденные из металла фотоэлектроны могут дать не только данные относительно природы освобождающей их радиации, но также и относительно поведения электронов в металле, из которого они были получены. Таким образом фотоэлектрический эффект в настоящее время тесно связан с новой электронной теорией металлов, и эта новая теория привела к необходимости пересмотра некоторых основных фактов, связанных с фотоэлектрическим эффектом. Целью настоящей монографии и является обсуждение этих вопросов.

Основы новой электронной теории металлов были заложены Зомерфельдом в 1928 г. ². До этого времени электрические явления в металлах объяснялись (насколько было возможно) с точки зрения классической теории электронного газа, сформулированной Друде, Лоренцом и другими. Хотя эта теория и достигла значительных успехов в некоторых направлениях, она встретила серьезные трудности в других. В области фотоэффекта ее роль была несколько отрицательной, ибо, не находясь в прямом противоречии с каким-либо из известных фактов, она одновременно не давала непосредственного объяснения таким вопросам, как рас-

¹⁾ Actualités scientifiques et industrielles, № 268, 1935. Перевод и дополнительная статья Н. Д. Моргулиса (Киев).

пределение энергий фотоэлектронов и изменение фотоэлектрического тока с частотой — двум основным проблемам этой области. Действительно, классическая теория практически не имела связи с фотоэффектом, постулируя, что средняя термическая энергия электронов так мала ($\frac{3}{2} kT$, эквивалентная, примерно, 0,04 eV при 300° K), что ею можно пренебречь по сравнению с энергией среднего падающего на металл кванта (4—5 eV). Пренебрегая этой термической энергией, теория Эйнштейна привела сразу к двум важным заключениям, которые обычно считались совершенно точными:

1. Имеется резко определенная максимальная скорость фотоэлектронов, которая связана с частотой уравнением

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = h\nu - p = h\nu - h\nu_0. \quad (1)$$

2. Имеется резко определенная граничная частота (ν_0 в предыдущем уравнении), при которой падающий свет меньшей, чем эта, частоты, независимо от своей интенсивности, не вызовет фотоэлектрической эмиссии.

Новая теория подчеркивает, что указанные заключения в точности правильны только для металлической поверхности при температуре 0° K, в то время как при более высоких температурах не будет существовать резко определенная максимальная скорость или граничная частота. Но она (теория) также идет дальше (и это является большим достижением), предсказывая фактический характер кривых распределения энергии и спектрального распределения при любой температуре, давая одновременно метод определения величин v_m и ν_0 , которые могли бы быть непосредственно определены для поверхности при 0° K (конечно, при условии, что понижение температуры не вызвало других изменений в характере поверхности). Более того, теоретические кривые находятся в таком прекрасном согласии с экспериментом, что можно сказать, что теория, хотя даже и недостаточно полная, встретила здесь значительный успех.

Так как кажется очевидным, что дальнейшее развитие экспериментальных исследований должно быть тесно связано с новой теорией, представляется желательным изложить ее подробнее в ее современном виде. Поэтому мы должны начать с обзора некоторых основных соотношений электронной теории металлов Зоммерфельда^{2,3}.

2. ТЕОРИЯ ЗОММЕРФЕЛЬДА

Как классическая, так и зоммерфельдовская теории принимают, что в любом проводнике имеется рой „свободных“ электронов, способных двигаться в пространстве между атомами; при этом внутренность металла принимается, как область с постоянным по-

тенциалом (уточнение этой картины, принимающее во внимание силовые поля вокруг отдельных атомов, может не быть рассмотрено в настоящей стадии теории). Классическая теория считала, что электроны имеют ту же кинетическую энергию теплового движения, что и атомы, т. е. $\frac{3}{2} kT$; энергии же отдельных электронов распределены вокруг этой средней соответственно функции распределения Максвелла. Наоборот, теория Зоммерфельда отображает теорему о равномерном распределении энергии и рассматривает электроны как вырожденный газ, подчиняющийся статистике Ферми-Дирака.

Соответственно последней, мы приходим к неожиданным заключениям относительно поведения электронного газа в металле. Рассмотрим, например, кусок металла при 0°K . Согласно старой теории все электроны должны быть при этом в покое, однако, согласно статистике Ферми, их энергии распределены в целой области значений — от нуля до определенного максимального значения, которое меняется от одного металла к другому, но имеет порядок 10 eV . При повышении температуры по классической теории энергия растет пропорционально T , но T должно было бы вырасти до $75\,000^\circ \text{K}$ прежде, чем электрон имел бы в среднем энергию в 10 eV . По новой теории средняя энергия не изменяется значительно с температурой, но верхняя граница энергий делается все менее резкой. При наиболее высоких температурах, получаемых с обычными металлами, новая теория предсказывает, что значение средней энергии будет в 50 раз больше, чем это получалось по старой, а при низких температурах это отношение, конечно, еще гораздо больше. Иными словами, в то время как по старой теории оказывалось возможным пренебречь энергиями электронов, по новой теории при фотоэлектрическом эффекте они играют очень важную роль.

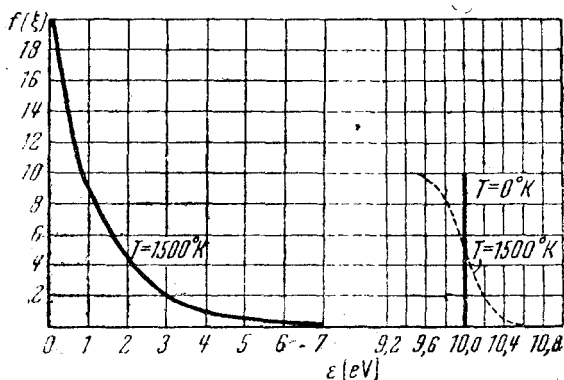


Рис. 1. Компоненты скоростей по максвелловской функции распределения для $T = 1500^\circ \text{K}$ и распределения Ферми-Дирака для $T = 0^\circ \text{K}$ и $T = 1500^\circ \text{K}$.

На рис. 1 показана разница между этими двумя функциями распределения, где функция Максвелла представлена для температуры в 1500°K , а функция Ферми как для 0°K , так и для 1500°K (следует обратить внимание на то, что по оси абсцисс между кривыми следует оставить зазор, ибо иначе кривая Ферми может выйти далеко за пределы страницы). Для обеих кривых ординаты представляют число электронов, а абсциссы — составляющие скорости в любом направлении, выраженные в электрон-вольтах.

Хорошо известно, что при низких температурах электроны не вылетают самопроизвольно из металла в значительном количестве. Поэтому при любой теории необходимо постулировать наличие „потенциального барьера“, чтобы удерживать электроны в металле. Пусть W_a представляет „высоту“ такого барьера, т. е. полную энергию, необходимую электрону, чтобы выйти наружу. Тогда, если электрон с начальной кинетической энергией E_k поглотит квант с энергией $h\nu$, то условием его освобождения из металла будет

$$E_k + h\nu \geq W_a. \quad (2)$$

Если начальная кинетическая энергия мала по сравнению с $h\nu$, наименьшая частота, способная вызвать фотоэмиссию, равна

$$h\nu_0 = W_a.$$

Так как для обычных металлов известно, что $h\nu_0$ соответствует, примерно, 4 eV, то, очевидно, что по классической теории потенциальный барьер должен быть подобной же величины.

По новой теории, однако, даже при 0°K имеются электроны с энергиями порядка вплоть до 10 eV. Если обозначить эту максимальную энергию через μ_0 , то очевидно, что граничная частота при 0°K будет равна

$$h\nu_0 = W_a - \mu_0. \quad (3)$$

Это означает, что величина W_a должна быть порядка 14 eV, и это значение находится в согласии с непосредственно измеренным в опытах по электронной дифракции ⁴.

Если же частота падающего излучения больше ν_0 , то часть электронов вылетает с запасом энергии, для которой будет существовать резкий верхний предел

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = h\nu - (W_a - \mu_0) = h\nu - h\nu_0. \quad (4)$$

Это и есть уравнение Эйнштейна и очевидно, что с точки зрения любой теории оно будет иметь место лишь при 0°K , так как при более высоких температурах энергии электронов в металле не будут иметь резкого верхнего предела.

До сих пор результаты старой и новой теорий совпадали, так как они обе приводили к уравнению Эйнштейна. Но далее клас.

сическая теория оказывается несостоятельной, ибо она оставляет без ответа следующие два очень важных вопроса:

1. Как изменяется с частотой света и температурой поверхности общее количество электронов, эмитированных единицей энергии радиации.

2. Каков характер распределения скоростей эмитированных электронов и как изменяется он с частотой и температурой (если известен ответ на этот вопрос, то ответ на первый может быть получен сразу интегрированием по всем скоростям).

Нашей задачей и будет теперь дать ответ на эти вопросы, ответ, который был получен при применении к этой проблеме теории Зоммерфельда.

Если $f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$ представляет собой количество электронов в единице объема, имеющие составляющие скоростей ξ , η и ζ в интервале $d\xi$, $d\eta$ и $d\zeta$, то согласно статистике Ферми-Дирака

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \frac{2m^3}{h^3} \frac{e^{\frac{\epsilon - \mu}{kT}}}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{kT}} + 1}, \quad (5)$$

где $\epsilon = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} m (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)$, а μ есть постоянная, зависящая от количества электронов в единице объема и задаваемая в первом приближении¹⁾ следующим выражением

$$\mu = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (6)$$

Отсюда можно показать, что общее число электронов, имеющих независимо от направления общую скорость u в пределах du , равно

$$f(u) du = \frac{8\pi m^3}{h^3} \frac{u^2 du}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{kT}} + 1}. \quad (7)$$

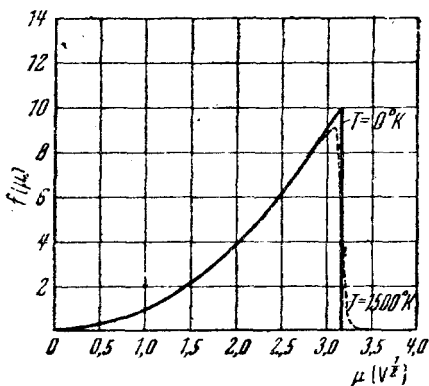


Рис. 2. Распределение Ферми-Дирака для полных скоростей.

Функция $f(u)$ в зависимости от u представлена на рис. 2.

При рассмотрении вопросов фотоэлектрической и термоионной эмиссии часто оказывается необходимым вычислить число электронов, которые попадают за 1 сек. на единицу поверхности металла

¹⁾ Во втором приближении здесь появляется член с T^2 , который является исчезающе малым. Однако μ может все же меняться с T , если n изменяется с T (см. дальше). Значение μ при $T = 0^\circ \text{K}$ есть значение μ_0 из (3).

и которые имеют нормальную к поверхности составляющую скорости внутри некоторого интервала. Согласно Нордгейму⁵ эта величина может быть вычислена из уравнения (5) следующим образом. Обозначим через ξ нормальную к поверхности составляющую скорости и введем цилиндрическую систему координат ξ , ρ и θ так, чтобы $\rho^2 = \eta^2 + \zeta^2$ и $d\eta d\zeta = \rho d\rho d\theta$. Тогда число электронов в единице объема, имеющих составляющую скорости ξ в интервале $d\xi$, получим интегрированием по всем значениям ρ и θ , т. е.

$$f(\xi) d\xi = \frac{2m^3}{h^3} d\xi \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{e^{\frac{1}{2} \frac{m(\xi^2 + \rho^2)}{kT}} + 1}. \quad (8)$$

Интегрирование по θ дает 2π . Введем теперь для сокращения

$$e^{\frac{1}{2} \frac{m\xi^2}{kT}} = B;$$

$$e^{\frac{1}{2} \frac{m\rho^2}{kT}} = z$$

$$\rho d\rho = \frac{kT}{m} \frac{dz}{z},$$

тогда

$$f(\xi) d\xi = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} d\xi \int_0^\infty \frac{dz}{z(Bz + 1)}. \quad (9)$$

Это выражение может быть сразу проинтегрировано, и, помножая его на ξ , чтобы получить число электронов, попадающих на единицу площади за 1 сек., мы получаем

$$n(\xi) d\xi = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} \lg \left(1 + e^{\frac{\mu - \frac{1}{2} m\xi^2}{kT}} \right) \xi d\xi. \quad (10)$$

Величина $\frac{1}{2} m \xi^2$ есть кинетическая энергия, связанная с нормальной к поверхности составляющей скорости. Мы можем обозначить ее через ϵ_n и (за отсутствием лучшего названия) назвать ее нормально направленной энергией или, проще, нормальной энергией. Так как $d\epsilon_n = m\xi d\xi$, то предыдущее выражение может быть записано следующим образом.

$$n(\epsilon_n) d\epsilon_n = \frac{4\pi m kT}{h^3} \lg \left(1 + e^{\frac{\mu - \epsilon_n}{kT}} \right) d\epsilon_n. \quad (11)$$

График функции $n(\varepsilon_n)$ в зависимости от ε_n представлен на рис. 3 для температур 0 и 1500°K. Для $T=0^\circ\text{K}$ это выражение принимает простую форму, так как в этом случае экспоненциальный член велик по сравнению с единицей, и поэтому

$$n_0(\varepsilon_n) = \frac{4\pi m}{h^3} (\mu - \varepsilon_n), \quad (12)$$

что дает представленную на рисунке прямую линию.

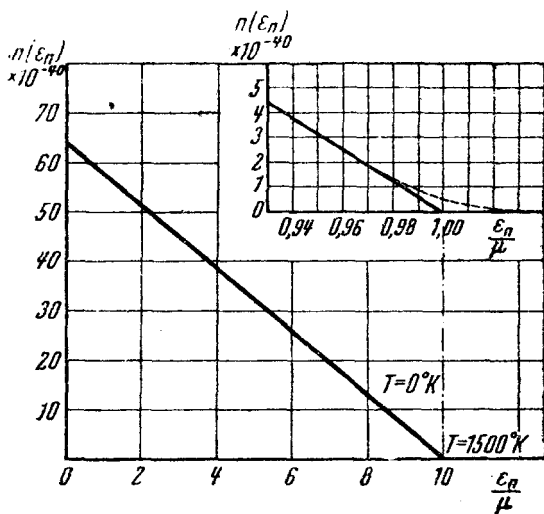


Рис. 3. Распределение Ферми-Дирака для „нормальных эзергий“;верху — „хвост“ в увеличенном масштабе.

Теперь мы можем уже приступить к применению теории к проблеме фотоэлектрической эмиссии.

3. СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

А. Теория

Полное решение проблемы фотоэлектрической эмиссии должно привести к выражению, дающему число эмитированных из поверхности фотоэлектронов, с какой-либо заданной скоростью в любом заданном направлении, в зависимости от следующих параметров явления: 1) интенсивности, частоты, характера поляризации и угла падения возбуждающей явления радиации и 2) природы и температуры эмитирующей поверхности. Однако в настоящее время наши знания еще слишком ограничены для того, чтобы позволить нам сделать попытку получения полного решения, и поэтому мы для

начала значительно упростим нашу проблему, исключая из рассмотрения эффекты, связанные с поляризацией и углом падения света (селективный эффект) и с распределением по направлениям эмитированных электронов. Иными словами, мы ограничим наше внимание лишь проблемой определения характера функции распределения скоростей $F(v)$, где $F(v)$ представляет число электронов, эмитированных из поверхности со скоростями в интервале $v, v + dv$. Эта функция будет заключать в себе частоту ν падающего (неполяризованного) света и будет зависеть от природы и температуры поверхности. Интегрирование этой функции распределения по всем скоростям приведет нас к новой функции $f(\nu)$, называемой функцией спектрального распределения, которая дает общее число электронов, эмитированных единицей энергии света, как функцию его частоты. Обе эти функции являются чрезвычайно важными с точки зрения эксперимента. Будет более простым начать наш анализ с рассмотрения функции спектрального распределения $f(\nu)$ и затем распространить анализ на более общую проблему определения $F(v)$.

Из опыта известно, что фотоэлектрический ток, возбужденный единицей интенсивности падающего монохроматического света, изменяется с его частотой, примерно, в соответствии с кривой рис. 4. Хотя фактически эта кривая приближается асимптотически к оси частот, имеется все же некоторая критическая частота ν_a , ниже которой ток неизмеримо мал, а выше которой он быстро растет с ростом частоты. Частота ν_a может быть для удобства названа частотой кажущегося порога. Займемся теперь выводом теоретического выражения для этой кривой спектрального распределения. В общем случае вывод подобного выражения состоял бы в следующих последовательных операциях:

1. Следует задаться функцией распределения скоростей электронов в металле $f(u)$ — это будет приведенная выше функция Ферми-Дирака.

2. Следует вычислить вероятность $P(\nu, u)$ того, что электрон со скоростью u поглотит квант с частотой ν . Произведение этих обоих выражений даст число „возбужденных“ электронов, которые теперь будут иметь скорость u_1 , согласно уравнению

$$\frac{1}{2} m u_1^2 = \frac{1}{2} m u^2 + h\nu. \quad (13)$$

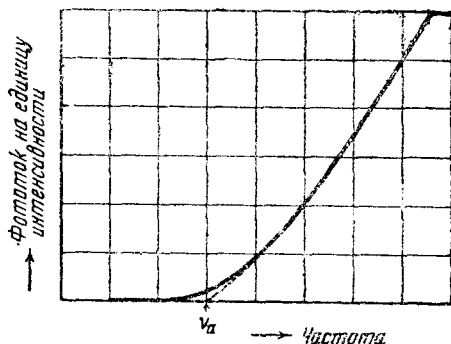


Рис. 4. Типичная кривая спектрального распределения, экстраполированная (пунктир) для определения ν_a (преувеличено).

3. Следует определить функцию распределения нормальной составляющей скорости ξ для этих возбужденных электронов.

4. Полученное выражение следует помножить на коэффициент прозрачности $D(\xi)$ для поверхностного потенциального барьера (эта величина есть часть электронов со скоростью ξ , которые проникнут через барьер).

5. Интегрируя теперь по всем значениям ξ , мы получим число электронов, вылетающих за секунду для данной частоты ν , т. е. функцию спектрального распределения.

Первая попытка дать теорию, исходя из этой схемы, была сделана Венцелем⁶, чья работа стала основой для дальнейшего развития теории фотоэффекта. Венцель пришел к заключению, что главная трудность заключается при этом в вычислении вероятности $P(\nu, u)$, что может быть выполнено при применении квантовой механики. Его собственные расчеты оказались еще не совсем убедительными, и поэтому более полные теории были развиты впоследствии Фрелихом⁷ и Таммом⁸. К сожалению, хотя эти теории оказались в некоторых направлениях довольно успешными, результаты, к которым они приводят, являются математически столь сложными, что для анализа экспериментальных данных они не смогли быть использованы с достаточным успехом¹⁾. Затем эти теории не принимали во внимание влияния температуры на энергии электронов, а это оказывается очень важным. В действительности можно сказать, что одной из главных заслуг новой теории является внесение ясности в вопрос о влиянии температуры на фотоэлектрическую эмиссию.

Наиболее успешная теория спектрального распределений была развита Фаулером¹⁰ в 1931 г. Центральным пунктом этой теории является признание того факта, что в экспериментальных работах с обычными металлами, наибольшая обычно используемая частота (в ультрафиолете) не часто превышает граничную частоту этих металлов более, чем на 50%. Дело в том, что главный интерес экспериментатора направлен не так в сторону точной теории, которая дает полную кривую спектрального распределения, как скорее на теорию, которая передает с достаточной точностью форму этой кривой вблизи границы. Если мы ограничим наше внимание частотами, находящимися недалеко от граничной, то мы сразу приходим к следующим заключениям:

1. Электроны, которые могут быть эмитированы металлом, имеют начальные энергии, отличающиеся немного от максимального значения энергии по статистике Ферми. Однако на эти электроны будет очень сильно влиять изменение температуры, и поэтому этот температурный эффект станет столь важным, что окажется недо-

¹⁾ Совсем недавно Митчелл⁹ опубликовал значительно более полную общую теорию. Она не была еще сопоставлена количественно с данными эксперимента, но обещает в этом отношении быть довольно успешной.

пустимым производить расчеты в предположении, что поверхность находится при 0°K .

2. Так как начальные скорости вылетевших электронов лежат в относительно узкой области, то факторы вероятности, зависящие от небольшой степени этой скорости, можно считать постоянными.

3. Так как рассматриваемая область частот тоже невелика, то факторы, зависящие от малой степени ν , будут относительно не существенны по сравнению с факторами, зависящими от $\nu - \nu_0$.

Если принять все это во внимание, то построение теории оказывается значительно облегченным, и в то же время налагаемое ею ограничение области частот не представляется очень важным с экспериментальной точки зрения (тем не менее это ограничение должно быть принято во внимание при расширении области частот).

Учитывая принятые упрощения, очевидно, что нет более необходимости вычислять функцию вероятности $P(\nu, u)$, так как ее можно считать теперь постоянной. Это исключает отмеченную выше 2-ю операцию и соединяет 1-ю с 3-й.

Переходя к 4-й операции, мы сразу встречаемся с затруднениями, и мы до сих пор еще недостаточно хорошо знаем коэффициент прозрачности $D(\xi)$. Когда этот вопрос будет выяснен, не представится затруднительным ввести его в теорию. Но можно сделать теперь очень простое допущение, которое для чистых металлов весьма близко к действительности, именно, что коэффициент прозрачности равен нулю для электронов с энергией (начальной плюс $h\nu$) меньшей, чем величина поверхностного потенциального барьера W_a , и затем равен единице для электронов с энергией превышающей W_a .

Таким образом наш расчет сводится теперь к следующим двум операциям¹⁾:

1. Следует задаться функцией, выражающей число электронов, попадающих на единицу поверхности металла за 1 сек. с нормальной энергией ϵ_n в интервале $d\epsilon_n$.

2. Затем следует проинтегрировать ее по всем значениям величины ϵ_n большей, чем критическая, определяемая из соотношения

$$\epsilon_{n0} + h\nu = W_a.$$

Результат интегрирования дает число электронов N_B , которые

¹⁾ Этот расчет отличается слегка от данного Фаулером, который исходя из выражения для числа электронов в единице объема с нормальной скоростью в интервале $d\xi$. Кажется немного более логичным исходить при этом из выражения для числа электронов, ударяющихся за 1 сек. об единицу поверхности, что, к счастью, приводит к более простому результату, не заключающему в себе неприятного фактора $(W_a - h\nu)^{\frac{1}{2}}$, который Фаулер считал постоянным, хотя фактически он мог изменяться на 15% или еще более в области, где была произведена проверка теории.

в состоянии выйти наружу; число фактически эмитированных должно быть пропорционально N_B .

Выполняя все указанное, мы получаем

$$N_B = \int_{(W_a - h\nu)}^{\infty} n(\varepsilon_n) d\varepsilon_n, \quad (14)$$

где $n(\varepsilon_n)$ есть функция, задаваемая уравнением (11). Поэтому

$$N_B = \frac{4\pi mkT}{h^3} \int_{(W_a - h\nu)}^{\infty} \lg \left[1 + e^{\frac{\mu - \varepsilon_n}{kT}} \right] d\varepsilon_n. \quad (15)$$

Положим

$$\frac{\mu - \varepsilon_n}{kT} = x'$$

и

$$\frac{\mu - (W_a - h\nu)}{kT} = x$$

и сделаем затем подстановку $e^{x'} = u$, $e^x = u_0$ и $d\varepsilon_n = -kT dx' = -kT \frac{du}{u}$, тогда

$$N_B = \frac{4\pi mk^2 T^2}{h^3} \int_0^{u_0} \lg(1+u) \frac{du}{u}. \quad (16)$$

Значение этого интеграла дается в таблицах¹⁾ или может быть получено разложением логарифма в ряд.

Результат решения зависит от того, будет ли переменная u в области интегрирования больше или меньше единицы. Это, в свою очередь, зависит от величины верхнего предела u_0 , и поэтому мы различаем следующие два случая:

Случай I

$$u_0 \leq 1, \text{ т. е. } x \leq 0 \text{ или } h\nu \leq (W_a - \mu).$$

¹⁾ Таблицы Пирса; формула (439) дает в нашем обозначении:

$$\int \lg(1+u) \frac{du}{u} = u - \frac{u^2}{2^2} + \frac{u^3}{3^2} - \dots \text{ для } u \leq 1$$

$$\int \lg(1+u) \frac{du}{u} = \frac{1}{2} (\lg u)^2 - \frac{1}{u} + \frac{u^2}{2^2} - \frac{u^3}{3^2} + \dots \text{ для } u \geq 1.$$

Для $u = 1$ получаем в обоих случаях ряд

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{12}.$$

В этом случае мы сразу получаем

$$N_B = \frac{4\pi mk^2 T^2}{h^3} \left(e^x - \frac{e^{2x}}{2^2} + \frac{e^{3x}}{3^2} - \dots \right); \quad x \leq 0. \quad (17a)$$

Случай II

$$u_0 \geq 1, \text{ т. е. } x \geq 0 \text{ или } h\nu \geq (W_a - \mu).$$

В этом случае интеграл следует разделить на две части: в первой — интегрирование производится в пределах от 0 до 1, а во второй — от 1 до u . Подстановка пределов дает тогда

$$N_B = \frac{4\pi mk^2 T^2}{h^3} \left[\frac{x^2}{2} + \frac{\pi^2}{6} - \left(e^{-x} - \frac{e^{-2x}}{2^2} + \frac{e^{-3x}}{3^2} - \dots \right) \right]; \quad x \geq 0 \quad (17b)$$

Так как N_B представляет собой число электронов, попадающих изнутри за 1 сек. на единицу поверхности, с нормальными энергиями, достаточными для выхода наружу, то мы можем допустить, что ток, эмитируемый единицей поверхности, будет пропорционален eN_B , т. е.

$$I = \alpha e N_B, \quad (18)$$

где e есть заряд электрона, а α — коэффициент пропорциональности, зависящий от вероятности поглощения электроном кванта при падении на поверхность единицы энергии радиации. Допустим, что α является постоянной величиной в нашей области частот. Наше уравнение для спектрального распределения может быть окончательно записано поэтому следующим образом

$$I = \alpha A T^2 \varphi(x), \quad (19)$$

где $\varphi(x)$ есть функция, заключенная в скобки в (17a) и (17), а A — универсальная постоянная, равная $\frac{4\pi me k^2}{h^3}$. Интересно отметить, что эта постоянная идентична постоянной A , которая фигурирует в уравнении для термоионной эмиссии, численное значение которой равно $120 \text{ А/см}^2 \text{град}^2$. Это, однако, не является простым совпадением, так как метод расчета в этом случае аналогичен используемому при выводе термоионного уравнения. В самом деле, если мы положим $\nu = 0$ в (19), то получим сразу уравнение Ричардсона

$$I = A T^2 e^{-\frac{W_a - \mu}{kT}},$$

пренебрегая высшими членами ряда, так как величина $W_a - \mu$ всегда велика по сравнению с kT .

Мы можем теперь приступить к анализу уравнения (19) и его сравнению с опытом. В первую очередь интересно отметить форму, принимаемую уравнением в случае поверхности металла, поддерживаемого при $T = 0^\circ \text{ К}$. В этом случае $x = \pm \infty$ соответственно

тому, будет ли $h\nu$ больше или меньше, чем $W_a - \mu$. Тогда мы получаем:

$$\begin{cases} I_0 = 0 & \text{для } h\nu \leq W_a - \mu \\ I_0 = \frac{1}{2} \frac{\alpha A}{k^2} [h\nu - (W_a - \mu)]^2 & \text{для } h\nu \geq W_a - \mu. \end{cases} \quad (20)$$

Кривая спектрального распределения является поэтому параболой с вершиной на оси частот в точке $\nu = \nu_0 = \frac{W_a - \mu}{h}$. Поэтому при 0°K имеется резко определенная граничная частота, ниже которой не будет фотоэлектрической эмиссии. При более высоких температурах этого, однако, уже не будет, так как тогда кривая приближается к оси асимптотически, как показано на рис. 5, и следовательно, мы уже не получим резко определенной границы в обычном смысле этого слова. Однако, для удобства, введем

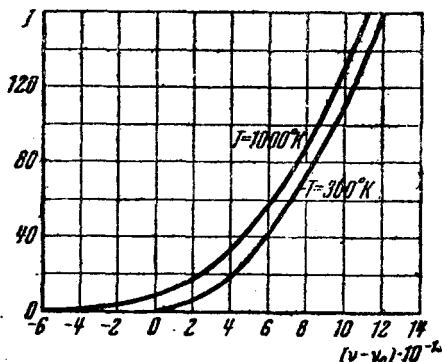


Рис. 5. Кривые спектрального распределения по теории Фаулера.

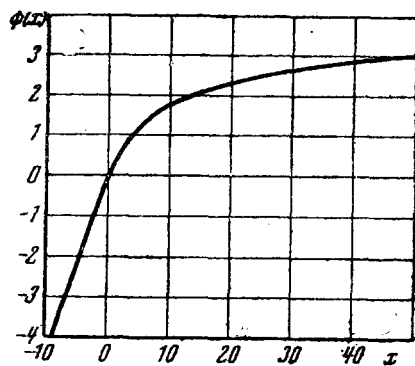


Рис. 6. Фаулеровская функция $\Phi(x)$.

представление о „характеристической“ частоте (которую в дальнейшем мы будем называть также граничной частотой), определяемой из

$$h\nu_0 = W_a - \mu. \quad (21)$$

Очевидно, ν_0 есть частота, для которой $x = 0$ [из уравнения (15)], и является частотой, ниже которой не было бы эмиссии, если бы температура поверхности могла быть снижена до 0°K , без изменения при этом W_a или μ . Как будет видно далее, величина ν_0 может быть определена из экспериментальных данных, полученных при любой температуре, причем она при этом приблизительно оказывается независимой от T , хотя значения „кажущейся“ границы, полученной при экстраполяции, могут показывать значительные изменения с температурой. ν_0 является поэтому вполне определенной характеристикой поверхности.

Принесенная теорией Фаулера польза в значительной степени связана с интересным графическим методом, который был им пред-

ложен для анализа экспериментальных данных. Если записать уравнение (19) в виде

$$\lg \frac{I}{T^2} = B + \Phi(x), \quad (22)$$

где $B = \lg \alpha A = \text{const}$, и независимо от ν и T , и $\Phi(x) = \lg \varphi(x)$, то очевидно, что если отложить экспериментальные значения величины $\lg \frac{I}{T^2}$ в зависимости от $x = \frac{h(\nu - \nu_0)}{kT}$, то полученные кривые, исключая аддитивную постоянную, будут одинаковыми для всех металлов и всех температур и будут накладываться на теоретическую кривую зависимости $\Phi(x)$ от x . $\Phi(x)$ будет универсальной функцией аргумента; ее вычисленные значения представлены в табл. 1, а ее точный график — на рис. 6. Однако на

ТАБЛИЦА 1

x	$\lg x$	$\Phi(x)$	x	$\lg x$	$\Phi(x)$
— 8,0	+ 0,903	— 3,475	+ 2,0	+ 0,301	+ 0,546
— 6,0	0,778	— 2,606	3,0	0,477	0,785
— 5,0	0,699	— 2,171	4,0	0,602	0,983
— 4,0	0,602	— 1,739	5,0	0,699	1,150
— 3,0	0,477	— 1,308	6,0	0,778	1,293
— 2,5	0,398	— 1,095	8,0	0,903	1,527
— 2,0	0,301	— 0,884	10,0	1,000	1,713
— 1,5	0,176	— 0,674	12,0	1,079	1,866
— 1,0	0,000	— 0,469	14,0	1,146	1,998
— 0,5	— 0,301	— 0,268	16,0	1,204	2,113
— 0,2	— 0,699	— 0,160	20,0	1,301	2,305
0,0	— ∞	— 0,085	25,0	1,398	2,497
+ 0,2	— 0,699	— 0,015	30,0	1,477	2,655
0,4	— 0,398	— 0,055	35,0	1,544	2,788
0,6	— 0,222	+ 0,125	40,0	1,602	2,904
1,0	0,000	0,249	50,0	1,699	3,097
1,5	+ 0,176	0,400	—	—	—

практике значения x могут быть фактически вычислены для заданных значений ν и T лишь в случае, если известна граничная частота ν_0 , которая ведь сама должна быть определена из этих данных. Поэтому Фаулер предложил измерять I , как обычно, в зависимости от ν для заданного металла при постоянной температуре и затем представить эти данные в форме графика зависимости $\lg \frac{I}{T^2}$

от $\frac{h\nu}{kT}$. Полученная при этом кривая должна иметь ту же форму, что и теоретическая, за исключением того, что ее начало будет смещено вдоль оси x на величину $\frac{h\nu_0}{kT}$. Отсюда значение ν_0 может быть определено, если измерить, насколько нужно сместить вдоль этой оси экспериментальную кривую для того, чтобы она совпала

с теоретической. Экспериментальная кривая будет смещена относительно теоретической также и вдоль вертикальной оси на величину, равную B , значение которой зависит от единиц, использованных при измерении I (ток и интенсивность радиации) и от (в настоящее время неизвестного) значения коэффициента вероятности α . B может изменяться от металла к металлу, но для заданного металла будет независимым от T , и следовательно, кривые, полученные для данной поверхности при разных температурах, все покажут одинаковое вертикальное смещение.

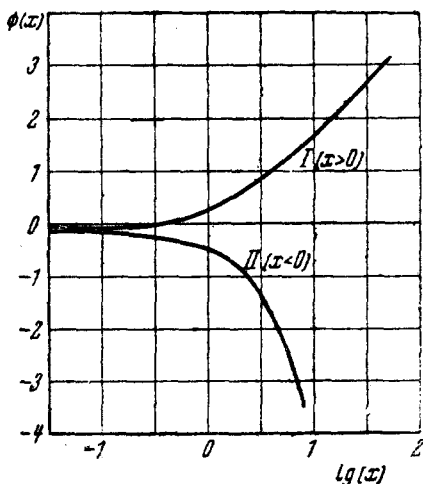


Рис. 7. Фاولерская функция $\Phi(x)$, построенная в полупологарифмическом масштабе.

Второй метод анализа был предложен автором¹¹ и является полезным в случаях, когда, вместо измерений I в зависимости от ν для целой серии постоянных температур (изотермические кривые), применяют более удобный метод измерения I в зависимости от T , при постоянных значениях ν (изохроматические кривые). В этом случае строят график зависимости $\lg \frac{I}{T^2}$ от $\lg T$. Полученные при этом кривые после параллельного смещения должны совпадать с теоретической кривой зависимости $\Phi(x)$ от $\lg x$. Вертикальная слагающая этого смещения будет снова зависеть от B , в то время как горизонтальная будет равна

$\frac{h(\nu - \nu_0)}{k}$, так как $\lg x = \lg \frac{h(\nu - \nu_0)}{k} - \lg T$. Так как ν известно, ибо измерения сделаны здесь при этой одной частоте, то величина ν_0 может быть снова определена. Этот метод, очевидно, исключает необходимость измерения относительной интенсивности падающей радиации разной частоты, как это было необходимо при первом методе. Второй метод является, конечно, неприменимым, если по какой-либо причине (например, изменение состояния поверхности) ν_0 не является более независимым от T . График зависимости $\Phi(x)$ от $\lg x$ приведен на рис. 7.

В. Экспериментальная проверка

Фاولер сам впервые показал, как успешно предсказала его теория форму полученных на опыте кривых спектрального распределения и насколько полезной она оказалась при анализе экспериментальных данных с целью определения граничной частоты ν_0 . Фاولер

развил эту свою теорию во время пребывания в Висконсинском университете (США), где Менденгалл со своими сотрудниками собрал большое количество тщательно полученных данных по фотоэффекту чистых металлических поверхностей в высоком вакууме. Анализ этих данных показал, что экспериментальные кривые спектрального распределения вполне точно соответствуют теоретической кривой во всей области частот и температур, где были проведены эксперименты. Горизонтальное смещение, необходимое для того, чтобы привести к совпадению экспериментальную и теоретическую кривые давало значения ν_0 , которые, в пределах погрешности измерений, оказались независимыми от температуры. Значения же частоты кажущегося порога ν_a оказались, как и следовало ожидать, немного меньшими, чем ν_0 , и показывали несомненное уменьшение при увеличении температуры. В настоящее время уже ясно, что это кажущееся уменьшение частоты порога (и поэтому и работы выхода электрона из поверхности) не является фактическим изменением состояния поверхности, а вызвано просто увеличением тепловой энергии электронов и что значение $W_a - \mu$, являющееся мерой истинной работы выхода, вероятно, почти не зависит от температуры (этот вопрос будет более подробно обсужден в следующей главе).

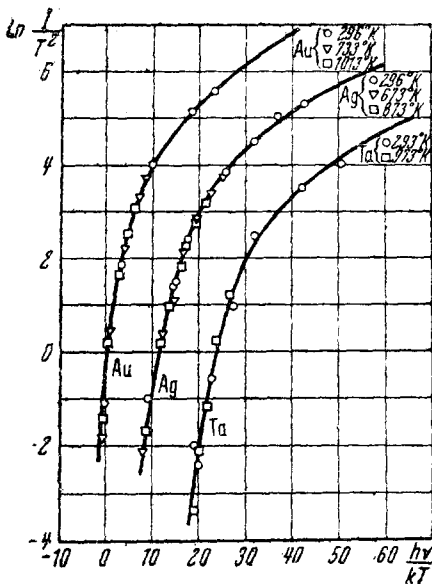


Рис. 8. Проверка теории Фаулера (Фаулер).

В работе Фаулера опубликованы кривые, представляющие данные, полученные для золота Моррисом, для серебра — Уинчем и для тантала — Кордуэллом. Он сообщил также, что и данные Лоуренса и Линфорда для вольфрама и Гетца для олова показывают такое же хорошее совпадение. В случае олова, анализ ясно показал изменение граничной частоты с изменением кристаллической структуры, как это было найдено Гетцом. Со времени опубликования теории Фаулера его метод был использован для анализа данных, полученных для вольфрама (Уорнер¹²), меди и железа (Глазе¹³), молибдена, палладия и цинка (Дюбридж и Рэр^{14, 15, 16}), торированного вольфрама (Дюбридж и Смит¹⁷) и ряда других металлов (Уэлч¹⁸). Ряд типичных кривых приведен на рис. 8 и 9. В каждом случае кривые, наблюдаемые при разных температурах, были смещены на величину, необходимую для совмещения их с тео-

ретической кривой, — вертикальное же смещение оказалось одинаковым для всех температур. Очень полные данные Дюбриджа и Рэра для палладия представлены кривой на рис. 10, которая по-

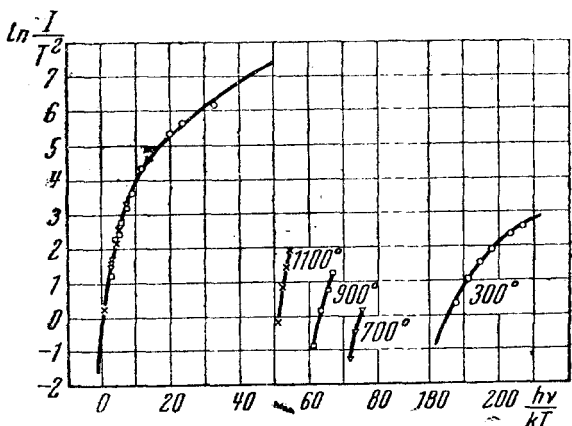


Рис. 9. Проверка теории Фаулера для чистого W (Уорнер). Точки даны как в начальных, так и в смещенных положениях.

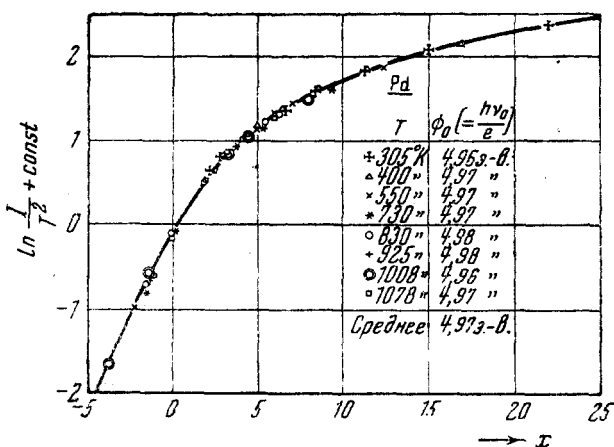


Рис. 10. Проверка теории Фаулера для Pd (Дюбридж и Рэр).

казывает особенно хорошо как точно экспериментальные точки лежат на предсказанной кривой. Наблюдения были выполнены при восьми разных температурах, заключающих в себе интервал примерно в 700°, и простирающийся до температур, где уже становится заметным термоионный ток. Область же длин волн прости-

ралась в некоторых случаях до $600 \text{ \AA}$ (примерно $1,2 \text{ eV}$) от границы. В некоторых неопубликованных экспериментах Дюбриджа и Смита с торированным вольфрамом было обнаружено, что теория применима для длин волн, простирающихся до $1,3 \text{ eV}$ от границы, и вне этой точки она, как можно ожидать, уже начнет давать отступления.

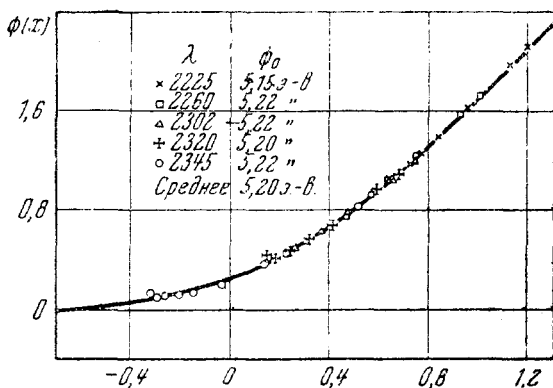


Рис. 11. Изохроматический анализ данных для Pd ($\Phi(x)$ в зависимости от $\lg x$).

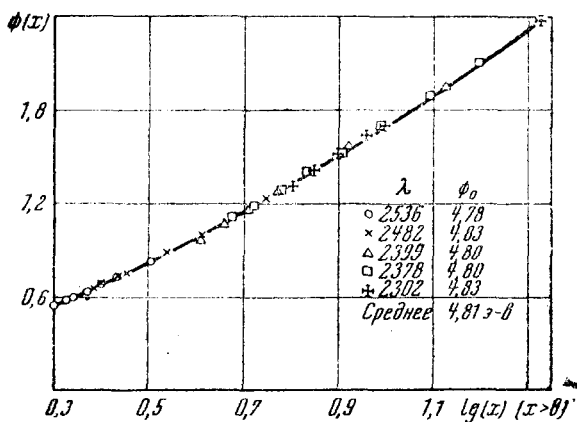


Рис. 12. Изохроматический анализ данных для Au.

Второй (изохроматический) метод анализа был использован автором¹¹ для данных, полученных для палладия и золота с результатами, представленными на рис. 11 и 12. Совпадение снова очень хорошее, и полученные при этом значения ν_0 , с точностью для погрешностей измерения, совпадают со значениями, полученными из этих же данных с помощью первого метода.

Сводка опубликованных данных представлена в табл. 2, в которой приведены значения граничной длины волны $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$, соответствующей работе выхода $\varphi = h\nu_0$, и экстраполированные зна-

ТАБЛИЦА 2

Металл	$T (^{\circ}\text{K})$	$\varphi (\text{eV})$	$\lambda_0 (\text{\AA})$	$\lambda_a (\text{\AA})$	Термоионн. $\varphi (\text{eV})$
Ag	296	4,71	2620	2610 ¹⁰	4,15 ¹⁵
	673	4,76	2592		
	873	4,75	2590	2700	
Au	296	средн. 4,74	2604		
		4,86	2530	2650 ¹⁰	
		4,92	2500		
		4,92	2500	2610	
Mo	303	средн. 4,90	2510		
	940	4,14	2992		
Pd	305	4,16	2983		
	400	4,96	2490	2490	
	550	4,97	2486		
	730	4,97		2550	
	830	4,98	2482		
	925	4,98			
	1008	4,96			
	1078	4,97		2660	
Ta	293	средн. 4,97	2486		4,99 ¹⁴
		4,13	3010	3050	4,13 ²⁰
		4,18	2970	3150	4,20
W (нить)	790	средн. 4,15	2990		2575 ¹²
		4,70	2626		
		4,65	2650		
		4,71	2619		
W (напылен- ный слой)	900	средн. 4,69	2632		4,54 ¹²
	1100				
	295	4,54	2720	2725	

чения кажущейся граничной длины волны λ_a . Заслуживает при этом особого интереса постоянство значений λ_0 для каждого отдельного металла.

Что касается самих экспериментов, надо отметить, что в большинстве случаев они были произведены с чистыми металлическими поверхностями, которые были тщательно обезгажены в очень высоком вакууме. Только при таких условиях можно быть уверенным в том, что природа самой поверхности не изменится с температурой. Однако было найдено, что и частично обезгаженная поверхность палладия оставалась настолько постоянной, что показывала хорошее согласие с теорией. Затем Уэлч нашел, что если измерения ограничены комнатной температурой, то поверхности, которые не были совершенно обезгажены, приводят к кривым, совпадающим с теорией.

Поэтому теория не ограничена в своих применениях только к совершенно чистым поверхностям. Кроме того, полученные для титрованного вольфрама данные указывают на то, что теория одинаково хорошо применима и к сложным поверхностям. Единственным, связанным с теорией, ограничением является лишь допущенное в самом начале, а именно, что используемая область частот не должна простирается слишком далеко за пределы граничной частоты и, как мы уже видели, это ограничение не является серьезным в большинстве действительных случаев.

С. Температурные эффекты

Рассмотрение табл. 2 показывает, что значения λ_0 и φ_0 , полученные при помощи метода Фаулера, являются приближенно независимыми от температуры. Полученные при этом небольшие изменения лежат в пределах экспериментальных погрешностей, связанных с процессом графического наложения кривых, и, во всяком случае, не превышают ожидаемых изменений, связанных с небольшим изменением количества газа, содержащегося в поверхностной пленке. В случае Pd, для которого были получены наиболее полные данные, эти изменения совсем малы и не имеют систематического характера.

Представляется интересным поставить вопрос, в какой степени может быть обнаружено наибольшее влияние температуры, если в дальнейшем оказалось бы возможным еще более уменьшить неточность эксперимента. Подобное влияние может сказаться на изменении либо W_a , либо μ , либо обеих этих величин. Что касается величины μ , то Зоммерфельд показал, что с большой степенью точности она может быть вычислена из уравнения (6) (дальнейшее уточнение приводит к дополнительному члену, содержащему T^2 , численное значение которого при 1000°K составляет только $10^{-40}/0$ всего выражения и которым можно поэтому пренебречь). Поэтому очевидно, что μ может изменяться только с изменением числа свободных электронов в единице объема n . Полагая, что число свободных электронов на атом остается постоянным, n может все же изменяться в связи с объемным расширением металла. Обозначая $n = \frac{N}{v}$ и принимая $v = v_0 [1 + \beta(T - T_0)]$, мы получаем приближенно

$$\mu = \mu_0 [1 + \beta(T - T_0)]^{-\frac{2}{3}}, \quad (23)$$

где μ_0 есть значение μ при T_0 . Отсюда в первом приближении получается

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{d\mu}{dt} = -\frac{2}{3} \beta. \quad (24)$$

В типичном случае это приводит к относительному температурному

коэффициенту величины μ порядка $3 \cdot 10^{-5}$ V на градус. Если бы $\mu = 5$ V, а $W_a = 10$ V, то это дало бы рост величины $\varphi = W_a - \mu$, примерно, на 30% для температурного интервала в 1000° . Подобное изменение, наверное, могло бы быть обнаружено экспериментально. Отсюда следует, что либо общее число свободных электронов N должно также расти с T , либо W_a — уменьшаться с T . В действительности следовало бы ожидать, что поверхностное электрическое поле, а значит и W_a будут уменьшаться в связи с термическим расширением, вследствие увеличения расстояния между металлическими ионами на поверхности металла. Герцфельд оценил величину этого эффекта и нашел, что он может вызвать изменение W_a порядка $0,1$ V, которое уменьшило бы φ в приведенном выше примере на 20% . Комбинированное изменение W_a и μ могут поэтому вызвать рост φ на 10% при изменении температуры на 1000° , и это является действительно пределом неточности эксперимента. Хотя этот подсчет является очень грубым, все же интересно повысить точность измерений, чтобы посмотреть можно ли наблюдать подобное изменение.

Ряд авторов указывал, что наличие небольшого температурного изменения φ оказало бы значительное влияние на наблюдаемое значение коэффициента A в термоионном уравнении Ричардсона. Этот вопрос был недавно снова детально проанализирован и ясно изложен Беккером и Брэтейном¹⁹. Коротко говоря, если принять, что работа выхода φ независима от T , то электронная теория Зоммерфельда приводит непосредственно к следующему теоретическому уравнению для термоионной эмиссии

$$I = AT^2 e^{-\frac{\omega}{T}}, \quad (25)$$

где $\omega = \frac{1}{k} (W_a - \mu) = \frac{\varphi}{k}$ и A есть универсальная постоянная $\frac{4\pi me k^2}{h^3} = 120 \text{ A/cm}^2 \text{ град}^2$. С другой стороны, если ω изменяется с температурой и если обозначить $\frac{d\omega}{dT} = \delta$, то теория приводит к уравнению

$$I = A_1 T^2 e^{-\frac{b}{T}}, \quad (26)$$

где $b = (\omega - \delta T)$ и $A_1 = Ae^{-\delta}$. Эмпирические значения A_1 и b определяются по измерению отсекаемого на оси ординат отрезка и из наклона ричардсоновской прямой ($\lg \frac{I}{T^2}$ в зависимости от $\frac{1}{T}$). Если полученный при этом отрезок будет равен $A = 120$, то можно сделать заключение, что $\delta = 0$ и поэтому ω есть постоянная величина. Однако эксперименты со многими чистыми металлами при-

вели к эмпирическому значению $A_1 = 60 = \frac{A}{2}$. Отсюда $e^{-\delta} = \frac{1}{2}$ и приближенно $\delta = 0,7$. Например, в случае вольфрама $\omega = 52000^\circ$ и, значит, относительный температурный коэффициент $\frac{\delta}{\omega} = 1,35 \cdot 10^{-5}$ на 1° , что соответствует изменению на $1,35\%$ на область в 1000° . Это и соответствует порядку величины, получаемому из расчета, приведенного в предыдущем параграфе, и могло бы быть обнаружено на опыте, если бы удалось повысить точность измерений. В действительности, анализируя данные, приведенные в табл. 2, Беккер и Брэтейн приходят к заключению, что в ней имеются признаки подобного температурного изменения, которое как по своему направлению, так и по своей величине соответствует необходимому для объяснения наблюдаемых значений A_1 . Учитывая, однако, неточность эксперимента, вряд ли можно придавать настолько большое значение этим небольшим изменениям ϕ , почему и необходимы дальнейшие экспериментальные исследования. Пока это еще не сделано, можно приближенно пренебречь эффектом, связанным с наличием небольшого температурного изменения ϕ , хотя соответствующие поправки могут быть при желании легко введены.

Хотя величины ϕ не зависят от T , однако вопрос о температурной зависимости фототока I , бывший в прошлые годы объектом ряда дискуссий, продолжал до настоящего времени оставаться весьма интересным. Старые опыты приводили к указаниям на то, что фотоэлектрический ток не зависит от температуры, хотя в большинстве случаев температурная область была невелика, а измеряемые фототоки возбуждались спектрально-неразложенным светом. Однако, когда были произведены измерения в более широких областях с приблизительно монохроматическим излучением, то Айвс²⁰ в области очень низких температур и автор²¹ в области высоких температур обнаружили несомненное температурное влияние. Казалось естественным вначале приписать это влияние температурному изменению работы выхода, хотя автор и предполагал, что они могут быть вызваны тепловой энергией электронов. Со времени развития теории Фаулера этот вопрос подвергся детальному экспериментальному исследованию, которое привело к результатам, находящимся в полном согласии с теорией.

Если снова обратиться к уравнению Фаулера, то очевидно, что на зависимость I от T будет сильно влиять частота возбуждающего эффект света. Мы можем рассмотреть три случая:

1. $\nu = \nu_0$, т. е. $x = 0$: уравнение (19) приводит тогда к $I = \frac{aA\pi^3}{12} T^2$, т. е. I пропорционально T^2 .
2. $\nu \gg \nu_0$. Тогда $x \gg 0$ и в этом случае.

$$I = AT^2 \left(\frac{x^3}{2} + \frac{\pi^2}{6} \right) \quad (27)$$

или в зависимости от ν

$$I = \frac{A}{2} \left[\frac{h^2 (\nu - \nu_0)^2}{k^2} + \frac{\pi^2}{3} T^2 \right]. \quad (28)$$

Даже для длин волн, отличающихся только на 100 Å от граничной, первый член в скобках значительно больше второго, и для высоких частот I лишь незначительно изменяется с T .

3. $\nu \ll \nu_0$. В этом случае $x \ll 0$, и мы получаем приближенно

$$I = \alpha A T^2 e^x = \alpha A T^2 e^{\frac{h(\nu - \nu_0)}{kT}}, \quad (29)$$

что приведет к очень сильному изменению I с T , так же как и в случае термоионной эмиссии.

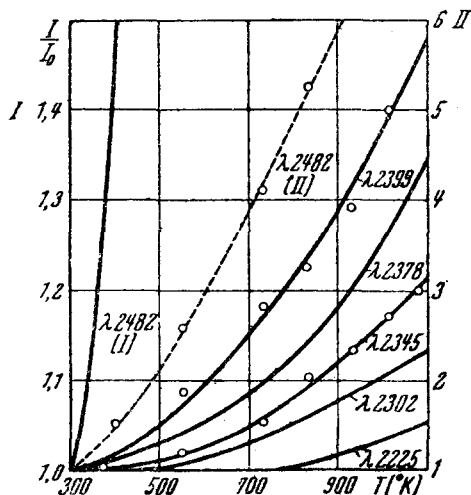


Рис. 13. Изменение фототока с температурой при разных частотах для Pd.

На рис. 13 приведены полученные экспериментально для Pd зависимости I от T для света различных частот. Это те же данные, которые уже были проанализированы при помощи изохроматического метода на рис. 11, где было очевидно, что они находятся в полном согласии с теорией Фаулера. Действительно, все данные, представленные на рис. 8, 9 и 10 для разных температур, показывают, что зависимость I как от температуры, так и от частоты вполне удачно описывается теорией.

Это является непосредственным и убедительным доказательством того, что распределение энергий электронов в металлах правильно задается статистикой Ферми.

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИЙ ФОТОЭЛЕКТРОНОВ

Методы, использованные при развитии теории спектрального распределения Фаулера, могут быть распространены и на проблему распределения энергии фотоэлектронов²². Успех, полученный в результате применения к этой новой проблеме, можно рассматривать как несомненное достижение новой электронной теории металлов, ибо классическая теория оказалась вообще неудовлетворительной при ее применении к этой проблеме, за исключением введения некоторых допущений *ad hoc*, относящихся к природе электронных соударений внутри металла.

Распределение энергий фотоэлектронов определяется обычно на опыте путем измерения тока I , создаваемого фотоэлектронами, достигающими коллекторного электрода в зависимости от величины задерживающего потенциала V , приложенного между этим электродом и эмитирующей поверхностью. Форма получаемой при этом вольтамперной кривой будет сильно зависеть от геометрического расположения обоих электродов, и только в некоторых специальных случаях эти кривые могут быть использованы для определения функции распределения энергий. Мы рассмотрим следующие два случая:

Случай I. Параллельные пластинки (рис. 14). Если пластинки велики по сравнению с расстоянием между ними, то электриче-

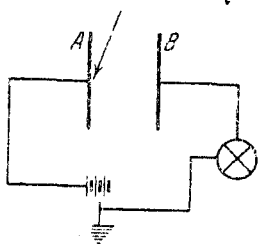


Рис. 14. Плоско-параллельный конденсатор.

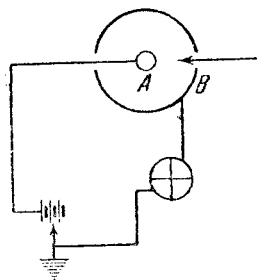


Рис. 15. Сферический конденсатор.

ское поле между ними однородно и нормально к поверхности. Если электрон вылетает из пластинки A со скоростью, нормальная к пластинке составляющая которой равна v_n , то он сможет достичь пластинки B, при наличии задерживающего потенциала V лишь в случае, если

$$\frac{1}{2} m v_n^2 \geq eV.$$

Если $f(E_n) dE_n$ представляет собой число электронов, вылетающих из пластинки с нормальной энергией $E_n = \frac{1}{2} m v_n^2$ в интервале dE_n , то число электронов $F(V)$, достигнувших пластинки при наличии задерживающего потенциала V , будет

$$F(V) = \int_{eV}^{\infty} f(E_n) dE_n.$$

Поэтому

$$f(E_n) = - \frac{1}{e} \left[\frac{dF(V)}{dV} \right], \quad (30)$$

где производная берется в точке, в которой $eV = E_n$. Из экспериментальных кривых мы можем, таким образом, определить функцию распределения нормальных энергий.

Случай II. Концентрические сферы (рис. 15). Если эмитирующая сфера A очень мала по сравнению с коллекторной сферой B , то электрон, вылетающий в любом направлении из A , будет двигаться радиально и достигнет внешней сферы при наличии задерживающего потенциала V только в том случае, если его полная скорость v будет такова, что $\frac{1}{2}mv^2 \geq eV$. Если положить $E = \frac{1}{2}mv^2$ и если $f(E)dE$ представляет собой число электронов, вылетающих с энергией в интервале $E, E + dE$, то, как и прежде,

$$f(E) = -\frac{1}{e} \left[\frac{dF(V)}{dV} \right]_{eV=E} \quad (31)$$

и мы можем теперь определить функцию распределения их полных энергий. Перейдем теперь к выводу теоретических выражений для обеих функций распределения и для вольтамперных кривых.

А. Нормальные энергии

Уравнение для вольтамперной кривой может быть в этом случае получено непосредственно из теории Фаулера. Действительно, создание задерживающего потенциала V между параллельными пластинками в точности эквивалентно увеличению потенциального барьера на поверхности на величину eV . Поэтому мы заменяем в уравнении Фаулера (19) величину W_a через $W_a + eV$ и получаем сразу для тока в цепи коллектора

$$I = \alpha AT^2 \varphi(x_1), \quad (32)$$

где $\varphi(x_1)$ есть уже определенная выше функция Фаулера, а

$$x_1 = \frac{h\nu - (W_a + eV - \mu)}{kT}. \quad (33)$$

Для заданных частоты падающего излучения ν и температуры T x_1 и $\varphi(x_1)$ будут функциями только от V , и, следовательно, приведенное уравнение (32) является выражением для вольтамперной кривой. Мы можем записать x_1 в следующей форме:

$$x_1 = \frac{h\nu - (W_a - \mu) - eV}{kT} = \frac{e(V_m - V)}{kT}, \quad (34)$$

где мы положим

$$eV_m = h\nu - (W_a - \mu) = h(\nu - \nu_0).$$

Для простоты рассмотрим сначала случай, когда $T = 0^\circ \text{K}$. Тогда как в уравнении (20),

$$\begin{cases} I = 0 \text{ для } x_1 \leq 0 \text{ или } V \geq V_m \\ I = \frac{1}{2} \alpha A e^2 (V - V_m)^2 \text{ для } x_1 \geq 0 \text{ или } V \leq V_m. \end{cases} \quad (35)$$

Таким образом вольтамперная кривая является в этом случае параболой с вершиной на оси вольтажей при $V = V_m$, как предста-

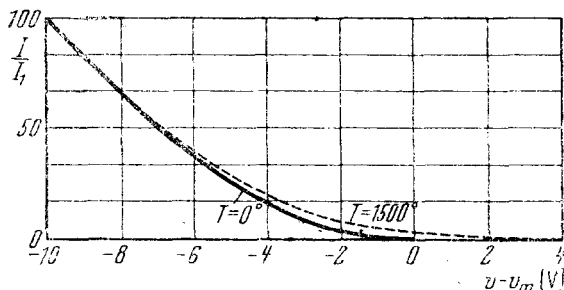


Рис. 16. Теоретическая кривая ток — напряжение для плоско-параллельных электродов.

влено на рис. 16. При этой температуре нет электронов, вылетающих с энергией, превышающей eV_m , и поэтому имеется резко определенный максимум их энергии, определяемый из

$$eV_m - h\nu - (W_a - \mu) = h(\nu - \nu_0), \quad (36)$$

где ν_0 определяется, как и прежде, из уравнения (21). Это и есть уравнение Эйнштейна, которое раньше имело место при всех температурах, но согласно настоящей теории справедливо в точности лишь при $T = 0^\circ \text{K}$. При более высоких температурах вольтамперные кривые, задаваемые уравнением (32), приближаются к оси асимптотически, и резко определенная максимальная энергия будет уже отсутствовать. Мы можем все же определить V_m , как характеристическую энергию, и эта характеристическая энергия (которая не является максимальной) будет удовлетворять уравнению Эйнштейна. Как мы увидим далее, эту энергию возможно определить эмпирически из данных, полученных при любой температуре. Таким образом V_m является максимальной энергией, которую можно было бы наблюдать, если бы удалось понизить температуру поверхности до абсолютного нуля, при условии, что величина $W_a - \mu$ останется при этом неизменной.

Уравнение для распределения нормальных энергий электронов может быть, согласно (30), получено из непосредственного дифференцирования уравнения (32). Однако оказывается более простым возвратиться непосредственно к уравнению (15), интегрированием которого получается уравнение (32). Заменяя в (15) W_a через

$W_a + eV$, мы получаем сразу уравнение для выражения $F(v)$, т. е. числа электронов, способных пройти против задерживающего поля V . Мы получаем тогда

$$F(V) = \alpha \frac{4\pi mkT}{h^3} \int_{(W_a + eV - h\nu)}^{\infty} \lg \left[1 + e^{\frac{\mu - E_n}{kT}} \right] dE_n, \quad (37)$$

где α есть фактор вероятности, введенный в уравнение (18). Но так как

$$f(E_n) = -\frac{1}{e} \left[\frac{dF(V)}{dV} \right],$$

то мы сразу получаем

$$\begin{aligned} f(E_n) &= \alpha \frac{4\pi mkT}{h^3} \lg \left(1 + e^{\frac{\mu - W_a + eV - h\nu}{kT}} \right) = \\ &= \alpha \frac{4\pi mkT}{h^3} \lg \left(1 + e^{\frac{E_m - E_n}{kT}} \right), \end{aligned} \quad (38)$$

где мы положили

$$E_m = eV_m = h\nu - (W_a - \mu) \text{ и } E_n = eV.$$

Уравнение (38) и представляет собой разыскиваемую нами функцию распределения нормальных энергий. При $T = 0^\circ \text{K}$ оно сводится к

$$f_0(E_n) = \alpha \frac{4\pi m}{h^3} (E_m - E_n), \quad (39)$$

которое изображается прямой линией, пересекающей ось энергий при $E_m = eV_m$, давая тем самым резко определенную максималь-

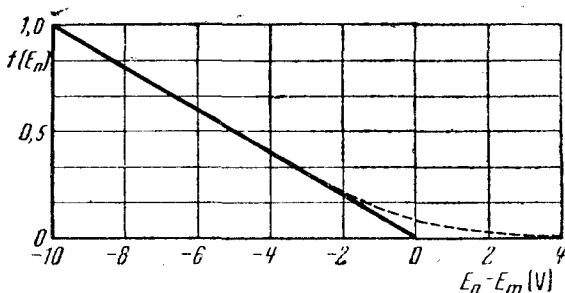


Рис. 17. Теоретическое распределение нормальных энергий.

ную энергию. При более высоких температурах кривая спадает асимптотически, как это показано на рис. 17. Эти кривые могли бы быть в действительности непосредственно получены из рис. 3,

который представляет распределение нормальных энергий внутри металла, ибо настоящие кривые представляют собой просто части предыдущих, лежащие направо от точки на абсциссе $E_n = W_a - h\nu$. По нашим предположениям электроны с энергией, большей этого значения, могут вылететь наружу, и их распределение энергий не будет поэтому искажено, за исключением одинакового уменьшения на величину $W_a - h\nu$.

В действительности кривые рис. 16 и 17 не похожи в точности на экспериментальные кривые. Вероятно, это вызвано нашим допущением о том, что коэффициент прозрачности равен единице для всех электронов, в то время как, вероятно, для более медленных электронов коэффициент прозрачности может быть меньше. Вблизи же значения V_m теоретические кривые должны быть правильной формы. Все это было подвергнуто непосредственной проверке в опытах Дюбриджа и Гергенротера²³, которые применили метод параллельных пластинок при измерении вольтамперных кривых для тщательно обезгаженной поверхности молибдена, для целого ряда частот и температур. Так как теоретическое уравнение (32) идентично уравнению спектрального распределения Фаулера, то для анализа экспериментальных данных можно использовать тот же самый графический метод, за исключением того, что переменной является теперь уже не ν , а V . Следовательно, если построить график зависимости $\lg \frac{I}{T^2}$ от $\frac{eV}{kT}$, то полученная кривая должна иметь ту же форму, что и кривая Фаулера, но быть сдвинутой вдоль осей. Вертикальное смещение должно зависеть от коэффициента α и от интенсивности падающего света. Для определенной заданной интенсивности это смещение, однако, должно быть независимым от частоты и температуры. Горизонтальное же смещение должно быть равно $\frac{eV_m}{kT}$, как это сразу очевидно из определения параметра x_1 , данного в уравнении (34).

Ряд экспериментальных вольтамперных кривых для Мо, обработанных графически подобным путем, представлен на рис. 18 и 19. На рис. 18 представлены наблюдения, полученные при постоянной температуре 300° К для целого ряда длин волн падающего света, в то время как на рис. 19 представлены результаты наблю-

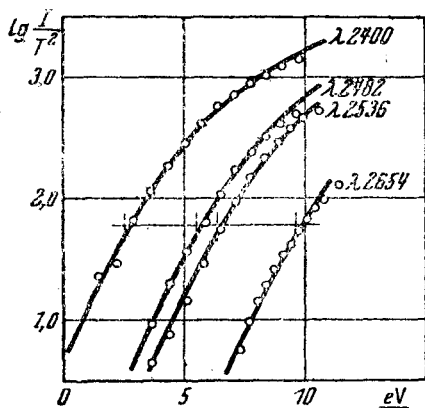


Рис. 18. Анализ кривых ток — напряжение при плоско-параллельных электродах для Мо при $T = 300^\circ \text{ К}$.

лений при одной частоте, но для целого ряда значений T . Вполне очевидно, что экспериментальные точки укладываются точно на теоретических кривых, давая замечательное подтверждение теории в широкой области значений ν и T . Необходимое для совпадения вертикальное смещение является одинаковым для всех кривых на обоих рисунках. Из горизонтального же смещения были определены

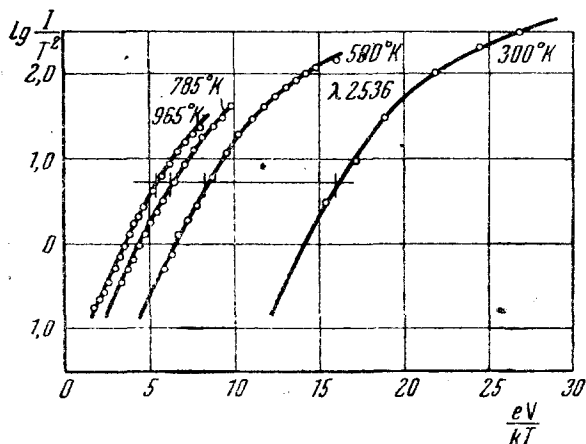


Рис. 19. Анализ кривых ток — напряжение при плоско-параллельных электродах для Мо при разных температурах.

значения V_m , причем было найдено, что: 1) для определенной постоянной частоты V_m не зависит от T и 2) для постоянной температуры V_m изменяется с ν в соответствии с уравнением Эйнштейна. В каждом случае полученная погрешность измерения была порядка 1%. Поэтому теория хорошо объясняет распределение нормальных энергий фотоэлектронов, по крайней мере, для энергий, не намного меньших, чем величина V_m . В действительности же точки, представленные на рисунках, относятся ко всей нижней половине экспериментальных кривых, так что рассмотренная область оказывается не слишком ограниченной, несмотря на приближения, которые были сделаны. Еще более важно, что теория дает определенный ответ на вопрос о существовании резко определенной максимальной энергии и раскрывает ясный смысл уравнения Эйнштейна. Это становится еще более ясным, когда мы попытаемся распространить теорию на более общую проблему распределения полных энергий фотоэлектронов.

В. Полные энергии

Вычисление распределения полной энергии фотоэлектронов является значительно более сложным, так как при этом необходимо учесть также составляющие скорости, параллельные эмитирующей

поверхности. Тем не менее это является наиболее общей проблемой в области фотоэлектрической эмиссии, так как если она будет решена, то ответы на уже рассмотренные выше проблемы могут быть получены сразу как частные случаи.

Наши расчеты надо начать с общего выражения Ферми-Дирака для числа электронов в единице объема металла со скоростями (независимо от направления), лежащими в интервале u и $u + du$, а именно

$$n(u) du = \frac{\frac{8\pi m}{h^3} u^2 du}{1 + \frac{1}{2} \frac{mu^2}{kT} + 1} \quad (40)$$

Допустим, что под влиянием единицы интенсивности падающего света некоторая часть p этих электронов поглотит квант энергии, приобретая поэтому скорость u_1 , определяемую из

$$\frac{1}{2} mu_1^2 = \frac{1}{2} mu^2 + h\nu \quad (41)$$

Распределение скоростей возбужденных электронов, за исключением дополнительного члена $h\nu$, будет того же характера, что и невозбужденных, и распределение по направлениям останется однородным, если мы допустим, что не существует предпочтительного направления для дополнительной скорости, получаемой от света¹⁾. Из возбужденных же электронов только те могут вылететь, скорость которых u_1 направлена так, что ее нормальная к поверхности составляющая ξ больше минимального значения ξ_c , необходимого для преодоления потенциального барьера, причем $\frac{1}{2} m\xi_c^2 = W_a$. Это значит, что вектор u_1 должен лежать внутри конуса с осью, нормальной к поверхности, с полууглом у вершины, равным $\arcsin \frac{\xi_c}{u_1}$, и который поэтому охватывает телесный угол $2\pi \left(1 - \frac{\xi_c^2}{u_1^2}\right)$. Вероятность того, что этот вектор будет лежать внутри этого конуса есть отношение этого телесного угла к 4π и равна, следовательно, $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_c^2}{u_1^2}\right)$ при условии, что $u > \xi_c$, и равна, конечно, нулю при $u < \xi_c$.

¹⁾ Фаулер допускал, что дополнительная скорость получалась в направлении, нормальном к поверхности. Хотя оба эти допущения кажутся существенно разными, они приводят к тому же результату, так как в интегрирование включаются только наиболее быстрые электроны (т. е. имеющие наибольшие нормальные скорости), к которым должны относиться электроны, получившие дополнительную скорость в направлении, почти нормальном к поверхности. Следовало бы ожидать небольшой разницы в результатах, если бы было вычислено второе приближение, и в этом случае допущение об однородном распределении дополнительных скоростей казалось бы а priori более правдоподобным.

Теперь электроны с начальной скоростью в интервале $u, u+du$, будут после вылета иметь скорость в интервале $v, v+dv$, где

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 - W_a = \frac{1}{2}mu^2 + h\nu - W_a \\ vdv = u_1 du_1 = udu. \end{array} \right\} \quad (42)$$

Если мы помножим число электронов в единице объема, имеющих скорость u_1 , на значение составляющей скорости ξ_1 , нормальной к поверхности, то мы получим число электронов, попадающих на единицу поверхности за единицу времени. Та же часть из них, которая выйдет наружу, будет определяться коэффициентом прозрачности D поверхности для электронов этой скорости. Тогда, окончательно, число электронов, вылетающих через единицу поверхности за единицу времени со скоростью в интервале $v, v+dv$, будет определяться из

$$N(v)dv = \xi_1 p D \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_c}{u_1}\right) n(u) du. \quad (43)$$

Беря значение $n(u)$ из уравнения (40) и выражая все в зависимости от v , используя для этого уравнение (42), получаем

$$\begin{aligned} N(v)dv &= \frac{8\pi m^3}{h^3} \xi_1 p D \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\xi_c}{(v^2 + \xi_c^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\ &\times \left[v^2 + \xi_c^2 - \frac{2h\nu}{m} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{v dv}{\frac{\frac{1}{2}mv^2 - h\nu + W_a - \mu}{e^{kT}} + 1}. \end{aligned} \quad (44)$$

Это и есть общее уравнение для распределения скоростей, при выводе которого еще не были сделаны никакие допущения. Оно значительно упростится, если мы сделаем предположения такого же характера, как и в теории спектрального распределения. Это означает в первую очередь допущение того, что для малых областей значений ν и v факторы p и D являются существенно постоянными. Затем, так как $v^2 \ll \xi_c^2$ ($\frac{1}{2}m\xi_c^2$ порядка 15 eV, в то время как $\frac{1}{2}mv^2$ не превышает обычно 1 eV), мы можем разложить в ряд первый член в скобках, получая приближенно $\frac{v^2}{2\xi_c^2}$. Подобно этому для частот, близких к ν_0 , величина ξ_1 будет только немного больше, чем ξ_c , в то время как второй член в скобках будет немного меньше, чем ξ_c , так что их произведение будет равно прибли-

женно ξ_c . Поэтому мы получаем

$$N(v) dv = \frac{\alpha A_{11}}{4} \frac{v^3 dv}{\frac{1}{2} m (v^2 - v_m^2) e^{\frac{v^2 - v_m^2}{kT}} + 1}, \quad (45)$$

где α — коэффициент пропорциональности, заключающий в себе p и D и принимаемый постоянным; A_{11} — универсальная постоянная, равная $\frac{8\pi m^3}{h^3}$, а v_m определяется из соотношения

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = h\nu - (W_a - \varphi), \quad (46)$$

которое снова представляет собой уравнение Эйнштейна. Так как обычно бывает удобным выражать энергию в единицах разности потенциалов, то

$$eV_1 = \frac{1}{2} m v^2;$$

$$eV_m = \frac{1}{2} m v_m^2;$$

$$edV_1 = m v dv,$$

откуда получается

$$\begin{aligned} f(V_1) dV_1 = \\ = \alpha A_{11} \frac{V_1 dV_1}{e^{\frac{e(V_1 - V_m)}{kT}} + 1}, \end{aligned} \quad (47)$$

где

$$A_1 = \frac{2e^2}{m^2} \frac{A_{11}}{4} \frac{4\pi m e^2}{h^3}.$$

Это и есть окончательное уравнение для распределения энергии фотоэлектронов, из которого можно получить все другие уравнения, интересные с точки зрения эксперимента. Это уравнение представлено графически на рис. 20 для типичного значения V_m и трех разных температур. Вполне очевидно, что, как и раньше, при 0°K имеется резко определенная максимальная энергия, равная V_m , но при более высоких температурах мы получаем постепенное спадание кривых.

Несмотря на то, что кривая распределения энергий при комнатной температуре является в общем подобной кривым, получаемым

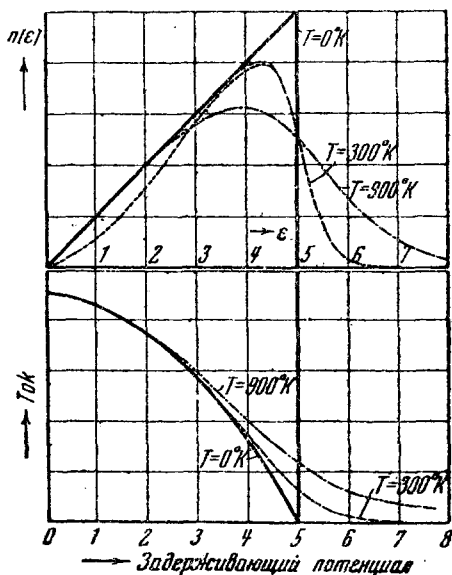


Рис. 20. Теоретическая кривая распределения полных энергий и кривые ток — напряжение.

обычно при эксперименте, все же имеют место два важных отличия: 1) экспериментальные кривые, вопреки предсказанию, не являются линейными для более малых энергий и 2) наиболее вероятная энергия (максимум кривой) лежит ближе к кажущемуся пересечению с осью (кажущемуся максимальному значению V , которое может быть получено экстраполяцией), чем это обычно сообщалось. Первое расхождение объясняется возможно тем, что коэффициент прозрачности D не равен единице для очень медленных электронов. Эта часть кривой, будучи экспериментально наиболее неточной, является одновременно не самой интересной, и поэтому это расхождение не существенно. Второе расхождение, вероятно, нереально, так как наиболее новые опыты, которые будут описаны далее, показали хорошее согласие с теорией. Для проведения количественной экспериментальной проверки желательно вывести теоретическую вольтамперную кривую, которую и можно было бы сравнить непосредственно с наблюдениями. Для этой цели мы используем соотношение

$$I = e \int_V^{\infty} f(V_1) dV_1, \quad (48)$$

где I — ток, достигающий коллектора при наличии задерживающего потенциала V . Следовательно,

$$I = e \alpha A_1 \int_V^{\infty} \frac{V_1 dV_1}{e \frac{(V_1 - V_m)}{kT} + 1}. \quad (49)$$

Сделаем сейчас следующие подстановки: $x = \frac{eV}{T}$, $x_0 = \frac{e}{kT}$ и $x_1 + \frac{eV_1}{kT}$ [из того, что $V_m = \frac{h}{e}(v - v_0)$, следует, что x_0 есть величина, обозначенная через x в уравнениях (17a) и (17b)]. Делая дальнейшую подстановку $e^{x_1} = \omega$, $e^{-x_0} = a$ и $dx_1 = \frac{d\omega}{\omega}$, мы приходим к следующей более простой форме интеграла

$$\int_{e^x}^{\infty} \frac{\lg \omega d\omega}{\omega (a\omega + 1)},$$

который может быть проинтегрирован по частям. Характер результата зависит от того, будет ли в области интегрирования величина x_1 меньше или больше, чем x_0 , а это в свою очередь зависит от того, будет ли нижний предел x больше или меньше, чем x_0 . Мы получаем, следовательно, два случая, которые можно проанализировать подобно тому, как это уже было сделано при

выводе уравнения (16), в результате чего мы получаем

$$I = \alpha AT^2 \left\{ \frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2} (x^2 - x_0^2) + x \lg [1 + e^{(x-x_0)}] - \right. \\ \left. - \left[e^{(x-x_0)} - \frac{e^{2(x-x_0)}}{2^2} + \frac{e^{3(x-x_0)}}{3^2} - \dots \right] \right\} \text{ для } x \leq x_0; \quad (50)$$

$$I = \alpha AT^2 \left\{ x(x - x_0) + x \lg [1 + e^{(x-x_0)}] + \right. \\ \left. + \left[e^{-(x-x_0)} - \frac{e^{-2(x-x_0)}}{2^2} + \frac{e^{-3(x-x_0)}}{3^2} - \dots \right] \right\} \text{ для } x \geq x_0, \quad (51)$$

где мы положили $A = \frac{A_1 k^2}{e^2} = \frac{4\pi m e k^2}{h^3}$, которое идентично с A в уравнении Фаулера (19) и с A в термоионном уравнении, и численно равное $120 \text{ A/cm}^2 \text{ град}^2$.

Так как $x_0 = \frac{h(\nu - \nu_0)}{kT}$, то очевидно, что предыдущие уравнения представляют собой общее соотношение для фотоэлектрической эмиссии поверхности в зависимости от всех трех переменных ν , V и T . Мы можем записать его сокращенно в следующем виде

$$I = \alpha AT^2 \Psi(x, x_0), \quad (52)$$

где $\Psi(x, x_0)$ обозначает функцию, заключенную в скобки, в уравнениях (50) и (51). Мы рассмотрим сперва два частных случая:

1. $V = 0$. Если нет задерживающего потенциала, то ток будет равен полному току насыщения, и предыдущие уравнения должны перейти в другие, дающие зависимость I от ν и T . Делая подстановку, мы получаем сразу

$$I = \alpha AT^2 \left[\frac{\pi^2}{6} + \frac{x_0^2}{2} - \left(e^{-x_0} - \frac{e^{-2x_0}}{2^2} + \dots \right) \right] \text{ для } x \geq 0 \text{ или } \nu \geq \nu_0;$$

$$I = \alpha AT^2 \left[e^{x_0} - \frac{e^{2x_0}}{2^2} + \frac{e^{3x_0}}{3^2} - \dots \right] \text{ для } x_0 \leq 0 \text{ или } \nu \leq \nu_0.$$

Эти же уравнения оказываются идентичными с уравнениями Фаулера (17а) и (17), и, следовательно, общее уравнение (52) включает уравнение Фаулера как частный случай, что, конечно, является необходимым условием.

2. $T = 0^\circ \text{ K}$. В этом случае вольтамперные кривые имеют очень простой вид, так как, выполняя соответствующие подстановки, и в частности для значений x и x_0 , мы получаем

$$I = \frac{\alpha A e^2}{2k^2} (V_m^2 - V^2) \text{ для } V \leq V_m;$$

$$I = 0 \text{ для } V \geq V_m,$$

что дает параболу, пересекающую ось V в точке V_m , как это показано на рис. 20.

Теоретические вольтамперные кривые для любой температуры могут быть представлены графически при использовании уравнения (52). Однако $\Psi(x, x_0)$ не является, к сожалению, универсальной функцией от $x - x_0$ и, следовательно, ее характер будет зависеть от численного значения x_0 в каждом отдельном случае. На рис. 21 и представлены кривые для пяти выбранных значений x_0 . Так как x_0 зависит как от $\nu - \nu_0$, так и от T , то эти кривые представляют зависимость от ν при постоянном T или, наоборот, зависимость от T при постоянном ν . Если, для примера, $T = 300^\circ\text{K}$, то разные

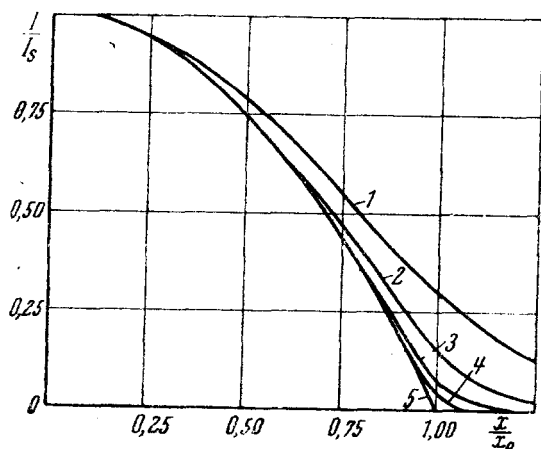


Рис. 21. Теоретические кривые ток — напряжение для различных значений x_0 . 1) $x_0 = 5$; 2) $x_0 = 10$; 3) $x_0 = 20$; 4) $x_0 = 40$; 5) $x_0 = \infty$.

кривые соответствуют разным значениям $V_m = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0)$ а именно:

$$\begin{cases} x_0: & \infty & 40 & 20 & 10 & 5 \\ V_m(V): & \infty & 1,04 & 0,52 & 0,26 & 0,13. \end{cases}$$

С другой стороны, для постоянной частоты, соответствующей, например, $V_m = 0,5 \text{ V}$, эти кривые соответствуют следующим разным температурам:

$$\begin{cases} x_0: & \infty & 40 & 20 & 10 & 5 \\ T(^{\circ}\text{K}): & 0 & 150 & 300 & 600 & 1200. \end{cases}$$

В связи с этой зависимостью формы кривой от численного значения x_0 (и следовательно и от V_m), вопрос о сравнении теории с опытом является более сложным, нежели в случае теории Фаулера, где достаточно одной теоретической кривой. Конечно,

если бы V_m было известно в каждом отдельном случае экспериментальных данных, то соответствующая теоретическая кривая могла бы быть вычислена сразу. Но вообще же значение V_m может быть определено при применении теории только из самих этих данных. Возможно, однако, развить приближенный метод анализа, который является достаточно точным в небольшой области значений V . Этот метод основывается на факте, что для $x > x_0$, уравнение (51) переходит (при разложении в ряд логарифма) в

$$I = \alpha A T^2 \left[(x+1) e^{-(x-x_0)} - \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \right) e^{-2(x-x_0)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \left(x + \frac{1}{3} \right) e^{-3(x-x_0)} - \dots \right]$$

и если затем $x - x_0 > 1$ и $x_0 > 10$, то это соответствует довольно близко уравнению

$$I = \alpha A T^2 x \left[e^{-(x-x_0)} - \frac{1}{4} e^{-2(x-x_0)} \right].$$

Это может быть записано в следующем виде

$$\lg \frac{I}{x T^2} = B + \chi(x - x_0),$$

где

$$B = \lg(\alpha A) \quad \text{и}$$

$$\chi(x - x_0) = \lg \left[e^{-(x-x_0)} - \frac{1}{4} e^{-2(x-x_0)} \right].$$

Поэтому величина $\lg \frac{I}{x T^2}$ является универсальной функцией от $x - x_0$, и это соотношение, как оказывается, соблюдается достаточно точно в довольно широкой области значений x вблизи x_0 . Определяя зависимость $\chi(x - x_0)$ от $x - x_0$, мы получаем теоретическую кривую, которая должна иметь ту же форму, что и экспериментальные кривые, если составить график зависимости $\lg \frac{I}{x T^2}$ от x . Необходимое для совмещения с теоретической кривой горизонтальное смещение должно быть тогда равно $x_0 = \frac{e V_m}{k T}$, откуда V_m и может быть определено.

С. Экспериментальная проверка

Экспериментальная проверка этой теории распределения энергий, с использованием приведенного выше метода анализа, была произведена Рэром²⁴ для Мо при разных температурах и Дюбриджем и Хиллом²⁵ для На при комнатной температуре. В обоих случаях

результаты оказались в хорошем согласии с теорией во всей использованной области частот и температур, и для всех значений V примерно от $\frac{1}{3} V_m$ и выше. На рис. 22 представлены вольтамперные кривые, полученные Рэром для Мо при комнатной

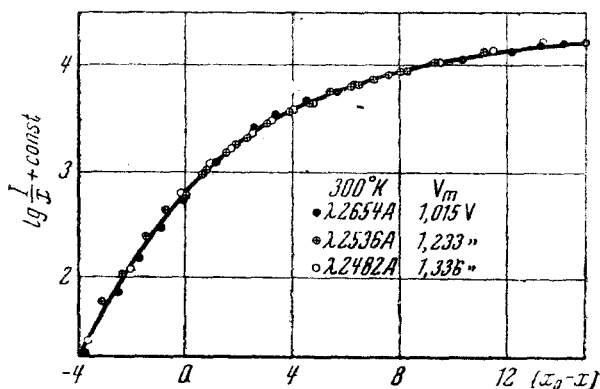


Рис. 22. Анализ кривых ток—напряжение для Мо при 300° K (Рэр).

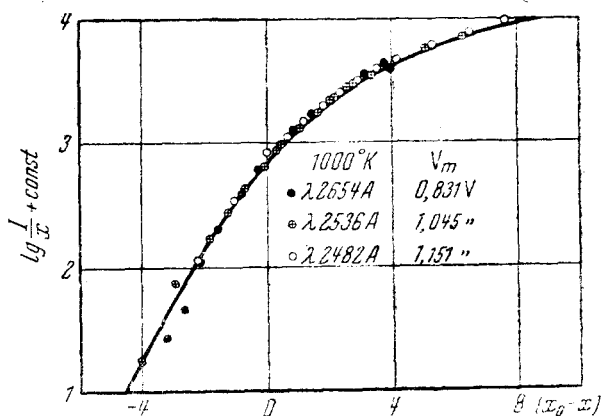


Рис. 23. Анализ кривых ток—напряжение для Мо при 1000° K (Рэр).

температуре и обработанные указанным образом, в то время как на рис. 23 представлены данные для этой же поверхности при 1000° K — наибольшей температуре, при которой еще незаметен термоионный ток. Те же данные, представленные, как обычно, в виде зависимости $I=f(V)$, приведены на рис. 24, где ясно видно влияние температуры на хвост кривых и поэтому на кажущееся (экстраполированное) значение задерживающего потенциала.

В этом случае кажущийся задерживающий потенциал, даже при комнатной температуре, примерно на 10% больше, чем V_m .

Кривые для дистиллированной поверхности натрия при комнатной температуре (300°K) представлены на рис. 25 (для приведения всех их на один и тот же рисунок, индивидуальные кривые

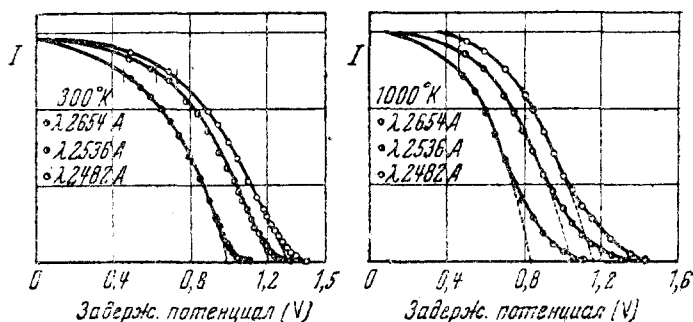


Рис. 24. Влияние температуры на кривые ток—напряжение.

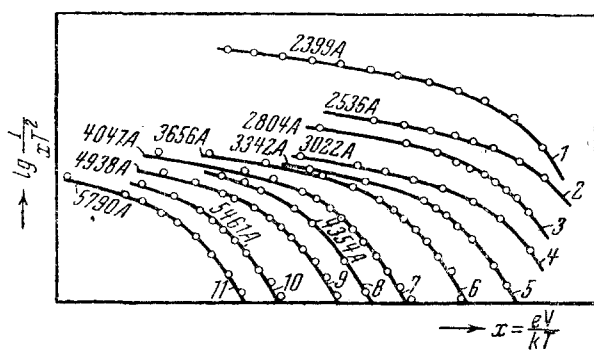


Рис. 25. Анализ кривых ток—напряжение для Na.

были сдвинуты как горизонтально, так и вертикально на произвольные величины). Довольно неожиданным в этом случае является то, что, вопреки принятым в теории допущениям, экспериментальные точки хорошо совпадают с теорией в довольно широкой области длин волн от 2400 до 5790 Å.

Независимая проверка этой теории была недавно опубликована Брэди²⁶ для тонких пленок калия. Измерения находятся в очень хорошем согласии с теорией для всех примененных длин волн, и для толщин пленок от таких тонких как 3—4 атомных слоя вплоть до „толстых слоев“. При этом не наблюдалось изменения распределения энергий с толщиной пленки, как это сообщалось прежде Лукирским и Прилежаевым²⁷.

Некоторые неопубликованные данные, полученные Рэром для дистиллированной поверхности цинка, показывают довольно удач-

ное совпадение с теорией, при условии, что пленка цинка была получена в условиях чрезвычайно хорошего вакуума. Малейшие следы газа изменяли полностью форму вольтамперных кривых в такой степени, что они совсем не могли быть приведены к совпадению с теоретической кривой. Влияние газа приводило, главным образом, к увеличению хвоста кривых, подобно тому, как этого можно было бы ожидать, если бы возросла температура поверхности. Действительно наблюдения довольно хорошо совпадали бы с теорией, если можно было бы допустить, что температура поверхности на несколько сот градусов выше, чем это было в действительности. Этот странный результат не был объяснен, но Ноттингем сообщил о подобном же явлении для термоионных электронов из торированного вольфрама. Это носит характер, подобный тому, как если бы поверхностные пленки отфильтровывали более медленные электроны.

Тем не менее очевидно, что для чистых поверхностей настоящая теория хорошо представляет общий характер распределения энергии фотоэлектронов. Как мы видим, теория распределения энергии включает также и теорию спектрального распределения, так что мы получим общую теорию фотоэлектрического эффекта, которая не только качественно, но и количественно правильно описывает общий характер этого явления для всех значений температур эмитирующей поверхности и во всем наиболее важном интервале частот и энергий. При распространении теории на более широкие области этих переменных надо будет, очевидно, еще более использовать методы квантовой механики и электронной теории металлов в ее наиболее точной форме.

Успех теории в ее настоящей форме имеет тройное значение: 1. С точки зрения эксперимента теория дает давно ожидаемое количественное описание наблюдаемых явлений и приводит к полезному методу анализа экспериментальных кривых распределения энергии и спектрального распределения. 2. Неясности, связанные с концепциями о „максимальной энергии фотоэлектронов“ и „граничной частоте“, были выяснены; эти величины заменены теперь более точно определенными величинами V_m и v_0 и в то же время дана более точная характеристика значения уравнения Эйнштейна. 3. Полученный при всем этом успех дает дальнейшее непосредственное доказательство правильности статистики Ферми-Дирака в ее применении к свободным электронам в металле.

Нам остается рассмотреть только два важных положения теории, которые еще не были подвергнуты полному экспериментальному исследованию, но которые обещают привести к результатам значительной важности.

5. Фотоэлектрическое определение $\frac{h}{e}$

Как уже было подчеркнуто раньше, при обычных температурах не существует резко определенной максимальной энергии фото-

электронов. В таком случае возникает вопрос об интерпретации опытов Милликена, Олпина и Лукирского и Прилежаева по точному определению фотоэлектрическим методом универсальной постоянной $\frac{h}{e}$. Эти опыты были основаны на допущениях наличия подобной максимальной энергии, связанной с частотой уравнением Эйнштейна. В частности интересно поставить следующие вопросы: 1) может ли вызвать систематическую ошибку в этих опытах неучтенное в них влияние температуры, 2) какова вероятная величина подобной ошибки и 3) какой метод является наиболее точным для исключения этой ошибки в будущих опытах.

Раньше всего следует отметить, что в принципе эти опыты не обязательно должны приводить к правильному значению величины $\frac{h}{e}$, так как нет точной теоретической связи между частотой света и какой-либо экстраполированной или кажущейся максимальной энергией V_a . Как мы видим, уравнение Эйнштейна включает в себе только характеристическую энергию V_m , которая была бы равна экстраполированному значению V_a лишь в случае, когда эмитирующая поверхность находилась бы при 0° К. Тем не менее наблюдатели получили в действительности значения $\frac{h}{e}$, которые близко совпадали со значениями, полученными при помощи других методов. Это означает, что эмпирически V_a есть тоже линейная функция ν с наклоном, равным приблизительно $\frac{h}{e}$. Иными словами, оказывается случайно, что $V_a - V_m$ должно быть почти независимо от ν .

Из теории, однако, трудно определить точное соотношение между $V_a - V_m$ и ν , так как V_a зависит, очевидно, от каждого отдельного использованного метода экстраполяции и точности измерительных инструментов. Наилучший из использованных методов экстраполяции был дан Лукирским и Прилежаевым²⁷, которые нашли, что если их вольтамперные кривые построить графически в виде зависимости $I^{\frac{1}{2}}$ от V , то они вполне точно являются прямыми в нижней области, и поэтому могут быть экстраполированы к оси для получения точных и воспроизводимых значений V_a . Прилежаев проанализировал недавно этот метод с точки зрения новой теории и пришел к заключению, что полученные подобным путем значения V_a отличаются от V_m на величину, которая почти не зависит от ν в области частот, использованной в опытах. Поэтому ошибка в их окончательном значении $\frac{h}{e}$, которая может быть приписана этой причине, является малой, по сравнению с другими ошибками эксперимента (согласно анализу Бирге, они имеют порядок 0,25%, как можно оценить из их внутренней согласованности). Этот результат является вполне неожиданным и удачным. Однако совершенно случайно их кривые (полученные для поверхностей, которые не были обяза-

жены) оказались такой удачной формы, которая привела к линейной зависимости между $I^{\frac{1}{2}}$ и V . Подобное соотношение не предсказывается теорией, и измерения, сделанные в наших лабораториях

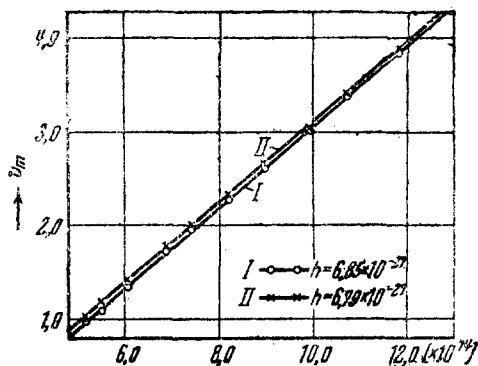


Рис. 26. Фотоэлектрическое определение h для Na, I — V_m в функции ν , II — V_a в функции ν .

по крайней мере в некоторых случаях, метод экстраполяции может внести заметную систематическую ошибку в фотоэлектрическое определение $\frac{h}{e}$. Поэтому по меньшей мере очень желательно было бы предпринять новое экспериментальное определение, в котором этот источник ошибок был бы исключен. Однако для этой цели необходимо развить более точный метод анализа данных, чем описанный выше.

6. Абсолютное значение фотоэлектрической отдачи

Фотоэлектрическая отдача поверхности для некоторой частоты света определяется, как абсолютное значение фотоэлектрического тока, возбужденного единицей интенсивности поглощенного света этой частоты. Она может быть измерена, например, в амперах на ватт, в кулонах на калорию или в электронах на квант. Эта отдача ни в коем случае не может превышать одного электрона на квант, что для $2536 \text{ \AA}$ соответствует $0,206 \text{ A/W}$. В действительности же наибольшая отдача, о которой когда-либо сообщалось (насколько мне известно), была равна $1/14$ электрона на квант, хотя более обычными являются значения порядка от 10^{-3} до 10^{-5} . Очень большие значения получаются только для поверхностей, которые показывают сильную „спектральную селективность“. Для неселективных поверхностей можно принять, как характерное значение отдачи, 10^{-3} электрона на квант с частотой, отличающейся

(на тщательно обезгаженных поверхностях), не показали схождения с подобным линейным соотношением. В действительности мы нашли в некоторых случаях разницу в 1% между значениями $\frac{h}{e}$, полученными из экстраполяции и из теоретического анализа (рис. 26). Хотя эта разница может и не иметь значения (в связи с другими ошибками в этих опытах), кажется вполне возможным, что,

от граничной на 1 V (хотя она была в действительности точно измерена только в очень немногих случаях).

Так как новая теория предсказывает правильную зависимость фотоэлектрической отдачи от частоты и температуры, то возникает интересный вопрос, в какой степени она приводит к правильному порядку и абсолютной величине. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо вычислить абсолютное значение фактора вероятности α в уравнении Фаулера

$$I = \alpha A T^2 \varphi(x).$$

Однако, как уже указывалось, этот фактор не может быть вычислен точно до тех пор, пока не будет разработана более точная волново-механическая теория взаимодействия электронов и световых квантов в металле. Однако возможно из очень простых соображений оценить порядок величины абсолютной отдачи или, скорее, ее возможного верхнего предела для простой (неселективной) поверхности.

Как сразу видно из простого анализа размерностей, величина α представляет собой долю числа электронов, попадающих на единицу поверхности за 1 сек., которые поглощают квант энергии, если интенсивность падающего света равна единице. Если мы примем за нашу единицу интенсивности 1 квант/см²·сек, тогда, очевидно, что не больше одного электрона может быть возбуждено в 1 сек. Общее же число электронов, попадающих на поверхность за 1 сек., может быть вычислено сразу (для $T = 0^\circ\text{K}$) интегрированием уравнения (11) от 0 до μ , откуда получается

$$n_0 = \frac{2\pi m \mu^3}{h^3}$$

или из уравнения (6)

$$n_0 = \frac{\pi h}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{4}{3}} = 0,092 \frac{h n^{\frac{4}{3}}}{m},$$

где n — есть число электронов в единице объема.

Для типичного случая ($\mu = 15 \text{ eV}$) мы находим $n_0 \approx 1,5 \cdot 10^{31}$, и поэтому $\alpha = \frac{1}{n_0} = 6,7 \cdot 10^{-32}$. Так как в уравнении Фаулера есть термоионная постоянная $A = 120 \text{ A/см}^2 \cdot \text{град}^2 = 7,55 \cdot 10^{20} \text{ электронов/см}^2 \cdot \text{сек}$, то фактор $\alpha A \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ электронов/квант} \cdot \text{град}^2$. Для $T = 300^\circ\text{K}$ и для частоты, отстоящей на 1 V от граничной ($x \approx 40$), $\varphi(x) \approx 1000$ и поэтому $I \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ электронов/квант}$. Это значение немного больше наблюдаемого, будучи только его верхним пределом. Тем не менее, очевидно, что тот факт, что фотоэлектрическая отдача бывает порядка 10^{-3} (скорее чем 1) электронов/квант, может быть объяснен из довольно простых соображений.

Более интересным в этой проблеме является то, что величина α изменяется только пропорционально $n^{-\frac{4}{3}}$. Это означает, что для данного металла α должна быть постоянна, независимо от природы или состояния активации поверхности, в то время как для разных металлов величина α должна изменяться только в небольших пределах (например раза в 4), так как значения n для разных металлов не отличаются значительно одно от другого. Иными словами, громадные различия в фотоэлектрической отдаче разных поверхностей для определенной падающей частоты света должны быть приписаны непосредственно разнице в значениях ν_0 (а значит и x), и только в небольшой степени — разнице в значениях α . Это вполне аналогично положению, которое наблюдалось в случае термоионной эмиссии.

Было бы очень интересно измерить экспериментально значения α для разных металлов с разными поверхностными условиями для того, чтобы проверить вышеуказанные заключения. Постоянство α для определенного металла подтвердилось экспериментами Дюбриджа и Смита. Они нашли, что для торированного вольфрама постоянная $B = \lg \alpha A$ оказалась независимой от степени активации поверхности, хотя работа выхода изменялась при этом от 2,5 до 4,5 V. В настоящее время производятся измерения абсолютного значения B для других металлов.

7. Заключение

Как уже указывалось вначале, наше обсуждение было ограничено только теорией нормального (неселективного) фотоэффекта, возбужденного светом с частотой, не отличающейся значительно от граничной ν_0 . Эта область является очень интересной с экспериментальной точки зрения, и в ней именно температурные эффекты и являются важными. Поэтому теория, хотя и неполная, является все же очень полезной.

Представляется уже возможным наметить направления, в которых теория может быть развита; их имеется три:

1. Более подробное изучение теории взаимодействия электронов со световыми квантами внутри металла, основанное на простой теории Зоммерфельда. Это развитие уже было начато Митчеллом, который произвел вычисления для частот, далеких от граничной (где температурные эффекты не являются важными). Его теория еще не была применена к проблеме распределения энергии.

2. Изучение вопроса, в какой степени на предыдущей теории могут сказаться отступления от простого распределения Ферми, вызванные атомными полями внутри металла. Хотя эти отступления могут играть важную роль, они еще не были изучены за исключением немногих случаев²⁹, и еще не было сделано попытки исследовать их влияние на фотоэлектрическую эмиссию.

3. Дальнейшее изучение селективного эффекта. Эта проблема является наиболее сложной. Уже давно подозревали, что выражен-

ная спектральная селективность (как например у щелочных металлов при некоторых поверхностных условиях) вызывается резонансным эффектом определенного характера на поверхности. Теория селективной прозрачности поверхности, предложенная Фаулером, неполна, так как она не может объяснить повышенной эмиссии (сверх того, что дается простой теорией) для некоторой области частот. Недавно Ценером³⁰ было высказано предположение, что селективная абсорбция света поверхностными пленками атомов (в случае сложных поверхностей) может объяснить многие из наблюдаемых эффектов. Более подробное понимание природы металлических поверхностей (как простых, так и сложных) есть также одно из наиболее важных пожеланий в области электронной эмиссии.

ДОПОЛНЕНИЕ

К СТАТЬЕ Л. ДЮБРИДЖА — НОВЫЕ ТЕОРИИ ФОТО-
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

Н. Д. Моргулис, Киев

В приведенной выше статье Дюбриджа охвачен материал, связанный с фотоэлектрическим эффектом чистых металлов и опубликованный, примерно, до 1935 г. За последние 3 года появился, однако, в печати еще целый ряд статей по этому вопросу, изложение которых и является целью настоящего дополнения. Не считая возможным согласиться с мнением Дюбриджа о том, что „главный интерес экспериментатора направлен не так в сторону точной теории, которая дает полную кривую спектрального распределения, как скорее на теорию, которая передает с достаточной точностью форму этой кривой вблизи границы“, мы все же ограничим излагаемый далее материал лишь кругом вопросов, непосредственно затронутых в статье Дюбриджа, отсылая за другим к уже имеющейся литературе³¹. Мы начнем с теоретических работ, а потом перейдем к экспериментальным.

В своей основной работе Фаулер¹⁰, при расчете силы фотоэлектронного тока I , исходил из числа электронов в единице объема N с нормальной к поверхности скоростью в интервале ξ , $\xi + d\xi$. По этому поводу Дюбридж отмечает в этой своей статье, что ему кажется более логичным исходить не из величины N , а из числа электронов N' , ударяющихся за 1 сек. об единицу поверхности. Из этого, вполне естественного, вывода Дюбридж приходит к выражению (19), отличающемуся от данного самим Фаулером и весьма напоминающему уравнение Ричардсона для термоэлектронной эмиссии. Следует отметить, что подобное же заключение было сделано и автором настоящей статьи в законченной, но неопубликованной работе начала 1934 г. Произведенный в этой работе ра-

счет для I исходил в точности из уравнения (15), в результате чего было, конечно, получено для I то же выражение ричардсоновского типа, подобное дюбриджевскому (19), с постоянной $A = 120 \text{ А/см}^2 \text{ град}^2$. На основании этого полученного им выражения автор и смог определить работу выхода электрона Φ методом графического совпадения, для серебра и палладия, на основании экспериментальных данных Уинча³² и Дюбриджа и Рэра³³.

Затем следует также отметить, что в работе Блохинцева³⁴ было в свое время произведено уточнение теории Фаулера, в которой исходным пунктом служил вычисленный Таммом для 0°К так называемый „поверхностный фотоэффект“, — эти вычисления были распространены на любые температуры при учете статистики Ферми-Дирака, для $\nu \sim \nu_0$. В результате вычислений получено соотношение

$$\lg \frac{I\nu^4}{T^{\frac{5}{2}}} = \lg F\left(\frac{h\nu - h\nu_0}{kT}\right) + \lg E_x + \lg C, \quad (53)$$

где E_x есть нормальная к поверхности составляющая электрического вектора, а функция $F(\mu)$ приведена автором в таблицах. Срав-

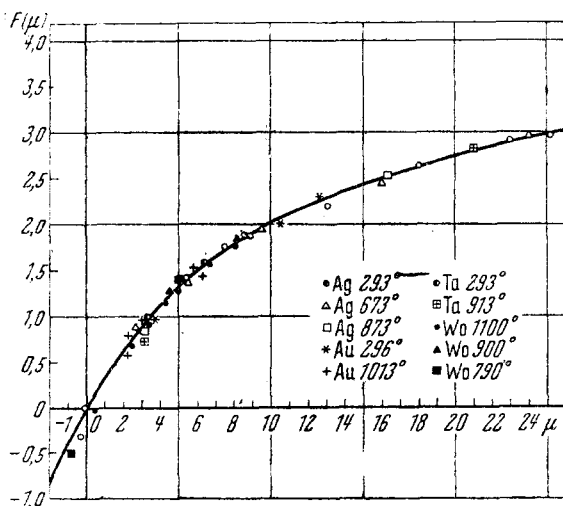


Рис. 27. Сравнение полученной формулы (53) с экспериментальными данными.

нение полученной формулы (53) с экспериментальными данными, при употреблении обычного метода графического совпадения, для Au, Ag, Ta, W и Zn, представленное на рис. 27, привело (кроме последнего случая Zn) к хорошему совпадению и к значению, $\Phi = e\phi_0$, близкому к полученному из теории Фаулера.

В своих расчетах фотоэлектронного тока I Фаулер и Дюбридж исходили из прямоугольного потенциального барьера на поверх-

ности и считали коэффициент прозрачности $D=0$ для $E \leq W_a$ и $D=1$ для $E \geq W_a$. Между тем, подобное допущение представляется, конечно, весьма приближенным и в первую очередь в отношении медленных фотоэлектронов с $E \sim W_a$. Дальнейшее уточнение теории должно, конечно, идти по линии перехода к барьеру, даваемому силами электростатического изображения, а именно

$$V = -\frac{e^2}{4x_0} = \text{const для } x \leq x_0; V = -\frac{e^2}{4x} \text{ для } x \geq x_0, \quad (54)$$

если $x = x_0$ соответствует поверхности металла. Подобное уточнение теории фотоэффекта вблизи границы было произведено Митчеллом³⁵, который тоже получил в результате расчета выражение уже известного типа

$$\lg \frac{I}{I_0} = \lg B + \lg F(\mu), \quad (55)$$

где $\mu = \frac{h\nu - h\nu_0}{kT}$. Постоянная B не зависит от температуры, но возможно зависит от частоты ν . Использование формулы (55) приводит к предыдущему, графического типа, методу анализа экспериментальных данных. Учитывая, однако, возможную зависимость B от ν , следует тут предпочесть изохроматический метод Дюбриджа изотермическому Фаулера. Можно также исходить из еще более сложной формы потенциального барьера, как, например, предложенной Ноттингемом³⁶ на основании его исследований электронной эмиссии чистого и тирированного вольфрама, т. е.

$$R = 1 - D = e^{-\frac{p_x^2}{2m\omega}}, \quad (56)$$

где $\frac{p_x}{m} = u_n$ есть нормальная составляющая скорости фотоэлектрона. В таком случае получается функция старого типа, но значение работы выхода Φ оказывается преувеличенным на $\Delta\Phi = 8 + 0,138 T - 5 \cdot 10^{-5} T^2$ мВ. Поэтому величина Φ для Рд имеет, на основании данных Дюбриджа и Рэра, температурный коэффициент, равный $4,5 \cdot 10^{-5}$ эВ/град, что приводит к значению $A = 60$ А/см² · град².

В вычислениях Фаулера и Дюбриджа принималось, что вероятность поглощения кванта электроном не зависит от энергии последнего. Однако, как указывает Уотермэн³⁷, согласно квантовомеханическим данным, она должна быть пропорциональна u_n^2 . Уотермэн развил фаулеровский расчет с учетом этой вероятности и приходит к совпадающим с данными опыта результатам. При этом для определения Φ получается попрежнему функция $F(\mu)$, а указанная вероятность сказывается лишь на вертикальном смещении, из которого и можно получить касающиеся ее данные.

Довольно подробно проанализированы процессы, связанные с фотоэмиссией в интересующей нас области в теоретической работе Рудберга³⁸. Если обозначить через W и E кинетическую энергию электрона внутри и вне металла, где $E = W + h\nu - W_a$ (W_a — величина потенциального скачка на поверхности), то функция распределения $f(E)$ будет:

$$f(E) dE = F(W) \sum P_k,$$

где

$$F(W) = \frac{1}{e^{\frac{W - \mu}{kT}} + 1}. \quad (57)$$

P_k есть вероятность эмиссии электрона с уровня k в металле с энергией в интервале $W, W + dW$; $F(W)$ есть фактор распределения Ферми. Так как импульс $p = \sqrt{2mW}$, то процесс, связанный с фотоэмиссией, можно представить как ряд следующих переходов электрона в пространстве импульсов, представленных на рис. 28, где геометрическая ось x направлена по нормали к по-

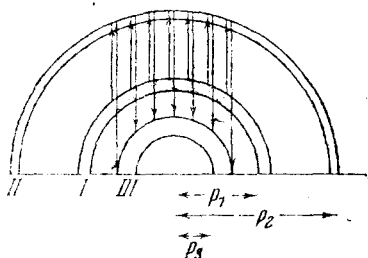


Рис. 28. Процесс, связанный с фотоэмиссией, представлен как ряд переходов электрона в пространстве импульсов.

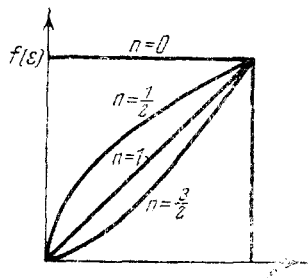


Рис. 29. Теоретические кривые $f(E)$ для разных значений постоянной n .

верхности металла наружу. Электрон, находившийся сначала в элементарном объеме $p_1, p_1 + dp$, где $p_1 = \sqrt{2mW}$, поглощая квант $h\nu$, переходит в объем $p_2, p_2 + dp$, где $p_2 = \sqrt{2m(W + h\nu)}$ и, наконец, вылетев наружу, окажется в объеме $p_3, p_3 + dp$, где $p_3 = \sqrt{2m(W + h\nu - W_a)}$. Последний переход, связанный с изменением импульса от p_2 до p_3 , должен быть представлен вертикальной прямой, так как при исследовании распределения начальных скоростей задерживающее поле в сферическом конденсаторе направлено нормально к поверхности. Поэтому фотоэмиссия ограничена здесь начальной областью в первой зоне, находящейся между двумя, представленными на рис. 27 пунктиром, вертикальными прямыми. В зависимости от характера допущения относительно величины P_k ,

делаемого разными авторами при выводе формулы для распределения скоростей, функция распределения $f(E)dE$ будет иметь разный вид, а именно для

$$f(E)dE = AE^n F(E - h\nu),$$

где

$$F(E - h\nu) = F(W) = \frac{1}{e^{\frac{E - h\nu - \mu}{kT}} + 1}. \quad (58)$$

На рис. 29 представлены теоретические кривые $f(E)$ для разных значений постоянной n ; на рис. 30 сплошной кривой — результат анализа экспериментальных данных Рэра³⁹ по исследованию распределения скоростей фотоэлектронов из Мо при разных температурах в интервале 300—1000°K, по методу сферического конденсатора, а пунктирной — теоретические кривые при $n = 3/2$ (Митчелл). Мы видим, что опытные данные рис. 29 лучше всего соответствуют случаю $n = 3/2$ (Митчелл), хотя следует отметить, что еще лучше было бы при $n = 2-2,5$. Вообще же в области больших энергий данные всех теорий примерно совпадают, так как они все маскируются по (57) функцией Ферми $F(W)$.

В уравнение Дюбриджа (19) входит коэффициент α , характеризующий вероятность поглощения электроном у поверхностей кванта

света и равный $\alpha = CN^{-\frac{4}{3}}$, где N — концентрация электронов в металле. Из вертикального смещения экспериментальной кривой $\lg \frac{I}{T^2} = f\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$ можно определить экспериментальное значение этой

величины α , и тогда $\frac{\alpha}{\alpha_1}$ будет определять долю падающих квантов, поглощенных электронами у поверхности. Эта величина была определена Манном и Дюбриджем⁴⁰ для Mg, Be и Na и представлена в табл. 3, наряду со значениями для W и Ba, полученными другими авторами. Из этой таблицы мы видим, что отношение $\frac{\alpha_1}{\alpha} \approx 10^{-2}-10^{-3}$, т. е. электронами у поверхности поглощается лишь доля процента всех падающих на нее квантов. Оказывается, что если принять $\alpha \sim 10^{-33}$, то при $x = 40$; $\varphi(x) = 800$ и при $T = 300^\circ\text{K}$ $I = 5 \cdot 10^{-5}$ eV/квант. Далее интересно отметить, что

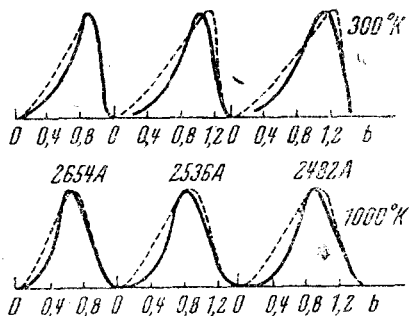


Рис. 30. Сплошная кривая — результат анализа экспериментальных данных Рэра, пунктирная — теоретические кривые при

$$n = \frac{3}{2}.$$