

О ЛОГИЧЕСКОМ ОБОСНОВАНИИ КОМБИНАТОРНЫХ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНТРОПИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Б. Кедров, Ленинград

Введение. 1. Понятие случайности. 2. Понятие термодинамической вероятности W . 3. Основные две предпосылки исчисления W . 4. Классификация способов исчисления W . 5. Проверка способов исчисления W с формально-математической стороны. 6. Классификация комбинаций по признакам перестановок. 7. Последовательность возникновения перестановок в процессе образования газа. 8. Проверка способов исчисления W с логической стороны. 9. Третья предпосылка исчисления W . 10. Критика принципа абсолютной тождественности молекул. 11. Исправление теории в соответствии с объективной действительностью. 12. Заключение.

На страницах этого журнала уже неоднократно помещались статьи, посвященные созданию и развитию новой квантовой статистики в связи с конкретными физическими проблемами. В статьях И. Е. Тамма (1926), Зоммерфельда (1928), Иордана (1930), Дарроу (1930), Фаулера (1931) и др. нашла свое отражение громадная роль новой статистики как метода исследования в целом ряде областей современной физики и, прежде всего, в области учения о строении материи. Новое содержание физических теорий потребовало новой, соответствующей ему математической формы, нового статистического аппарата, с помощью которого можно было бы решать те конкретные физические задачи, которые все вновь и вновь встают перед человеческим познанием, проникающим в самую глубь природы материи. Вместе с тем старые, казалось бы неразрешимые противоречия и парадоксы, к которым приводила классическая статистика, оказались сравнительно легко и просто разрешимыми с помощью нового более совершенного и правильного подхода к изучению действительности.

Как известно, новая статистика развивается в двух основных направлениях, причем своеобразие каждого из этих направлений целиком зависит от характера исследуемого физического объекта (физической совокупности или коллектива), к изучению которого применяется данная форма статистики. С одной стороны, разработка области идеальных газов и, в особенности, теории излучения привела к созданию статистики Бозе-Эйнштейна, с другой стороны — разработка главным образом электронной теории металлов обусловила развитие статистики Ферми-Дирака, основой которой является известный принцип Паули.

На этих теориях можно исторически проследить тот факт, что и рождение квантовой статистики, и ее разветвление на особые формы, и пути дальнейшего развития каждой из этих форм целиком вытекают из характера самих физических задач, в разрешении которых квантовая статистика призвана играть хотя и весьма активную, но все же лишь вспомогательную роль. Мы в праве сказать, что в современной физике статистика не является самодовлеющим фактором и в целом занимает подчиненное положение. Поэтому всякое исчерпывающее и, особенно, историческое исследование физической статистики должно прежде всего исходить из анализа конкретных физических проблем, с которыми связана данная форма статистики.

Однако мы можем подойти к рассмотрению физической статистики также и с чисто комбинаторной стороны, поскольку комбинаторика дает возможность связать между собой такие две величины, как энтропию системы S и термодинамическую вероятность ее состояния W *. Анализируя с комбинаторной точки зрения связь между этими основными величинами, мы можем вскрыть некоторые интересные в логическом отношении моменты, общие для самых различных способов статистического определения S , которые обычно остаются в тени при исследовании отдельных случаев применения статистики к конкретным физическим задачам. Подобное рассмотрение представляет интерес еще и потому, что до сих пор обращалось сравнительно мало внимания на общее логическое обоснование комбинаторных способов исчисления W и их выбора для тех или иных целей физического исследования. При этом необходимо еще раз подчеркнуть, что, ограничиваясь преимущественно областью физической комбинаторики, мы отнюдь не хотим этим умалить ведущее значение тех собственно физических проблем, вне связи с которыми физическая статистика сама по себе не имела бы никакого смысла и не получила бы вообще своего развития.

1

Комбинаторное определение S на первый взгляд кажется простой вычислительной операцией, простым подсчетом некоторого числа определенного рода комбинаций молекул или других каких-либо физических индивидуумов, составляющих данный коллектив, энтропию которого мы хотим вычислить. Цель настоящей статьи — показать, что эта операция имеет глубокую логическую основу в учении о случайности и необходимости, причем роль случайного и необходимого моментов играют различные стороны в движении и состоянии исследуемого физического коллектива.

* В дальнейшем мы будем обозначать энтропию системы буквой S , а ее термодинамическую вероятность буквой W .

Наметим вкратце общий путь нашего исследования.

Прежде всего мы вскрываем противоположные Моменты, лежащие в основе комбинаторного определения S . Рассматривая затем их в единстве, мы приходим к пониманию сущности исчисления W , каковой является в самом общем виде — единство случайности и необходимости. Прослеживая, далее, взаимную связь вскрытых противоположностей и их переход одна в другую, мы приходим к пониманию взаимной связи комбинаторных способов определения S .

Наконец, рассматривая случайный и необходимый момент в исчислении W , их единство и их переход друг в друга как отражение случайного и необходимого моментов самой действительности, заключенных в соотношении механического поведения отдельных молекул и термодинамического поведения газа в целом, т. е. в соотношении индивидуума и коллектива, мы делаем попытку устранить некоторые чисто формальные допущения, принятые в современной статистике, и логически обосновать наиболее правильный способ комбинаторного определения S идеального газа.

Для решения поставленной задачи нам придется привлечь ряд логических категорий; поэтому дадим краткое определение, по крайней мере, двум из них, как наиболее важным для нашего исследования: случайности и необходимости.

Предварительное определение этих категорий может быть построено путем простого противопоставления случайного — необходимому. Рассматривая какое-либо событие по отношению к другому событию, мы будем называть первое случайным относительно второго, если оно не вытекает с необходимостью из той закономерной связи, в которой развивается второе событие. Так движение отдельной молекулы (ее импульс и положение внутри газа) является случайным по отношению к состоянию всего газа, ибо оно не вытекает из закономерности всего коллектива молекул как целого; точно так же — столкновение двух молекул является случайным, ибо перемещение одной молекулы не вытекает из перемещения другой молекулы. Напротив, если одно событие вытекает из природы другого так, что первое оказалось подготовленным всем ходом развития второго, то связь между обоими событиями мы будем определять, как необходимую. Так изменение общего объема газа с необходимостью приводит к изменению свойств коллектива молекул, прежде всего — их внутреннего взаимодействия, состоящего из их непрерывных столкновений, что затем проявляется в виде изменения пространственного распределения молекул и давления газа. Отсюда связь между объемом газа, пространственным распределением его молекул и его давлением устанавливается как необходимая; это и выражено законом Бойля-Мариотта.

Коротко мы можем предварительно определить случайное, как то, что могло произойти и так, но могло произойти и по

другому, необходимое же — как то, что обязательно должно произойти только так, а не как-нибудь иначе.

Полное и развернутое определение обеих противоположных категорий может быть дано только при рассмотрении их в единстве и взаимной связи друг с другом; это определение состоит в том, что необходимость заключает в себе и свое отрицание — случайность; что необходимость состоит из случайностей, и что за случайностями скрывается необходимость; короче говоря — в том, что случайность является формой проявления необходимости в природе и обществе.

В этом, данном Энгельсом, определении случайности нужно подчеркнуть два основных момента: во-первых, теоретико-познавательный, гносеологический момент, состоящий в том, что случайность определяется как форма, присущая самой объективной действительности и отражающаяся в нашем сознании, как логическая категория; во-вторых, методологический момент, состоящий в том, что случайность определяется в единстве со своей противоположностью — с необходимостью.

Оба эти момента не оторваны один от другого и составляют единое целое.

Определение случайности как формы проявления необходимости резко противостоит всем остальным определениям этой категории, которые даются: во-первых, объективными идеалистами: случайность есть полная беспричинность, абсолютный индетерминизм, полнейший произвол; во-вторых, субъективными идеалистами: случайность, как и всякая логическая категория вообще, есть только форма упорядочения нашего опыта исследователю, лишена объективного значения; в-третьих, идеалистами-рационалистами: случайность есть априорная форма нашего мышления; в-четвертых, метафизиками вольфовского типа: случайность абсолютно оторвана от необходимости; обе противоположности абсолютно исключают друг друга; в-пятых, механистами: случайность есть непознанная необходимость, есть то, причины чего нам в настоящее время неизвестны, иначе говоря, — случайность носит исключительно субъективный характер; и, наконец в-шестых, Плехановым-Курно: случайность есть точка пересечения необходимых процессов. Первые пять определений оказываются непригодными для целей нашего исследования; применение последнего — ограничивается областью внутренне не связанных между собой и, в этом смысле, механических явлений природы.

2

Опираясь на данное Энгельсом развернутое определение случайности, проанализируем теперь понятие термодинамической вероятности *W*.

В качестве объекта нашего исследования нам будет служить

простейший физический коллектив, — а именно: находящийся в равновесии, весьма разреженный, одноатомный, химически однородный газ, к поведению которого применимы, с достаточным приближением, законы так называемых идеальных газов. При этом, в целях получения вывода в наиболее чистом виде, отражающем только существенный момент в изучаемой нами связи между поведением индивидуума и коллектива, мы отвлекаемся от бесконечной сложности строения молекул и будем рассматривать их абстрактно — как простейшие системы, полностью подчиняющиеся в своем движении законам обычной механики.

Общая задача как исчисления W , так и комбинаторного определения S идеального газа заключается в том, чтобы с помощью метода теории вероятностей установить с количественной стороны форму зависимости между случайным механическим движением отдельных молекул и необходимым термодинамическим состоянием газа, как целого.

В общем виде зависимость между S и W установлена Больцманом:

$$S = k \ln W. \quad (1)$$

Уравнение (1) является исходным для всех вообще способов статистического определения S , которые различаются между собой по тому, каким образом устанавливается значение W .

Под термодинамической вероятностью W согласно определению Планка понимается число равновозможных комбинаций, соответствующих микросостояниям систем, посредством которых может быть реализовано данное общее состояние системы (макросостояние).

Переходя к логическому анализу этого основного понятия, мы констатируем, что планковское определение W построено на основе двух моментов не только различного, но и прямо противоположного характера: во-первых, одной комбинации, отвечающей макросостоянию системы, по изменению которой мы судим об изменении общего состояния газа, и во-вторых, некоторого числа другого рода комбинаций, отвечающих всевозможным микросостояниям системы, подсчитывая которые мы определяем вероятность данного определенного макросостояния системы.

Учитывая общую задачу исчисления W , мы заключаем, что комбинация первого рода должна быть связана существенно необходимым образом с термодинамическим состоянием системы и, следовательно, с ее S ; комбинация второго рода должна быть связана с механическим движением отдельных молекул, должна возникать благодаря их движению и, следовательно, по отношению ко всему газу в целом должна быть случайной.

Таким образом противоположность обеих комбинаций сводится к общей противоположности случайного и необходимого

моментов в движении газового коллектива. Противоположность эта не носит абсолютно полярного характера; обе комбинации не только не оторваны друг от друга, но, напротив, связаны между собой так, что одна не может существовать без другой, получая свое полное определение только в единстве со своей противоположностью. В качестве конкретного примера нам может служить классическая статистика, которая считала, что комбинацией, соответствующей необходимому поведению всего газа, является размещение молекул, а комбинациями, посредством которых реализуются размещения, являются сочетания молекул. Другими словами, что случайное сочетание молекул является формой, за которой скрывается и в которой проявляется их необходимое размещение.

Развивая дальше это положение мы устанавливаем различные стороны взаимоотношения случайности и необходимости в их применении к конкретной проблеме физической комбинаторики. Мы констатируем, что необходимое размещение не может существовать само по себе как таковое независимо и вне случайных сочетаний индивидуальных молекул. Именно через эти случайности, а не как-нибудь иначе проявляется необходимость поведения всего газа. Со своей стороны случайные комбинации не представляют собой чисто внешних событий, лишенных внутренней связи и выступающих только на поверхности явлений; напротив, за отдельными сочетаниями всегда скрывается размещение в качестве необходимой комбинации молекул.

Все это означает, что определенность поведения газа, определенность его необходимости, состоит как раз в том, что в этой необходимости заключена ее противоположность, ее отрицание — случайность.

Положение, что „необходимость состоит из случайностей“ в нашем случае конкретизируется чисто количественным равенством $W = Z^N$. Здесь необходимость поведения газа (размещения его молекул) выражена как равная числу Z^N подсчитанных случайностей (сочетаний).

Поскольку необходимость присущая газу может существовать только воплощаясь в эти случайности, постольку мы в праве сказать, что случайное — необходимо, ибо оно необходимым образом должно оформлять поведение всего газового коллектива в целом, и что, вместе с тем необходимое — случайно, ибо оно только в форме случайного принимает определенный вид, и не существует вне этой формы.

Но, если отдельное сочетание молекул — случайно, когда оно рассмотрено в разрезе необходимого термодинамического поведения всего газа, то, с другой стороны, в разрезе необходимого механического поведения всех молекул, образующих газ, это случайное сочетание обнаруживает себя скорее как абсолютная необходимость, как результат осуществления реальной возможности для каждой молекулы оказаться в данный

момент времени в данном месте пространства и обладать данной скоростью *.

Таким образом логическую основу понятия W , скрытую под формально-математической оболочкой планковского определения составляет общее положение, которое уже давно сформулировано Энгельсом, что случайность есть форма проявления необходимости.

Здесь мы встречаемся с тем неоспоримым фактом, что физика в процессе своего развития задним числом не только полностью подтверждает правильность общих положений, которые задолго до нее были развиты философией, но более того — она стихийно, помимо, а часто и вопреки взглядам многих физиков, начинает опираться на эти общие положения. Чтобы лишний раз убедиться в этом, сравним следующее высказывание Энгельса с нашим анализом определения W . Разбирая взгляды метафизиков, одни из которых рассматривали „случайность и необходимость как категории, безусловно исключаящие друг друга“, другие — механисты — вообще отрицали случайность, Энгельс писал в своей „Диалектике природы“ еще в 1881—1882 гг.: „В противовес обоим этим взглядам выступает Гегель с неслыханными до того утверждениями, что случайное имеет основание, ибо оно случайно, но точно так же не имеет никакого основания, ибо оно случайно; что случайное необходимо, что необходимость сама определяет себя как случайность и что, с другой стороны, эта случайность есть скорее абсолютная необходимость (Logik кн. II, отдел Действительность). Естествознание предпочло игнорировать эти положения как противоречащую себе самой бессмыслицу, как парадоксальную игру слов, заострен в теоретически в бессодержательности вольфовской метафизики, согласно которой нечто либо случайно, либо необходимо, но ни в коем случае ни то, ни другое одновременно, или в столь же бессодержательном механическом детерминизме, который на словах отрицает случайность в общем, чтобы на практике признать ее в каждом отдельном случае“.

Заметим, далее, что трактовка сочетания молекул именно как случайной формы, в которой проявляется необходимая тенденция в изменении газа, является единственной правильной трактовкой, на основе которой можно логически построить понятие, а тем самым и исчисление термодинамической вероятности W . Всякое другое определение случайности, которое дается идеалистами и метафизиками, обнаруживает свою полную несостоятельность как только мы попытаемся применить его к анализу понятия W . Таким

* В дальнейшем мы покажем, что в действительности абсолютно необходимым с точки зрения механического поведения отдельных молекул является одно лишь размещение; в самом деле, с точки зрения отдельной молекулы (перемещение которой мы рассматриваем в общем случае, отвлекаясь от перемещения других молекул) абсолютно необходимым является ее переход из одной ячейки в другую, т. е. одиночная некомпенсированная перестановка, которая как раз и лежит в основе образования размещения молекул.

образом физика подтверждает правильность положения диалектического материализма, как на это указывал Ленин, и опровергает идеалистические установки, равно как и ошибочные положения непоследовательного метафизического материализма.

Наконец, отметим, что к точно такому же выводу мы придем, если подвергнем логическому анализу любой другой комбинаторный способ определения S .

3

Анализ понятия W приводит непосредственно к заключению, что всякий способ, основанный на исчислении W должен иметь своей логической основой установление двух противоположных комбинаций — одной в качестве необходимой, другой — в качестве случайной, служащей формой проявления для первой. При этом, все случайные комбинации должны быть между собой равновероятны, благодаря чему их можно принять в качестве масштаба, т. е. единицы исчисления W , и с их помощью численно измерять (исчислять) значение W . Отсюда вытекают две основные предпосылки, на основе которых может строиться тот или иной комбинаторный способ определения S : во-первых, выбор комбинации, существенно необходимым образом связанной с S , и, во-вторых, подбор единицы исчисления W . Но для того чтобы правильно установить эти основные предпосылки, надо предварительно установить точную характеристику всех различных комбинаций.

Прежде всего отметим, что любая комбинация молекул изменяется только вследствие перемещения отдельных молекул и изменения их скоростей. Мы будем называть перестановкой молекулы всякое изменение значений ее координат и ее импульсов, когда это изменение рассматривается нами только с точки зрения начального и конечного механического состояния молекулы, независимо от пути, каким молекула перешла из одного состояния в другое. Отсюда — всякое изменение и возникновение любой комбинации молекул может быть представлено как результат перестановки отдельных молекул.

Дадим теперь характеристику отдельным комбинациям. Общее число различных родов (порядков) комбинаций — шесть:

1) Расстановка молекул (Permutation)*, признаком ее является положение молекул внутри элементарных ячеек; меняется при одновременной перестановке (обмене местами) двух молекул, находящихся в одной и той же ячейке.

2) Расстановка молекул (Elargissure); признаком ее является нахождение группы индивидуальных молекул в определенной ячейке; меняется при перестановке двух одинаковых групп, находящихся в разных ячейках.

3) Сочетание молекул (Combinaison); признаком его является

* Обычно эта комбинация неточно называется перестановкой; для удобства мы сохраняем прежний французский термин.

нахождение индивидуальных молекул в определенных ячейках; меняется при перестановке двух молекул, находящихся в разных ячейках.

4) Размещение молекул (Distribution); признаком его является числа n_i молекул, находящихся в каждой i -й ячейке; меняется при перестановке одной молекулы из ячейки в ячейку (т. е. при изменении системы чисел n_i).

5) Группировка молекул (Groupement); признаком ее являются числа π_i групп (ячеек), содержащих по n молекул каждая; меняется при изменении системы чисел π_i .*

6) Распределение молекул (Répartition); признаком его является общее число ячеек Z и общее число молекул N ; представляет собой совокупность всех, какие только возможны при данных условиях, расположений N -молекул по Z -ячейкам; меняется при изменении чисел Z или N .

Рассмотрим теперь, как эти комбинации связаны между собой.

Универсальная, закономерная связь всех явлений природы не является однотипной, абстрактно необходимой связью, совершенно одинаковым образом проявляющейся на всех ступенях развития материи; напротив, она связана с качественной специфичностью той или иной формы движения материи и на каждой ступени развития материи выступает в своей особенной форме; если при этом на низших ступенях она обнаруживала себя как необходимая, то на высших ступенях она в этой же своей части может выступать уже как случайная, обнаруживая свою необходимость в отношении иных более сложных явлений.

Это положение можно продемонстрировать на соотношении двух, форм движения материи, из которых одна представляет форму движения индивидуума, а другая — форму движения коллектива в частности, — на соотношении механического движения молекул и термодинамического состояния газа. Мы уже видели, как случайные к поведению всего газа сочетания молекул в другой связи, а именно по отношению к механическому движению молекул, оказывалось уже не случайным, а скорее абсолютно необходимым.

Располагая в ряд только что разобранные нами комбинации мы можем установить различные промежуточные ступени, которые с комбинаторной точки зрения будут характеризовать последовательный переход от необходимого поведения отдельных молекул внутри газа через необходимое поведение их отдельных групп к необходимому же поведению их коллектива в целом. Каждую такую степень мы будем называть порядком комбинаций.

Каждый порядок обнаруживает себя как случайный по отношению к высшему порядку и как необходимый по отношению к низшему порядку.

* Расстановка, размещение и группировка молекул с формальной стороны могут быть охарактеризованы соответственно как расстановка, сочетание и размещение ячеек, признаком которых являются n_i , содержащихся в них молекул

В итоге мы получаем как бы некоторую цепь или лестницу взаимных переходов необходимого в случайное и обратно, где каждая пара ступеней, т. е. порядков комбинаций, связана между собой соотношением случайного и необходимого. Поэтому, будучи рассмотрен в этой цепи последовательных переходов одной противоположности в другую, каждый порядок комбинаций выступает как звено общей цепи, имея свою определенность в том, что в одной связи он обнаруживает себя как случайность, в другой связи — как необходимость.

Для краткости будем обозначать различные комбинации символами R, G, D, C, E и P , беря начальные буквы соответствующих французских терминов. Условимся, далее, при составлении формул и соотношений брать тот или иной символ в квадратные скобки $[]$, когда соответствующая комбинация рассматривается в той связи, где она выступает как случайная, — в фигурные скобки $\{ \}$, когда она выступает как необходимая и в смешанные скобки $[\{ \}$, когда она, с одной стороны, выступает как случайная, с другой — как необходимая. Условимся также располагать комбинации справа налево в соответствии с переходом от высших порядков к низшим*. Тогда общую лестницу всех комбинаций молекул можно представить следующим соотношением:

$$\{R\}... \{G\}... [D]... [C]... [E]... [P].$$

Этот последовательный ряд комбинаций мы будем называть комбинационным рядом.

Каждая комбинация определенного порядка, с одной стороны, является случайной формой, посредством которой реализуются определенные комбинации высших порядков, т. е. находящиеся в схеме слева от нее; и в то же время, с другой стороны, сама она реализуется как необходимая через ту или иную комбина-

* Сравнивая порядки C и E , мы видим, что E является одновременной перестановкой всех n_i -молекул, находящихся в i -й ячейке с равным числом n_i -молекул, составляющих содержимое любой другой ячейки. В пределах данного сочетания C , не вызывая его изменения, может происходить только перестановка пустых ячеек, т. е. групп, образованных из 0-молекул. Поэтому, подходя к вопросу с чисто формальной стороны, мы можем сказать, что C выступает как необходимое по отношению к E , ибо одному и тому же C формально, (но не реально), отвечает $n_0!$ расстановок. То же самое, по существу, касается и соотношения между E и другими комбинациями. Но, очевидно, поскольку мы рассматриваем все комбинации, как обусловленные, в конечном счете, взаимодействием молекул, то перестановка пустых ячеек лишена всякого физического смысла, так как никакого отношения к реальному взаимодействию между молекулами оно не имеет. Поэтому приходится рассматривать E только как вспомогательную комбинацию, при посредстве которой мы устраним из общего числа $Z!$ перестановок групп, число несущественных для G перестановок $P_n \cdot t_i!$ которые происходят между одинаковыми группами. В связи с этим мы не вводим порядок E в число принципиально возможных комбинаторных предпосылок исчисления W и те выражения, в которые входит этот порядок, мы в дальнейшем опускаем при рассмотрении количественных соотношений различных комбинаций, сохраняя его, однако, для полноты картины при установлении общей классификации комбинаций.

цию каждого из низших порядков, т. е. находящихся в схеме справа от нее.

Здесь мы вплотную подошли к разрешению вопроса о степени случайности в ряду различных физических явлений по их отношению друг к другу. В рамках идеалистических и метафизических определений случайности эта задача оказывается невыполнимой. Только определение случайности как формы проявления необходимости дает возможность построить точное количественно определенное соотношение, где степень случайности выступает как число промежуточных форм, в которых последовательно реализуется данное необходимое явление.

С помощью развернуто о определения случайности как логической основы исчисления W мы можем разобрать взаимную связь всех комбинаций между собой и точно установить степень их случайности по отношению друг к другу.

Теперь мы можем окончательно сформулировать, в чем состоят основные предпосылки исчисления W ; так как случайное поведение молекулы и необходимое поведение газа — связаны с различными комбинациями молекул, то прежде чем приступить к исчислению W , мы должны правильно установить в ряду *RGDCEP* две комбинации, из которых одна, принимаемая за необходимую, должна быть связана с необходимым термодинамическим состоянием всего газа и, следовательно, с его S ; другая — случайная — с необходимым в разрезе механики и случайным в разрезе термодинамики движением отдельных молекул.

В этом и состоят две основные предпосылки исчисления W . Логическое различие отдельных способов комбинаторного определения S сводится к различному выбору предпосылок исчисления W в качестве основы для последующего построения формально-математического аппарата, с помощью которого производится подсчет численного значения W .

4

Охарактеризуем теперь все предложенные до сих пор существенно различающиеся между собой способы комбинаторного определения S с точки зрения выбора различных предпосылок исчисления W^* . С этой точки зрения все способы могут быть сведены к следующим случаям:

А. Способы классической статистики

1) Старая так называемая классическая статистика, обычно принимала размещение $\{D\}$ за комбинацию, необходимо связан-

* Формально-математическая и физическая сторона перечисленных ниже способов классической и квантовой статистики (кроме случая Ферми) подробно разобрана в обзорной статье И. Е. Тамма „Новые принципы статистической механики Бозе-Эйнштейна в связи с вопросом о физической природе материи“, „Успехи физич. наук“, т. VI, стр. 112, 1926 г.

ную с S , и сочетание $[C]$ за единицу исчисления W . Отсюда выводилась основная формула, которую мы напомним так:

$$\{D\} = W = \frac{N!}{\prod_i n_i!} [C]. \quad (2)$$

Округляя для случая равновесия значение $W_{\max}$ с помощью формулы Стирлинга, получим:

$$\{D\} = W = Z^N [C]. \quad (3)$$

Однако результаты, полученные согласно этих формул, в целом ряде случаев противоречили фактам. Поэтому позднее к классической статистике были внесены поправки, из которых рассмотрим две основные.

2) Первая поправка стремилась устранить противоречие между S , вычисленной по (1) и (2) и свойством энтропии быть величиной аддитивной; достигалось это тем, что все молекулы объявлялись абсолютно тождественными, а отсюда, все $N!$ перестановок молекул объявлялись совершенно неразличными между собой. На этом основании (2) делилось на $N!$:

$$W = \frac{1}{\prod_i n_i!}. \quad (4)$$

Но $\prod_i n_i!$ есть число расстановок молекул в одном сочетании. Таким образом формула (4) по существу означает, что первая поправка сводится к принятию сочетания молекул $\{C\}$ в качестве комбинации, связанной с S , и расстановки молекул $[P]$ в качестве единицы исчисления W . Отсюда формула (4) должна быть написана так:

$$\{C\} = \frac{1}{W} = \prod_i n_i! [P]. \quad (4a)$$

3) Вторая поправка стремилась устранить следующее противоречие: энтропия вычисленная по (1) и (2) с определенного момента, когда число ячеек Z становилось больше числа молекул N , переставала изменяться при дальнейшем разрежении газа или поднятии его температуры. С целью устранить это физически недопустимое следствие в качестве комбинации, связанной с S , в пределах отдельных микроскопических участков системы было установлено распределение молекул $\{R\}$ при сохранении сочетания $[C]$ в качестве единицы исчисления W . Отсюда для W непосредственно получалась формула (3).

В. Способы квантовой статистики

Однако указанные поправки не в состоянии были разрешить все противоречия, вскрывшиеся внутри классической статистики. Поэтому в 1924 г. была предложена Бозе, а вслед за ним развита Эйнштейном новая квантовая статистика. Характерной ее

особенностью, общей для всех ее способов, является принятие в качестве единицы исчисления W размещения молекул $[D]$; при этом размещения молекул должны рассматриваться как равновероятные события. Эта равновероятность достигается тем, что, так же как и в случае первой поправки, постулируется абсолютная тождественность молекул однородного газа.

4) Первоначально (в 1924 г.) Бозе предложил способ, где в качестве комбинации, связанной с S фигурировала группировка молекул $\{G\}$ (этот способ мы будем называть первоначальным). Формула этого способа такова:

$$\{G\} = W = \frac{Z!}{\prod_n n!} [D]. \quad (5)$$

5) Затем (в 1925 г.) тот же Бозе предложил несколько иной способ, где в качестве необходимой комбинации фигурировало распределение молекул $\{R\}$ (этот способ мы назовем законченным). Его формула такова:

$$\{R\} = W = \frac{(N+Z-1)!}{N! (Z-1)!} [D]. \quad (6)$$

6) Наконец (в 1926 г.), Ферми выдвинул новый способ, основанный на дополнительной предпосылке исчисления W на принятии предельного числа молекул, могущих оказаться в одной ячейке, а именно — не более одной. Формула способа Ферми такова:

$$\{R\} = W = \frac{Z!}{N! (Z-N)!} [D]. \quad (7)$$

Надо отметить, что по своим основным комбинаторным предпосылкам способ Ферми не отличается от законченного способа Бозе; различие обоих способов лежит в иной плоскости — плоскости третьей предпосылки исчисления W ; рассмотрение этой новой предпосылки вместе с самим способом Ферми мы отложим до конца статьи с тем, чтобы не отвлекать внимания от наиболее существенного с точки зрения комбинаторики вопроса об основных двух предпосылках исчисления W , составляющих сущность каждого комбинаторного способа.

Однако общее число всех принципиально возможных способов различающихся между собой по выбору комбинаторных предпосылок исчисления W не ограничивается только этими предложенными до сих пор комбинаторными способами определения S . Так как число существенно различающихся между собой порядков комбинации без E равно пяти, то число всех различных пар комбинаторных предпосылок, а отсюда — число способов исчисления W , получается путем сочетания пяти элементов по два и равно десяти (см. табл. 1).

ТАБЛИЦА 1

Классификация способов исчисления W , построенная на основе различных сочетаний двух комбинаторных предпосылок, входящих в схему $RGDCP$

Название статистики	Название способа	Предпосылки исчисления W					
Классическая статистика расстановок $[P]$	—	$\{R\} \dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$[P]$	
	—		$\{G\} \dots$	$\dots$	$\dots$	$[P]$	
	—			$\{D\} \dots$	$\dots$	$[P]$	
	Первая поправка				$\{C\} \dots$	$[P]$	
Классическая статистика сочетаний $[C]$	Вторая поправка	$\{R\} \dots$	$\dots$	$\dots$	$[C]$		
	—		$\{G\} \dots$	$\dots$	$[C]$		
	Обычный способ			$\{D\} \dots$	$[C]$		
Квантовая статистика размещений $[D]$	Законченный способ Бозе	$\{R\} \dots$	$\dots$	$[D]$			
	Первоначальн. способ Бозе		$\{G\} \dots$	$[D]$			
Статистика группировок $[G]$	—	$\{R\} \dots$	$[G]$				

Из этой таблицы мы видим, что предпосылки DC представляют основу классической статистики в ее обычном виде. Предпосылки CP и RC определяют первую и вторую поправки к этой статистике; предпосылки GD и RD определяют первоначальный и законченный способы Бозе.

Сравнивая между собой все эти способы, характеризующиеся соответствующими комбинационными парами, мы констатируем следующее: при введении первой поправки мы как бы спускаемся по лестнице порядков комбинаций, как раз на одну ступеньку, ибо исчисление W строим, переходя от предпосылок DC к предпосылкам CP ; при этом сочетание, которое обычно в классической статистике принималось за слу-

чайное, в данном случае принимается за необходимое. Напротив, вводя первоначальный способ Бозе, мы как бы поднимаемся по нашей „лестнице“ на одну ступень выше, по сравнению с классической статистикой, ибо размещение, которое последняя принимала за необходимое, в квантовой статистике принимается за случайное.

Наконец, вторая поправка и законченный способ Бозе, принимая распределение $[R]$ в качестве общей необходимой комбинации, устанавливают различные случайные комбинации, которые, в свою очередь, являются общими у второй поправки с обычным способом классической статистики и у законченного способа Бозе — с его первоначальным способом.

Остальные пять комбинаторных способов не получили до сих пор своего применения в физической статистике. Причину последнего обстоятельства мы легко поймем из дальнейшего.

Таким образом, совершая восхождение по нашей „лестнице“, мы заставляем комбинации, которые выступают на низших ступенях как необходимые, превращаться на высших ступенях в случайные, иначе говоря, заставляем необходимые моменты, заключенные в этих комбинациях, обнаруживать себя как случайные. При обратном движении с высших ступеней на низшие мы заставляем случайные моменты переходить в необходимые.

Эти взаимные переходы двух противоположных моментов, заключенных в каждой комбинации, и составляют внутреннюю логическую связь всех уже предложенных и еще возможных комбинаторных способов определения S . Поэтому их классификация может быть выражена посредством установленного нами комбинационного ряда $RGDCP$.

5

Переходим к выяснению количественных соотношений, вытекающих из установленного нами комбинационного ряда. Если мы примем за необходимую комбинацию $\{R\}$, то обнаружим, что эта комбинация способна реализоваться через строго определенные числа каждой из пяти других комбинаций; иначе говоря, по своему значению $\{R\}$, численно равно определенному числу $[G]$, далее — другому, большему, но также вполне определенному числу $[D]$ и т. д. Таким образом мы получаем некоторый ряд количественных соотношений, характеризующийся соотношением:

$$\{R\} \dots [G, D, C, E, P],$$

где численное значение $\{R\}$ рассматривается последовательно по отношению к каждой отдельной комбинации, заключенной в квадратные скобки. Назовем этот ряд — рядом распределения R .

Точно таким же путем получают остальные ряды: группировки G , размещения D и сочетания C , которые характеризуются соответствующими выражениями (см. табл. 2).

ТАБЛИЦА 2

Ряды количественных соотношений различных комбинаций, входящих в ряд *RGDCEP*

Ряды комбинаций	Обобщенные комбинации	Число случайных комбинаций			
Ряд распределения	$\{R\} =$	$f(N, Z)[G]$	$\frac{(N+Z-1)!}{N!(Z-1)!} [D]$	$Z^N [C]$	$\frac{(N+Z-1)!}{(Z-1)!} [P]$
Ряд группировки	$\{G\} =$	—	$\frac{Z!}{\prod_n \pi_n!} [D]$	$\frac{Z! N!}{\prod_n \pi_n! \prod_i n_i!} [C]$	$\frac{Z! N!}{\prod_n \pi_n!} [P]$
Ряд размещения	$\{D\} =$	—	—	$\frac{N!}{\prod_i n_i!} [C]$	$N! [P]$
Ряд сочетания	$\{C\} =$	—	—	—	$\prod_i n_i! [P]$

(Заметим еще раз, что соотношение между расставкой *E* и другими комбинациями мы условились опускать.)

Проверим теперь правильность основных формул, полученных для *W* с помощью каждого из 10 комбинаторных способов. С формально-математической стороны основная формула для *W* должна прежде всего удовлетворять требованию, что вероятность сложного события равна произведению вероятностей простых независимых событий, образующих одновременно данное сложное событие. Так, например, после внесения в систему находящегося в равновесии газа разделяющей перегородки, произведение вероятностей состояния разделенных частей $W_1 \cdot W_2$ должно быть равно вероятности состояния всей системы до ее разделения W_{1+2} :

$$W_{1+2} = W_1 \cdot W_2. \quad (8)$$

Применяя формулу (1), получаем математическое выражение для аддитивности энтропии как функции состояния системы:

$$S_{1+2} = S_1 + S_2. \quad (9)$$

Аддитивность энтропии полностью подтверждается всеми данными термодинамики; в общем случае аддитивность *S* состоит в том,

что если система идеального газа берется при постоянных температуре и удельном объеме, то S системы оказывается пропорциональной исключительно числу образующих ее молекул:

$$S = c \cdot N, \quad (10)$$

где c есть величина, постоянная при данных условиях и функционально зависящая от удельного объема и температуры газа.

Соединяем (1) и (10), исключая из них S :

$$W = \gamma^N. \quad (11)$$

где γ равно $e^{\frac{c}{k}}$, следовательно, является при данных условиях также величиной постоянной, зависящей только от удельного объема и температуры газа.

Формула (11) означает, что если система идеального газа берется при постоянной температуре и постоянной плотности, то вероятность состояния этой системы должна быть равна некоторой константе γ , возвышенной в степень, равную числу частиц, образующих систему. Если же мы разделим систему перегородкой на части при сохранении неизменными внешних условий, то значение γ при этом делении не должно меняться. Очевидно к такому результату мы пришли непосредственно из рассмотрения основной формулы физической статистики [уравнение (1)] и основной формулы теории вероятностей [уравнение (8)]. Поэтому мы в праве принять уравнение (11) в качестве критерия для проверки с количественной стороны комбинаторных формул, выведенных с помощью различных способов исчисления W . В настоящей статье мы ограничиваем проверку правильности основных формул для W , полученных тем или иным комбинаторным способом, исключительно их соответствием уравнению (11).

Из табл. 3 мы видим, что для случая большого разрежения газа, когда $Z \gg N$ (этот случай как раз является предметом нашего рассмотрения), из всех 10 приближенных формул только две формулы обоих способов Бозе удовлетворяют условию (11):

$$W = \left(\frac{Z}{N}\right)^N. \quad (12)$$

Так как при любом разделении системы изолирующими перегородками на макроскопические части отношение $\frac{Z}{N}$ все время остается постоянным, то, следовательно, с формально-математической стороны оба способа Бозе являются правильными в пределах поставленного нами требования—соответствия условию (11). У всех же остальных 18 формул это требование невыполнено, либо потому, что показатель степени оказывается неравным N , либо потому, что постепенное число не остается постоянным при разделении газа на составные части и при его образовании из этих частей. В частности, в случае классической статистики

ТАБЛИЦА 3

Приближенные формулы максимального значения W в двух предельных случаях соотношения Z и N

Комбинаторные предпосылки	Ф о р м у л ы д л я $W_{\max}$	
	п р и $Z \gg 1$	п р и $Z \ll 1$
$\{R\} [P]$	Z^N	$\left(\frac{N}{Z}\right)^Z N^N$
$\{G\} [P]$	Z^N	$Z^Z N^N$
$\{D\} [P]$	N^N	N^N
$\{C\} [P]$	1	$\left(\frac{N}{Z}\right)^N$
$\{R\} [C]$	Z^N	Z^N
$\{G\} [C]$	Z^N	Z^N
$\{D\} [C]$	N^N	Z^N
$\{R\} [D]$	$\left(\frac{Z}{N}\right)^N$	$\left(\frac{N}{Z}\right)^Z$
$\{G\} [D]$	$\left(\frac{Z}{N}\right)^N$	Z^Z
$\{R\} [G]$	$f(N)$	$f(N, Z)$

Примечания: 1. Если после вывода приближенным способом, с помощью формулы Стирлинга, в конечной формуле появлялась величина e в той или иной степени, мы ее опускали в целях получения наиболее простого вида для $W_{\max}$.

2. Так как в случае первой поправки, основанной на предпосылках $\{C\} [P]$, $W = \frac{1}{n_1!}$, то в данном случае мы находим не максимум, а минимум чисел расстановок, посредством которых может реализоваться одно сочетание.

$W = Z^N$) подстепенное число является функцией не удельного, а общего объема газа; отсюда и проистекает противоречие с аддитивностью S . *

6

Перед нами остался еще открытым вопрос о том, почему казались правильными только две формулы квантовой статистики, тогда как все другие формулы оказались ошибочными. Ответ на это требует предварительного рассмотрения связи между различными порядками комбинаций с точки зрения их существенных признаков. Прежде всего наиболее существенным представляется установить, способна ли вообще данная комбинация изменяться и, следовательно, могут ли ее признаки количественно варьировать при условии, что вся система в целом находится в стационарном состоянии, т. е. в термодинамическом равновесии; другими словами, может ли какая-либо из возможных перестановок молекул в пределах объема, „занятого“ азотом, вызвать изменение данной комбинации.

Если комбинация способна изменяться при постоянных для этого газа условиях, то такая комбинация будет варьирующей, зависящей от определенной перестановки молекул; если же в пределах данных Z и N комбинация не изменяется, то такая комбинация будет неварьирующей, независящей ни от каких перестановок любых из N -молекул в объеме Z -ячеек. Оба эти случая будем называть двумя различными отделами комбинаций.

Рассматривая дальше варьирующие комбинации, мы констатируем, что поскольку каждая из них изменяется в силу той или иной перестановки отдельных молекул, то естественно, что и классификацию всех этих комбинаций нужно строить, исходя из рассмотрения различных признаков перестановок, которые лежат основе возникновения и изменения данных комбинаций.

Характеризовать перестановки мы можем с трех сторон: во-

* Заметим, что для построения способа, основанного на предпосылках RG , необходимо прежде всего установить общий вид функции $f(N, Z)$, что с математической стороны сводится к задаче о разбиениях: сколькими различными способами можно разбить число N на Z -слагаемых, включая в число слагаемых и нуль. Не ставя своей целью подробное исследование вида функции $f(N, Z)$, укажем только, что для случая, когда число слагаемых Z становится меньше или равно N , число разбиений становится функцией только от N и в данном N является величиной постоянной. Поэтому, если бы мы захотели построить способ комбинаторного определения S на предпосылках RG , пришли бы точно к тому же противоречию, к которому пришла и классическая статистика. В самом деле: если S будет определена как функция $f(Z, N)$, то, очевидно, N будет соответствовать числу молекул, Z —числу ячеек, а число способов разбиений $f(N, Z)$ —числу всех возможных группировок N -молекул по Z -ячейкам. о тогда с известного момента, когда $Z \geq N$, значение S перестает изменяться при расширении объема газа и при поднятии его (температуры, т. е. при увеличении числа Z), а это является физическим сурдом.

первых, по тому, что переставляется, во-вторых, по тому, куда переставляется и, в-третьих, — где переставляется.

Перемещение молекул может быть рассмотрено как происходящее с отдельными молекулами, так и с их целыми группами, когда в конечный момент своего перемещения данная группа молекул выступает точно в том же составе, как и в начальный момент, хотя бы она и распадалась во время самой перестановки. В первом случае мы имеем одиночную перестановку, во втором случае — групповую. Оба случая представляют два различных порядка перестановки.

Далее, если перемещение молекулы происходило без обратной перестановки на ее место другой молекулы именно из той же ячейки, куда попала данная молекула, то мы имеем некомпенсированную перестановку; если же произошло одновременно обратное перемещение другой молекулы, так, что в итоге молекулы как бы просто обменялись своими местами, то перестановка будет компенсированной. Очевидно, что компенсированная перестановка двух молекул есть соединение двух прямо противоположных и потому взаимно погашающих друг друга некомпенсированных перестановок. Если перестановки происходят между целыми группами, то компенсированными они будут тогда, когда обе переставляемые группы содержат по одинаковому числу молекул; при различном числе молекул перестановки будут некомпенсированными. Оба случая представляют два различных типа перестановок.

Наконец, если молекулы перемешаются внутри одной и той же ячейки, так, что ни одна из них не выходит за границы ячейки, в которой она находится, то мы имеем внутрячку; если же молекулы переставляются между ячейками, переходя из одной ячейки в другую, то перестановка будет межячейковой. Оба случая назовем двумя различными классами перестановок.

Таким образом все возможные перестановки можно классифицировать по их порядкам (признак „что“), по их типам (признак „как“) и по классам (признак „где“).

На основе рассмотренных признаков перестановок мы строим классификацию комбинаций с соответствующей разбивкой на отделы, классы, типы и порядки (см. табл. 4).

В I отделе попадает только одно R , ибо только его существенные признаки, т. е. числа Z и N , не варьируют, так что для любого стационарного состоянию коллектива отвечает только одно определенное R .

Во II отделе оказываются остальные пять порядков; из ко 2-му классу относится только одна P ; к 1-му — остальные четыре порядка.

Относительно этих четырех комбинаций заметим следующее в качестве прямого следствия разбивки комбинаций по признакам лежащих в их основе перестановок мы переходим к по-

ТАБЛИЦА 4

Классификация комбинаций, построенная на основе признаков перестановок

Отделы	I	II				
зависимость комбинаций от перестановок:	Не зависят	Зависят				
Классы		1			2	
Характер перестановок		Межячейковые				Внутри- ячейковые
Типы		A	B		B	
Характер перестановок		Некомпенсированные	Компенсированные		Компенсированные	
—		—	—		—	
Существенный момент в характеристике молекул		Момент общего; молекулы обезличены	Момент единичного; молекулы индивидуализированы		Молекулы индивидуализированы	
Горизонтальные ряды	R	G	D	C	E	P
Характер перестановок	—	Групповая	Одиночная	Одиночная	Групповая	Одиночная

ям об индивидуализации и об относительном обезличивании молекул однородного газа.

В самом деле: то изменение комбинации, которое произошло вследствие компенсированной перестановки означает, что поскольку различие объектов перестановки не касается числа молекул (по числу молекул оба объекта одинаковы между собой), то с точки зрения происшедших в системе изменений существенным моментом является факт индивидуальных различий между обоими объектами, все равно, касается ли это различие расположения электронов на орбитах внутри атомов или же так называемой *Vorschichte* каждой из молекул. Отсюда — индивидуализация молекул.

Напротив, для комбинаций, вытекающих из некомпенсированных перестановок, эти реально существующие индивидуальные различия между объектами перестановки выступают уже как случайные и несущественные, поскольку различие обоих объектов идет гораздо глубже и заключается прежде всего в различном числе молекул как существенном в данной связи явлений признаке. По отношению же к числу молекул индивидуальные различия между отдельными молекулами настолько теряют свое решающее значение, что мы не только можем, но и должны полностью абстрагироваться от них в своем исследовании и в этой абстракции рассматривать молекулы как совершенно обезличенные; это, разумеется, отнюдь не означает, что реально молекулы теряют абсолютно всякое различие между собой.

Таким образом вопрос об индивидуализации или обезличивании молекул может быть рассмотрен в зависимости от характера перестановок молекул, когда индивидуальность переставляющихся молекул выступает то как существенный, то как несущественный момент происходящего изменения в состоянии газа.

Мы остановились на этом вопросе потому, что он приобретает весьма важное значение при разборе так называемого принципа абсолютной тождественности молекул идеального газа, о чем речь будет идти дальше.

Рассматривая в табл. 4 последовательность, в которой расположены все порядки комбинаций, мы констатируем, что данная классификация совпадает с установленным нами ранее рядом *RGDCEP*; следовательно, двумя на первый взгляд независимыми путями мы пришли к одному и тому же результату. Это совпадение произошло от того, что различные признаки перестановок находятся между собой в том же соотношении случайного и необходимого, как и соответствующие им комбинации.

7

Отправляясь от анализа признаков перестановок, выясним теперь, какая из всех комбинаций является первичной, исходной в смысле ее непосредственной связи с механическим перемещением отдельных молекул и как из этой наиболее простой комбинации в процессе образования газа (например, при его выделении в пустоту при медленном испарении или в процессе какой-либо весьма медленно идущей реакции) возникают вторичные, более сложные комбинации; короче говоря, рассмотрим связь различных комбинаций с точки зрения их последовательного развития.

Прежде всего нам придется рассмотреть последовательное образование различного рода перестановок. Для краткости обозначим символами *p*, *s*, *l*, *d* и *g* признаки перестановок, которые лежат в основе соответствующих комбинаций, помня, что в свою очередь в основе всех перестановок вообще, а, следовательно, всех зависящих от них комбинаций лежит механическое перемещение отдельных молекул.

Если мы абстрагируемся от сложнейшего взаимодействия молекул, состоящего из их непрерывных столкновений, и станем на точку зрения отдельных молекул, то перемещение каждой из них, рассматриваемое независимо от перемещения других молекул, выступит как связанное необходимым образом исключительно с признаком d , ибо по сути дела всякое перемещение отдельной молекулы в его чистом виде есть одиночная, некомпенсированная перестановка. Только при случайном по отношению к каждой молекуле пересечении двух или большего числа необходимых перемещений отдельных молекул возникают другие более сложные перестановки.

Таким образом в основе возникновения всех перестановок в конечном счете лежит одиночная некомпенсированная перестановка d , в которой как в элементарной „клеточке“ заложена возможность образования всех вообще перестановок и, следовательно, всех комбинаций молекул; но в свою очередь d существенным образом характеризует размещение D , составляя его непосредственную основу; поэтому именно размещение нужно рассматривать как исходную, простейшую комбинацию, из которой развиваются все остальные варьирующие комбинации.

Это положение выступает особенно резко, если мы постепенно переходим от движения отдельных молекул, как вполне самостоятельных, практически независимых друг от друга механических систем, к их коллективу, как качественно новой, более сложной и развитой формы движения материи; этот переход мы совершаем через увеличение числа молекул, когда между ними постепенно устанавливается определенное взаимодействие; благодаря этому взаимодействию молекулы внутри своего коллектива уже не существуют как отдельные, вполне самостоятельные и независимые механические системы; их механическое перемещение, рассматриваемое по отношению ко всему газу в целом потеряло свою прежнюю самостоятельность, будучи превзойдено термодинамическим состоянием и движением всего газа и включено в это движение только как его подчиненный момент. Иначе говоря, в процессе развития физического явления механическое движение молекул получило свое отрицание и сохранилось в газе, как говорится, только в „снятом“ виде.

С точки зрения признаков перестановок указанное развитие будет характеризоваться так: вначале, когда в данном объеме молекул содержится настолько мало, что по сути дела мы не имеем еще настоящего газового коллектива в полном смысле этого слова, вероятность образования групп молекул и компенсированных перестановок будет исчезающе малой, так что практически все существующие перестановки будут определяться признаком d .

В дальнейшем по мере увеличения числа молекул и тем быстрее, чем большего размера мы установим элементарные ячейки, вероятность попадания нескольких молекул в одну и

ту же ячейку и, следовательно, вероятность образования групп молекул становится относительно все больше. Для каждой отдельной молекулы попрежнему остается характерным — изменение признака d , ибо перемещение ее своим прямым результатом имеет только одно, а именно — изменение числа n_i ; но кроме того возможным косвенным результатом является изменение числа группы π_i ; с другой стороны, возможно также, что в силу случайных совпадений обстоятельств на место разрушившейся группы в одной ячейке возникнет точно такая же по числу молекул группа в другой ячейке; тогда в пределах одной группировки произойдет смена размещений как случайных форм ее проявления.

Заметим далее, что на рассмотренных первоначальных стадиях образования газа вероятность образования компенсированных перестановок относительно вероятности образования некомпенсированных остается все время исчезающе малой. Это понятно, ибо первые в отличие от вторых предполагают определенную, хотя и чисто внешнюю связь между перемещениями молекул, а именно, что два или больше перемещений должны обязательно обладать прямо противоположными друг другу направлениями.

При дальнейшем увеличении числа молекул естественно получается, что при достаточно большом размере элементарной ячейки прежде всего начинают осуществляться одиночные компенсированные перестановки c ; объясняется это тем, что c связан с обменом молекул своими ячейками, тогда как e требует этого обмена от целых групп, а p требует, чтобы две молекулы в точности обменялись своими местами. Признаки e и p появляются на следующем более высоком уровне развития явления.

Таким образом происходит раздвоение признака d : с одной стороны, его развитие порождает признак g , который в развитом газе является признаком необходимой по отношению к размещению D группировки G ; следовательно, в этом разрезе d выступает как зародыш случайной комбинации. С другой стороны, совпадение перемещений двух молекул, из которых каждое перемещение в отдельности вызывает изменение признака d в прямо противоположном направлении, нежели другое, приводит к образованию случайного по отношению к d признака c , и далее — e и p ; следовательно, в этом разрезе d , выступая как зародыш размещения, обнаруживает себя как необходимость; иначе говоря, необходимое перемещение молекул и непосредственно связанный с ним признак d в процессе развития явления породило свою случайную форму в виде признаков c , e и p , которые являются зародышами случайных по отношению к размещению комбинаций.

Заметим, что зародыш распределения R в виде неварьирующего признака r появляется уже с самого начала при любом числе молекул N и ячеек Z ; зародыщем же мы его называем

потому, что отсутствует еще в системе то взаимодействие между молекулами, которое качественно определяет их коллектив и внешним проявлением которого является само распределение R .

Схематически дифференциацию признаков перестановок, происходящую в самом начале процесса образования газа, и ее связь с независимым от перестановок признаком r можно представить так:

$$\{r\} \dots [g \leftarrow d \rightarrow c, e, p].$$

Здесь в пределах случайных по отношению к r признаков показано последовательное раздвоение признака d в сторону порождения необходимого по отношению к нему g и случайных — c, e и p . Полученное выражение в основном совпадает с установленным нами выше комбинационным рядом.

Таким образом чисто логический на первый взгляд ряд *RGDCEP* оказывается известным отражением реального „исторического“ процесса развития, могущего происходить в самой природе; отдельные же ступени этого ряда, т. е. отдельные порядки комбинаций, оказываются отражением как раз тех реальных ступеней, которые последовательно проходит газ в процессе своего образования. Короче говоря, логическая последовательность комбинаций совпала с их „исторической“ последовательностью при отвлечении, конечно, от всех несущественных деталей образования газа, которые всегда имеют место при постановке эксперимента.

Наконец, когда число молекул в данном объеме достигнет известного предела, образуется уже настоящий газовый коллектив с характерным для него взаимодействием молекул; тогда все комбинации, которые в „неразвитом“ газе были представлены только признаками соответствующих перестановок и находились в своего рода „зародыше“, достигают своей законченной, развитой формы.

Однако в развитом газе становится совершенно незаметной последовательность возникновения признаков g, c, e и p из одного признака d , ибо все соответствующие комбинации выступают одновременно как различные случайные формы, в которых реализуется необходимое R . При этом те изменения признака d (т. е. системы чисел n_i), которые несет в себе перемещение каждой молекулы в отдельности, в подавляющем большинстве случаев взаимно погашают, (компенсируют) друг друга, так что в этих случаях признак d остается как бы неизменным; в силу этого каждая компенсированная перестановка уравнивает тот основной элементарный процесс перемещения отдельных молекул, который, взятый в его чистом виде, связан только с изменением признака d . А так как в результате компенсирования перемещений молекул возникает огромное множество побочных комбинаций, то при поверхностном рассмотрении газа получается впечатление, что не D , а скорее C или даже P являются перво

альной, а потому — более простой, более обычной и массивной случайной комбинацией молекул; происходит это потому, что на поверхности явлений, происходящих в газе, эти вторичные случайные комбинации бросаются в глаза скорее, чем скрытый ими и обуславливающий их элементарный процесс и непосредственно связанный с ними признак d .

Но рассматривая взаимную связь различных комбинаций и признаков „исторически“, мы констатируем, во-первых, что такое механическое перемещение отдельных молекул является элементарной „клеточкой“ которая содержит в зародыше возможность образования всех более сложных форм движения молекул внутри газа; и, во-вторых, что первоначальной, а потому наиболее простой комбинацией является размещение D , связанное в своей основе непосредственно с механическим перемещением отдельных молекул.

8

Теперь мы уже в состоянии ответить на поставленный выше вопрос: почему оказалась несостоятельной старая статистика и чему новой статистике удалось преодолеть те трудности, с которыми не справилась ее предшественница.

Подвергнем анализу основные предпосылки каждого из способов комбинаторного определения S с точки зрения того, насколько он правильно отражает собой соотношение необходимого и стохастического поведения газа и случайного механического движения отдельных молекул; другими словами, насколько он правильно решает основную задачу исчисления W .

Начнем с первой предпосылки, т. е. с установления комбинации, связанной существенно необходимым образом с S .

Если система в целом находится в равновесии, то комбинация, которая связана необходимым, однозначным образом значениями термодинамических свойств газа, следовательно, с его S , не должна изменяться до тех пор, пока не нарушится равновесие системы; иначе говоря, она должна при данных условиях обладать неварирующими признаками. Из всех комбинаций только одно распределение R , обладающее признаками Z и N , полностью отвечает этому требованию; в самом деле, если в качестве условий, необходимо определяющих термодинамическое состояние газа, даны: число образующих его молекул m , его объем V и энергия E , то эти же условия, выраженные через S и Z , необходимо и однозначно определяют вместе с тем комбинацию R . Всякая другая комбинация требует для своего необходимого осуществления дополнительных условий, касающихся более детального расположения молекул по ячейкам. Таким образом совокупность конкретных условий, которая дает реальный вариант данного термодинамического состояния газа и отвечающего ему R , оказывается в то же самое время замкнутой для осуществления любой другой, случайной по

отношению к R комбинации; при данных условиях равновесие все эти комбинации оказываются случайными, непрерывно меняющимися, могущими быть и такими, и иными; только так следовательно, необходимым является одно R .

Математически это проявляется в том, что если за необходимую комбинацию принято R , то значение W , вычисленное с помощью любой единицы исчисления, является функцией только от Z и N ; в то же время ни в одном случае, когда за необходимую принимается любая из других комбинаций, значение не представляет подобной функции (см. табл. 2).

Переходим ко второй предпосылке, т. е. к установлению единицы исчисления W .

Как мы уже видели, R реализуется в случайных формах пяти различных порядков; какие же из них должны нами приниматься при исчислении W с тем, чтобы в результате получили искомую формулу (11)? Если мы хотим логически обосновать выбор единицы исчисления W , то одних формальных математических соображений оказывается недостаточно; точно так же недостаточно одного голого факта соответствия выведенной формулы с формулой (11).

Логическое обоснование того, что W нужно исчислять с помощью одних определенных единиц, а не других, может дать только рассмотрение основной задачи исчисления W , которую повторяем еще раз, состоит в том, чтобы количественно выразить закономерную связь между необходимым состоянием газа и случайным движением его молекул. Но раз необходимое поведение газа мы рассматриваем по отношению к случайному поведению отдельных молекул, то отсюда естественно следует, что комбинация, выбираемая в качестве единицы исчисления W , должна быть необходимо связана именно с движением отдельных молекул; только тогда она выступит по отношению ко всему газу как существенная форма проявления его необходимого. Такой комбинацией является размещение D . Все остальные комбинации характеризуют не простое исходное механическое движение отдельных молекул, а усложненный случай эталонного движения, поскольку они включают в себя момент более или менее случайной связи между перемещениями отдельных молекул. Поэтому все остальные комбинации не могут служить для целей решения основной задачи исчисления W .

Анализируя теперь первую предпосылку у классической статистики, мы констатируем, что эта статистика неверно пыталась определить необходимое поведение всего газа на основании комбинации D , принятой за необходимую, но объективно являющейся случайной по отношению к общему состоянию газа. Тут самую ошибку мы обнаруживаем в первой поправке, где фактически за необходимое принято случайное C , и в первоначальном способе Бозе, где за таковое принята объективно случайная комбинация по отношению к состоянию газа группировка G .

Заметим при этом, что если все же в известных пределах ассическая статистика приводила к правильным результатам, объясняется это исключительно следующим: при большой плотности газа, когда числа n_i велики, число сочетаний C , входящих в одно, а именно в наиболее вероятное, равномерное размещение молекул, оказывается величиной того же порядка, как общее число C , входящих в R , а также и в промежуточнуюжду R и D комбинацию G [ср. формулу (2) и (3)]. Таким разом в случае равномерного размещения молекул при большой плотности газа обе пары предпосылок GC и DC , где неправильно выбрана необходимая комбинация, в численном отношении одятся к предпосылкам RC и только поэтому в этом только стном случае приводят к правильным результатам. При других условиях (при малой плотности газа), когда предпосылки C численно уже не сводятся к RC , результат оказывается енно поэтому неверным.

Точно также численное совпадение GD с RD при большом зрежении газа объясняет, почему в этом случае первоначальный способ Бозе дает правильный результат при неверной исходной предпосылке.

В противоположность только что разобранным способам, вторая правка и законченный способ Бозе совершенно правильно устанавливают, в качестве необходимой комбинации, распределение R . Анализируя вторую предпосылку у различных способов, мы нстатируем, что классическая статистика с ее второй поправкой неправильно выбрала единицу исчисления W , приняв C за комбинацию, необходимую по отношению к движению отдельных молекул, в то время как C является в этой связи случайностью, о выступает только как результат пересечения необходимых процессов, происходящих с отдельными молекулами. Та же ошибка в еще большей степени имеется в первой поправке с ее логической единицей исчисления P .

Напротив, оба способа Бозе совершенно правильно устанавливают D в качестве единицы исчисления W .

В этом правильном выборе и состоит то основное, что резко делит новую квантовую статистику от старой классической статистики и что, следовательно, определяет собой границу двух новых этапов в развитии физической комбинаторики.

Рассматривая далее логическую основу исчисления W в целом как единство обеих его основных предпосылок, мы констатируем, что закономерная связь между необходимым термодинамическим состоянием газа и случайным механическим движением молекул может быть правильно выражена только соотношением комбинаций $\{R\}$ и $\{D\}$.

Но так как именно предпосылки RD составляет логическую основу законченного способа Бозе, то следовательно этот способ в общем случае правильно решает задачу комбинаторного определения S идеального газа.

При этом не надо забывать, что мы имеем в виду только две основные предпосылки исчисления W и пока еще совершенно не ставим вопроса о способе Ферми, как о частном случае законченного способа Бозе [см. формулу (7)], когда в качестве третьей предпосылки принимается, что в одной ячейке может находиться одновременно более одной частицы.

Наконец, рассматривая сущность противоречия между формулой (3), полученной по способу классической статистики формулой (11), подтвержденной опытом, мы констатируем, общая причина этого противоречия заключается в том, что логическая основа классической статистики неверно отражает реальное соотношение случайного и необходимого моментов объективной действительности: во-первых, за необходимую комбинацию выбрано случайное по отношению к состоянию газа во-вторых, за единицу исчисления W выбрано C , непосредственно связанное с перемещением отдельных молекул, а представляющее собой результат побочных, случайных по отношению к ним компенсированных перестановок. Таким образом в обоих предположениях классическая статистика оказалась построенной на случайной базе. В этом состоит ее логическая ошибка. Формально математическое противоречие формул (3) и (11) является только следствием, только внешним проявлением этой основной ошибки.

9

Нам осталось еще, хотя бы бегло, рассмотреть к каким следствиям для комбинаторики приводит третья предпосылка исчисления W , лежащая в основе способа Ферми и представляющая дальнейшее развитие принципа Паули. Как уже говорилось, эта предпосылка состоит в том, что ставится вопрос: ограничено или нет число частиц, могущих одновременно находиться в одной ячейке и если ограничено, то каким пределом? Способ Бозе отвечает на этот вопрос отрицательно: число частиц в одной ячейке принципиально может быть неограниченно велико (случай квантового и молекулярного газа). Способ Ферми, напротив, отвечает положительно: число частиц в ячейке не может быть больше одной (случай электронного газа). Отсюда берется начало два различные русла развития квантовой статистики, объединяемые прежде всего тем, что основные комбинаторные предпосылки у них являются общими.

Особый интерес представляет вопрос о физическом обосновании обоих ответов на третью предпосылку исчисления W . Почему в случае одного физического объекта ячейка может содержать принципиально неограниченное число частиц, а в случае другого объекта она может содержать не более одной частицы? Обычно этот вопрос может рассматриваться с точки зрения того, какой суммарный заряд — четный или нечетный несет частица. В случае четного заряда, — применяется способ Бозе, в случа-

нечетного — способ Ферми. Наряду с характером (зарядностью) частиц нам представляется совершенно закономерным поставить вопрос о природе и характере того пространства (фазового или реального), по ячейкам которого распределяются частицы.

Однако рассмотрение этого вопроса непосредственно не входит в задачи физической комбинаторики и представляет собой предмет самостоятельного серьезного исследования, заняться которым мы здесь не сможем.

Итак, примем как результат, вытекающий непосредственно из опыта, что в одной ячейке не может оказаться в один и тот же момент более одной частицы. Тогда все наши комбинаторные соотношения примут гораздо более простой вид, так как из них сейчас же выпадут все комбинации, связанные с внутриячейковыми и групповыми перестановками.

Основной комбинационный ряд предстанет в следующем виде:

$$\{R\} \dots [D] \dots [C].$$

Количественные соотношения (ряды комбинаций), вытекающие из этого ряда, выразятся так:

$$\{R\} = \frac{Z!}{N! (Z-N)!} \quad [D] = \frac{Z!}{(Z-N)!} [C];$$

$$\{D\} = N! [C].$$

Проверяя с формально-математической стороны различные способы, имеющие общую третью предпосылку исчисления W , находим, что способ, построенный на предпосылках RD , т. е. собственно способ Ферми, приводит к уравнению (12) квантовой статистики и следовательно отвечает контрольной формуле (11); способ же, построенный на предпосылках RC , приводит к уравнению (3) классической статистики и следовательно оказывается неверным.

Сильно упрощается и общая классификация всех возможных комбинаций, поскольку вместо шести их остается только три. Соответствующая классификация легко получается путем исключения внутриячейковых и групповых перестановок из табл. 4.

Последовательное развитие признаков перестановок в процессе образования газа выражается также гораздо проще:

$$\{r\} \dots [d \rightarrow c].$$

Наконец нужно отметить еще один важный момент: принимаемая третья предпосылка способа Ферми, мы тем самым устанавливаем равновероятность всех размещений. В самом деле, выражение: $\{D\} = N! [C]$ означает, что если дано определенное число N частиц, то любое их размещение реализуется всегда через $N!$ сочетаний. Поэтому, если мы сохраним индивидуальность частиц и будем придерживаться положения о равновероят-

ности сочетаний C , то вероятности всех размещений D окажутся равными между собой и строго пропорциональными вероятности C .

Этот момент нам важно отметить в связи с последующей критикой так называемого принципа абсолютной тождественности молекул; последний явился неизбежным результатом попытки логически и физически обосновать равновероятность D , с целью выбора D в качестве единицы исчисления W . Если же мы будем исходить из третьей предпосылки способа Ферми, то для обоснования равновероятности D нам не потребуются прибегать к установлению дополнительных постулатов в духе отмеченного принципа.

10

Пытаясь логически обосновать необходимость замены старой статистики — новой, одна часть современных физиков впадает в определенную методологическую ошибку, когда устанавливает в качестве одного из исходных для квантовой статистики положений — принцип абсолютной тождественности молекул однородного газа, видя логическую ошибку старой классической статистики в том, что последняя индивидуализировала молекулы.

В общем виде принцип абсолютной тождественности частиц, образующих исследуемый физический коллектив, провозгласится в такой капитальной литературе, как, например, книга П. А. М. Дирака „Основы квантовой механики“ (ГГТИ, 1932).

Рассматривая вопрос с точки зрения физической комбинаторики, мы позволим себе высказать следующее объяснение, почему, на наш взгляд, принцип абсолютной тождественности молекул занял такое важное место в новой статистике. По нашему мнению введение указанного принципа по существу вызвано следующим стечением обстоятельств: мы уже говорили, что решающим отличием новой статистики от старой является выбор D в качестве единицы исчисления W . Но ведь кроме D существуют еще другие случайные комбинации. Почему же формулы для W дают неверный результат, когда одна из других комбинаций принимается за единицу исчисления W ? Не будучи в состоянии логически ответить на этот вопрос, часть физиков фактически пошла по другому пути, который вместо объяснения трудностей предлагает попросту объявить их несуществующими. В самом деле, вместо того чтобы искать объяснение, почему нужно D выбрать за единицу исчисления W , достаточно объявить, что все остальные комбинации — C , E и P — вообще не существуют в природе; тогда выбор D объясняется сам собой, ибо существующим оказывается одно только D .

Но чтобы уничтожить мешающие комбинации C , E и P нужно уничтожить лежащую в их основе общую для них всех компен-

сированную перестановку молекул; последняя же связана с индивидуализацией молекул (см. табл. 4). Поэтому эту перестановку можно уничтожить только предварительно, объявив несуществующими индивидуальные различия между молекулами; иначе говоря, превратив относительное обезличивание молекул, связанное с размещением D , в их абсолютное отождествление.

Но как только постулирован принцип абсолютного тождества молекул, мы можем пойти от него обратным путем — через констатирование абсолютной неразличимости компенсированных перестановок и связанных с ними комбинаций — к заключению, что поскольку все сочетания абсолютно тождественны между собой, то не имеет никакого физического смысла говорить о подсчете их числа; напротив, все сочетания, посредством которых реализуется данное размещение, необходимо тогда рассматривать как одно единственное тождественное самому себе сочетание, которое и совпадает с размещением. Иначе говоря, здесь молчаливо производится следующая операция: раз $\frac{N!}{P_1! P_2! \dots P_n!}$ сочетаний, посредством которых реализуется данное размещение, постулируются неразличимыми, то на этом основании отрицается и самое существование этих сочетаний. Но как мы видели, эта молчаливая операция является тем действительно исходным пунктом, который в конечном счете обуславливает необходимость постулировать принцип абсолютной тождественности молекул, чтобы создать возможность логического обоснования квантовой статистики.

После этого легко вывести, во-первых, что реальным физическим смыслом обладает одно только D и, во-вторых, что поскольку любое размещение может реализоваться только через одно единственное сочетание, постольку все размещения должны быть между собой равновероятны.

На самом же деле здесь попросту вычеркнуты все комбинации, кроме D , так что не остается вообще ничего другого, как объявить его единицей исчисления W .

Таким образом одна часть физиков, пытаясь найти для квантовой статистики и правильное логическое обоснование, оказалась вынужденной постулировать абсолютное тождество молекул в качестве исходного принципа, с тем, чтобы по существу обойти трудности логического обоснования выбора единицы исчисления W .

Однако другая часть физиков уже с самого начала почувствовала весь формализм и всю несостоятельность принципа абсолютной тождественности молекул; так, например, Иг. Е. Тамм в статье, на которую мы ссылались выше, подчеркивает, что указанный принцип „влечет за собой чрезвычайно серьезные физические недопустимые следствия“, вплоть до того, что признание принципиальной неотличимости двух компенсированных перестановок молекул равносильно отказу „от применения к ма-

терии понятия субстанции". Выход из этого противоречия, по мнению Иг. Е. Тамма, состоит в том, что принцип абсолютной тождественности молекул нужно рассматривать как характеристику отнюдь не физической, а исключительно формальной стороны квантовой статистики; поэтому этот принцип вовсе не является для нее обязательным; напротив, учтя физическую сторону, на разборе которой мы здесь не можем останавливаться, повидимому, можно получить результаты теории Бозе и не отказываясь от индивидуализации молекул.

Изложенная точка зрения той части физиков, которые не приняли принципа абсолютной тождественности молекул в качестве исходного, является безусловно более правильной. Развивая эту точку зрения, разберем теперь несостоятельность указанного принципа с общеметодологической стороны.

Во-первых, этот принцип противоречит действительности; в самом деле, природа представляет собой не голое, абстрактное единство, в форме абсолютного тождества и неизменности своих первичных элементов, а живое единство, живую связь конкретного многообразия индивидуальных тел и явлений, предметов и процессов, вечно развивающихся и вечно изменяющихся.

„Электрон так же неисчерпаем, как и атом, природа бесконечна“, говорит Ленин. Если же мы на минуту перейдем на точку зрения критикуемой концепции, то перед нами неизбежно встанет вопрос: почему молекулы оказываются между собой абсолютно тождественными? Различные возможные ответы на это можно свести к трем основным: во-первых, тождество молекул можно объяснить тем, что они представляют собой последние, неделимые и неразложимые частицы материи; во-вторых, тем, что если они и представляют собой сложные системы, то условия развития каждой молекулы данного газа были абсолютно одинаковы, так что была исключена вообще всякая возможность появления каких-либо случайных индивидуальных отклонений; и наконец, в-третьих, тем, что если условия развития и не были одинаковы, то их различие не могло оказать никакого влияния на характер молекул, ибо развитие последних во всех деталях происходило исключительно в силу имманентно заложенных в них закономерностей и абсолютно не зависит от внешних влияний.

Все три ответа находятся в вопиющем противоречии с фактами развития материи и образования различных форм ее движения; не абсолютное тождество молекул, а ленинское положение о неисчерпаемости атома доказывает современная физика в каждом своем экспериментальном исследовании над свойствами атомов и молекул, в каждой своей строго научной попытке углубиться в строение материи.

Таким образом те физики, которые защищают принцип абсолютной тождественности молекул, делают громадный шаг назад; от современного развития физики, доказавшей отсутствие неизменных, абсолютно тождественных частиц, из которых будто бы

состоит материя, к механическим представлениям XVIII и начала XIX в., когда в атомах видели именно такие, абсолютно тождественные частицы материи.

Во-вторых, разбираемая концепция по существу означает, что общий, необходимый и существенный в данной связи признак (число молекул n_i) объявляется единственно заслуживающим внимания, а потому — единственно существующим признаком молекул; напротив, индивидуальные их различия, как единичные, случайные и несущественные в данной связи объявляются абсолютно лишенными какого-либо физического смысла и реально несуществующими вовсе. В итоге получается, что все молекулы данного однородного газа существуют только как таковые, лишенные своей единичной формы, следовательно, только как молекулы вообще.

Такая постановка вопроса, выбрасывающая из науки случайные различия, как недостойные ее внимания, и оставляющая на долю науки только необходимые процессы в их чистом виде, точно так же представляет громадный шаг назад: от современной физики, своим объективным развитием полностью подтвердившей правильность рассмотрения необходимости в единстве со случайностью, общего и особенного — с единичным, существенного — с несущественным, — к застывшей вольфовской концепции, рассматривающей эти категории как безусловно исключаящие друг друга.

В-третьих, принцип абсолютной тождественности молекул не может быть обоснован тем, что мы, благодаря несовершенству наших приборов, принципиально лишены возможности когда-либо обнаружить различие между индивидуальными молекулами и что поэтому-то не имеет никакого физического смысла говорить об их различии. Иначе говоря, нельзя, отправляясь от нашей практической субъективной невозможности на данном этапе научного развития, обнаружить определенное явление, делать на этом основании вывод, что этого явления вообще не существует в природе и что всякое представление о нем лишено какого бы то ни было объективного смысла. Такой, по существу, очень старый и только обновленный по форме, подход к изучению природы глубоко ошибочен, ибо, как говорит Энгельс, человеческое мышление „суверенно и неограниченно по своим задаткам, по своему назначению, по своим возможностям, по своей конечной цели.“

Весь объективный ход развития современной физики доказывает, что в природе нет никаких принципиально непреодолимых граней для человеческого познания, и то, что кажется абсолютно невозможным на одном этапе развития науки, оказывается практически осуществленным в процессе ее дальнейшего развития.

В еще меньшей степени может быть обосновано молчаливое допущение, что раз сочетания абсолютно неразличимы, то сле-

довательно их вообще не существует в природе. Если даже вопреки всем фактам, подтверждающим бесконечную сложность строения материи, мы на минуту допустим, что молекулы абсолютно тождественны, то этим мы вовсе не докажем, что никаких компенсированных перестановок в природе не существует и что две тождественные молекулы не могут в силу этой именно тождественности обмениваться своими местами. Так как мы попрежнему и в этом случае допускаем существование более простых некомпенсированных перестановок, то мы с неизбежностью должны в принципе допустить существование более сложных случаев их взаимного погашения с образованием соответствующих комбинаций.

Тем самым критикуемый принцип перестает оправдывать даже самого себя, ибо одного его постулирования оказывается недостаточно для того, чтобы скрывая конечная цель — уничтожить *C*, *E* и *P* — могла быть достигнута без новых противоречий.

Наконец, в четвертых, принимая абсолютное тождество молекул, мы тем самым рискуем развитием физической комбинаторики как единой науки на два этапа, абсолютно противоположные друг другу, разделенные принципиальной, теоретико-познавательной пропастью. В самом деле: поскольку раньше подсчитывались именно те перестановки, которые с точки зрения критикуемого принципа объявлены несуществующими в природе, поскольку вся старая статистика оказалась в целом построенной на абсолютно вымышленной, фиктивной основе, следовательно оказалась фиктивной, физически бессмысленной статистикой, ничего общего с реальным физическим процессом не имеющей.

Отсюда, естественно, напрашивается вывод о необходимости полного выбрасывания старой статистики, как совершенно ложной теории.

Таковы те общие соображения, которые заставляют нас считать принцип абсолютной тождественности молекул ошибочным.

Все это вместе взятое показывает, что новая квантовая статистика споткнулась на попытке найти для себя логическое обоснование. Произошло это ближайшим образом потому, что, не будучи вооружены методом материалистической диалектики, физики не сумели дать правильного анализа логической основы новой статистики, не смогли вскрыть ошибки старой статистики и пошли по обычному в таких случаях пути постулирования чисто формальных принципов и аксиом.

Благодаря этому наряду с огромным шагом вперед, каким является квантовая статистика в целом, мы имеем одновременную попытку тащить науку назад к давно преодоленным всем ходом научного развития представлениям и понятиям, возврат к которым в настоящее время является серьезным тормозом для дальнейшего развития физической статистики, особенно в части ее логического обоснования.

В противовес этому мы пытались показать, что компенсированные перестановки, как объект классической статистики, являются вполне реальными постольку, поскольку реальны образующие их перемещения отдельных молекул, т. е. некомпенсированные перестановки; последние же представляют объект квантовой статистики. Поэтому по нашему мнению не имеет никакого логического смысла отказываться вообще от индивидуализации молекул.

Однако в той связи, в какой мы определяем закономерность газа, исходя из механического движения молекул, компенсированная перестановка представляет несущественный момент действительности. Ошибка старой статистики заключается вовсе не в том, что она построила свое обоснование на фиктивной базе, а в том, что она приняла несущественный в данной связи момент действительности за ее существенный момент; из этих двух моментов несущественным является различие между индивидуальными молекулами, существенным — их общее число n . Поэтому мы констатировали, что только та статистика может привести к правильному результату, которая абстрагируется от индивидуальных различий молекул и, следовательно, проводит их обезличивание в относительном, но, разумеется, не в абсолютном смысле. В своей правильной трактовке квантовая статистика как раз и должна рассматриваться, как построенная на этом относительном обезличивании молекул.

В соответствии с этим, как нам кажется, необходимо: во-первых, заменить понятие абсолютной тождественности молекул понятием их относительного обезличивания, понимая под этим отвлечение от их индивидуальных различий и, во-вторых, не навязывать этого понятия физической статистике в виде наперед заданного постулата, а выводить его как логическое следствие из анализа основной задачи исчисления W и его основных предпосылок.

Тем самым противоположность между новой и старой статистиками перестает быть абсолютной и приобретает характер относительной противоположности между существенной и несущественной сторонами изучаемого явления.

11

Вскрывая логические ошибки классической статистики, мы должны со всей резкостью подчеркнуть, что взгляд на вещи и процессы под углом взаимоотношения случайного и необходимого не есть произвольная, свойственная только нашему сознанию, т. е. субъективная точка зрения. Выделяя и противопоставляя в определенных отношениях друг другу — случайный и необходимый, существенный и несущественный моменты изучаемых нами явлений, мы только отражаем в нашем сознании противоречивый характер самой действительности, расчленяя ее как целое в нашем сознании на

противоположные стороны и приводя их затем во взаимную связь.

Точно так же не следует представлять, что наш переход от одной пары комбинаций, выбираемой в качестве предпосылок для построения комбинаторного способа, к другой паре, равно как и самая градация комбинаций по степеням их более или менее случайного характера относительно необходимого поведения газа в целом, зависит исключительно от нашего личного усмотрения, от того только, что нам просто удобнее принять за необходимую или за случайную не одну комбинацию, а другую. Однако то, что в данном случае некоторые физики неправильно называют „удобством“, вытекает не из нашей личной точки зрения, а из соответствия наших теорий отражаемой ими природе. Если та или иная теория оказывается хорошо применимой к объяснению данного явления и приводит к хорошим результатам, то субъективно ученому, который создает или пользуется этой теорией, может показаться, что он просто сумел подобрать более „удобный“, более „простой“ и „экономный“, а потому — и более научный способ подхода к изучаемым фактам. Однако объективная сторона здесь такова, что найденный способ объяснения или исследования фактов более научен вовсе не потому, что он субъективно кажется удобнее других способов, а потому, что он более верно, более точно и полно, как на это указывал Ленин, отражает объективную действительность. Достаточно себе представить, что тот или иной способ, будучи с субъективной точки зрения „удобным“, дает неверные результаты, как самое его „удобство“ теряет всякий смысл и способ объявляется ненаучным.

В отношении замены старой статистики новой мы должны подчеркнуть, что квантовая статистика введена отнюдь не потому, что она удобнее и проще классической, как это полагает по существу в аналогичном случае Я. И. Френкель, (см. „Сорена“ вып. II, 1932 г.), говоря о соотношении квантовой и классической механики, а потому, что она правильнее и глубже отражает действительность.

Вот почему мы старались подробно показать, что установление нашей классификации комбинаций отвечает реальному процессу образования газа, когда необходимость реально переходит в случайность, а случайность обнаруживает себя в процессе развития как необходимость, словом, когда и та и другая выступают как определенные, связанные друг с другом и переходящие друг в друга противоположные стороны самой действительности.

Таким образом замена одной пары комбинаций, связанных соотношением случайного и необходимого и лежащих в основе исчисления W , другой парой, а также замена понятия абсолютного тождества понятием относительного обезличивания, не являются какими-то предпринятыми из соображений удобства

операциями, а суть исправление наших физических теорий в соответствии с объективным соотношением необходимого и случайного, существенного и несущественного моментов самой действительности.

12

Сформулируем теперь общие выводы, к которым мы пришли в результате наших рассуждений.

1) Основная задача исчисления W и комбинаторного определения S состоит в том, чтобы с количественной стороны отразить закономерную связь между необходимым поведением коллектива и случайным поведением образующих его индивидуумов, в частности, при определении S однородного газа, — между термодинамическим состоянием газа и механическим движением молекул.

2) Общей логической основой всех способов исчисления W является единство случайного и необходимого, которое конкретизируется в форме единства двух взаимно противоположных комбинаций, одной необходимой, определяющей себя через другую — случайную, как форму своего проявления. Установление обеих комбинаций представляет две основные логические предпосылки исчисления W .

3) Взаимная связь способов исчисления W вытекает из их общей логической основы и состоит в переходах друг в друга случайных и необходимых моментов, заключенных в каждой из комбинаций; анализ этих переходов приводит к установлению рациональной классификации всех комбинаций, могущих явиться предпосылками исчисления W .

4) Классификация всех комбинаций устанавливается на основе следующих трех моментов: а) соотношения комбинаций, как соотношения случайной формы и проявляющейся в этой форме необходимости; б) признаков, характеризующих те перестановки молекул, которые лежат в основе соответствующих комбинаций и с) тех стадий, которые проходит газ в процессе своего образования в природе.

5) Решение задачи комбинаторного определения S заключается прежде всего в правильном выборе в соответствии с действительностью необходимой и случайной комбинаций, единство которых должно составить логическую основу для последующего построения математического аппарата в целях непосредственного вычисления значения W и S .

6) Комбинацией, связанной существенно необходимым образом с термодинамическим состоянием газа, является распределение молекул $\{R\}$, которое характеризуется признаками Z и N ; R представляет собой внешнее проявление происходящего внутри газа взаимодействия молекул, состоящего из их непрерывных столкновений.

7) Комбинацией, связанной существенно необходимым обра-

зом с механическим перемещением отдельных молекул, является размещение молекул $[D]$, которое характеризуется признаком n_i ; поэтому из всех комбинаций только D должно быть выбрано за единицу исчисления W .

8) Из всех возможных комбинаторных способов, различающихся по двум основным предпосылкам, законченный способ Бозе является единственно правильным способом комбинаторного определения S однородного газа, ибо только он, будучи построен на соотношении комбинаций $\{R\}$ и $[D]$, в состоянии правильно отразить закономерную связь между состоянием газа и движением молекул.

9) Третьей предпосылкой исчисления W является определение максимального числа частиц, могущих оказаться одновременно в одной ячейке; в случае способа Ферми, исходящего из принципа Паули, это число не может превышать единицы. Установление третьей предпосылки целиком определяется характером физического коллектива.

10) Третья предпосылка способа Ферми приводит к непосредственному следствию о равновероятности всех размещений, что дает возможность физически обосновать выбор D в качестве единицы исчисления W .

11) До сих пор недостатки и противоречия классической статистики почти не рассматривались с точки зрения критики той логической основы, на которой она строилась в своей комбинаторной части. Со своей стороны мы пытались вскрыть за внешней формальной стороной противоречий старых способов — их сущность и логически обосновать необходимость перехода к новому способу исчисления W .

12) Основное противоречие современной квантовой статистики заключается в том, что, представляя в целом революционное завоевание науки, в области своей методологии она делает реакционную попытку попятного движения в сторону давно опровергнутых всем ходом развития науки метафизических представлений естествознания XVIII в.

13) В своей правильной трактовке новая статистика не отбрасывает абсолютно старой, а преодолевает ее недостатки переноса центр внимания с несущественной стороны явления на его существенную сторону, а именно: с индивидуальных различий молекул на их общее обезличенное число.

14) Этот перенос внимания дал повод одной части физиков встать на путь полного отрыва существенной стороны явления от несущественной и в попытках найти логическое обоснование для новой статистики, постулировать ошибочный принцип абсолютной тождественности молекул. Эту ошибочную концепцию, можно преодолеть если, рассматривая существенную сторону действительности в единстве с ее несущественной стороной, заменить понятие абсолютного тождества понятием относительного обезличивания молекул.

В заключение отметим, что основной целью настоящей статьи являлось показать, что правильный метод научного познания явлений природы, в частности явлений, относящихся к области физической статистики, должен, с одной стороны, рассматривать эти явления как материальные процессы, а физическую теорию — как более или менее точное отражение этих процессов, и вместе с тем, с другой стороны, — должен рассматривать каждое явление в его развитии, в его внутренней противоречивости, во взаимной связи и переходах его противоположных моментов друг в друга.

Исходя из этого, с одной стороны, мы показали, что тот или иной способ исчисления W не есть только математический прием, позволяющий путем простого подсчета каких-то комбинаций вычислять значение S , а представляет собой известное отражение реальных связей, существующих в природе. Поэтому, если не исходить из учета этих связей, то на основании одного только соображения субъективного „удобства“, нельзя правильно решить задачу исчисления W .

С другой стороны, — мы одновременно показали, что общие философские категории случайности и необходимости в преломлении к специально физическому понятию термодинамической вероятности W , не носят застывшего, абсолютно полярного по отношению друг к другу характера, а являются подвижными и изменчивыми, отражая собой подвижность и изменчивость самой действительности.

При этом мы избегали такого подхода к разбираемой проблеме, который все дело сводит к простому иллюстрированию правильности общих положений диалектического материализма; напротив, мы старались исходить из прямого указания Ленина, что тождество противоположностей должно браться не как сумма примеров, а как „закон познания“ (и как закон объективного мира).
