

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Ю. Б. Румер, Москва

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Перед теорией сверхпроводимости стоят две задачи. Во-первых, дать феноменологическую картину явления, т. е. выяснить количественные законы, характеризующие сверхпроводимость, во-вторых, установить механизм, обуславливающий появление сверхпроводимости.

В то время как все попытки найти путь к решению второй задачи оказались до сих пор неудачными, на пути к решению первой задачи мы имеем за последнее время значительные успехи.

С тех пор как в 1911 г. Камерлинг-Оннес¹ впервые обнаружил, что при температуре в $4,22^{\circ}\text{K}$ ртуть становится сверхпроводящей, явление сверхпроводимости было обнаружено у следующих элементов (табл. 1).

Таблица 1

Nb	$9,20^{\circ}$	Hg	$4,22^{\circ}$	Ti	$1,75^{\circ}$	Zn	$0,78^{\circ}$
Pb	$7,20^{\circ}$	Sn (белое)	$3,71^{\circ}$	Th	$1,50^{\circ}$	Zr	$0,70^{\circ}$
Ta	$4,40^{\circ}$	In	$3,37^{\circ}$	Al	$1,14^{\circ}$	Cd	$0,60^{\circ}$
V	$4,30^{\circ}$	Tl	$2,37^{\circ}$	Ga	$1,05^{\circ}$	Hf	$0,35^{\circ}$

До сих пор неясно, является ли сверхпроводимость свойством лишь определенной группы металлов или появляется во всяком проводнике при достаточно сильном охлаждении. Кроме того, сверхпроводимость обнаружена в целом ряде сплавов; однако явления в них оказываются значительно более сложными, и мы их не будем касаться в нашем обзоре, ограничиваясь лишь чистыми сверхпроводниками.

В дальнейшем мы кратко остановимся лишь на тех опытных фактах, которые имеют значение для современной теории сверхпроводимости. Более подробное изложение читатель найдет в статьях В. Кеезона и В. Мейсснера².

§ 2. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Опыт показывает, что сверхпроводники обладают весьма своеобразными магнитными свойствами.

В 1933 г. Мейсснер и Оксенфельд³ и независимо от них Л. В. Шубников⁴ обнаружили, что магнитная индукция B внутри сверхпроводника изменяется при переходе в сверхпроводящее состояние. Они поместили цилиндр из олова в перпендикулярное магнитное поле и охладили его ниже температуры перехода в сверхпроводящее состояние. До тех пор, пока цилиндр находился в нормальном состоянии, магнитные линии имели форму, как на рис. 1а. Как только он переходил в сверхпроводящее состояние, происходило изменение в магнитных линиях и получалось распределение (рис. 1б), примерно совпадающее с тем, которое получается, если вычислить поле в предположении, что во всех точ-

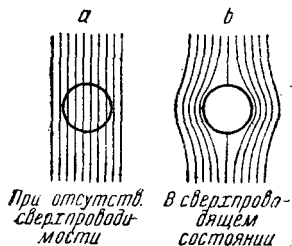


Рис. 1.

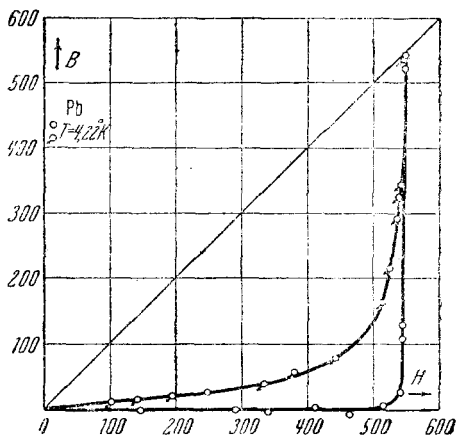


Рис. 2.

ках внутри сверхпроводника магнитная индукция B равна нулю.

Переход из нормального в сверхпроводящее состояние и обратно может быть осуществлен не только изменением температуры, но и при постоянной температуре изменением внешнего магнитного поля. Если данный стержень находится в сверхпроводящем состоянии, то его сопротивление восстанавливается при наложении достаточно сильного внешнего продольного поля $H_{кр}$. Чем ниже температура, тем большая напряженность требуется для восстановления нормального состояния. Кривая зависимости $H_{кр}$ от температуры для олова приведена на рис. 2.

Переход сверхпроводника в нормальное состояние происходит также и при пропускании достаточно сильного тока. Как впервые заметил Силсби⁵, переход совершается в тот момент, когда магнитное поле тока достигает на поверхности проводника своего критического значения. Обозначая через r радиус проводника и через $j_{кр}$ критическую силу тока, получаем соотношение $\frac{2rj_{кр}}{r}$, хорошо подтвержденное опытом.

При обратном уменьшении внешнего магнитного поля ниже критического наблюдаются явления гистерезиса. На рис. 3 приведена диаграмма, полученная Л. В. Шубниковым для олова. Мы видим, что до достижения критического значения внешнего поля магнитная индукция равна нулю, принимая в точке перехода скачком свое нормальное значение $B = H$. При обратном переходе мы наблюдаем некоторую остаточную магнитную индукцию, лишь постепенно уменьшающуюся до нуля.

§ 3. ТЕРМОДИНАМИКА СВЕРХПРОВОДНИКОВ

Еще в 1911 г. на Сольвейском конгрессе П. Ланжевен высказал мысль, что переход из нормального состояния в сверхпроводящее является фазовым переходом. Эта мысль в настоящее время получила полное подтверждение.

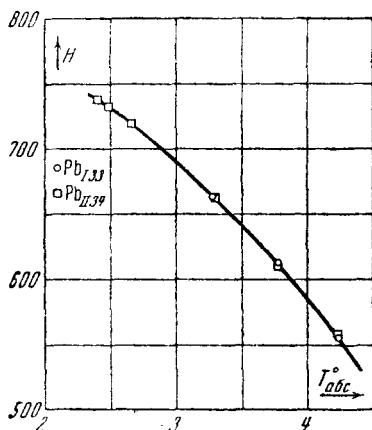


Рис. 3.

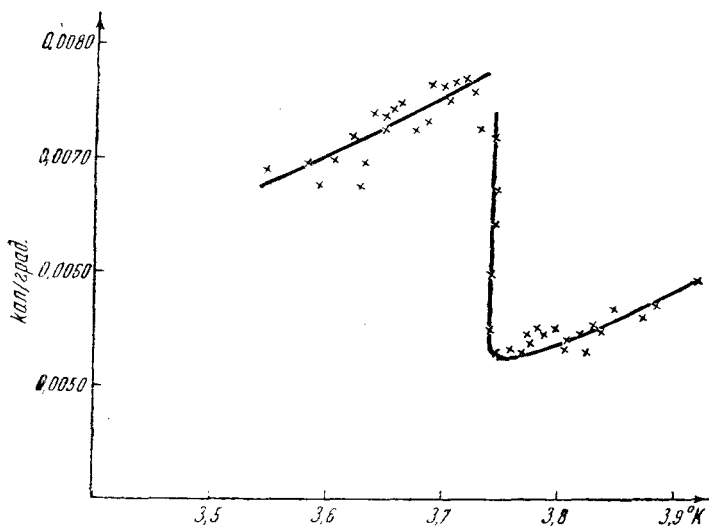


Рис. 4.

Опыты Кеезона и Энде⁶ и Кеезона и Кока⁷ обнаружили скачок теплоемкости при переходе из нормального состояния в сверхпроводящее (рис. 4). Рутгерс дал качественное и количественное

объяснение этому скачку, исходя из представления об обратимом переходе из одной фазы в другую.

Исходя из представления о двух фазах, сверхпроводящей и нормальной, обозначим термодинамические потенциалы обеих фаз через Φ_s и Φ_n . При температуре, ниже критической, T_0 устойчива первая фаза $\Phi_s < \Phi_n$ (рис. 5).

Рассмотрим длинный стержень во внешнем продольном магнитном поле H_a . Напряженность H внутри сверхпроводника будет $H = H_a$, так как тангенциальная составляющая вектора $\mathbf{H}$ непрерывна. При включении магнитного поля H_a магнитный момент единицы объема сверхпроводника будет (так как $B = H + 4\pi M = 0$) $M =$

$$= -\frac{1}{4\pi} \mathbf{H}.$$

Следовательно, при включении магнитного поля энергия сверхпроводника возрастает. Дополнительная энергия единицы массы сверхпровод-

ника равна $-\frac{1}{\rho} \int_0^H M dH = \frac{H^2}{8\pi\rho}$, где ρ —

плотность. Термодинамический потенциал единицы массы сверхпроводника, помещенного в магнитное поле, будет, следовательно, $\Phi_s + \frac{1}{8\pi\rho} H^2$. В точке перехода должно соблюдаться равенство

$$\Phi_s + \frac{1}{8\pi\rho} H_{кр}^2 = \Phi_n.$$

По известным формулам термодинамики получаем для разности теплоемкостей в сверхпроводящей и нормальной фазе

$$C_s - C_n = -T \frac{d^2}{dT^2} (\Phi_s - \Phi_n),$$

откуда, подставляя $\Phi_n - \Phi_s = \frac{1}{8\pi\rho} H_{кр}^2$, получаем формулу Рутгерса

$$C_s - C_n = T \frac{d^2}{dT^2} \left(\frac{H_{кр}^2}{8\pi\rho} \right) = \frac{T}{4\pi\rho} \left\{ \left(\frac{dH_{кр}}{dT} \right)^2 + H_{кр} \frac{d^2 H_{кр}}{dT^2} \right\}.$$

Поскольку в точке перехода $H_{кр} = 0$, мы получаем для формулы Рутгерса окончательно

$$C_s - C_n = \frac{T}{4\pi\rho} \left(\frac{dH_{кр}}{dT} \right)^2_{T=T_0}.$$

В табл. 2 сопоставлены результаты опытов и вычислений, прекрасно согласующиеся друг с другом. Таким образом представление о двух

Таблица 2

Элементы	T_0	$\frac{dH}{dT}$ гаусс/ град.	$C_s - C_n \left(\frac{\text{кал.}}{\text{град} \cdot \text{моль}} \right)$	
			вычисл.	опыт
Sn	3,71	151,2	0,00229	0,00240
Te	2,36	137,4	0,00144	0,00148

фазах и обратимом переходе из одной фазы в другую получает полное подтверждение.

Теплота перехода сверхпроводящего состояния в нормальное в присутствии магнитного поля определяется формулой

$$Q = T(S_n - S_s),$$

где S_s и S_n обозначают энтропию сверхпроводящего и нормального состояний. По формулам термодинамики имеем

$$Q = T \frac{d}{dT} (\Phi_s - \Phi_n) = - \frac{T}{4\pi\rho} H_{кр} \frac{dH_{кр}}{dT}$$

и получаем численную зависимость между теплотой перехода и ходом зависимости критического магнитного поля от температуры. Измерения Кеезома обнаружили и в этом случае согласие между теорией и экспериментом.

§ 4. ПРОМЕЖУТОЧНОЕ СОСТОЯНИЕ

Явление несколько осложняется, если мы перейдем от длинных стержней к телу произвольной формы. Как показывает опыт, мы в этом случае имеем уже не два, а три состояния:

1) сверхпроводящее, при котором $B = 0$, 2) промежуточное состояние, при котором B отлично от нуля, но не достигает еще своего нормального значения, и, наконец, 3) нормальное состояние, при котором $B = H^1$). Для того чтобы объяснить зависимость магнитных свойств сверхпроводника от его геометрической формы, следует учесть размагничивающий фактор.

Размагничивающий фактор. Если поместить тело, имеющее форму эллипсоида, во внешнее магнитное поле H_a , направленно: вдоль одной из его осей, то внутри тела напряженность магнитного поля H и магнитная индукция B будут выражаться через

$$\left. \begin{aligned} H &= H_a - 4\pi n M, \\ B &= H_a - 4\pi n M + 4\pi M = H_a - 4\pi (1 - n) M \end{aligned} \right\} \quad (*)$$

1) В дальнейшем мы всегда полагаем, что в переменном состоянии магнитная проницаемость $\mu = 1$.

где M — намагничивание, а n — так называемый размагничивающий фактор¹⁾

$$n = \frac{abc}{2} \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{(a^2 + \tau) \sqrt{(a^2 + \tau)(b^2 + \tau)(c^2 + \tau)}}.$$

a, b, c — полуоси эллипсоида; магнитное поле направлено по оси a .

Нас интересуют специальные случаи:

1. Круглый длинный цилиндр в продольном поле

$$a \gg b; \quad b = c; \quad n = 0.$$

2. Круглый длинный цилиндр в поперечном поле

$$c \gg b; \quad b = a; \quad n = \frac{1}{2}.$$

3. Тонкая пластинка в поперечном поле

$$b \gg a; \quad b = c; \quad n = 1.$$

4. Шар

$$a = b = c; \quad n = \frac{1}{3}.$$

Исключив M из уравнений (*), мы получим условие, которому должны удовлетворять H и B внутри тела, если внешнее поле

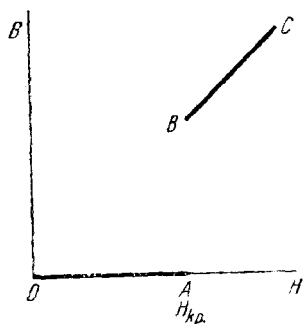


Рис. 6.

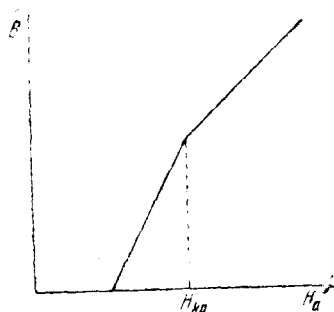


Рис. 7.

равно H_a

$$B_n + H(1 - n) = H_a.$$

Посмотрим теперь, как связаны между собой у сверхпроводника H и B . Из опытов с длинным стержнем в продольном поле мы выяснили, что поскольку для него

$$B = 0 \quad \text{при} \quad H < H_{кр},$$

$$B = H \quad \text{„} \quad H > H_{кр},$$

¹⁾ См., например, Я. И. Френкель, Электродинамика, т. II, стр. 488.

и, следовательно, зависимость H от B изобразится разрывной функцией $H=f(B)$, изображенной на рис. 6.

Для того чтобы выяснить ход кривой $H=f(B)$ в области $0 < B < H_{кр}$, рассмотрим тело с отличным от нуля размагничивающим фактором. Опыт показывает следующее (рис. 7). До некоторого значения внешнего поля H_a , меньшего критического, мы имеем $B=0$, т. е. сверхпроводящее состояние. Затем, при увеличении внешнего поля до критического значения, индукция B отлична от нуля и растет линейно, достигая своего нормального значения при $H_a = H_{кр}$. Мы имеем перед собой так называемое промежуточное состояние. Наконец, при $H_a > H_{кр}$ образец переходит в нормальное состояние. Подставляя в уравнение

$$B_n + H(1-n) = H_a$$

функцию $H=f(B)$, мы имеем:

$$B_n + f(B)(1-n) = H_0$$

и из наблюдаемого на опыте линейного возрастания B в промежуточном состоянии заключаем, что и в нем $f(B)$ будет линейной функцией. Следовательно, ход зависимости $H=f(B)$ изобразится ломаной кривой $OABC$ (рис. 8). Пересекая ее прямой

$$B_n + H(1-n) = H_a,$$

отсекаяющей на осях H и B соответственно отрезки $\frac{H_a}{1-n}$ и $\frac{H_a}{n}$, мы получаем значения для H и B , соответствующие внешнему полю H_a . Например, в случае длинного стержня в поперечном поле $n = \frac{1}{2}$, и мы имеем

$$\frac{H_a}{\frac{1}{2}} < H_{кр} \text{ сверхпроводник}$$

$$\frac{1}{2} H_{кр} < H_a < H_{кр} \text{ промежуточное состояние}$$

$$H_a > H_{кр} \text{ нормальное состояние}$$

В случае шара $n = \frac{1}{3}$, и мы имеем

$$\frac{H_a}{\frac{2}{3}} < H_{кр} \text{ сверхпроводник}$$

$$\frac{2}{3} H_{кр} < H_a < H_{кр} \text{ промежуточное состояние}$$

$$H_a > H_{кр} \text{ нормальное состояние}$$

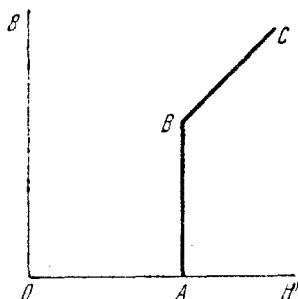


Рис. 8.

В случае пластинки $n = 1$ мы совершенно не имеем сверхпроводящего состояния. Уже ничтожное внешнее поле переводит сверхпроводящее состояние в промежуточное, переходящее при $H_a = H_{кр}$ в нормальное.

§ 5. Природа промежуточного состояния

Какова же природа промежуточного состояния? Не имеем ли мы дело с третьей фазой вещества, отличающегося от сверхпроводящей и нормальной? Ответ на этот вопрос дает одна из последних работ Л. Д. Ландау¹⁰.

Рассмотрим пластинку в поперечном магнитном поле. Ландау показывает, что если H_a лежит в интервале $0 < H_a < H_{кр}$, то термодинамически устойчивым будет состояние, когда образец раз-

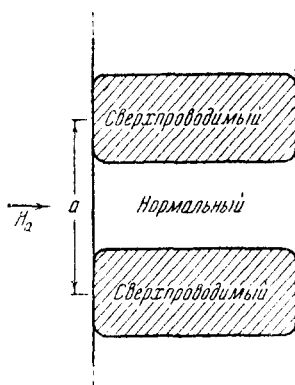


Рис. 9.

бивается на слои попеременно сверхпроводящие и нормальные, отстоящие друг от друга на некотором расстоянии a . Рассмотрим ближе эти слои. Линии магнитной индукции не проникают в сверх-

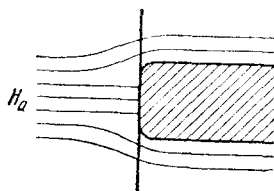


Рис. 10.

проводящие слои, а проходят лишь в нормальные слои. На границе двух слоев нормальная составляющая напряженности магнитного поля равна нулю (вследствие непрерывности нормальных составляющих вектора $\mathbf{B}$). Тангенциальная компонента вектора напряженности $\mathbf{H}$ равна, очевидно, значению критического поля $H_{кр}$; иначе часть вещества перешла бы из одной фазы в другую. Эти условия позволяют полностью разрешить задачу о форме слоев при заданном расстоянии между ними.

Эта задача математически эквивалентна следующей задаче гидромеханики. Поток жидкости, имеющий на бесконечности скорость $H_{кр}$, обтекает быки моста, расположенные на расстоянии a друг от друга. Требуется определить форму быков так, чтобы жидкость обтекала быки с заданной тангенциальной скоростью $H_{кр}$. Задача решается, подобно другим плоским задачам гидромеханики, методом теории функции комплексной переменной.

Для того чтобы определить расстояние a между отдельными сверхпроводящими слоями, заметим, что два фактора влияют на эту величину:

1. Увеличение количества слоев (т. е. уменьшение расстояния) ведет к увеличению капиллярной энергии, что энергетически невыгодно.

2. Уменьшение количества слоев (т. е. увеличение расстояния между слоями) увеличивает искривление магнитных линий при переходе в проводник, что вызывает, как показывает расчет, увеличение энергии проводника.

Оба эти фактора действуют в противоположные стороны, и устойчивым будет то состояние, при котором расстояние между слоями будет соответствовать минимуму энергии.

Расчет показывает, что величина капиллярной энергии обратно пропорциональна расстоянию между слоями, в то время как дополнительная энергия, обусловленная искривлением магнитных линий, растет прямо пропорционально расстоянию. Следовательно, зависимость термодинамического потенциала от a будет иметь вид

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{A}{a} + B_a.$$

Условие минимума для Φ дает

$$\Phi'(a) = 0; \quad -\frac{B}{a^2} + C = 0,$$

откуда получаем для a значение

$$a = \sqrt{\frac{B}{C}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Camerling-Onnes, Proc. Amster. Acad., **27**, 75, 1911.
2. В. Кеезом, Успехи физич. наук, **15**, 181, 1935; В. Мейснер, Успехи физич. наук, **15**, 207, 1935.
3. Meissner u. Ochsenfeld, Naturwiss., **21**, 787, 1933.
4. Schubnikow, Nature, **134**, 286, 1934.
5. Silsbee, J. Wash. Acad. Sci., **6**, 597, 1916.
6. Keesom a. v. Ende, Proc. Amst. Acad. Sci., **35**, 143, 1932.
7. Keesom a. Kok, Physica, **1**, 175, 1934.
8. Rutgers, Proc. Amster. Acad., **36**, 153, 1933.
9. R. Peierls, Proc. Roy. Soc., London, **155**, 613, 1936.
10. Landau, Phys. Z. d. Sowjetun., **11**, 129, 1937.