

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК



НАЧАЛО НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ И ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ *

Ф. Гальперин и М. Марков, Москва

МЕТАФИЗИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ ИЗМЕРЕНИЯ

Как известно, одна из формулировок задачи классической механики читается так:

„Если для какого-нибудь механического движения даны уравнения движения и начальные условия для какого-либо времени t_0 : импульс (p_0) и координата (q_0), то можно для любого момента указать положение и импульс частицы“.

Начальные t_0 , p_0 , q_0 не вытекают из уравнений движения, а должны быть определены при помощи измерений.

Измеряя „абсолютно точно“ начальные данные, мы можем указать с абсолютной точностью положение и импульс частицы для любого t .

В механике всегда считалось, что точное измерение скорости и положения не встречает никаких принципиальных трудностей. Совершенствуя измерительные приборы, мы в конце концов подходим как угодно близко к „абсолютной точности“.

Займемся анализом проблемы абсолютно точного измерения.

Уточнение измерений—это исторический процесс. От измерений длин при помощи сажени Шателле (toise de Schatellott, 1668) во Франции до измерения длин Майкельсоном и Бенуа (1894) при помощи длин световых волн—расстояние достаточно велико.

Каждая эпоха характеризуется определенной возможной на данном этапе развития техники и науки степенью точности измерения.

И потому очень важно, что, с одной стороны, всякая задача имеет характер, определяется в какой-то части теми

* Переработанная стенограмма доклада, прочитанного авторами в Коммунистической Академии 30 ноября 1931 г.

физическими понятиями *, которые господствуют в данный момент, но, с другой стороны, и физические понятия, доминирующие в эту эпоху, теснейшим образом связаны и также определяются в свою очередь в той же мере точностью измерения того времени.

И точность измерения, совершенствуясь, приходит в конце концов в конфликт с установившимися физическими понятиями, настойчиво требуя их изменения или даже полного изгнания из науки как ставших „ненаучными“. Но тем самым изменяется и задача измерения.

Конечно, всякое измерение касается объекта, конкретной вещи. Конечно, в постановке задач измерения в физике толкающим и определяющим является техника, экономика, но на конкретную задачу измерения, на ее предполагаемые результаты и на характер постановки задач накладывает свой известный отпечаток то понятие о данной конкретной вещи, которое имеется в этот момент в науке. Понятие лишь в некоторых пределах отражает то реальное, что на самом деле имеет место в действительности.

Изучение этой реальности сопровождается развитием наших понятий о ней, понятия меняются, но тогда меняется и сама задача измерения.

На определенной ступени знания о столе мы вводим,

* Что касается основного определяющего фактора экономического, то, к сожалению, мы не можем здесь на нем подробно останавливаться ввиду того, что цель настоящей главы не исследование методологии измерения вообще, а лишь дать несколько беглых замечаний по этому вопросу и именно тех, которые необходимы для уяснения основной задачи статьи. Очень яркую историческую справку о роли экономических факторов в обсуждаемом нами вопросе читатель отчасти (в применении к электротехнике) найдет в одной речи Гельмгольца (Helmholtz, Vorträge und Reden, II B., S. 321).

Электротехника постепенно так сильно развилась, что в настоящий момент в нее вложены огромные капиталы, и она представляет собой исключительно оживленную индустрию.

При этих обстоятельствах не может быть недостатка в спорных вопросах, проходящих перед судами, и чувствуется особая необходимость установления единиц измерения, на основании которых можно выносить правильное решение.

Когда фабрикант берется доставить проволоку для проводки, то существенно, чтобы сопротивление проволоки не переходило известных границ, и можно было бы прийти к справедливому решению: соответствует ли проволока условиям контракта.

То же самое — другой фабрикант, который берется построить динамо-электрическую машину, должен обязаться, что машина при определенной скорости вращения производит определенную электромоторную силу; необходимо, таким образом, прийти к мере для электромоторной силы машин" и т. д.

Специально см. статью А. А. Максимова о методологии измерения „Под знаменем „маркенама“, № 7/8, 1929 г.

например, понятие „ширину стола“; это понятие на некоторой ступени измерения имеет определенный смысл и, вообще говоря, подчеркивает, охватывает некоторую сторону изучаемой реальности.

В дальнейшем оказывается, что понятие ширины стола, начиная с некоторого момента, теряет „точный“ смысл (молекулярное движение), и следовательно, и первоначальная задача измерения становится лишенной смысла.

Известные в истории физики опыты относительно весомости теплорода соответствовали, конечно, и отчасти определялись теми представлениями, которые господствовали в ту эпоху; в рамках этих понятий был уместен вопрос, весом или невесом теплород, была уместна соответствующая экспериментальная задача. В последующие же эпохи кинетической теории теплоты эти измерения теряют всякий смысл, но с повышением точности соответствующих измерений и на основе принципа относительности ($E = mc^2$) может быть вновь принципиально поставлен эксперимент, но уже на другой базе.

Физику более чем кому-либо известно, что измерение — это задача не только количественная, но и качественная. Всегда измеряется не абстрактное какое-то количество, а во всех случаях количество „чего-то“ *.

Каждая задача измерения не только ставится в определенную историческую эпоху, но и в конкретной обстановке определенной формы движения материи (задачи классической механики, термодинамики, электродинамики и т. д.), и в том пункте, где мы, „уточняя“ измерения, переходим в область другой формы движения материи, задача становится лишенной смысла, ибо она кровно связана со своей „средой“, с той формой движения материи, которая оставалась позади где-то на пройденных этапах измерения. (Те же примеры с измерением температуры электрона, или измерения „скорости звука“ в атоме железа.)

Изучать явление, как показывает также история физики, — это значит в конце концов и изучать образования явления, но всякая задача измерения изучаемого явления, доведенная до того момента, до того места, где данное явление им становится, здесь и дальше за этими пределами становится неопределенной и просто не имеющей смысла, ибо здесь только образовывается или еще даже не образовывается то, что подлежит измерению.

Ведь всякое возникающее явление у истоков своего воз-

* Максимов, Методология измерения, ПЗМ, № 7—8, 1929; Маркс, Капитал, т. I; Гегель, Логика.

никновения вначале обладает очень смутными, неясно выраженными свойствами, как законы теплоты, изучаемые на двух-трех движущихся молекулах, и задачи измерения, возникшие там, где эти свойства уже развились в полнокровные физические категории, здесь обычно становятся неопределенными, а дальше, перейдя за порог образования в новую форму материи, которая становится, если можно так сказать, ареной возникновения изучаемого явления, теряют всякий смысл.

Бессмысленно спрашивать, является ли атом вещества „жидким“, „твердым“ или „газообразным“.

Все это мы хотим сказать, что поставленная в начале этого параграфа задача механики, т. е. задача точно определить, например, движение электрона по точно измеренным начальным данным и закону движения, при дальнейшем прогрессе физики может, начиная с некоторого этапа измерения (измерение начальных p и q), стать неопределенной, что было бы совсем не удивительно в аспекте того богатого материала, который нам доставляет современная физика относительно „абсолютно точного“ измерения.

* *
*

В методологии измерения также можно проследить, как гиперболическое раздувание какой-либо одной стороны в общей проблеме измерения ведет к соответствующей философской ошибке. То, что раз поставленная задача измерения становится непрерывно в широких пределах все более и более точно выполнимой, настолько делается привычным, что кажется чуть ли не очевидным и возможность достижений какого-то „абсолютного идеала“, появляется привычка считать измерение лишь как качественную задачу, или „качественное содержание“ которой (задачи) начинается считаться независимой, если можно так сказать, от количественного оформления, т. е. молчаливо предполагается, что измеряемое может быть взято в каких угодно малых количествах.

Но не менее опасно в методологическом отношении и чрезмерное выпячивание „неудачи“ абсолютно точного измерения*, что может привести к другим „идеалистическим шатаниям“.

Из того факта, что нельзя точно измерить ширину стола, можно прийти к выводу, что и вообще это понятие не имеет смысла, забыть, что на известном этапе измерения оно схватывает и характеризует некоторые черты объективной реаль-

* Т. е. опасность философского релятивизма.

ности; это понятие может толковаться как „ненаучное“, ибо оно „не точное“, оно относительное, на известном этапе лишь „кажущееся“.

Но так как такова судьба всякого физического измерения, то и весь объективный мир начинает становиться кажущимся, только относительным, открывая дорогу всякого рода философским спекуляциям.

* * *

Итак, метафизическое „абсолютно точное измерение“ невозможно, не потому, что оно принципиально недоступно познанию, а потому, что, начиная с некоторого момента, объективно конкретная физическая задача, задача об уточнении измерения теряет по сути вещей свою прежнюю определенность.

Но, с другой стороны, всякая задача измерения, некогда поставленная, все больше и больше уточняется, стремясь к некоторому пределу, где исчерпывается всякая „точность“ до конца, т. е. где измерение „с большей точностью“ перестает характеризовать изучаемый объект, объективно теряет смысл; этим самым снимается вопрос о какой-либо „неточности“ в самых вещах и ставится задача стремления к некоторым предельным действительно „абсолютно точным измерениям“, но уже в новом, реальном, не в метафизическом, а в „физическом“ смысле, т. е. к таким „предельным“ измерениям, точнее которых измерять в данной конкретной задаче, подчеркиваем, не нельзя, а „ничего“*.

СООТНОШЕНИЕ НЕТОЧНОСТЕЙ

Квантовая механика исходит из того, что в области микросмоса измерение всегда вносит существенные изменения в состояние наблюдаемого объекта. В качестве примера иногда приводится наблюдение над связанным электроном, вращающимся вокруг ядра атома. Рассматривается, например, атом водорода в невозбужденном состоянии. В этом случае размер атома равняется 10^{-8} см. Пусть мы определяем положение электрона на орбите, например, с точностью до 10^{-9} см. Но достаточно одного кванта света этого же порядка длины волны, чтобы в силу эффекта Комптона электрон оказался выброшенным за пределы атома.

Таким образом следующее наблюдение того же состояния делается невозможным. Подчеркиваем, что здесь суть не только в разрушении системы, над которой ведется наблюдение. Существенное заключается в том, что изменения

* Измерять „ничего“ не „вообще“, а для данной задачи: вообще же здесь появляются другие проблемы со своими задачами измерения.

в состоянии, происходящие во время наблюдения, в известных пределах не контролируемы.

Квантовая механика трактует электрон как материальную частицу*.

Но, с другой стороны, в широких размерах для „описания“ явлений, связанных с электроном, пользуются понятием волны.

Если мы имеем свободный электрон с импульсом mv , то по Де Бройлю $\lambda = \frac{h}{mv}$, где λ — как раз соответствующая длина

волны. И с этой стороны чисто волновое описание явления совершенно не дает права говорить точно, например, о положении электрона, ибо плоские монохроматические волны нигде не начинаются и нигде не кончаются, а запол-

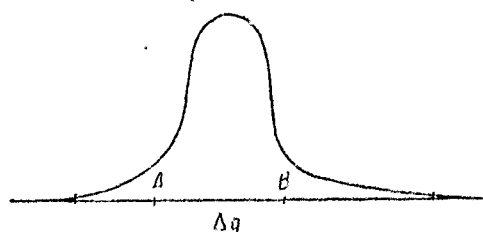


Рис. 1.

няют „все пространство“, не выделяя чем-либо точки или области нахождения электрона. Единственная возможность выделить такую область — это так подобрать совокупность волн, что в результате наложения они всюду друг друга „погашают“, кроме узкой области, где, наоборот, их амплитуды складываются. Такое образование в квантовой механике называется волновым пакетом. Волновой пакет имеет вид, изображенный на рис. 1. Но для получения пакета необходимо, чтобы длины волн, составляющие пакет, разнились несколько друг от друга, и пакет будет, как это доказывается, тем уже, чем больше разница в длинах тех волн, из которых он построен.

Сама же частица, электрон, может находиться, например, в точке A или в точке B и т. д., находящихся внутри пакета, а где именно — точно не известно**. Следовательно, неточность в определении местоположения частицы опреде-

* Далее будут разобраны основания для подобной трактовки.

** Квантовая механика в противоположность классической механике не задает точных значений местоположений и импульсов электрона, а задает их распределение. Например, из n наблюдений, произведенных над импульсами и положениями электрона, m_1 наблюдений относятся к некоторому результату k_1 ; m_2 — к некоторому результату k_2 и т. д. Если это графически изобразить, т. е. нанести это на чертеже, то получается кривая распределения положений и импульсов. Таким образом здесь видна принципиальная разница между подходом квантовой и классической механики. Первая с самого начала становится на точку зрения вероятностного задания положения и импульса, а не точного, как в классической механике.

ляется шириной пакета, отрезком Δq . Но значит ли это, что невозможно задать положение, координату частицы с любой точностью в смысле классической механики? Нет, не значит. Для этого нужно только, чтобы ширина пакета была сколь угодно малой. А это значит, что среди длин волн, составляющих пакет, должны быть и такие, которые очень сильно разнятся по длинам друг от друга.

Выведем * соотношение, показывающее порядок величины произведения обеих неточностей. Это соотношение и называется „соотношением неточностей“, или „соотношением неопределенностей“.

Мы уже видели, что волновой пакет есть совокупность волн, длины которых отличаются на небольшую величину. Образует волновой пакет. Пусть ширина его — Δq . Допустим, что имеем волны, длина которых равна λ_0 и которые укладываются на отрезке Δq в числе n . Но чтобы за пределами этого отрезка волновое поле было равно нулю, очевидно, на Δq должны укладываться и другие волны, кроме указанных ранее, с которыми последние так интерферируют, что вне этого отрезка волновое поле отсутствует. Из построения можно установить, что необходимое условие для осуществления такого рода интерференции состоит в том, чтобы эти другие волны, имеющие, скажем, длину волны, равную λ_1 , на этом отрезке укладывались, по крайней мере, в числе $n+1$. Следовательно, необходимым условием для построения пакета является следующее:

$$\Delta q = \lambda_0 n = \lambda_1 (n+1); \lambda_1 = \lambda_0 \frac{n}{n+1}. \quad (1)$$

Отсюда легко вывести „соотношение неточностей“. Согласно теории де-Бройля каждому электрону соответствует длина волны

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (2)$$

Следовательно, можно писать

$$\lambda_1 = \frac{h}{p_1}; n \lambda_0 (p_1 - p_0) = h; \text{ или } \Delta q \Delta p = h. \quad (3)$$

Здесь Δq — ширина пакета и изображает неточность в определении координаты электрона, Δp — неточность в определении его импульса.

Смысл этого соотношения, как утверждает квантовая механика, заключается в том, что невозможно одновременно

* Вывод упрощенный. Более строгий приведен в „Die Physicalischen Prinzipien der Quantentheorie“ Heisenberg'a.

менное точное определение и импульса и координаты. Определение этих величин связано с неточностями, произведение которых порядка $\hbar$.

Если переписать соотношение (3) в других канонически сопряженных величинах, например E (энергия) и t (время), то оно переписется так:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (4)$$

Принято для иллюстрации правильности этого соотношения приводить целый ряд так называемых „мыслимых“ экспериментов. Рассмотрим только два из них.

Микроскоп

Электрон e находится под объективом микроскопа, как показано на рис. 2. Его освещают квантами света частоты ν .

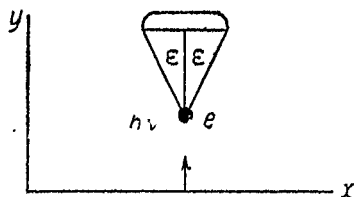


Рис. 2.

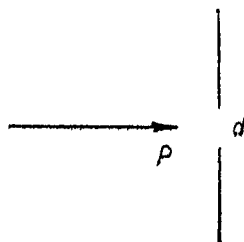


Рис. 3.

Наскочив на электрон, квант света изменит его первоначальный импульс. Направление нового импульса электрона точно не известно, ибо в точности неизвестно направление рассеянного электроном „отдачи“ кванта. Чтобы электрон увидеть, необходимо, чтобы хотя бы один рассеянный квант прошел через трубу микроскопа и попал в глаз наблюдателя. Направление импульса этого кванта лежит в пределах угла ϵ .

Неточность в определении импульса электрона равна:

$$\Delta p = \frac{h\nu}{c} \sin \epsilon.$$

Согласно законам оптики, координату x можно измерить, в самом лучшем случае, с точностью $\Delta q = \Delta x = \frac{\lambda}{\sin \epsilon}$. Это соотношение дает разрешающую силу микроскопа. Отсюда видно, что произведение обеих неточностей составляет величину порядка $\hbar$.

Дифракционная щель

Движущийся электрон с известным импульсом p проходит через щель d (рис. 3). Сужая щель, мы все точнее

можем фиксировать положение электрона*. Таким образом неточность в определении координаты электрона задается шириной щели:

$$\Delta q = d.$$

Но узкая щель вызовет дифракцию электронных волн.

Неточность в определении импульса электрона в направлении d определяется величиной слагающей импульса в направлении d и равна:

$$\Delta p = p \sin \alpha.$$

Из оптики известно, что $\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$. Следовательно, Δp равно $\frac{h}{d}$, а произведение обеих неточностей равно:

$$\Delta p \Delta q = h,$$

т. е. опять получили „соотношение неточностей“.

Вот пример рассуждений некоторых физиков:

„Неточности, входящие в это соотношение, принципиально отличаются от тех, с которыми имела дело классическая физика. Последняя рассматривала неточности технического порядка, зависящие от несовершенства техники измерения. Предполагалось, что точность измерения станет „абсолютной“, если техника экспериментирования станет совершенной. Однако квантовая механика утверждает, что существует принципиальный предел в точности измерения, который вытекает из самой сущности физических процессов“**. „Если в классической механике точное определение начальных условий было недостижимо практически, то не было сомнений в том, что принципиально возможно определение условий с любой точностью. В новой квантовой механике определение начальных условий становится не только практически трудным, но и принципиально невозможным“***.

При макроскопических измерениях имеют место неточности обоих родов. Но почему принципиальные неточности не обнаруживаются на опыте? Дело в том, что они перекрываются измерительными****. Де-Бройль***** подсчитал принципиальную неточность, которая связана с измерением макроскопического тела — движущегося шарика весом в 1 мг. Чтобы определить его состояние в какой-то момент, необходимо знать координату его центра тяжести и его скорость.

* См. об этом дальше.

** См. De Broglie, Einführung in die Wellenmechanik.

*** Шредингер. Речь по поводу избрания его членом прусской Академии наук.

**** См. ранее цитированное произведение де-Бройля,

***** Там же.

Допустим, что координата центра тяжести определена с точностью до 0,001 м.м. Это — огромная точность. Подставив эти величины в „соотношение неточностей“, получим для неточности в определении скорости шарика следующую величину:

$$\Delta v = \frac{h}{\Delta q \cdot m}; \quad \Delta v = \frac{6,55 \cdot 10^{-27}}{10^{-8} \cdot 10^{-1}} = 6,55 \cdot 10^{-20} \text{ см/сек.}$$

Очевидно, что на практике нет ни одного метода, который давал бы с такой точностью скорость. Экспериментальная неточность перекрывает принципиальную, и все происходит так, как будто бы последняя вовсе не существует.

Соотношение неточностей не противоречит принципу причинности

Теперь здесь уже уместно поставить вопрос: что, собственно говоря, критикуется в принципе причинности современными физиками и философами, и какие основания для подобной критики дает конкретный материал новой квантовой, волновой механики?

Основанием для критики принципа причинности в квантовой механике, как мы знаем, является положение, которое коротко можно сформулировать так: „принципиально никакой опыт не может дать начальные p_0 и q_0 для электрона одновременно так точно, чтобы можно было применить закон движения для точного предсказания его p и q в любой момент времени t . Эти пределы, ограничивающие точность, как мы видели, задаются соотношением: $\Delta p \Delta q \geq h$, или $\Delta E \Delta t \geq h$ “.

Теперь необходимо предпослать несколько замечаний относительно того, как обычно в физике ставятся задачи об однозначном определении течения физических явлений во времени.

Для решения подобных задач всегда, как мы знаем, исходят из некоторых „начальных условий“ и некоторого „закона движения“. Причем, если в точности закон движения и начальные условия одинаковы для двух или нескольких задач, то всюду имеет место один и тот же результат, т. е. идет вопрос об однозначности причинной связи.

Ясно, что как начальные условия, так и закон движения для различных форм движения (механика, термодинамика) различны.

Если, например, в механике Ньютона или механике Эйнштейна начальными условиями являются некоторые значения импульса p_0 и координаты q_0 в момент времени

* См. ранее цитированное произведение де-Бройля.

t_0 , а законом движения — некоторое соотношение между импульсами и координатами и их производными, то для решения некоторых задач теплопроводности необходимы уравнение теплопроводности и начальные условия в виде задания начального распределения температур; совсем другие условия требуются для ответа на вопрос: как распространяется волна. Итак, мы видим, что для однозначного определения течения явления во времени в физике необходимо знать, во-первых, характеристику „состояния“ этого явления и так называемый закон движения. После всего сказанного о так называемых начальных условиях сейчас же возникает вопрос: в какой мере импульс и координата могут объективно характеризовать электрон?

Если по Шредингеру электрон как дискретная частица, вообще говоря, не существует, то при статистической трактовке волновой механики электрон предполагается частичной, точнее — материальной точкой с определенным импульсом, т. е. электрон характеризуется теми же шестью величинами (p_i, q_i , где $i = 1, 2, 3$), что и материальная точка в механике Ньютона. По крайней мере примеры, приводимые в защиту соотношения неточностей, обычно, как мы видели, так и рассчитываются.

Расчеты предполагают, как мы видели выше, некоторого „сверхнаблюдателя“, которому „в точности“ одному известны и импульс, и координаты электронов, но результат в силу соотношения неточностей для обыкновенного наблюдателя оказывается неопределенным.

Теперь прежде всего необходимо отметить следующее: если ставится вопрос о принципе причинности как о некоторой объективной категории, то нетрудно видеть, что соотношение неточностей ни в коем случае не дает права отрицать этот принцип даже в том случае, если согласиться с утверждением, что импульс p и координата b точно характеризуют частицу *.

Действительно, если критикуют причинность как объективную категорию, то неизбежно ставят на место объективной причинности объективную беспричинность, и прежде всего мы должны потребовать определение того, что называть объективно беспричинным.

С точки зрения формальной логики о критике принципа причинности можно было бы говорить тогда, когда было бы, например, „доказано“, что при одних и тех же точно измеренных (в классическом смысле) начальных данных p_0 и q_0 в

Если же p (импульс) и q (координата) уже в применении к электрону теряют объективно смысл и должны быть заменены какими-то другими характеристиками, то соотношение неточностей тогда вообще перестает быть проблемой (см. об этом ниже),

момент t_0 , при одном и том же законе движения теоретический подсчет состояния материальных частичек в некоторый момент t дает один и тот же результат для всех случаев, контрольная же абсолютно точная (в классическом смысле) экспериментальная проверка предсказанного результата давала бы самые различные значения, хотя условия всех опытов были абсолютно идентичны. Это и было бы определением „объективной беспричинности“ в отношении движения материальной точки. Этого как раз не дает соотношение неточностей.

Таким образом если, с одной стороны, принять соотношение неточностей, с другой стороны, трактовать принцип причинности как категорию объективную, то даже с точки зрения формальной логики соотношением неточности ни опровергается, ни подтверждается принцип причинности. Более того, им даже и исключается „точная“ проверка принципа тем, что исключается возможность „точного“ измерения начальных условий.

Очень ярко агностическая точка зрения в этом вопросе развита в книге Дирака „Принципы квантовой механики“.

Последние замечания не решают, а лишь уточняют вопрос*. Теперь необходимо выяснить: характеризуют ли импульс и координата состояние электрона.

Характеризуют ли p и q электрон

Как бы там ни было, но мы очутились перед фактом принципиальной невозможности привычным в механике путем предсказать „будущее“ электрона и не потому, что принцип причинности оказался нарушенным, а потому, что мы не можем измерить одновременно достаточно точно импульс и координату.

Таким образом мы видим, что чисто физические предположения дают действительно повод для некоторых агностических высказываний.

Теперь уместно поставить вопрос:

Насколько обосновано утверждение того, что к электрону действительно приложимы объективно понятия „точного“ (определенного) импульса и координаты в один и тот же момент, т. е. не есть ли соотношение неточностей как раз предел применимости понятия импульса и координаты, дальше которого эти понятия становятся неопределенными, другими словами, подвергаются обычной в физике судьбе „абсолютно точного“ измерения.

Приведем пример. Пусть нам дана неравномерно на-

* В том смысле, что даже формально логически из соотношения неточностей не вытекает отрицания принципа причинности.

гретая металлическая пластинка и требуется подсчитать распределение на ней температур к некоторому моменту t . В нашем распоряжении имеется уравнение теплопроводности и набор всевозможной точности термометров для определения начального распределения температур. Пусть в стремлении к абсолютно точному измерению мы задаемся целью измерить температуру в пространстве, сравнимом с величиной молекулы. Этим самым мы еще неизмеримо далеки от получения абсолютно точных начальных распределений, ибо дифференциальное уравнение требует, строго говоря, „в идеале“ найти температуры „всех точек“ пластинки, но ведь, пожалуй, и с нашим воображаемым термометром может случиться такой конфуз, что нигде ни при одном измерении ни одна молекула в момент измерения не ударится о наш термометр, т. е. задача о „точном измерении“ и, следовательно, предсказании будущего распределения температур с такой точностью не имеет смысла.

Принципиально, как мы увидим ниже, приведенный случай ничем не отличается от того, что мы имеем в волновой механике. Однако здесь никто не связывает в настоящее время критики принципа причинности с этими фактами, потому что ясно, что не принцип причинности здесь теряет смысл, а те требования, которые мы предъявляли к задаче по самой сути теплоты как молекулярного движения.

Итак, необходимо теперь выяснить, насколько p и q характеризуют электрон, его состояние, насколько p и q дают знание „настоящего“ этой формы движения материи, необходимого знания, как мы видели для определения поведения явления во времени.

Соотношение неточностей как соотношение взаимодействия

Обычно выводят соотношение неопределенностей, например, в виде $\Delta p \Delta q \geq \hbar$ и говорят, что ошибки в знании импульса и одновременно координаты связаны таким именно образом, а затем ищутся физические основания, приводящие именно к такой связи точности определения импульса с точностью определения координаты. Находят эту связь в характере того взаимодействия (на этом как будто согласны все физики), которое происходит во время наблюдения между наблюдаемым объектом и аппаратом наблюдения. Устанавливается, что происходят взаимодействия именно такого рода, при которых, наблюдая как угодно точно положение частицы, мы рискуем изменить как угодно сильно импульс, т. е. в конце концов наличие именно такого ха-

рактера взаимодействия аппарата наблюдения с наблюдаемым объектом приводит к соотношению неопределенностей. Поэтому во многих отношениях было бы, может быть, правильное итти обратным путем: установить некоторые стороны взаимодействия, которые, очевидно, классическая механика оставляла в тени или, во всяком случае, неточно отображала, например, классическими понятиями импульса и координаты, а затем для взаимодействия аппарата наблюдения с наблюдаемым объектом как для частного случая физического взаимодействия вообще получить те же соотношения неопределенностей.

Повидимому, в этом направлении и идет развитие этого вопроса. Второе соотношение $\Delta E \Delta t \geq h$ нельзя уже теперь так просто трактовать, как это было сделано в работе Гейзенберга в 1927 г., как простую связь между соответствующими ошибками наблюдения и Δt , — скорее здесь соответствующая длительность эксперимента, соответствующая длительность того же взаимодействия аппарата наблюдения с наблюдаемым объектом. В этом направлении идет, как нам кажется, трактовка Бором этого соотношения, в этом же направлении идет как будто работа Ландау и Паерлса.

Правда, сейчас скорее приходится итти от соотношения неопределенностей к установлению некоторых особенностей тех взаимодействий, которые ведут к соотношению неопределенностей, но конечная цель нам представляется именно такой, как мы формулировали ее выше.

Но обратимся к нашим соотношениям.

Одно только предположение о том, что само измерение координаты, например, вызывает изменение импульса, совершенно недостаточно для толкования соотношения неопределенностей.

Здесь еще нет принципиальных различий в постановке вопроса об изменении в новой квантовой механике от подобной постановки классической физики.

Правда, классическая физика всегда неявно допускала возможность такой организации эксперимента, когда в этих условиях это явление (т. е. влияние самого процесса измерения) становится как угодно мало, и в этом смысле соотношение неточностей устанавливает пределы, которых не было в классической физике.

Но не это главное.

Классическая физика в общем виде никогда не отрицала влияния аппарата измерения на измеряемое, но в ней всегда, на худой конец, предполагалась принципиальная возможность учета этого влияния.

Новая квантовая механика устанавливает пределы и этой

возможности. Если, например, мы точно знаем импульс частицы до наблюдения ее положения, то в момент наблюдения мы изменяем в какой-то мере прежний импульс. Это изменение в момент наблюдения измерено точно быть не может. Это изменение, как говорят, не контролируемо.

Принцип неконтролируемости, если можно так сказать, — душа соотношения неопределенности в его современном толковании.

Этот принцип совершенно чужд как общий принцип классической физике, и здесь — именно принципиально новое в постановке вопроса об измерениях некоторых физических величин.

Выше мы уже упоминали о том, что в обычных выводах соотношения неопределенностей (из дуализма волн и корпускул непосредственно или из некоторого неравенства для функции, удовлетворяющей некоторым условиям, и т. д.) констатируется только наличие связи соответствующих ошибок (Δp , Δq), но не удается проследить динамическое толкование этой связи.

Динамическое толкование дается отдельным постулатом. (Измерение положения меняет импульс... и т. д.)

Также понятие неконтролируемости органически не связано с обычными выводами соотношения, не следует из общих положений, лежащих в основе выводов.

Присмотримся ближе к употреблению понятия неконтролируемости.

Следствием неконтролируемости является формулировка: нельзя одновременно точно знать импульс и координату частицы. По смыслу соотношения в различные моменты времени, порознь мы можем знать как угодно точно только импульс и только координату. Пусть мы занимаемся тем, что порознь наблюдаем импульс и координаты частицы в момент t_2 и t_1 , причем вначале $t_2 - t_1 = \Delta t$ достаточно велико (t_1 , t_2 — время показаний стрелками приборов результата измерения).

Очень важно для дальнейшей дискуссии этого вопроса то, что влияние наблюдения импульса и координаты на наблюдаемый объект в некотором смысле не симметрично: в то время как точное наблюдение положения ведет к очень серьезным нарушениям в наблюдаемой системе (резко меняется импульс), наблюдение только импульса можно провести почти совершенно безнаказанно для объективного хода наблюдаемого процесса. При наблюдении импульса мы, как говорят, „теряем прежнее знание положения частицы“, но объективный ход процесса может при этом не нарушаться. Например, пользуясь доплер-эффектом для измерения импульса, мы можем освещать электрон очень длинными волнами и вследствие этого сделать влияние комптон-эффекта как угодно малым.

Поэтому, если мы ведем наблюдение импульса и координаты во времени раздельно, то, смотря по тому, производим ли мы наблюдение импульса до или после наблюдения координаты, получим совершенно различные результаты для значения импульса. Дело в том, что, измеряя положение, мы изменяем импульс, а затем измерение импульса дает то значение измененного импульса, который частица имеет уже после наблюдения положения.

Обратный же порядок экспериментов оставляет открытым вопрос о том, как изменился импульс под влиянием наблюдения координаты.

В первом случае возможность контролирования * получена лишь за счет неодновременности измерения: наши эксперименты разделяет промежуток времени Δt .

Обсуждая соотношение неточностей, в нерелятивистской квантовой механике обычно не затрагивают вопроса о роли времени в процессе измерения. Предполагается, что измерение физических величин может быть проведено в как угодно малый промежуток времени, так что имеет смысл говорить о точном значении физической величины в данный момент **.

Предполагается, следовательно, что в любое мгновение мы можем точно измерить, например, только координату или только импульс.

Легко показать, что подобное утверждение (возможность точного мгновенного измерения) в отношении импульса и энергии противоречит тому же самому соотношению $\Delta p \Delta q \geq \hbar$.

Действительно, пусть мы имеем инерциальное движение частицы и пусть в момент t_1 мы точно измерили положение и после этого в момент t_2 так же точно ее импульс.

Мгновенное измерение в t_1 дало точно — положение частицы q_0 и мгновенно изменило скорость.

Мгновенное измерение в t_2 точно определило импульс $m v$, импульс, который точно относится к моменту t_2 .

Измерение точно определило импульс. Это значит, что именно это значение имеет импульс частицы непосредственно до и после измерения во всех случаях движения частицы. Для свободной же частицы точное измерение импульса в момент t_2 дает тот импульс, которым обладает частица, начиная с момента t_1 все время до и после второго эксперимента.

Если это справедливо, то к моменту t_2 мы могли бы так же точно знать и координату частицы:

$$q_{t_2} = q_0 + v(t_2 - t_1),$$

* Контролирования в импульсе.

** В. А. Фо к, Начала квантовой механики.

что противоречило бы соотношению:

$$\Delta p \Delta q \geq h.$$

Обычно здесь призывается на помощь неконтролируемость. Утверждение, что измерение импульса неконтролируемо, сбивает наше прежнее знание положения. Но что значит: наблюдение сбивает наше прежнее знание положения? Это значит только одно, что в результате второго наблюдения, после него непосредственно, частица может, вообще говоря, находиться в любой точке пространства как угодно отдаленной от q_0 , от положения, которое частица занимала непосредственно после первого эксперимента (в момент t_1).

Попасть же частица из q_0 в любое q в результате второго наблюдения может лишь не иначе, как двигаясь с какой-то скоростью v в течение какого-то промежутка времени Δt .

Следовательно, неопределенность Δq в q к моменту t_2 [$q = q_0 + v(t_2 - t_1)$] может быть получена при точном знании положения в момент t_1 (q_0), только лишь за счет ошибки во времени ($t_2 - t_1$) или за счет ошибки в определении скорости. Другого выбора нет.

Либо $\Delta t = t_2 - t_1$ измерено с ошибкой σ , либо скорость v не точно соответствует действительной скорости.

Первое предположение не выдерживает никакой критики: σ не может быть ошибкой во времени. Действительно, это дало бы ошибку в координате:

$$\Delta q = v\sigma.$$

σ должна удовлетворить соотношению:

$$v\sigma \Delta p \geq h. \quad (\alpha)$$

Соотношение (α) должно быть справедливо при точно измеренном импульсе (mv), при конечном v (точно известном также результате измерения импульса), что ведет к нелепому требованию ($\sigma = \infty$), т. е. если при измерении координаты часы показывали точно время, когда аппарат закончил измерение, то при точном измерении импульса те же часы почему-то обязательно должны делать невероятную ошибку ($\sigma \rightarrow \infty$), и эта ошибка в показании часов должна быть тем меньше, чем больше аппарат дает ошибку в импульсе, что, конечно, быть не может, ибо часы никак не связаны с аппаратом, измеряющим импульс.

Становится необходимым, таким образом, предположить для выполнения неравенства $\Delta p \Delta q \geq h$, что само измерение импульса изменяет несколько измеряемый импульс. Это, вообще говоря, так: какими бы длинными волнами мы ни

освещали электрон, наблюдая по доплер-эффекту его импульс, все же всегда будет соответствующий комптон-эффект, в силу которого несколько изменяется импульс.

Пусть за время Δt средняя скорость частицы $v + \Delta v$; v — это то значение скорости, которое показал аппарат; Δv — это ошибка в скорости в результате наблюдения. Тогда ошибка в положении к моменту окончания второго эксперимента:

$$\Delta q = \Delta v \Delta t.$$

Но, спрашивается, что нам мешает сделать промежуток Δt между измерениями координаты и импульса как угодно малым?

Анализируя физические условия наблюдения, мы можем утверждать, что лишь в лучшем случае, сохраняя ту же последовательность наблюдения, мы можем начать второе наблюдение, т. е. наблюдение импульса немедленно после того, как закончено наблюдение координаты. Тогда промежуток между двумя показаниями аппаратов наблюдения будет в крайнем случае равен, а вообще говоря, больше времени, необходимого для проведения второго эксперимента. Следовательно, Δt не может быть меньше, чем длительность второго наблюдения.

Длительность опыта складывается из времени взаимодействия аппарата с наблюдаемым объектом и времени, необходимого для регистрации этого взаимодействия стрелкой прибора. Полагая, что передаточный механизм работает идеально, мы лишь в этом идеальном случае можем отождествить Δt — продолжительность опыта — с продолжительностью взаимодействия аппарата с частицей.

Если Δt — продолжительность взаимодействия аппарата с частицей, то Δv — не что иное, как среднее изменение скорости за время этого взаимодействия.

Но Δq должно удовлетворять соотношению:

$$\Delta p \Delta q \geq h, \quad (\beta)$$

следовательно,

$$\Delta p \Delta v \Delta t \geq h \quad (\gamma)$$

или

$$m \Delta v^2 \Delta t \geq h. \quad (\delta) *$$

* Нелишне напомнить о том, как при определении импульса в мыслимых экспериментах теряется „старое знание положения частицы“ о том, как получается ошибка в положении.

Напомним эксперимент, обсуждаемый, например, Гейзенбергом в „Die Physikalischen Prinzipien der Quantentheorie“.

Дело идет об определении скорости электрона по отклонению в магнитном поле. Электроны вылетают из первой щели, пролетают расстояние $a + l$, улавливаются другой щелью. Пусть a проходится в магнитном поле, l — свободным движением. Ошибка в положении вычисляется так: если электрон летел со скоростью v ; то эксперимент длился, по

Таким образом мы видим, что соотношение:

$$\Delta p \Delta q \geq \hbar$$

в его динамической трактовке (чем точнее измеряется положение, тем сильнее изменяется импульс) не ведет еще к неопределенности.

Соотношение (β) становится соотношением неопределенности с того момента, когда вводится положение неконтролируемости, а положение неконтролируемости, в свою очередь, ведет к соотношению:

$$m(\Delta v)^2 \Delta t \geq \hbar,$$

следствием которого и является в данном случае неконтролируемость. И вообще соотношения (β) и (δ) только вместе, как мы видим, дают неопределенность.

Итак, не только измерение положения изменяет импульс, но и измерение импульса меняет импульс частицы, а главное, чем меньше продолжительность эксперимента, чем меньше время взаимодействия аппарата с частицей, тем больше изменяется импульс.

Соотношение (δ) показывает, что точное наблюдение импульса возможно лишь при бесконечно длительном эксперименте.

меньшей мере, $\Delta t = \frac{a+l}{\Delta v}$, и если наблюдение скорости дало ошибку Δv , то неточность в знании положения частицы после импульса равна по меньшей мере:

$$\Delta q = \frac{a+l}{v} \Delta v; \Delta q = \Delta t \Delta v.$$

Следовательно, чем точнее определяется импульс ($\Delta v \rightarrow 0$), тем больше должна быть длительность эксперимента Δt при прочих равных условиях и обратно. Мы видим таким образом, что и для этого эксперимента необходимо, чтобы Δt удовлетворяло неравенству:

$$\Delta p \Delta v \Delta t \geq \hbar.$$

То же самое — при определении скорости частицы при помощи доплер-эффекта (см. например, L. de Broglie, Introduction à l'étude de la mécanique ondulatoire).

Какими бы длинными волнами мы ни освещали частицу, все равно можно ожидать комптон-эффект, изменяющий во время наблюдения скорости частицы ее же скорость на Δv . Продолжительность эксперимента не может быть меньше, чем $\frac{l}{c}$, где c — скорость света, а l — ширина светового сигнала, который не может быть меньше средней длины волны λ . Следовательно $\Delta q = \Delta v \Delta t = \Delta v \frac{l}{c}$, и продолжительность эксперимента не может быть меньше периода колебания этой λ .

Но, уменьшая период, мы увеличиваем частоту ν , следовательно, энергию, на которую может измениться энергия частицы и, следовательно, импульс.

Итак, именно требование выполнимости соотношения $\Delta p \Delta q \geq h$ приводит к этим результатам, именно соотношение $\Delta p \Delta q \geq h$ настойчиво требует, как мы видели, сделать некоторые заключения о роли * времени в процессе измерения импульса.

Если для решения задачи механики необходимо рассматривать движение волнового пакета и его изменение во времени, то для физического толкования соотношения как такового существенны лишь пространственно временные размеры пакета, т. е. именно тот пакет, который получился непосредственно после измерения, а не тот, который после этого со временем изменился.

Если позволить себе выбирать собственную систему координат, т. е. такую систему координат, в которой электрон до наблюдения покоится, то в этой системе координат все величины, входящие в соотношение (8) и (9), получают очень простое толкование; если Δt — длительность взаимодействия, то ΔE — это изменение энергии за это время; если средняя скорость за время Δt , которую получил электрон в этой системе координат, есть Δv (раньше электрон покоился), то $\Delta v \Delta t = \Delta q$ — именно тот пространственный интервал, на котором происходило взаимодействие.

Другими словами, в этой системе соотношение $2 \Delta E \Delta t \geq h$ устанавливает соотношение, по которому взаимодействия между частицами и аппаратом могут быть лишь такого рода, что произведение времени взаимодействия на изменение кинетической энергии в результате взаимодействия всегда больше или во всяком случае порядка планковской постоянной h .

Соотношение $\Delta p \Delta q \geq h$ устанавливает положение, по которому взаимодействия между частицей и аппаратом наблюдения могут быть лишь такого рода, что произведение изменения импульса частицы за время взаимодействия на интервал, на котором произошло взаимодействие, не может быть меньше планковской постоянной.

Или объединяющая формулировка: природа взаимодействия такова, что функция действия в результате взаимодействия не может получить значение меньше h в этой системе координат **.

Такова природа взаимодействия. Поэтому соотношение неопределенности было бы правильное

* Вообще же говоря, роль времени в квантовой механике пока совершенно не ясна. Время, с одной стороны, — „простое число“, с другой — „оператор“. Этот вопрос требует особого обсуждения, с этой проблемой связаны некоторые центральные вопросы квантовой механики.

** Если под действием понимать $\int p dq$ и $2 \int E_{kin} dt$.

называть соотношением взаимодействия или действия; именно взаимодействие — объективная сторона этих соотношений.

* * *

Выше мы выяснили, что соотношение неточностей лишь тогда формально логически ведет к агностицизму, когда выдвинуты положения, утверждающие, что импульс p имеет точный объективный смысл для частицы, в том числе и для электрона, в любой точке q в любой момент t . И соответственно кинетическая энергия E всегда имеет точный физический смысл для электрона в любое мгновение t .

Никем никогда, конечно, не было доказано положение о том, что то понятие кинетической энергии, которое у нас исторически сложилось, имеет строгий физический смысл для электрона в каждое мгновение.

Но так как предположение в пределах измерения всегда выполнялось в макрокосмосе, то постепенно предположение перешло в привычку, а потом в уверенность, а по существу продолжало оставаться в микрокосмосе ничем не обоснованной экстраполяцией.

Универсальность соотношения

$$E = h\nu$$

показывает, что и кинетическая энергия имеет смысл лишь по отношению к целому периоду колебания τ , а не к отдельному мгновению.

Когда не закончился период колебания, так же нелепо спрашивать, какова энергия, как нелепо измерять площадь геометрической фигуры, если кривая не замкнута.

В классической механике утверждалось, что движение частицы (в том числе и электрон) строго можно всегда заменить движением материальной точки, что всегда находится такая особая точка, движение которой строго характеризует движение всей этой частицы.

Эта гипотеза в квантовой механике не находит подтверждения.

Против критики этой гипотезы, казалось бы, можно выставить очень веские возражения. Ведь по самому смыслу соотношения неточностей только положение электрона мы можем определить как угодно точно. Но трудно считать случайным тот факт, что измерение точного положения электрона непременно требует чрезвычайно энергичных воздействий на электрон, лишь в результате которых как бы удается собрать в некоторую малую область ту реальность, которую мы называем электроном. Если бы мы построили аппарат, который автоматически определял бы только положение электрона в какой-то момент, и если бы

мы заранее знали, что наш аппарат именно так устроен, что не может изменить импульс электрона на величину большую, чем α , то мы могли бы заранее утверждать, что наш аппарат никогда не определит положения электронов с точностью большей, чем $\Delta q > \frac{h}{\alpha}$.

Надо полагать, что эта удивительная связь точности в наблюдении положения электрона с применяемым воздействием на электрон может послужить ключом к изучению с некоторой стороны самой структуры, если можно так сказать, этой реальности⁴.

В классической механике полагалось, что для каждого момента времени для каждой материальной точки всегда реален предел:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

где v — скорость.

Собственно говоря, понятие скорости и соответственно понятие импульса исторически сложилось и по существу относится не к одной точке пространства времени (q, t) , а к некоторым двум точкам:

$$(q_1, t_1) \text{ и } (q_2, t_2). \quad \bar{v} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1},$$

и хотя реальность предела при $t_2 - t_1 \rightarrow 0$, реальность понятия „скорости в точке“, „истинной скорости“, например, в случае электронов, которое понятно особенно нас интересует, никем, насколько нам известно, не оспаривалось до волновой механики, но в равной мере и не обосновывалось.

Волновая механика здесь приносит существенно новое.

* Особый интерес представляет тот случай, когда известно, что аппарат ведет себя пассивно (аппарат только получает энергию, но не отдает или по абсолютной величине не меняет скорость электрона), а так как скорость электрона можно знать точно до наблюдения положения, то можно заранее сказать, что этот аппарат может измерить положение электрона лишь с точностью до

$$\Delta q = \frac{h}{p},$$

где p — импульс электрона.

Чем больше скорость электрона, тем точнее этот аппарат определяет его положение.

Любопытно, что в этом случае $\Delta q = \frac{h}{p} = \lambda$ как раз равно по своим размерам длине де-бройлевской волны.

Играет ли здесь основную роль в сужении области, которая принадлежит электрону, лишь только сам момент взаимодействия или вообще эта область тем меньше, чем больше скорость самого электрона, это — пока чисто спекулятивные вопросы. Хотя в наших представлениях об атоме мы пока еще отводим там быстро движущемуся электрону область очень малую по сравнению с размерами атома.

Не говоря уже о том, что прежнее определение скорости или импульса как

$$v = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}$$

лишено всяческого физического смысла, мы в волновой механике имеем для свободного электрона соотношение:

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

где h — попрежнему постоянная Планка, λ — де-Бройлевская волна.

Это соотношение связывает импульс не с точкой или с двумя бесконечно близкими точками, а с интервалом.

Импульс существенно относится к некоторому интервалу, а не к точке.

Если скорость в точке для электрона не имеет смысла как, например, температура электрона, то нелепо говорить о каких-то неточностях или неопределенностях в измерении скорости электрона в точке, как нелепо говорить, например, о железном электроны в атоме железа или о том, что молекула воды мокрая. С этой точки зрения предельное соотношение:

$$\Delta p \Delta q = h.$$

Это есть точно измеренный предел применимости к электрону понятия скорости в точке.

В соотношении неточностей или неопределенностей тогда, таким образом, нет никакой неточности, никакой неопределенности, и по самой сути дела правильнее называть это соотношение, как мы говорили уже выше, соотношением взаимодействия.

Вообще говоря, здесь могут быть две постановки вопроса: или мы в каждом элементарном случае имеем взаимодействие именно такого рода (т. е. в каждом элементарном акте дающее неопределенность), или в каждом элементарном случае мы не имеем никаких ограничений, связывающих, например, время взаимодействия и энергию, которая участвует в этом взаимодействии, соответственно Δp и Δq , а лишь статистически, для среднего, появляются эти ограничения. И в природе тогда, таким образом, существуют такие взаимодействия, которые могут осуществить наблюдение в классическом смысле этого слова, но в квантовой механике нельзя выделить только эти взаимодействия и построить только из них совокупность измерений, дающую значение измеряемых величин. При составлении такой совокупности обязательно в нее войдут такие взаимодействия, которые в среднем опять приведут к соотношению неточностей. Если

в действительности мы имеем дело со вторым случаем, то тот путь, по которому идет наша статья в трактовке „С. Н.“ (полагая, что электрон — это такая реальность, в которой неприменимы объективно точные понятия p и q в силу самой структуры, если можно так сказать), не есть путь разрешения вопроса, и тогда перед физикой в ее дальнейшем развитии станет вопрос — отыскать также способы отбора таких элементарных актов взаимодействий, осуществляющих наблюдение, которые дали бы возможность произвести измерение, существенно не нарушая наблюдаемого процесса.

Этот путь не укладывается в рамки современной квантовой механики и невозможен без радикального изменения ее основ.

Мы склонны видеть правильным первое положение, по которому в каждом элементарном акте имеет место взаимодействие, которое в каждом элементарном случае ведет к неопределенности, что является прямым следствием того положения, что электрон по своей физической сущности уже больше не может быть характеризован точными p и q . Если это положение справедливо в каждом элементарном случае, то оно может быть справедливо и статистически для среднего, как это обычно получается.

Мы склонны считать правильным первое положение на том основании, что квантовый постулат является справедливым и для элементарных процессов, а соотношение неточностей является непосредственным следствием именно квантового постулата*.

Конечно, при расчетах, пользуясь корпускулярной терминологией, можно говорить и в предельном случае неравенства

$$\Delta p \Delta q \geq h, \text{ т. е. } \Delta p \Delta q = h$$

о Δq и Δp как об ошибках наблюдения, предполагая, что взаимодействие происходит мгновенно где-то в точке на отрезке Δq и что существует такая особая точка у электрона, которая выполняет подобные функции, но всегда при этом не надо забывать, что это — абстракция, и отсюда нельзя делать известные выводы, критикующие принцип причинности.

Другими словами, на поставленный нами вопрос: характеризуют ли p и q одновременно электрон, мы отвечаем отрицательно, и не вина принципа причинности, если дело обстоит именно так, так же как трудно обвинять принцип причинности, что, например, состояние общества в какой-то момент нельзя описать импульсом и координатой и таким образом точно предсказать его будущее, и, кажется,

* В о р, Квантовый постулат и новое развитие атомистики,

никто с этой точки зрения не критиковал причинности в обществе.

Собственно говоря, здесь разрешается основная задача нашей статьи. Итак, мы поставили перед собой вопрос, отвергает ли новая волновая механика принцип причинности, и пришли к выводу, что критика принципа причинности связана с утверждением, что электрон характеризуется одновременно точно импульсом и координатой. Ближайшее рассмотрение вопроса показывает необоснованность подобного утверждения и таким образом логическую необоснованность критики принципа причинности, т. е. принцип причинности и на этом этапе критикуется все-таки с тех же старых философских позиций, хотя часто утверждают, что соотношение неточностей логически неизбежно приводит к опровержению принципа причинности.

Если настаивать на характеристике процесса изучения этапов всякого нового явления, которая нами дана выше, то современный этап изучения электрона характеризуется в основном как раз тем, что изучается, главным образом, в этой новой реальности, то общее, что имеется в ней с другими уже относительно изученными формами движения. Эта сторона изучения до сих пор являлась в случае электрона доминирующей. Электрон то представляется как материальная точка и характеризуется p , q , как материальная точка классической механики, то находят, кроме того, общее с явлениями совсем другой области, тоже относительно изученной, — мы говорим о приписывании электрону некоторых свойств волн, — и в результате этих аналогий электрон оказывается обладателем самых разнообразных и с точки зрения аналогии взаимно исключенных свойств (см. выше о развитии физики).

Эти аналогии (которые, как показывает опыт, правильно отражают некоторые стороны объективной реальности), некритически распространенные до деталей, приводят к неопределенности.

Когда говорят, что электроны — и волны и корпускулы, то обычно не подчеркивается тот факт, что тогда электроны в сущности и не волны и не корпускулы, что перед нами в сущности новая форма движущейся материи, которая очень схематично лишь в некоторых своих чертах может приблизительно отображаться теми аналогиями, которыми мы в данном случае пользуемся — лишь в некоторых границах, лишь в некоторых пределах. Переходя эти границы, мы должны быть непременно наказаны различного рода неадекватностями, т. е. в этом случае эти аналогии начинают играть уже тормозящую роль для дальнейшего изучения электрона. Наконец, некоторые считают, что в последнее время мы приближаемся к волновой картине мира, но

именно за последнее десятилетие так называемая фазовая скорость все более и более теряет свой конкретный физический смысл как в электромагнитных волнах, так и в волнах материи. А ведь фазовая скорость фундаментальным образом связана с понятием волны*.

Итак, раньше полагали, что электрон — это просто материальная точка самой обычной механики, теперь же оказывается, что на пути изучения электрона подвинулись так далеко, что уже подобная абстракция должна быть оставлена. Электрон перед нами вырисовывается в более сложном виде. И задача науки в ближайшем будущем — понять электрон как эту своеобразную форму движущейся материи.

Подчеркнем еще момент развития физики, очень важный для нашего вопроса; момент, связанный с физической сущностью явлений и с процессом их изучения. Дело в том, что новая форма движения материи (теплота, электричество) с самого начала изучается не столько с точки зрения различий, сколько с точки зрения сходства с уже относительно известными формами движения, что и действительно (это сходство) имеет место. Например, математический аппарат, выросший на механических колебаниях, оказывается пригодным для описания некоторых явлений электромагнетизма. Эти уравнения действительно схватывают то общее, что имеется у двух совершенно различных форм движения, а родословная этого аппарата продолжает навязывать и этим новым явлениям механическую сущность.

Или достаточно вспомнить уравнение Лапласа и его роль в гидродинамике, электродинамике, теории тяготения и теории теплопроводности. Наконец, всю математическую теорию теплопроводности, данную Фурье, или происхождение уравнений электромагнитного поля и гидродинамики и вообще целый метод, так называемый метод аналогии.

На первых порах изучение этого общего всегда в физике значило изучение с точки зрения уже относительно изученных форм движения (электрические и магнитные жидкости, жидкость, объясняющая упругость по Декарту, теплород, „тяготительная“ жидкость Ломоносова и др.).

Ведь какой бы чудовищный эфир ни придумывали, он

* Дирак, возражая в сущности против термина „волновая механика“, пишет, что эта аналогия может приводить к серьезным недоразумениям, ибо суперпозиция, имеющая место в квантовой механике, глубоко отлична от той суперпозиции, которая встречается в классической теории: „Если наложить состояние колеблющейся мембраны на то же самое состояние, то результатом такого наложения будет новое состояние с удвоенной против прежнего амплитудой. Если же, с другой стороны, состояние атомной системы палагается само на себя по правилам квантовой механики, то результирующее состояние ничем не будет отличаться от первоначального“.

всегда оказывался в сущности комбинацией свойств тел твердых, жидких и газообразных *.

Но когда изучение новой формы движущейся материи заходит достаточно далеко, то те аналогии, которые раньше помогали ориентироваться и двигать дальше процесс изучения, становятся часто тормозом для дальнейшего развития, и сквозь лес взаимно исключających аналогий вырисовывается, что в сущности мы имеем дело с принципиально новыми вещами, которые не могут быть сведены к уже известным нам „основным“ законам, положениям, „аксиомам“.

Гносеологические выводы из „соотношения неточностей“

Несмотря на огромный исторический опыт, настойчиво указывающий на развитие физических понятий, идея развития с большим сопротивлением завоевывает свое законное место в физическом мировоззрении.

Правда, прошел тот период естествознания, когда „за природой отрицалось всякое изменение, всякое развитие**“, когда в противоположность истории человечества, развивающейся во времени, истории природы приписывалось только возникновение в пространстве ***.

Но до сих пор буржуазные физики не могут допустить идеи развития как методологический принцип в применении к основным физическим понятиям, категориям.

Ведь идеал многих физиков на протяжении многих лет — это создание логически законченной, внутренне не противоречивой физической системы. Часто идеалом физика является такое разрешение проблемы, когда, исходя из какого-либо принципа или наименьшего числа „простых“ принципов, удалось бы получить „все“ законы природы, объяснить раз навсегда „все“ явления. И раз найден такой исходный принцип, то все остальное должно естественно вытечь из него, остальное — лишь вопрос времени.

История физики знает немало таких метафизических принципов, на которые возлагались подобные надежды. Достаточно вспомнить возведение Лапласом в абсолют механики Ньютона, его всезнающий разум, который, зная точно импульсы и положения всех частиц в мире, к некоторому моменту мог бы предсказать как будущее, так и „вычислить“ прошлое мира; или на данном этапе постановку

* Эфир Эйнштейна стоит несколько особо.

** Энгельс, Диалектика природы.

Эйнштейном задачи единой теории поля — попытка, другими словами (упрощая несколько вопрос), найти такое пространство, свойствами которого можно было бы объяснить как гравитационные, так и электромагнитные явления и свести все дискретное (например квантовую механику) к непрерывному.

После того как принципы установлены, начинается будничная работа: объяснить все, исходя из этих принципов. Многие удаются. В общем здании науки остается доделать какие-то „детали“, носящаяся в воздухе и высказываются утверждения, что все явления „крупного“ порядка объяснены и найдены, остались какие-то „мелочи“, они еще не осмыслены до конца, не всегда ясны, но есть надежда, и т. д.

С течением времени из этих мелочей вырастают „проблемы“, вводятся поправки, и, наконец, из мелочей сколачивается гроб метафизическому идеалу данного момента — построить законченную физическую систему.

Метафизически мыслящий физик принимает этот период как стихийное бедствие: „устои рушатся“, казалось, вечные принципы изгоняются, „колеблется“ весь „научный фундамент“ и вместо того, чтобы обратиться к истории развития физики, учесть его опыт, часто начинается не пересмотр метафизически застывших физических понятий, определений, а ревизия познавательной способности человека, устанавливаются „мировые загадки“, „границы познания“, даже сомнение в возможности научного мышления вообще, открывается дорога вере, религии, мистицизму.

Вот краткая историческая справка. В конце прошлого столетия так подводились итоги науки:

„Подведя итоги этому удивительному, полному и точно проверенному и, как казалось, всеохватывающему ряду законов и принципов, объясняющих как будто бы все физические явления, оратор (В. Томсон) пришел к возможности такого вывода, что все великие открытия в физике уже сделаны и что дальнейший процесс будет состоять не в открытии качественно новых явлений, а скорее в более точном количественном измерении уже известных явлений“ *.

Вот как Планк передает мнение другого ученого того же времени:

„Конечно, в том или ином уголке можно еще заметить или удалить пылинку или пузырек, но система как целое стоит довольно прочно, и теоретическая физика заметно приближается к той степени совершенства, какую уже столетия обладает геометрия“ **.

Это было перед открытием рентгеновых лучей, радио-

* Мидикэн, Эволюция основных понятий современной физики.

** М. Планк, От относительного к абсолютному.

активности, электронов, электромагнитной массы. А не больше чем через десятилетие Пуанкаре писал о „всеобщем разгроме принципов“, о „руинах“ старых принципов.

Пережив большую революцию в основных физических представлениях в связи с принципом относительности, многие физики и математики опять вышли с лозунгом аксиоматизации физики.

„Мы видим, что не только наши представления о пространстве и времени и движении меняются коренным образом по теории Эйнштейна, но я убежден также, что основные уравнения ее дадут возможность проникнуть в самые сокровенные процессы, происходящие внутри атома, и, что особенно важно, станет осуществимым привести все физические постоянные к математическим константам, а это в свою очередь показывает, что приближается возможность сделать из физики науку такого рода, как и геометрия; это будет лучшим венцом для такой аксиоматической методы, которая в рассматриваемых здесь вопросах пользуется столь мощными орудиями анализа, как вариационное исчисление и теория инвариантов“ *.

Или то же самое в книге Фридмана и Фредерикса:

„Третий период (в развитии человеческой мысли. *Авторы*) есть период создания аксиоматизации знания, период, который можно охарактеризовать как время старческого скепсиса“ **.

И там же:

„Нам, к счастью, не дано видеть будущего, и мы не знаем, явится ли эпоха, эпоха аксиоматизации, эпоха скепсиса предсмертными часами знания... Но если бы это даже было так, то и тогда логическая красота конца заставила бы нас приветствовать появление принципа относительности“.

А через пять лет опять теряется устойчивость. Вот что пишет Хвольсон:

„Строя на основании мира ощущений второй мир, провизорный, мы рассчитывали приблизиться к третьему, реальному миру.“

Мы надеялись при этом перебраться от чего-то колеблющегося к чему-то устойчивому, от переменного к постоянному, но откуда мы могли знать, что это нам удастся и какими путями?..

...так примерно рассуждают ныне многие ученые, как физики, так и философы“ ***.

* Hilbert, Die Grundlagen der Physik.

** Фредерикс и Фридман, Основы теории относительности, вып. 1. Тензоральное исчисление, стр. 24 и 27.

*** Хвольсон, Физика наших дней, стр. 330.

А сейчас, по мнению многих, Дираком уже начата аксиоматизация новой квантовой механики.

Мы совсем не против нахождения в физике существующих связей между различными явлениями, не против четких формулировок физических понятий на каждом данном этапе развития физики, мы тоже — за тщательную кропотливую работу, приводящую физику в „порядок“, „очищающую ее от исторических случайностей“.

Но мы против абсолютизирования этих частных физических понятий на все времена, ибо установление основных физических принципов в каждую эпоху — это в то же время установление именно тех принципов, на которые впредь должно быть обращено в первую очередь критическое внимание с возникновением новых фактов, не укладывающихся в данную физическую систему, построенную на этих принципах. Возведение в абсолют данных физических понятий, как показывает история физики, — это тормоз для дальнейшего развития науки и источник многих „идеалистических“ шаталий*.

Вот иллюстрация сказанного на примере новой квантовой механики.

Дирак проделал очень большую работу над систематическим изложением современной нам квантовой механики и по существу сделал первую попытку ее аксиоматизации.

Дирак по историческому обычаю также делает попытку частные физические принципы, принципы квантовой механики в ее современном виде возвести в абсолют.

А так как квантовая механика в ее настоящем виде, как выясняет Дирак, дает возможность лишь вычислить результат предполагаемого эксперимента, а „не удовлетворительное описание всего хода явлений“, то эти принципы квантовой механики, возведенные в абсолют, заставляют его таким образом формулировать цель теоретической физики вообще:

„Единственная цель теоретической физики состоит в вычислении результатов, которые могут быть сравнены с опытом, и вовсе нет необходимости в удовлетворительном описании всего хода явлений“ **.

И там же:

„Всякое описание того, что происходит с фотоном в течение опыта, будет просто мнемоническим правилом для запоминания окончательного результата опыта“ ***.

* Об опасности впасть в философский релятивизм см. страницей ниже.

** Dirac, Die Prinzipien der Quantenmechanik, стр. 6.

*** Там же.

„Описание, которое нам позволяет дать квантовая механика, есть только способ выражения, полезный для вывода и для удержания в памяти результатов опыта и никогда не приводящий к неверным следствиям“.

То-есть на новом этапе, на новой базе повторяется старая методологическая ошибка. Ведь на основании той же ньютоновской механики формулировалась, например, Гельмгольцем на все времена опять же „единственная задача теоретической физики“.

„Конечная цель естественных наук заключается в нахождении и изучении движений, лежащих в основе всех изменений, а также причин, вызывающих эти движения, т. е. в сведении к механике“ *.

Как показал Энгельс, а в особенности Ленин **, эта сторона развития физики теснейшим образом связана с постановкой вопроса об относительной и абсолютной истине, что в свою очередь теснейшим образом связано с центральным вопросом философии — с пониманием взаимоотношения субъекта и объекта.

Это один из пунктов, на котором „свихнулся“ метафизический материализм.

„Главный недостаток всего предшествующего материализма, до феербаховского включительно, заключается в том, что предмет, действительность, чувственность рассматриваются только в форме объекта или в форме созерцания, а не как чувственно человеческая деятельность, не в форме практики, не субъективно. Поэтому действительная сторона в противоположность материализму развивалась идеализмом, но только абстрактно, так как последний, естественно, не знает действительной чувственной деятельности как таковой“ ***.

Рассматривая предмет, действительность лишь только в форме объекта, игнорируя „чувственно человеческую деятельность“, субъективную сторону взаимодействия субъекта и объекта; игнорируя человеческую практику как исторический процесс, уточняющий на каждом этапе наше знание об объективном мире, игнорируя человеческую практику как верховный критерий истины, и метафизический материализм, понятию, видит твердую опору в физике лишь в нахождении неизменных физических, внеисторических, „вечных“ истин щедро, некритически возводя многие физические категории в „вечные истины“.

* Гельмгольц, Закон сохранения силы.

** Ленин, Материализм и эмпириокритицизм; Энгельс, Анти-Дюринг.

*** Маркс, Тезисы о Фейербахе.

Но когда развитием физики подрывается „вечность“ некоторых „истин“, метафизический материалист заходит в тупик, или, не умея правильно поставить и разрешить вопрос об относительной и абсолютной истине, не видя в развитии нашего знания движения „от относительного к абсолютному“, не видя того, что отрицание сплошь и рядом „фундаментальных принципов“ развитием физики не есть голое отрицание всего прошлого этапа развития знания, а его органический рост, не видя того, что наше знание все точнее и точнее начинает отображать объективный мир, порокой чему является все возрастающая способность человечества активно вмешиваться и изменять этот мир, метафизический материалист не имеет возможности со своих позиций последовательно противостоять идеализму. Здесь идеализм выступает часто очень решительно против традиций и вместе с критикой старых физических понятий объявляет поход против материализма.

„Отрицая абсолютный характер важнейших и основных законов, они скатывались к отрицанию всякой объективной закономерности в природе, к объявлению закона природы пустой условностью, „ограничением ожидания“, „логической необходимостью“ и т. п. Настаивая на приблизительном относительном характере наших знаний, они скатывались к отрицанию независимого от познания объекта, приблизительно верно, относительно правильно отражаемого этим познания“ *.

Таким образом проблема опять сводится к основному вопросу: субъект и объект, опять неправильно трактуется их взаимоотношение, но теперь идеализмом „раздувается гиперболически“ одна субъективная сторона этого взаимоотношения, извращается совершенно характер развития нашего знания „от относительного к абсолютному“.

Этот вопрос о соотношении релятивизма и диалектики едва ли не самый важный в объяснении теоретических заключений махизма **.

Ведь под знаменем махизма выступает в основном идеализм в современной физике.

* * *

В согласии с большинством физиков, например, Нильс Бор *** считает, что „следствием постулата (квантового. *Авторы*) является отказ от причинного пространственно-временного описания или координации атомных феноменов“.

* Ленин, Собр. соч., 3-е изд., т. XIII, стр. 214; Энгельс, Анти-Дюринг, гл. IX. „Нравственность и право, вечные истины“.

** Ленин, Собр. соч., т. XIII, стр. 252.

*** „Квантовый постулат и новое развитие атомистики“, Русск. перевод, У. Ф. Н., т. VIII, вып. 3, стр. 307.

Мизес * рассматривает причинность как понятие донаучного мышления: „Оказывается, что неизбежно приходится сдать еще одну излюбленную позицию, имеющую свои корни в практической жизни, в донаучном мышлении и вознесенную угодливыми философами на недостижимую высоту вечных логических категорий: наивное понятие причинности“.

Защиту принципа причинности этот автор называет упрямством, правда, психологически понятным. „С известным психологически понятным упрямством и теперь еще сопротивляются против отказа от глубоко укоренившейся мыслительной традиции, связанной с так называемым законом причинности“ **.

То же самое, по существу, утверждает Иордан: „Когда современная теория отказалась от идеи причинности, то она стала только ближе соответствовать своей задаче описывать современное состояние наших знаний. Действительно, можно развить последовательную и без пробелов замкнутую в себе физическую систему понятий, в которой принцип причинности не имеет места. Таковую систему мы имеем в современной квантовой механике“.

Гааз *** считает, что „причинность с точки зрения квантовой механики нужно отрицать для элементарных процессов физики“.

Крайнюю позицию в вопросе о причинности занимает Гейзенберг ****, утверждая, что природа „делает свободный выбор“ в элементарных процессах. Дирак, например, в своей книге ***** пишет, что процесс физики „состоит в том, что наши уравнения становятся инвариантными по отношению к все более широким классам преобразований. Такое положение вещей указывает также и на признание отсутствия произвола в природе“ (подчеркнуто нами).

Мысль о свободе выбора в микрокосмосе выражает Джинс, говоря: „Повидимому, смертельная безысходность цепи, связывающей причину со следствием, исчезла, и мы стоим перед возможностью свободы, о которой мы не имели до сих пор понятия“.

Существенно отметить, что при этом физики смотрят на причинность идеалистически, как на субъективную категорию, а не как на объективную закономерность природы. Бор рассматривает ее как форму описания явлений, Мизес — как понятие, Иордан — как идею, Шредингер — как

* Мизес, Вероятность и статистика“, стр. 235.

** Там же, стр. 236.

*** Гааз, Волны материи и квантовая механика, стр. 115.

**** См. дискуссию на 5-м Ольбеевском конгрессе о причинности и вероятности.

***** Dirac, Die Prinzipien der Quantenmechanik, Leipzig 1930.

установку нашего мышления. В своей статье „Was ist Naturgesetz“ * он пишет, что когда говорят о причинности, то „речь идет не о решении о действительном строении природы, как она выступает перед нами, но о целесообразности или удобстве той или иной установки нашего мышления, с какой мы подходим к природе“. Это — махизм. Ради „удобства“ практики он сохраняет каузальность (причинность) для макроскопических явлений: „Для практики мы, конечно, будем сохранять каузальность, так как она дает правильные результаты. Но ради „удобства“ и „целесообразности“ квантовой механики, ради исключения из нее противоречий он принцип причинности отрицает для микрокосмоса, считая, что явления в нем подчиняются статистическим законам, в основе которых, якобы, лежит беспричинность: „... было бы непростительным логическим кругом, если бы мы считали, что макроскопическая каузальность должна заставлять нас повади статистических законов принимать и постулировать абсолютно каузальную детерминированность **.“

При этом интересно отметить, что макроскопическая причинность Шредингером трактуется как средний, статистический результат беспричинности в микрокосмосе. Мы здесь имеем постановку вопроса, как раз противоположную той, которую имели в классике. Там считалось, что статистическая закономерность может быть сведена к динамической. Здесь же в основе динамической закономерности лежит статистическая. Более того, каузальность „сводится“ к беспричинности.

Мы видели, что большинство руководящих физиков стало на путь идеалистического отрицания причинности. И только немногие буржуазные физики борются за материализм в этом вопросе, правда, за ограниченную, механическую его форму. Но некоторые и из последней группы физиков в этом вопросе иногда делают уступки махизму. Примером является Планк. Он уступает Шредингеру в его утверждении, что причинность не обладает объективностью законов природы, что вопрос о ненарушимости принципа причинности есть вопрос о целесообразности. В ответ на слова Шредингера: „Один из самых жгучих вопросов, которые занимают нас теперь... — это вопрос о целесообразности ненарушимости постулата причинности“ Планк говорит: „Прежде всего я вполне соглашаюсь с вами, что этот вопрос в сущности есть вопрос о целесообразности“.

К числу причин того, что ряд физиков заняло идеалистические позиции в рассматриваемой нами проблеме, не-

* „Die Naturwissenschaften“ № 1, 1929.

** Там же.

сомненно, принадлежит обострение кризиса, который переживает капитализм в настоящий момент, а также незнание диалектики.

Тов. Ленин выдвинул как важнейшую задачу марксистов-естественников задачу переработки тех завоеваний в области естествознания, которые делаются буржуазными учеными. Он неоднократно подчеркивал, что задача заключается в умении „вести свою линию и бороться со всей линией враждебных нам сил и классов“*. Однако эта задача, в основном, еще до сих пор не выполнена.

Таково же положение и с критическим отношением к рассматриваемой нами проблеме. Некоторые из марксистов отвергают „соотношение неточностей“ только на том основании, что из него буржуазные физики делают идеалистические выводы (отрицают принцип причинности). Правда, эти выводы, делаемые буржуазными физиками из теории, являются сигналом о каком-то неблагополучии в ней. Но одних этих выводов, безусловно, недостаточно для отбрасывания теории. Анализ ее конкретного содержания должен вскрыть конкретные недостатки ее предпосылок.

Ряд товарищей обнаруживает упрощенческий подход к вопросу, незнание науки, физическую безграмотность; изучение предмета заменяет „проектерством“, бесплодными рассуждениями „вообще“.

Тов. Сталин в своей речи „Новая обстановка — новые задачи хозяйственного строительства“ указал как на одну из важнейших задач, стоящих перед хозяйственниками в новых условиях, на задачу научиться руководить по-новому. Он говорил: „Для этого требуется, далее, чтобы наши хозяйственные руководители руководили предприятиями не „вообще“, не с „воздуха“, а конкретно, предметно (подчеркнуто нами. *Авторы*), чтобы они подходили к каждому вопросу не с точки зрения общей болтовни, а строго деловым образом, чтобы они не ограничивались... общими фразами и лозунгами, а входили в технику дела, вникали в детали дела (подчеркнуто нами. *Авторы*), вникали в „мелочи“, ибо из „мелочей“ строятся теперь великие дела“**.

Критика т. Сталина отрицательных „методов“ работы „вообще“, практиковавшихся и практикуемых иногда еще и сейчас некоторыми хозяйственниками, правильно характеризует подход некоторых марксистов к современным физическим теориям. Задача марксистов-естественников заключается в том, чтобы всю свою работу перестроить на основе лозунга т. Сталина об овладении наукой, в том, чтобы по-

* Ленин, *Материализм и эмпириокритицизм*.

** Сталин, *„Техника“*, стр. 15.

настоящему, всерьез взяться за переработку физики на основе диалектического материализма. Важнейшим условием для решения этих задач является борьба со всякими искажениями марксизма-ленинизма.

В заключение отметим, что таким образом кризис физики и на этом этапе в сущности опять связан с проблемой материи, но уже на новой основе. Если раньше тот этап кризиса, о котором писал Ленин, был связан с атомом вещества, то настоящий — с электроном и, если можно так сказать, с атомом действия. Итак, физика собирается в поход за пределы электрона.

Оживляя в памяти высказывания бууржазных физиков, мы еще раз отмечаем их своеобразную направленность.

Почти все физики* связывают соотношение неточностей с критикой именно тех категорий теоретико-познавательного характера, под знаменем которых до сих пор фактически развивалось познание объективного мира. И ни один из физиков в сущности в развернутом виде не рассматривает вопроса с точки зрения изменения именно самих физических категорий, так глубоко свойственного объективному ходу развития физики.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Б. М. Гессену за систематическую помощь в работе и А. А. Максимова за ряд ценных указаний.

* Очень четко некоторые вопросы сформулированы в книге Фока, например. Но предполагая, что всякая физическая величина может быть измерена мгновенно (как это формулирует Фок), предполагая „что имеет смысл говорить о ее значении в определенный момент“ — очень трудно возражать против слова „ignotabimus“ в трактовке соотношения неточностей.

Неприменимость к электрону, например, понятия „импульсы в точке“, импульса, отнесенного к мгновению, дает оружие против „ignotabimus“.