

Физ 101



ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФЛЮКТУАЦИИ И ПРЕДЕЛ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ *

В. Л. Грановский, Москва

5. „Вековые“ вариации электронной эмиссии

Все описанные выше опыты по обнаружению и измерению дробового эффекта (кроме опытов Гартмана, давших плохие результаты) производились при радиочастотах. Ими было установлено существование эффекта, предсказанного Шоттки, и те условия, при которых он появляется в чистом виде. Изучение флюктуаций напряжения в цепи электронной лампы при низких частотах, предпринятое Джонсоном,⁹ привело к открытию нового флюктуационного эффекта.

Джонсон работал с двумя лампами: одна имела чисто вольфрамовый катод, другая — оксидный. Нагрузкой служил настроенный контур, собственную частоту которого можно было изменять от 6000 до 8 герц. Это достигалось сменой катушек (были применены катушки в 0,025 генри, 0,1 и 38 генри) и конденсаторов (набор емкостей от 0,001 до 7,5 μ F). Контур был присоединен к входу пятикаскадного усилителя на сопротивлениях, дававшему общее усиление по напряжению в $3 \cdot 10^5$ раз, по мощности — в 10^{14} раз; ток на выходе измерялся термопарой. Вся аппаратура — измерительный контур, усилитель и термопара — была прокалкалибрована синусоидальным переменным током от лампового генератора. К сожалению, Джонсон не приводит частотной характеристики своего усилителя, указывая только на сравнительно небольшую величину¹ искажения. Обработка результатов производилась по формуле:

$$\overline{v^2} = \frac{e i_0}{2 C^2} \frac{L}{R \left(1 + \frac{L}{R R_1 C}\right)} \left[1 + \frac{C}{L} \frac{R^2}{1 + \frac{R}{R_1}} \right], \quad (25)$$

где R_1 — полное шунтирующее сопротивление, включая и сопротивление ламп. Формула (25) была выведена Фрейем¹² и представляет обобщение формулы (14) § 1. Эта формула представляет флюктуации напряжения непосредственно в измерительном контуре.

* Продолжение, см. Успехи физич. наук 13, 805, 1933; 15, 435, 1935.

Повидимому, Джонсон принимал усиление всех частот, имеющих значение, одинаковым; величины проистекающей отсюда ошибки Джонсон не дискутирует.

Все произведенные им опыты показали, что наблюдаемая величина флюктуаций не соответствует вычисленной по формуле (25). Несоответствие имеет систематический характер, а именно: 1) наблюдаемые флюктуации оказываются зависящими от частоты, чего не должно быть для дробового эффекта, 2) при увеличении силы тока i_0 они растут не пропорционально первой степени ее, как требует теория Шоттки, а скорее пропорционально квадрату. Эти результаты ясно видны на рис. 23а и 23б. На рис. 23а изображено отношение наблюдаемых флюктуаций к ожидаемым по

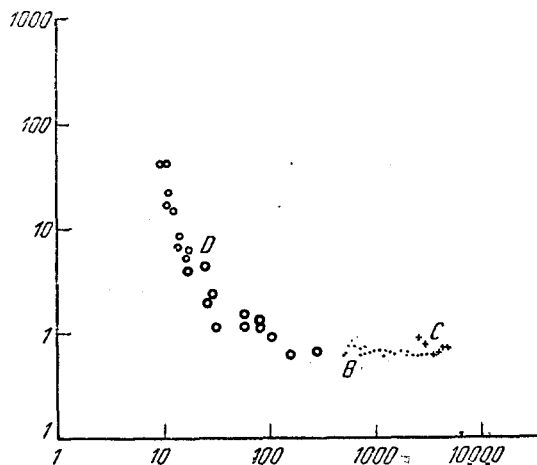


Рис. 23а. Флюктуации электронного тока при низких частотах (Джонсон).

теории Шоттки при различных частотах для лампы с вольфрамовым катодом. Мы видим, что при частотах, превышающих 1000 герц, опыт удовлетворительно согласуется с теорией; однако при меньших частотах, а особенно ниже 100 герц, флюктуации сильно растут; при 10 гертцах они в 50 раз превышают теоретическую величину. При оксидном катоде величина флюктуаций оказывается еще значительно большей, и отступления от теоретической величины начинаются при больших частотах. Зависимость от силы тока показана на рис. 23б, где по оси абсцисс отложены вычисленные значения флюктуаций при силе тока, изменяемой от 0,1 до 5 мА, и постоянной частоте, а по оси ординат — наблюдаемые. Эти наблюдения производились при разных частотах; при всех частотах получался более быстрый рост флюктуаций с силой тока, чем это требует теория Шоттки. Кроме того, рис. 23б еще раз показывает, что при самых низких частотах (кривые D_1 и D_2) флюктуации особенно велики.

Огромная величина наблюдаемого Джонсоном эффекта и преобладание в нем низких частот заставляют думать, что мы имеем здесь дело не с хаотичностью эмиссии отдельных электронов, а со сравнительно медленными, но значительными колебаниями эмиссии целых участков катода. Причиной таких „вековых“ вариаций * эмиссионной способности катода могут по Джонсону служить любые процессы, влияющие на поверхность катода: испарение и обратная конденсация, диффузия, перекристаллизация или какие-либо другие структурные изменения, бомбардировка газовыми ионами, химические процессы и т. д. Шоттки⁴ нашел, что причиной явления, открытого Джонсоном, являются флуктуации плотности слоя посторонних атомов на поверхности катода. Эти атомы могут оседать на поверхности

катода извне, например адсорбироваться из остатков газа в лампе, или, наоборот, диффундировать к ней изнутри. Первый механизм более вероятен в случае вольфрамового катода, второй — в случае оксидного. Элементарным событием здесь является пребывание одного постороннего атома на поверхности катода. Каждый такой атом изменяет эмиссионную способность некоторого прилежащего участка катода и вызывает усиление эмиссии электронов в течение всего времени своего пребывания на поверхности. Это явление Шоттки сравнивает с беспорядочными колебаниями поверхностной яркости светящегося тела и называет по аналогии flicker-effect'ом (английское flicker, немецкое flackern — мерцание).

Существенное отличие этого рода флуктуаций от дробового эффекта состоит не только в том, что каждое элементарное событие вызывает значительно больший импульс тока, чем эмиссия отдельного электрона, но и в том, что величина импульса зависит от длительности отдельного события. Поэтому средняя длительность пребывания постороннего атома на поверхности τ (или обратная

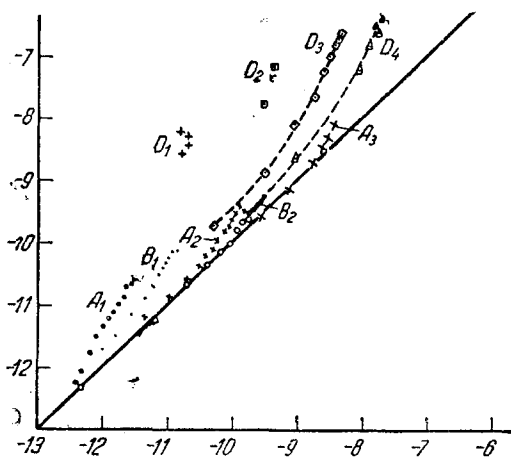


Рис. 23б. Флуктуации электронного тока при низкой частоте в зависимости от силы тока. Кривая A_1 снята при 0,1 Н и 0,8 μF , A_2 — при 0,1 Н и 0,1 μF , A_3 — 0,1 Н и 0,01 μF , B_1 — 0,025 Н и 0,2 μF , B_2 — 0,025 Н и 0,02 μF , D_1 — 38 Н и 1,00 μF , D_2 — 38 Н и 0,10 μF , D_3 — 38 Н и 0,01 μF и D_4 — 38 Н и 0,0022 μF .

* Мы называем их „вековыми“, так как их средний период велик по сравнению с промежутками времени между вылетом отдельных электронов.

ей величина $\alpha = \frac{1}{\tau}$) должна войти в выражение для величины эффекта. Шоттки дал теорию явления, аналогичную его теории дробового эффекта, т. е. исходящую из рассмотрения спектра фликер-эффекта. Электронный ток разлагается в ряд Фурье:

$$i = i_0 + j = i_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos \omega_k t + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin \omega_k t,$$

основной период которого T должен быть взят весьма большим по сравнению с τ .

Для A_k^2 и B_k^2 имеем выражения, аналогичные (10):

$$\overline{A_k^2} = \frac{4}{T^2} \int_0^T j(t) \cos \omega_k t \int_0^T j(t') \cos \omega_k t' dt dt'$$

и соответственно для B_k с заменой косинусов на синусы.

Средняя сила тока i_0 соответствует некоторому среднему числу посторонних атомов на поверхности катода N_0 ; если же наличие этих атомов N отличается от среднего на $n = N - N_0$, то и сила тока отклоняется на соответствующую величину j . Шоттки полагает, что каждый посторонний атом вызывает изменение силы тока на одну и ту же часть F ; изменения силы тока отдельными атомами складываются аддитивно. Такое предположение может быть оправдано, если отдельные атомы располагаются в среднем достаточно далеко друг от друга и, следовательно, занимают вместе небольшую часть поверхности катода. Тогда

$$j = n F i_0 \quad (26)$$

и

$$\overline{A_k^2} = \frac{4F^2 i_0^2}{T^2} \int_0^T \int_0^T n(t) n(t') \cos \omega_k t \cos \omega_k t' dt dt'.$$

Мы можем повторить здесь те же рассуждения, что и при рассмотрении дробового эффекта, и убедимся, что для вычисления $\overline{A_k^2}$ нам нужно установить корреляцию между значениями n для времен t и t' , т. е. определить $\overline{n(t)n(t')}$. Эта величина есть функция от $t - t' = \Delta t$. Шоттки считает, что в определении ее существенную роль играют только те молекулы, которые были как в начале, так и в конце промежутка Δt , так как остальные молекулы не имеют друг с другом никакой статистической связи и могут влиять на $n(t)$ и $n(t')$ как в одинаковом, так и в противоположном направлении. Вот здесь и входит в рассмотрение τ — среднее время пребывания молекулы на поверхности. Именно, если

в начале промежутка их было N_1 , то в конце из них останется

$$N' = N_1 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} = N_1 e^{-\alpha \Delta t} \quad \left(\alpha = \frac{1}{\tau} \right). \quad (27)$$

Далее, по вышесказанному

$$\begin{aligned} \overline{n(t)n(t')} &= \overline{(N_1 - N_0)(N' - N_0)} = \overline{n[(N_0 + n)e^{-\alpha \Delta t} - N_0]} = \\ &= \overline{n^2} e^{-\alpha \Delta t} - \overline{(1 - e^{-\alpha \Delta t})nN_0} = \overline{n^2} e^{-\alpha \Delta t} = N_0 e^{-\alpha \Delta t}, \end{aligned}$$

так как по общим теоремам статистики $\overline{n} = 0$ и $\overline{n^2} = N_0$ [см. § 1, формулы (3) и (3')].

Теперь можем написать, заменив под интегралом t' через $t + \Delta t$ и перейдя к переменному Δt (пределы при данном t от 0 до ∞):

$$\begin{aligned} \overline{A_k^2} &= \frac{4F^2 i_0^2}{T^2} N_0 \int_0^T \cos \omega_k t dt \int_0^\infty e^{-\alpha \Delta t} \cos \omega_k (t + \Delta t) d(\Delta t) = \\ &= \frac{4F^2 i_0^2}{T^2} N_0 \int_0^T \cos^2 \omega_k \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_k^2} dt = \frac{4F^2 i_0^2}{T^2} N_0 \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_k^2} \frac{T}{2} = \\ &= \frac{2}{T} \frac{F^2 i_0^2 \alpha N_0}{\alpha^2 + \omega_k^2}. \end{aligned}$$

Аналогичное выражение мы найдем и для $\overline{B^2}$. Средняя сумма квадратов обоих коэффициентов:

$$\overline{C_k^2} = \overline{A_k^2} + \overline{B_k^2} = \frac{4}{T} \frac{F^2 i_0^2 \alpha N_0}{\alpha^2 + \omega_k^2}. \quad (28)$$

На этом в изложении теории фликер-эффекта можно остановиться. Достаточно сравнить формулу (28) с соответствующей формулой (12'') для дробового эффекта из § 1, чтобы увидеть все характерные черты результатов Джонсона. Мы замечаем, прежде всего, что, в то время как интенсивность всех компонент дробового эффекта растет пропорционально i_0 , здесь она пропорциональна i_0^2 . Далее, мы видим, что спектр фликер-эффекта, в отличие от дробового эффекта, показывает определенную частотную зависимость; именно, $\overline{C_k^2}$ стремится к постоянному пределу при очень низких частотах, и убывает до нуля при высоких частотах. Наблюдаемые на опыте флуктуации представляют собой сумму обоих эффектов. Поэтому при высоких частотах остается практически один дробовой эффект; при низких же частотах, таких что $\omega_k^2 > \alpha^2$ фликер-эффект быстро начинает расти. Это и наблюдал Джонсон в своих опытах. Тем обстоятельством, что рост наблюдаемого эффекта начинается при частотах одного порядка с α , можно воспользоваться для определения α и, следовательно, среднего времени пребывания постороннего атома на поверхности

катода. Разумеется, для этого нельзя прямо пользоваться формулой (28). Нужно подсчитать флуктуации напряжения в анодном контуре по формуле:

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} Z^2(\omega) \overline{C^2}(\omega) d\omega$$

и эту величину сравнивать с данными опыта. Шоттки произвел расчет и нашел по данным Джонсона, что в случае оксидного катода $\tau \approx 10^{-3}$ сек., а в случае вольфрамового $\tau \approx \frac{1}{20}$ сек. Далее, подсчитав по теории электрических изображений фактор F

(для численного определения приходится использовать экспериментальные данные о влиянии адсорбции газа мономолекулярным слоем на эмиссию электронов), Шоттки получил возможность из результатов измерений Джонсона определить N_0 , т. е. плотность атомов, находящихся на поверхности катода.

Таким образом, если дробовой эффект является методом, позволяющим изучить условия, при которых течет электронный ток в лампе, то фликер-эффект дает возможность изучать процессы на поверхности катода новым своеобразным путем. Впрочем, электрические флуктуации вообще начинают находить все большее и большее применение как метод исследования различных физических явлений. С некоторыми примерами этого рода мы встретимся в конце статьи.

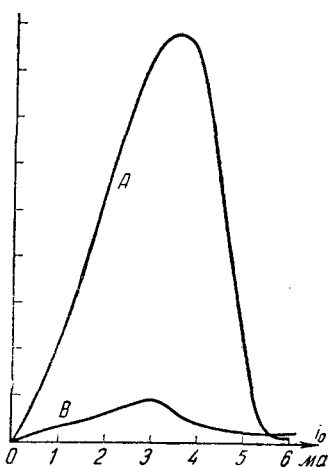


Рис. 24. Депрессия дробового эффекта и фликер-эффекта (Пирсон). Кривая B — торированный катод, A — оксидный катод.

Наше описание вековых вариаций электронного тока было бы неполным, если бы мы не упомянули о влиянии на них пространственного заряда. Как и для дробового эффекта, пространственный заряд оказывает здесь сглаживающее действие, упорядочивая движение электронов и уменьшая амплитуду колебаний тока. Поэтому при увеличении плотности тока электронов без увеличения их скорости, начиная с некоторого момента должны наблюдаться остановка роста фликер-эффекта, а затем и его падение. Этот факт был установлен уже в работе Джонсона, который для своих исследований должен был ограничиться токами, не превышающими 5 мА. Повышение силы анодного тока путем увеличения накала без изменения анодного напряжения до 5 мА вызывало рост флуктуаций; однако при больших силах тока величина их сильно падала. Это же явление наблюдал и Пирсон³⁷, из работы которого мы заимствуем рис. 24. На этом рисунке приведены

две кривые, представляющие зависимость величины флюктуаций от силы тока при постоянном анодном напряжении (ток изменяется посредством накала). Кривая *B* относится к торированному катоду; она показывает чистый дробовой эффект, в котором, начиная с $i_0 = 3$ мА, наступает депрессия. Кривая *A* снята с катода, покрытого ВаО; флюктуации, во много раз большие, чем у первого катода, представляют, несомненно, вековые колебания эмиссии. При $i_0 > 4$ мА они также резко падают и, как видно из рисунка, при больших силах тока становятся даже меньше, чем флюктуации при торированном катоде. Последнее обстоятельство не может быть объяснено, так как автор, к сожалению, не дает никаких других данных об условиях опыта, в частности, и о конструкции ламп. Самый же факт депрессии фликер-эффекта при большой плотности заряда представлен чрезвычайно ярко.

6. Дробовой эффект в токе положительных ионов

Теория дробового эффекта, изложенная в § 1, была проверена на электронном токе в катодных лампах (§ 2) и фотоэлементах (§ 3). Легко, однако, убедиться, что она приложима также к току, составленному из каких угодно носителей электричества, лишь бы их движения были статистически независимы друг от друга и распределение во времени было совершенно случайным. Ни знак заряда ни масса носителей электричества при выводе формул § 1 не играют никакой роли. Поэтому можно ожидать, что в токе положительных ионов также должен иметь место дробовой эффект; при этом величина должна определяться теми же формулами, что и для электронного тока, т. е. при очень малом пространственном заряде — формулами (13) и (16), а при достаточно большом — формулой (21).

Вопрос этот был изучен экспериментально Уильямсом и Гэксфордом.²³ Основная экспериментальная трудность состояла в получении источника положительных ионов, удовлетворяющего требованиям теории дробового эффекта; прежде всего он должен был давать, насколько возможно, чистую эмиссию ионов одного знака. Авторы остановились после ряда опытов на термийонном излучателе, разработанном Кэнсменом,²³ испускающем ионы K^+ . Он состоял из вольфрамовой спирали, навитой на кварцевую трубку диаметром в 8 мм и длиной в 6 см. На спираль была нанесена паста из смеси K_2O и Fe_2O_3 в парафиновом масле, которая после прокаливания связывалась со спиралью в один твердый слой. Такой излучатель в качестве анода давал довольно постоянные токи ионов K^+ до 400 мкА; сила тока убывала не более чем на 5% за час. Эмиссия электронов была незначительной; даже при гораздо большем накале, который не применялся в измерениях (900°), при котором $i_+ = 1200$ мкА, электронный ток составлял не более 12 мкА, т. е. 1%. При меньших же температурах электронная эмиссия убывала гораздо быстрее, чем ионная; поэтому при ионной эмиссии до 400 мкА электронной эмиссией можно было пренебречь.

Существенную роль при ионном токе играет пространственный заряд. Так как подвижность ионов гораздо меньше, чем электронов, то при одинаковой силе тока пространственный заряд в первом случае будет во много раз больше. Необходимы сильные поля, чтобы воспрепятствовать скоплению ионов. Поэтому катод был сделан в виде цилиндра, коаксиального аноду, и зазор между ними оставлен всего в 1 мм; напряжение на катод увеличивалось по мере усиления эмиссии с той же самой целью. Лампа во время измерений была соединена с насосом и откачивалось до $p \leq 10^{-5}$ мм. Метод измерений был принят тот же, что и в других работах Уильямса — „подстановка“ синусоидальной ЭДС; усилитель, метод калибровки, измерение напряжения на выходе также были заимствованы из прежних работ.

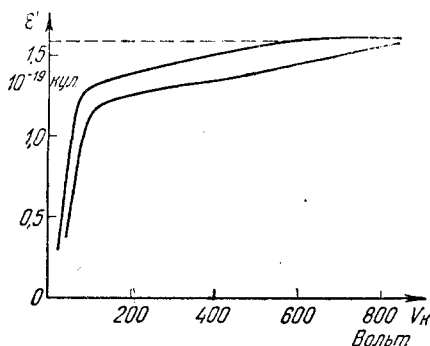


Рис. 25. Депрессия дробового эффекта в токе ионов K^+ (Уильямс и Гэксфорд); верхняя кривая при 200 мкА, нижняя — при 400 мкА.

второй — силу ионного тока, третий — эквивалентное синусоидальное напряжение v_1 (см. § 2), четвертый — вычисленное по этим данным значение заряда иона K^+ .

Значение e_+ получается правильного порядка и при малых силах тока ошибка меньше 1%. Однако при увеличении силы тока замечается небольшой, но систематический ход величины e_+ ; уменьшение последней указывает на то, что пространственный заряд ионов K^+ начинает сказываться.

Депрессию дробового эффекта в токе положительных ионов Уильямс и Гэксфорд изучали, снимая кривые зависимости дробового эффекта от катодного напряжения при постоянной силе тока на катод (аналогично методике Казановского и Уильямса, описанной выше). Весьма отчетливая картина депрессии видна на кривых рис. 25. По оси абсцисс отложено напряжение между катодом и анодом, по оси ординат — вычисленное из опыта значение e_+ . При больших напряжениях и относительно малой эмиссии e_+ стремится к определенному и притом правильному пределу; для $i_0 = 400$ мкА, e_+ медленнее приближается к пределу, чем для $i_0 = 200$ мкА, так как плотность ионов в первом случае больше. При малых напряжениях и, следовательно, большой эмиссии (так

Полоса частот, пропускаемых усилителем, была выбрана от 112 до 121 килоцикла. Для проверки всей аппаратуры был сначала определен заряд электрона по дробовому эффекту в электронном токе; из ряда измерений оказалось $e = 1,585 \cdot 10^{-19}$ кулона (средне-арифметическое) и $e = 1,589 \cdot 10^{-19}$ кулона (взвешенное среднее). Затем измерялся дробовой эффект в токе ионов K^+ . Результаты измерений воспроизводим в табл. 6; первый столбец представляет значения катодного напряжения,

как $i_0 = \text{const}$) дробовой эффект уменьшается; падение становится особенно резким при $V_k < 100$ V. Во всем диапазоне напряжений

ТАБЛИЦА 6

Дробовой эффект тока положительных ионов
(Уильямс и Гэксфорд)

V_k (вольт)	i (микро-ампер)	v_1 (микро-вольт)	e_+ (кулон)
180	20,4	2,926	$1,597 \cdot 10^{-19}$
180	39,8	4,087	$1,602 \cdot 10^{-19}$
180	59,0	4,962	$1,599 \cdot 10^{-19}$
180	77,8	5,639	$1,570 \cdot 10^{-19}$
226	97,8	6,345	$1,584 \cdot 10^{-19}$
226	117,0	6,930	$1,583 \cdot 10^{-19}$
226	155,1	7,366	$1,552 \cdot 10^{-19}$
226	154,1	7,833	$1,542 \cdot 10^{-19}$
316	174,6	8,336	$1,545 \cdot 10^{-19}$
316	194,8	8,788	$1,542 \cdot 10^{-19}$

от 50 до 800 V депрессия при $i_0 = 400$ μ A больше, чем при $i_0 = 200$ μ A. Таким образом доказано, что в токе положительных ионов дробовой эффект существует и выражается теми же уравнениями, что и в электронном токе.

7. Порог чувствительности электронных приборов

Электрические флуктуации представляют интерес не только как одна из характерных глав физической статистики. Мы уже видели, что в ряде случаев они могут служить методом изучения микрокартины электрического тока: механизма эмиссии, пространственного заряда и т. д. Однако наибольшее практическое значение вопроса о флуктуациях состоит в том, что ими ограничивается порог чувствительности физических приборов, в том числе и электрических. В части I обзора мы уже затрагивали этот вопрос в связи с тепловым эффектом в проводниках. Сейчас мы разберем влияние всех видов электрических флуктуаций на порог чувствительности двух основных электронных приборов: катодной лампы и фотоэлемента.

Рассмотрим принципиальную схему входа лампового усилителя (рис. 26). Пусть генератор ЭДС E присоединен к сетке первой лампы усилителя A ; между сеткой и нитью лампы включена нагрузка Z_g , вообще комплексная; в эту величину мы включаем и внутреннюю емкость и сопротивление между катодом и сеткой. В анодной цепи лампы — также комплексная нагрузка Z_a ; колебания напряжения на последней передаются последующим ступеням усиления. Генератор E обладает сам некоторым внутренним сопротивлением z . На схеме он показан гальванически присоединенным к лампе; в действительности, связь часто бывает индуктивной

(например связь антенны с первой лампой приемника) или емкостной. Для этих случаев рис. 26 следует рассматривать как эквивалентную схему,* достаточную для того, чтобы дать нам возможность получить общую ориентировку в предмете; более детальное рассмотрение не входит сейчас в нашу задачу. На практике вопрос обычно ставится так: как при заданном сопротивлении генератора z надо выбрать режим работы лампы A и нагрузки Z_g и Z_a , чтобы иметь возможность разобрать как можно меньшую ЭДС E , и каков достижимый при этом порог? Выясним прежде всего, с какими флюктуационными явлениями нам придется считаться. Рассмотрению подлежат: 1) тепловой эффект во входной цепи, 2) дробовой эффект сеточного тока в этой же цепи, 3) тепловой эффект в анодной цепи, 4) дробовой эффект анодного тока в этой цепи, 5) фликер-эффект в той же цепи, 6) тепловой эффект во внутреннем сопротивлении

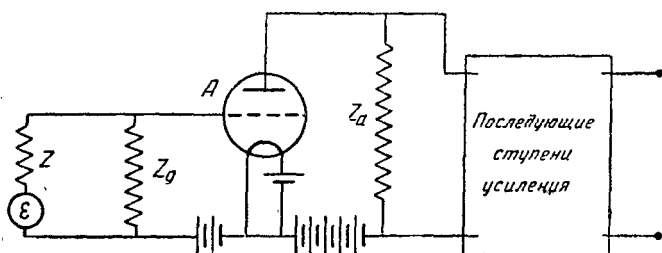


Рис. 26. Схема входа лампового усилителя.

лампы. Флюктуации, вызываемые положительными ионами в области пространственного заряда, мы отбрасываем: при хорошем вакууме и катode с металлической поверхностью их величина ничтожна. О других источниках шумов: утечках между электродами, статических зарядах на стекле, плохих контактах и т. д. мы также не будем говорить, считая, что они устранены при изготовлении лампы. Что этого в действительности можно добиться в весьма значительной степени, мы увидим ниже.

Из перечисленных выше флюктуационных эффектов часть происходит в цепи сетки, а часть — в цепи анода. Поэтому роль их в общем шуме будет неодинаковой; первая группа шумов усиливается всем усилителем, включая и первую лампу, тогда как усиление второй группы происходит только в последующих каскадах усиления. Чтобы иметь возможность их сравнивать, нужно произвести пересчет всех рассматриваемых явлений к одному

* Например, в случае индуктивно связанной антенны возникающая в ней ЭДС e_1 может быть перенесена во вторичную цепь с множителем $m = \frac{n_2}{n_1}$ (отношение чисел витков во вторичной и первичной катушках) а слагающие сопротивления антенны r_1 и x_1 — с множителем m^2 .

контур; мы будем делать это для входной цепи. Для простоты расчетов положим, что усилитель пропускает полосу частот $f_2 - f_1$ и в пределах этой полосы усиливает равномерно. Условимся, что дробовой эффект будет обозначаться индексом s , тепловой — индексом t , анодная внешняя цепь — a , внутренняя — i , цепь сетки — g ; эффекты анодной цепи, пересчитанные на цепь сетки, обозначим индексом g с левой стороны.

Тепловой эффект в цепи сетки вызывается ваттными слагающими сопротивлений z и Z_g , которые нужно рассматривать как соединенные параллельно. Обозначив эти слагающие через r и R_g , мы напомним:

$$\overline{v_{tg}^2} = 4kT \int_{f_1}^{f_2} \frac{rR_g}{r+R_g} df. \quad (29)$$

Если полоса пропускания усилителя настолько узка, что в ее пределах можно считать r и R_g постоянными, то

$$\overline{v_{tg}^2} = 4kT \frac{rR_g}{r+R_g} (f_2 - f_1) = 4kTR_1 \Delta f, \quad (29')$$

где R_1 — все ваттное сопротивление входа, а $\Delta f = f_2 - f_1$.

При $T = 300^\circ \text{ K}$. получаем:

$$\overline{v_{tg}^2} = 1,64 \cdot 10^{-20} R_1 \Delta f. \quad (29'')$$

Величина напряжения от генератора, подаваемого на сетку, которое мы будем называть „сигналом“, равна

$$v_{\text{сигн}} = \frac{EZ_g}{z + Z_g}. \quad (30)$$

Решение задачи о наивысшей чувствительности схемы иногда ищут в том, чтобы сделать любыми способами величину $\overline{v_t^2}$ как можно меньшей. Это, конечно, неправильно, так как при этом может легко оказаться, что и величина сигнала сильно уменьшена. Только те способы уменьшения шума приемлемы в качестве решения, которые при этом не ослабляют сигнала или, во всяком случае, увеличивают отношение сигнала к шуму („signal-to-noise ratio“ американских авторов). Это отношение, которое мы будем обозначать $\frac{c}{ш}$, при наличии одного теплового эффекта выразится так:

$$\left(\frac{c}{ш}\right)^2 = \frac{V_{\text{сигн}}^2}{V_{tg}^2} = \frac{E^2 Z_g^2}{4kT(Z_g + z)^2 R_1 \Delta f}. \quad (31)$$

Из формулы (31) непосредственно усматриваем два указания: 1) желательно понижать температуру входной цепи — средство, мало применимое на практике, 2) полосе частот Δf нужно сделать как можно уже; предел уменьшению Δf кладется только характером и длительностью сигналов.* Далее, если сопротивление Z_g ком-

* При очень малом Δf сильно возрастает время установления аппаратуры, и если последнее станет сравнимо с длительностью сигналов, то последние будут воспроизводиться с искажениями.

плексно, то выгодно уменьшать его ваттную слагающую R_g и как можно больше увеличивать безваттную слагающую X_g . Если же вся нагрузка в сеточной цепи — ваттная, то вывод будет несколько иной. Положим в формуле (31) $Z_g = R_g$ и $z = r$. Найдем

$$\left(\frac{c}{u}\right)^2 = \frac{E^2 R_g}{4kT[R_g + r]r}, \quad (31')$$

откуда видно, что желательно сделать R_g как можно большим. Обычно применяемое условие $R_g = r$ не дает наилучшего результата; при $R \rightarrow \infty$ отношение $\frac{c}{u}$ оказывается в $\sqrt{2}$ раза большим. В этом случае находим просто:

$$\left(\frac{c}{u}\right)^2 = \frac{E^2}{4kTr\Delta f}.$$

Следующий источник шума в той же цепи — это дробовой эффект сеточного тока. Последний может слагаться из электронного тока, тока положительных ионов, а также вторичной эмиссии, фотоэффекта и т. д. Величина дробового эффекта сеточного тока будет суммой эффектов, вызываемых каждым из этих токов, и потому выразится равенством:

$$\overline{v} = 2e \sum i_g \int_{f_1}^{f_2} \left(\frac{Z_g z}{Z_g + z} \right)^2 df \quad (32)$$

или, в предположении об острой настройке усилителя:

$$\overline{v_{sg}^2} = 2e \sum i_g Z_1^2 \Delta f, \quad (32')$$

где $\sum i_g$ — арифметическая (не алгебраическая) сумма всех токов на сетку, $Z_1 = \frac{Z_g z}{Z_g + z}$. Так как Z_1 уменьшать нельзя, как мы видели выше, то необходимо понижать насколько возможно все сеточные токи; для этого требуются отрицательный потенциал на сетку, хороший вакуум и т. д. Если сетку оставить „свободно висеть“ при потенциале, устанавливаемом вследствие равновесия между токами обоих направлений, то величины $\sum i_g$ и Z_g будут большими; многочисленные наблюдения показывают, что при этом шум значительно усиливается (см. например ³⁷). Наоборот, при достаточном отрицательном потенциале весь этот эффект может быть меньше теплового. На самом деле, пусть сопротивление входа — ваттное, так что $Z_1 = R_1$. Отношение теплового эффекта в сеточной цепи к дробовому:

$$\frac{\overline{v_{tg}^2}}{\overline{v_{sg}^2}} = \frac{4kTR_1 \Delta f}{2e \sum i_g R_1^2 \Delta f} = \frac{2kT}{eR_1 \sum i_g}. \quad (33)$$

Положим $T = 300^\circ\text{K}$, $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, $\sum i_g = 1 \cdot 10^{-8} \text{ A}$, найдем:

$$\frac{\overline{v_{tg}^2}}{\overline{v_{sg}^2}} = \frac{2 \cdot 1.36 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 10^{-8}} \approx 5.$$

Поэтому при достаточно малом сеточном токе и ваттном сопротивлении входа можно считать, что флуктуации в цепи сетки вызываются главным образом тепловым движением, а потому руководствоваться выводами из формул (31) и (31').

Иначе обстоит дело в анодной цепи, где обычно вследствие значительно большей силы тока дробовой эффект преобладает над тепловым. Дробовой эффект в этой цепи выразится формулой Лэвеллайна (21), которую в нашем случае можно написать так:

$$\overline{v_{sa}^2} = 2 J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J} \right)^2 Z_a'^2 \Delta f,$$

где $Z_a' = \frac{Z_a Z_i}{Z_a + Z_i}$, Z_i — внутреннее сопротивление лампы между катодом и сеткой. Для теплового эффекта внешней и внутренней частей цепи вместе можем написать формулу (24):

$$\overline{v_{ia}^2} = 4 k \frac{T_i R_i Z_a'^2 + T_a R_a Z_i'^2}{(Z_i + Z_a)^2} \Delta f. \quad *$$

Отношение этих эффектов:

$$\frac{\overline{v_{sa}^2}}{\overline{v_{ia}^2}} = \frac{J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J} \right)^2 Z_a'^2 Z_i'^2}{2 k [T_i R_i Z_a'^2 + T_a R_a Z_i'^2]}.$$

В обычных условиях работы лампы первый член суммы в знаменателе значительно больше второго, так как $Z_a > Z_i$ и $T_i > T_a$. Это значит, что тепловое движение внутри лампы создает больше шума, чем тепловой эффект внешней цепи. Отбрасывая член, соответствующий последнему, найдем:

$$\frac{\overline{v_{sa}^2}}{\overline{v_{ia}^2}} = \frac{J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J} \right)^2 Z_i'^2}{2 k T_i R_i}$$

или, так как внутреннее сопротивление лампы при не очень высоких частотах имеет, главным образом, ваттную слагающую, то можно положить $Z_i \approx R_i$, что даст:

$$\frac{\overline{v_{sa}^2}}{\overline{v_{ia}^2}} = \frac{J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J} \right)^2 R_i}{2 k T_i} \quad (34)$$

Желательно, конечно, чтобы $\frac{\partial i}{\partial J}$ было близко к нулю, так как тогда вследствие депрессии дробовой эффект станет исчезающе малым. При этих условиях на анодной стороне лампы останется только один источник флуктуаций, — это тепловое движение. Однако на практике трудно снизить $\left(\frac{\partial i}{\partial J} \right)^2$ ниже нескольких де-

* Нужно иметь в виду, что эта формула преувеличивает тепловой эффект лампы, см. § 4б.

сытых. Полагая $\left(\frac{\partial i}{\partial J}\right)^2 = 0,2$, $J_0 = 5 \text{ mA}$, $R_i = 2 \cdot 10^4 \text{ } \Omega$, $T_i = 1100^\circ \text{K}$ (оксидный катод), найдем:

$$\frac{\overline{v_{sa}^2}}{\overline{v_{ia}^2}} \approx 100.$$

Поэтому при не очень низких частотах мы должны в анодной цепи учитывать, главным образом, дробовой эффект. Чтобы определить его значение для порога чувствительности лампы, необходимо пересчитать его на эквивалентное напряжение в цепи сетки. Коэффициент усиления лампы при рабочих условиях:

$$\mu' = \frac{\mu Z_a}{Z_a + Z_i}.$$

Дробовой эффект, отнесенный к цепи сетки, обозначим через $\overline{g v_{sa}^2}$.

$$\overline{g v_{sa}^2} = \frac{\overline{v_{sa}^2}}{\mu'^2} = \frac{2 J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J}\right)^2 Z_i^2 \Delta f}{\mu^2} = \frac{2 J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J}\right)^2}{S^2} \Delta f, \quad (35)$$

где $S = \frac{\mu}{R_i}$ — крутизна статической характеристики лампы. Любопытно заметить, что величина $\overline{g v_{sa}^2}$ совсем не зависит от нагрузки в цепи анода. Отношение $\frac{c}{u}$ для дробового эффекта нет необходимости вычислять, так как сравнение формул (30) и (35) показывает прямо, что величины сигнала и дробового эффекта зависят от совершенно разных факторов, и можно оперировать величинами, влияющими на $\overline{g v_{sa}^2}$, не опасаясь какого-либо уменьшения сигнала. Из формулы (35) видно, что желательно работать при малом эмиссионном токе, возможно сильной депрессии и большой крутизне; одним из условий для удовлетворения этих (вообще плохо совместимых) требований является низкое анодное напряжение, обеспечивающее развитие достаточно плотного пространственного заряда. Сравним теперь величину $\overline{g v_{sa}^2}$ с тепловым эффектом цепи сетки v_{ig} . Из (29'') и (35) находим:

$$\frac{\overline{g v_{sa}^2}}{\overline{v_{ig}^2}} = \frac{2 J_0 e \left(\frac{\partial i}{\partial J}\right)^2}{4 k T R_i S^2};$$

подставляя $J_0 = 5 \text{ mA}$, $\left(\frac{\partial i}{\partial J}\right)^2 = 0,2$, $T = 300^\circ \text{K}$, $R_i = 1 \text{ M } \Omega$, $S = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$, найдем:

$$\frac{\overline{g v_{sa}^2}}{\overline{v_{ig}^2}} = \frac{1}{200}.$$

При меньшем ваттном сопротивлении входа это отношение становится большим, но только при очень низкоомном входе

дробовой эффект начинает играть роль, сравнимую с тепловым. Таким образом в результате сравнения между собой различных видов флюктуаций мы приходим к следующему выводу: в усилителях средней и высокой частоты порог чувствительности определяется практически тепловым движением во входной цепи, если ваттное сопротивление последней не очень мало.

При очень низких частотах (ниже 1000 гертц) приходится считаться с вековыми вариациями эмиссии. Мы видели в § 5, что фликер-эффект в этой области частот в десятки раз больше, чем дробовой эффект, особенно при оксидных катодах. Следовательно, его значение должно быть сравнимо с тепловым эффектом и при высокоомном входе. Для снижения фликер-эффекта, кроме увеличения остроты настройки усилителя, следует воспользоваться депрессией при большой плотности пространственного заряда, для чего необходимы низкое анодное напряжение и значительная плотность эмиссии.

Очень удобно представить результирующий шум лампы в следующей форме. Мы выделяем, с одной стороны, тепловой эффект входной цепи, который непосредственно не зависит от лампы, и выражаем его формулой (29) или (29'); с другой стороны, собираем все шумы, зависящие от лампы (дробовой эффект в обеих цепях, фликер-эффект, тепловое движение в лампе), и представляем их как тепловой эффект некоторого эквивалентного сопротивления R_L , помещенного во входную цепь. * Тогда весь шум входа и первого каскада усилителя выразится так:

$$\overline{v^2} = 4 k T (R_1 + R_L) \Delta f. ** \quad (36)$$

Отношение сигнала к шуму:

$$\frac{c}{u} = \frac{E^2 Z_g^2}{(z + Z_g)^2 4 k T (R_1 + R_L) \Delta f}. \quad (37)$$

Мы снова приходим к выводам, которые уже сделали при рассмотрении одного теплового эффекта входной цепи, а именно, что желательно максимальное увеличение безваттной слагающей входного сопротивления и уменьшения R_1 ; кроме того, необходимо уменьшать всеми средствами R_L . Если все сопротивление входа — ваттное ($Z_g = R_g$), тогда, наоборот, R_g должно быть увеличиваемо. В этом последнем случае тепловой эффект входной цепи должен перевесить все остальные источники шумов и им одним должен определяться порог чувствительного усилителя.

Теперь можно ответить на поставленный в начале этого параграфа вопрос. Нужно сделать входную цепь по возможности безваттной, устранить сеточный ток, подавить дробовой и фликер-эффект пространственным зарядом, остро настроить усилитель

* Тепловым эффектом в анодной цепи пренебрегаем, т. к. его величина мала сравнительно с остальным эффектом.

** Мы вправе написать такую формулу, потому что все рассматриваемые эффекты пропорциональны Δf .

и (если это зависит от экспериментатора) работать при высоких частотах. Тогда — в идеальном случае — у нас останется только один, принципиально неустранимый источник шума: тепловое движение внутри лампы. Подсчитаем его значение, отнесенное к входной цепи. Найдем сначала напряжение в анодной цепи:

$$\overline{v_{ti}^2} = 4 k T_i R_i \frac{Z_a^2}{(Z_a + R_i)^2} \Delta f,$$

разделим на μ'^2 :

$$\frac{\overline{v_{ti}^2}}{\mu'^2} = \frac{4 k T_i R_i}{\mu^2} \Delta f = \frac{4 k T_i}{\mu S} \Delta f = \frac{4 k T_i}{G} \Delta f = \frac{\mu^2 Z_a^2}{Z_a + R_i} \Delta f \quad (38)$$

G — добротность лампы.

Положим $T_i = 1100^\circ \text{K}$, $R_i = 2 \cdot 10^4 \text{ } \Omega$, $\mu = 20$, $\Delta f = 5000$ герц; тогда $\frac{\overline{v_{ti}^2}}{\mu'^2} = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ V}$, или

$$(\overline{v_{ti}})_{\text{эф}} \approx 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ V}.$$

Такого порядка величину мы находим для триода; у двухсетчатой экранированной лампы как R_i , так μ на один порядок больше, а потому по формуле (38) шумовой порог должен быть еще ниже в 3—4 раза.

Итак, теоретический порог чувствительности лампового усилителя определяется тепловым движением во внутреннем сопротивлении первой лампы. В литературе нередко можно встретить указания на дробовой эффект, как такой порог,^{1,18} причем величина его иногда подсчитывается по формуле Шоттки.³⁸ Как мы видели, это неверно, в особенности последнее. Теория Шоттки применима только в отсутствии пространственного заряда; но тогда лампа вообще не действует как усилитель. Наиболее ясное, хотя и не исчерпывающее, рассмотрение вопроса можно найти в статьях Пирсона³⁷ и Джонсона и Лэвелллана.³²

В действительности, конечно, очень трудно приблизиться к только что вычисленному пределу. Во-первых, невозможно совершенно устранить другие виды флуктуаций, а во-вторых, в обычных лампах имеют место шумы, происходящие еще от других причин. Мэткалф и Дикинсон,³⁰ исследовавшие этот вопрос в лаборатории Джeneral Электрик К° (США), изучали шумы в области низких частот. Они нашли на большом числе образцов, что большую роль играют заряды, скопляющиеся на стенках баллона и изолирующих подержках внутри лампы и затем случайно разряжающиеся; также существенна утечка через ножку лампы, если ее сопротивление меньше $10^{10} \text{ } \Omega$. На основании своих работ они сконструировали лампу, в которой были приняты меры для устранения этих явлений и значительно снижены шумы флуктуационного происхождения. В частности, под очевидным влиянием работы Зэчера и Уильямса (см. § 46), они осуществили искусственный пространственный заряд у контрольной сетки, вызывающий сильную депрессию дробового и фликер-эффекта и вместе с тем

не позволяющий положительным ионам оказывать свое вредное действие. Эта лампа выпущена на рынок фирмой Дженеал Электрик К° под маркой PJ—11 и характеризуется следующими данными: $V_a = 135 \text{ V}$, $V_g = -1,5 \text{ V}$, $i_a = 0,45 \text{ mA}$, $\mu = 30$, $R_i = 100\,000 \text{ }\Omega$. При этом шум в полосе частот от 3 до 250 герц эквивалентен $0,3\text{—}0,7 \text{ }\mu\text{V}$ на входе. Другие наиболее слабо шумящие лампы этой же фирмы дают шум от $2,5 \text{ }\mu\text{V}$ и выше.

Пирсон³⁷ подверг исследованию целый ряд ламп Вестер Электрик К°. Исследование производилось по методу, представляющему прямую реализацию формулы (36): изучаемая лампа помещалась в первый каскад усилителя; сначала измерялись шумы на выходе усилителя при сетке, соединенной с катодом через очень малое сопротивление, затем в цепь сетки постепенно вводилось сопротивление и подбиралось такой величины, чтобы шум на выходе удвоился. Очевидно при этом $R_g = R_L$, и, следовательно, шум лампы равен $4kTR_g\Delta f$; последняя величина вычислялась по известным T_i , R_g и Δf . Таким методом Пирсон нашел, что наименьший шум дает триод 102 G.

При $i_a = 1,2 \text{ mA}$, $V_a = 130 \text{ V}$, $R_i = 45\,000 \text{ }\Omega$, $R_a = 50\,000 \text{ }\Omega$, $\mu = 30$ и полосе частот от 10 до $15\,000$ герц эта лампа обнаружила шум, равный $\frac{\overline{v^2}}{\Delta f} = 0,64 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{герц}$. При низких частотах — от 5 до 205 герц — эта величина возрастает до $2,2 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{герц}$ (фликер-эффект), наоборот выше 1500 герц она уменьшается до $0,58 \cdot 10^{-16}$. Следовательно, шум этой лампы меньше, чем лампы PJ—11, так как последняя дает на единицу полосы частот в области от 3 до 250 герц шум $\frac{\overline{v^2}}{\Delta f} \approx 8 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{герц}$. Такого же порядка шум, как PJ—11, дают лампы 264-B (триод) и 259-B (экранированная, подогревная); в области более высоких частот шумы их значительно ниже. Пирсон подсчитывал теоретический минимум шума для исследованных им ламп и нашел, что реальный шум в лампе 102-G в 3,8 раза, в лампе 264-B в 2,1 раза выше теоретического. Эти лампы, таким образом, уже недалеки от идеала.

Весьма низким порогом обладает также лампа 38 (пентод). Е. Джонсон и Нейцерт³⁹ нашли, что при полосе в $10\,000$ герц и надлежащем режиме она дает шум в $1,5 \text{ }\mu\text{V}$, что соответствует $\frac{\overline{v^2}}{\Delta f} = 2,25 \cdot 10^{-16} \text{ V}^2/\text{герц}$; режим ее при этом был следующий: $V_g = 1,5 \text{ V}$, $V_{\text{кр}} = 6 \text{ V}$, $V_a = 12 \text{ V}$ (!) $i_a = 6 \cdot 10^{-5} \text{ A}$ (!) $R_i = 1,2 \cdot 10^6 \text{ }\Omega$ и $\mu = 160$. Эти авторы поставили себе целью сконструировать усилитель для измерения очень слабых переменных ЭДС, для чего и воспользовались лампой 38. Схема одного каскада показана на рис. 27. Четыре таких каскада дают при 1000 герц усиление в $400\,000$ раз. Чтобы снизить шумовой порог, авторы прибегли к необычайно острой настройке усилителя. Для этого в третий каскад вместо сопротивления был введен настроенный контур с параллельно присоединенным динатроном. Этим достигалась

ширина полосы в 1 герц при $f = 200$ герц и в 10 герц при $f = 10\,000$ герц.

Благодаря такой остроте настройки оказалось возможным измерять напряжение до 10^{-8} В при 400 герц и замечать напряжения до 10^{-9} В. Такая чудовищная чувствительность покупается ценой огромного времени установления аппаратуры; уже при полосе частот в $\Delta f = 5$ герц приходилось применять на выходе прибор с периодом в 1 мин. Порогом чувствительности катодных ламп занимались также Гафстэdt, ³⁴ применивший лампу FP-54 к регистрации импульсов от α -частиц в ионизационной камере, Моллин и Эллис ¹⁸, исследовавшие ряд ламп фирмы Mazda и др., и Бренцигер и Фиман ³⁵, изучавшие немецкие лампы.

Обращаемся теперь к порогу чувствительности *фотоэлементов*. Если, как обычно, фотоэлемент замкнут на сопротивление R и последнее присоединено к сетке усилительной лампы (рис. 28), то шумы могут возникать от следующих причин: 1) дробовой эффект

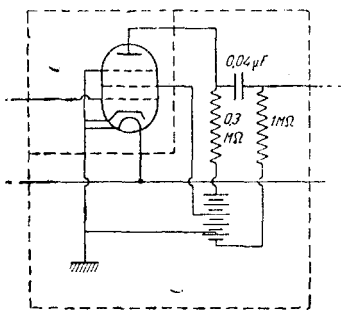


Рис. 27. Один каскад усилителя (Е. Джонсона и К. Нейцера).

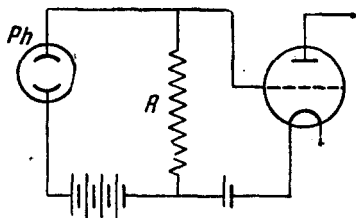


Рис. 28. Схема включения фотоэлемента.

фототока, 2) тепловое движение в сопротивлении R , 3) дробовой эффект сеточного тока катодной лампы. Так как пространственный заряд в фотоэлементе обладает ничтожной плотностью, то все связанные с ним явления, в том числе и внутренний тепловой эффект, отсутствуют; величину дробового эффекта можно оценивать по формулам § 1. Из трех наличных эффектов последний можно снизить путем уменьшения сеточных токов в лампе; тогда главную роль будет играть дробовой эффект фототока. В самом деле, его величина (при тех же предположениях, что мы делали, рассматривая катодную лампу):

$$\overline{v_s^2} = 2i_0 e R^2 \Delta f,$$

тогда как тепловой эффект:

$$v_t = 4kTR\Delta f.$$

Отношение их

$$\frac{\overline{v_s^2}}{v_t^2} = \frac{i_0 e R}{2kT} = 19,4 i_0 R$$

(в практических единицах), так как обычно $i_0 e R > 1$, то $\overline{v_s^2} > \overline{v_t^2}$.

Отношение сигнала к шуму мы вычислим, учитывая оба эффекта. Пусть при изменении светового потока фототок меняется на

$$V_{\text{сигн}} = \Delta i R.$$

Тогда

$$\frac{c}{ш} = \frac{\Delta i^2 R^2}{2i_0 e R^2 \Delta f + 4kTR \Delta f} = \frac{\Delta i^2 R}{2 \Delta f (i_0 e R + 2kT)}. \quad (39)$$

Эта формула показывает, что желательно увеличивать модуляцию фототока и сопротивление R и уменьшать полосу пропускания усилителя. Если имеет место $i_0 R > 1$, то шум определяется почти исключительно дробовым эффектом и формула (39) сводится к

$$\frac{c}{ш} = \frac{\Delta i}{2i_0 e \Delta f}. \quad (39')$$

При достаточно большом R отношение сигнала к шуму от сопротивления уже не зависит. Обозначим „токовую“ чувствительность фотоэлемента $\frac{\Delta i}{\Delta \Phi}$ через S (Φ — световой поток). Тогда наименьшее изменение потока, которое можно с уверенностью измерить, определится так:

$$\Phi_{\text{мин.л}} = \frac{V_{\text{ш.с}}}{RS} = \frac{V 2i_0 e \Delta f}{S}. \quad (40)$$

Положим, например, $i_0 = 10^{-8}$ А, $\Delta f = 100$ герц, $S = 10^{-4} \frac{\text{А}}{\text{Лм}}$; тогда $\Phi_{\text{мин.л}} = 5,6 \cdot 10^{-8}$ люменов.*

В настоящем обзоре мы рассмотрели различные виды электрических флуктуаций и их роль в ограничении порога чувствительности электрических приборов. Нам уже приходилось указывать попутно на значение электрических флуктуаций как средства проникновения в механизм электрического тока при различных условиях. Весьма интересную попытку в этом направлении сделали Гэйуорз и Бозорз,⁴¹ изучавшие флуктуации электрического тока в твердых диэлектриках с целью решить этим путем спор о ионной или электронной проводимости в них. Совсем другую область применения флуктуаций открыла работа Гесслера,⁴⁰ показавшего роль электрических флуктуаций как начальных толчков, вызывающих колебания в ламповых генераторах. Андронов, Витт и Понтрягин⁴² рассмотрели вопрос о флуктуациях как аппарате, позволяющем исследовать колебания электрических систем. Разбор этих интересных исследований выходит, однако, из темы нашей статьи.

* Дополнение при корректуре. Последнее время интенсивно разрабатывается метод усиления фототоков посредством вторичной эмиссии, вызываемой разогнанными фотоэлектронами. При этом сила вторичного тока должна подвергаться флуктуациям по двум причинам: а) хаотичность первичной эмиссии, б) непостоянство числа вторичных электронов, вызванных одним первичным. Теннинг и Крювтроф⁴³ в только что вошедшей (август 1935 г.) работе приходят к выводу, что усиление этим методом ухудшает это отношение в 1,3—1,5 раза.

Дополнение 1-е

Р. Фюрт¹⁰ дал весьма элементарный вывод формулы (14') для дробового эффекта в настроенном контуре (см. рис. 2). Он основан на рассмотрении эффекта, вызываемого перелетом отдельных электронов. Каждый из них, долетая до анода, увеличивает заряд конденсатора на величину e ; последний сглаживается перелетами через равные промежутки времени τ ; это неправильное предположение будет в дальнейшем обезврежено. Будем отсчитывать время с момента прилета n -го электрона. Пусть R , L и ω — сопротивление, коэффициент самоиндукции и собственная частота контура, затухание которого мы полагаем малым. Подсчитаем результат сложения отдельных колебаний, вызванных электронами от первого до n -го. Заряд, вызванный на обкладках конденсатора первым электроном, будет убывать по уравнению:

$$q_1 = e \varepsilon^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau),$$

где ε — основание натуральных логарифмов; аналогично напишем для заряда, вызванного вторым электроном:

$$q_2 = e \varepsilon^{-\frac{R}{2L}[t-(n-1)\tau]} \sin \omega[t-(n-1)\tau]$$

и т. д. В действительности фазы всех этих колебаний вполне произвольны друг по отношению к другу. Это значит, что последние некогерентны; при суммировании нам придется сложить квадраты амплитуд отдельных колебаний.* В момент времени $t=0$ будем иметь при достаточно большом n :

$$\overline{q^2} = \frac{e^2}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{-\frac{R}{L}k\tau} = \frac{e^2}{2(1-\varepsilon^{-\frac{R}{L}\tau})}$$

Так как $\frac{R}{L}\tau$ на практике всегда мало сравнительно с единицей, то

$$\varepsilon^{-\frac{R}{L}\tau} \approx 1 - \frac{R}{L}\tau;$$

далее

$$\tau = \frac{e}{i_0},$$

поэтому

$$\overline{q^2} = \frac{e^2}{2} \frac{1}{\frac{R}{L}\tau} = \frac{eL i_0}{2R}.$$

* Этим в сущности опровергается сделанное вначале предположение о перелетах через равные промежутки времени — предположение, нарушающее самую сущность представления о дробовом эффекте (см. § 4а).

Средняя разность потенциалов на обкладках конденсатора

$$\overline{\varphi^2} = \frac{q^2}{C^2} = \frac{ei_0}{2} \frac{L}{RC^2}. \quad (14')$$

Вот и весь вывод. Предположение, что $t=0$, не представляет существенного ограничения, так как по ходу вывода этим моментом может быть выбран момент прилета любого электрона, а промежутки времени между ними крайне малы. Вообще же вывод, несмотря на его защиту Кэмпбэллом,¹⁹ надо признать крайне не строгим, внутренне непоследовательным, лежащие в основе его предположения не исследованными (например, не выяснено, какое влияние оказывает предположение о равных промежутках времени). Кроме того, он дает гораздо меньше, чем анализ Шоттки, устанавливающий спектр дробового эффекта и позволяющий прийти к общей формуле, применимой к любой цепи, а также рассмотреть влияние усилителя. Интерес этого вывода состоит в его краткости, из-за которой не следует однако забывать его несовершенства. На ряду с ним существует несколько более строгих выводов, также исходящих из рассмотрения влияния на цепь каждого отдельного электрона^{12, 16, 19}.

Дополнение 2-е (к первой части обзора)

В первой части обзора * была подробно изложена работа Джонсона, экспериментально изучившего тепловой эффект в различных проводниках. Ряд последовавших за ней работ подтвердил установленные им результаты с еще большей точностью и в более широких пределах как по сопротивлению, так и по частотам.

Сэндмэн и Бедфорд⁴⁴ производили измерения в полосе частот от 30 до 7000 герц. Входная цепь усилителя состояла из омического сопротивления, шунтированного внутренней емкостью лампы и проводов. Для этого случая

$$R(\omega) = \frac{R}{1 + R^2 C^2 \omega^2},$$

и общая формула

$$V_T^2 = \frac{2kT}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) d\omega$$

дает при интегрировании

$$V_T^2 = \frac{2kT}{\pi C} (\arctg RC \omega_2 - \arctg RC \omega_1).$$

Омическое сопротивление R бралось в пределах $10^4 - 10^6 \Omega$. Полученные при комнатной температуре значения k колебались незначительно; в условиях, при которых можно было не опасаться обратной связи в усилителе, получалось $k = 1,39 \cdot 10^{-16} \text{ эрг/град}$.

* Успехи физических наук 13, 805, 1933.

Опыты при температуре жидкого воздуха дали худшие результаты, чем найденные Джонсоном.

Эллис и Моллин⁴⁵ работали при частотах от 1700 до 3300 гертц, причем каждый раз бралась небольшая полоса частот — от 200 (при 1700 гертц) до 400 гертц (при 3300 гертц). Как и у Джонсона, частотная характеристика усилителя снималась только в известных пределах; остальная часть площади под характеристикой определялась по специально выведенным формулам, причем достигалась точность до $1/2\%$. Измерения производились только с двумя сопротивлениями — 62 000 и 110 000 Ω . Было произведено несколько серий наблюдений; последняя, содержащая 52 отдельных измерения, дала среднее значение $k = 1,361 \cdot 10^{-16}$ эрг/град. Нанлучшие результаты получил Нейцерт,⁴⁷ расширивший диапазон исследованных частот от 1 до 10 000 гертц и диапазон сопротивлений — от $1 \cdot 10^3$ до $1,7 \cdot 10^9 \Omega$. Он применил усилитель с крайне острой настройкой (описание его см. выше в § 7, работа Е. Джонсона и Нейцерта). Результаты измерений при различных сопротивлениях и постоянной частоте оказались в полном согласии с формулой $R(\omega) = \frac{R}{1 + R^2 C^2 \omega^2}$. Измерения при различных частотах дали следующие результаты (см. табл. 7).

ТАБЛИЦА 7

Определение k по тепловому эффекту (Нейцерт).

f (гертц)	0,85	29,32	51,53	100,66	159,5	250,7	500,1
$k \cdot 10^{16} \frac{\text{эрг}}{\text{град}}$	1,24	1,41	1,31	1,37	1,28	1,46	1,42
f (гертц)	773,3	998,0	2042,5	3130,6	3994	7173,5	10 640
$k \cdot 10^{16} \frac{\text{эрг}}{\text{град}}$	1,45	1,23	1,44	1,38	1,34	1,07	1,35

Одна точка явно выпала из ряда (при 7173,5 гертц). Остальные приводят к среднему значению $1,366 \cdot 10^{-16}$ с вероятной ошибкой $0,016 \cdot 10^{-16}$ эрг/град. От принятого значения $1,372 \cdot 10^{-16}$ эрг/град этот результат отличается на $0,4\%$. Такова точность, с которой в настоящее время проверена теорема равномерного распределения энергии в применении к электрическим флуктуациям в проводниках.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Schottky, Ann. d. Physik, **57**, 541, 191.
2. W. Schottky, Ann. d. Physik, **65**, 79, 1921.
3. W. Schottky, Ann. d. Physik, **68**, 157, 1922.
4. W. Schottky, Phys. Rev., **28**, 74, 1926.
5. W. Schottky u. C. A. Hartmann, Z. Physik, **2**, 206, 1920.
6. C. A. Hartmann, Ann. d. Physik, **65**, 51, 1921.
7. C. A. Hartmann, Phys. Z., **23**, 436, 1922.
8. J. B. Johnson, Ann. d. Physik, **67**, 154, 1922.
9. J. B. Johnson, Phys. Rev., **26**, 71, 1925.
10. R. Fürth, Phys. Z., **23**, 354, 1922; дискуссия—там же, стр. 438.
11. L. S. Ornstein u. H. C. Burger, Ann. d. Physik, **70**, 622, 1923.
12. T. C. Fry, Journ. Frankl. Inst., **199**, 203, 1925.
13. A. W. Hull a. N. H. Williams, Phys. Rev., **23**, 299, 1924; Science, **100**, 1924, 1/VIII.
14. A. W. Hull a. N. H. William, Phys. Rev., **25**, 147, 1925.
15. N. H. Williams a. H. B. Vincent, Phys. Rev., **28**, 1250, 1926.
16. S. Ballantine, Journ. Frankl. Inst., **206**, 159, 1928.
17. S. Ballantine, Physics, **4**, 294, 1933.
18. E. B. Moullin a. H. D. M. Ellis, Journ. Inst. Electr. Eng., **74**, 323, 1933.
19. N. R. Campbell, Phil. Mag., **50**, 81, 1925.
20. F. v. Orban, Z. techn. Phys., **13**, 420, 1932.
21. F. v. Orban, Z. techn. Phys., **14**, 137, 1933.
22. B. A. Kingsbury, Phys. Rev., **38**, 1458, 1931.
23. H. S. Huxford a. N. H. Williams, Phys. Rev., **33**, 773, 1929.
24. N. H. Kosanowski a. N. H. Williams, Phys. Rev., **36**, 1314, 1930; **35**, 1430, 1930.
25. E. W. Thacher a. N. H. Williams, Phys. Rev., **39**, 474, 1932.
26. F. B. Llewellyn, Proc. I. R. E., **18**, 243, 1930.
27. F. B. Llewellyn, Proc. I. R. E., **19**, 416, 1931.
28. N. P. Casle, Proc. I. R. E., **19**, 963, 1931.
29. J. S. Donal, Phys. Rev., **36**, 1172, 1930; **35**, 1430, 1930.
30. G. F. Metcalf a. T. M. Dickinson, Physics, **3**, 11, 1932.
31. E. W. Thacher, Phys. Rev., **40**, 114, 1932.
32. J. B. Johnson a. F. B. Llewellyn, Bell. Techn. Journ., **14**, 85, 1935..
33. Kunsman, Science, **62**, 269, 1925.
34. R. L. Hafstadt, Phys. Rev., **44**, 201, 1933.
35. W. Brentzinger u. H. Viemann, Hochfr. u. Elektroak., **39**, 199, 1932.
36. L. P. Smyth, Phys. Rev., **35**, 1430, 1930.
37. G. L. Pearson, Physics, **5**, 233, 1934.
38. H. Roder, Hochfr. u. Elektroak., **43**, 88, 1934.
39. E. A. Johnson a. C. Neitzert, Rev. Scient. Instr., **5**, 196, 1934.
40. Hässler, Hochfr. u. Elektroak., **42**, 42, 1933.
41. F. E. Haworth a. R. M. Bozorth, Physics, **5**, 15, 1934.
42. А. Андронов, А. Витт и Л. Понтрягин, Phys. Zeit. d. Sow. Un., 1934.
43. G. L. Pearson, Physics, **6**, 6, 1935.
44. Sandeman a. Bedfor, Phil. Mag., **7**, 774, 1929.
45. Ellis a. Mullin, Cambr. Phil. Soc., **28**, 386, 1932.
46. Williams a. Wilbur Science, **76**, 519, 1932.
47. C. Neitzert, Physics, **5**, 292, 1934.
48. Ziegler, Physica, II, 413, 1935.
49. F. M. Penning u. A. A. Kruithof, Physica. II, 793, 1935.