

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ РАЗРЯДЫ В ГАЗАХ

К. Комптон и Н. Лэнгмюр

(Окончание)

II. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ

1. Классическая кинетическая теория движения электронов и ионов понимается нами как такая трактовка кинетики частиц, которая с успехом применяется к проблеме молекулярных движений в кинетической теории газов. Мы прежде всего дадим очерк наиболее важных соотношений, которые могут быть получены таким образом, затем рассмотрим экспериментальные проверки классической теории и наконец упомянем о некоторых попытках применить новые методы квантовой механики к разрешению нашей проблемы.

А. Максвелловское распределение скоростей ²¹⁷, столь хорошо известное из кинетической теории, весьма точно описывает движение электронов в большинстве областей разряда. Этот результат был получен экспериментально, но мы увидим, что существуют теоретические основания ожидать, что тот же максвелловский закон описывает и движения ионов, если только эти ионы не находятся в исключительных условиях. Закон распределения может быть выражен различно. Если N число частиц в единице объема, то формула*

$$Nf(u) du = N \left(\frac{hm}{\pi} \right)^2 \varepsilon^{-\frac{hmu^2}{2}} du \quad (69)$$

* В этой и следующей формулах ε — основание натуральных логарифмов.

представляет число молекул с компонентами скорости между u и $u + du$, двигающихся в данном направлении. Формула

$$N \cdot f(uvw) du dv dw = N \left(\frac{hm}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-hm(u^2+v^2+w^2)} du dv dw \quad (70)$$

дает число частиц с компонентами скорости по осям, лежащим между u и $u + du$, v и $v + dv$, w и $w + dw$. Формула

$$NF(cde) = 4\pi N \left(\frac{hm}{\pi} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-hmc^2} c^2 dc \quad (71)$$

дает число частиц со скоростями (независимо от направления), лежащими между c и $c + dc$. Интегрируя это уравнение между данным значением c и бесконечностью, мы находим число частиц со скоростями, большими c . Далее,

$$Nuf(u) du = N \left(\frac{hm}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} u e^{-hmu^2} du \quad (72)$$

есть число частиц, которые пересекают любую плоскость с компонентами скорости, перпендикулярными к этой плоскости и по величине лежащими между u и $u + du$.

Постоянную h можно выразить через среднюю кинетическую энергию $\bar{E}$ или температуру T , или среднюю квадратичную молекулярную скорость C^2 при помощи соотношений:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} mC^2 = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{4h}, \quad (73)$$

где k — постоянная Больцмана.

Путем интегрирования уравнения (72) по всем значениям u находим число частиц, пересекающих в секунду единицу площади в любом направлении

$$h = N \frac{1}{2 \cdot (\pi hm)^{\frac{1}{2}}} = N \left(\frac{kT}{2\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (74)$$

Средняя скорость c и средняя квадратичная скорость C связаны соотношением

$$c = \left(\frac{8}{3\pi} \right)^{\frac{1}{2}} C = 0,921 C. \quad (75)$$

Сравнивая уравнения (72) и (74), мы видим, что

$$u e^{-\frac{h m u^2}{2}} du \quad (76)$$

представляет долю частиц, пересекающих поверхность с компонентами скорости, перпендикулярными к поверхности, лежащими между u и $u + du$. Отсюда мы находим, что средняя энергия тех частиц, которые пересекают поверхность, есть $2kT$, в то время как средняя энергия частиц в данном объеме есть $\frac{3}{2} kT$. Разница обусловлена тем фактом, что для частиц, которые пересекают поверхность, средняя энергия, связанная с каждой из двух координат параллельных поверхностей, имеет обычное значение $\frac{1}{2} kT$, но энергия, связанная с координатой, перпендикулярной к поверхности, есть kT . Эта разница вызывается тем фактом, что поверхность пересекает относительно большее количество быстрых частиц нежели медленных.

Если две области разделены слоем, в котором имеется силовое поле, так что каждая частица должна совершить работу W при переходе из первой области во вторую, то можно показать прямым интегрированием²¹⁸ максвелловских уравнений, что если частицы в первой области подчиняются максвелловскому распределению скоростей, то, пройдя через задерживающий слой, они вступают во вторую область также с максвелловским распределением, характерным для данной температуры. В самом деле, согласно уравнению Больцмана²¹⁹, единственный эффект подобного силового поля состоит в изменении концентрации частиц в двух областях в отношении

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{W}{kT}}, \quad (77)$$

где W — разность потенциальных энергий частиц в двух областях.

Мотт-Смит и Лэнгмюр²²⁰ доказали аналогичную теорему, применимую к более общему случаю частиц с максвелловским распределением скоростей, которые пере-

секают поверхность, проходя через задерживающее или ускоряющее поле по направлению ко второй поверхности, причем имелись в виду проблемы электродов-коллекторов. Оказалось, что в этом случае максвелл-больцмановское уравнение применимо к частицам, достигающим второй поверхности, но только к определенным группам в подобном распределении. Рассмотрим консервативную систему, состоящую из большого числа частиц, двигающихся в замкнутом пространстве и непрерывно обменивающихся энергией и импульсом, так что налицо имеется состояние статистического равновесия, к которому применим максвелл-больцмановский закон распределения. В этом пространстве мы представим себе существование области, в которой не происходит взаимодействия между частицами путем ударов или каким-либо иным способом и где имеется силовое поле, действующее на частицы. Всякую внутреннюю пограничную поверхность области A (например поверхности коллектора) мы будем первоначально считать идеально отражающей. Частицы, проникающие в A извне, будут в таком случае описывать „орбиты“ (быть может включая отражения на внутренних поверхностях) и случайно будут уходить вновь, проходя через внешнюю границу. Кроме этого внутри могут быть орбиты, которые никогда не пересекаются с наружной пограничной поверхностью. Это было бы например в том случае, если бы существовала сила, направляющая частицы внутрь A , и мы бы ввели внутрь A частицы с кинетическими энергиями, слишком малыми для того, чтобы иметь возможность покинуть область A . Теперь рассмотрим все возможные орбиты, какие мы должны бы иметь, если бы мы представили себе, что частицы проходят через любую точку внутри A с любыми скоростями между нулем и бесконечностью. Из этой группы орбит некоторые пересекают наружную границу. Могут существовать другие (как в случае поля, ускоряющего частицы внутрь), которые целиком лежат внутри пространства A . Эти орбиты, которые никогда не выводят частицы за пределы A , мы будем называть „внутренними орбитами“. Упомянутая теорема гласит:

„Если поле A не имеет внутренних орбит, то распределение частиц и их скоростей повсюду удовлетворяет максвелл-больцмановскому закону распределения. Если же существуют внутренние орбиты, то распределение также удовлетворяет максвелл-больцмановскому закону за исключением одного класса частиц, а именно, за исключением тех частиц, которые — если таковые существуют — описывают внутренние орбиты“.

Первый случай включает также и случай электронов или ионов, которые пересекают плоскую или выпуклую поверхность, попадая на которую, они задерживаются и отбрасываются назад. Второй класс иллюстрируется электронами или ионами, проходящими через оболочку, внутри которой они ускоряются по направлению ко внутреннему собирающему электроду или отталкиваются назад к пограничной поверхности, как в полном коллекторе.

Если внутренние поверхности являются поглощающими, а не идеально отражающими, то распределение видоизменяется в том отношении, что группы частиц, которые имеют скорости, направленные от этой поверхности, отсутствуют. Простейший случай представляет коллектор, окруженный слоем пространственного заряда, параллельным его поверхности. Здесь концентрация частиц таких скоростей, которые переносят частицы по направлению к коллектору, составляет как раз половину той, какая была бы, если бы коллектор был идеально отражающим. Для частиц, которые увлекаются к коллектору, имеется как раз половина максвелловского распределения после исключения тех частиц, которые имеют внутренние орбиты. Для частиц же, которые проникают против поля внутрь слоя, существует полное больцмановское распределение для тех частиц, которые не могут проникнуть ко внутренней поглощающей поверхности, и половинное больцмановское распределение для тех частиц, которые могут проникнуть. Существуют многочисленные возможные применения этой теоремы для ионов, находящихся по соседству с электродами разных форм и при разных потенциалах по отношению к окружающему ионизированному газу.

Б. Средняя длина свободного пути ²²¹ есть среднее расстояние, проходимое частицей между двумя соударениями. Для реальных молекул эта величина, очевидно, зависит от нашего определения соударения. Для твердых сферических частиц, которые столь часто рассматриваются в кинетической теории в качестве удобного приближения, здесь не может быть вопроса: две частицы (1 и 2) соударяются всякий раз, когда их центры приближаются друг к другу на расстояние $\sigma_{12} = \sigma_1 + \sigma_2$, равное сумме их радиусов. Средняя длина свободного пути λ_1 частиц типа 1, соударяющихся с частицами типа 2, будет в таком случае:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{\pi N_2 \sigma_{12}^2 \left(1 + \frac{h_1 m_1}{h_2 m_2}\right)^2} = \frac{1}{\pi N_2 \sigma_{12}^2 \left(1 + \frac{C_2^2}{C_1^2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\pi N_2 \sigma_{12}^2 \left(1 + \frac{\bar{E}_2 m_1}{\bar{E}_1 m_2}\right)^2}, \end{aligned} \quad (78)$$

предполагая, что оба типа частиц обладают максвелловским распределением скоростей, отвечающим средним энергиям $\bar{E}_1$ и $\bar{E}_2$ или же скоростям C_1 и C_2 . В проблемах кинетической теории газов средние энергии примешанных газов равны, и потому факторы $\frac{h_1}{h_2}$ и $\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1}$ выпадают из уравнения (78), но это неверно для электронов или ионов в газовых разрядах. Уравнение (78) приводится к более простому виду в следующих важных частных случаях:

1) когда обе частицы одного рода:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \pi N_2 \sigma_{12}^2}; \quad (79)$$

2) когда скорость частиц типа 1 во много раз больше скорости частиц типа 2, независимо от распределения скоростей (этот случай имеет место для электронов, соударяющихся с молекулами газа):

$$\lambda = \frac{1}{\pi N_2 \sigma_{12}^2}; \quad (80)$$

3) когда радиус соударения σ_2 частицы, подвергающейся удару, настолько превосходит радиус соударения налетающей частицы, что первый может быть поставлен вместо суммы радиусов соударяющихся частиц в уравнение (79):

$$\lambda_1 = \frac{1}{\frac{4}{2^{\frac{1}{2}}} \pi N_2 \sigma_2^2} \quad (81)$$

Если σ_2 есть радиус молекулы, то сравнение уравнений (80) и (81) показывает, что

$$\lambda_{\text{электрон}} = 4 \times 2^{\frac{1}{2}} \lambda_{\text{молекула}}, \quad (82)$$

так как доля радиуса электрона в сумме σ_{12} для электрона и молекулы ничтожно мала. Уравнение (82) определяет так называемый „газкинетический средний свободный путь электрона“. Значения этой величины для ряда газов, вычисленные из принятых значений молекулярных свободных путей, сопоставлены в табл. 15, где даны также и их обратные величины, показывающие среднее число соударений на сантиметре пути.

Таблица 15.

Газкинетические средние свободные пути λ и числа соударений на 1 см пути в газе при давлении $p = 1$ мм и при 25° Ц.

Газ	λ (электрон)	λ (молекула)	ν (электрон)	ν (молекула)
<i>Hg</i>	0,0149	0,00263	67,0	380,0
<i>A</i>	0,0450	0,00795	22,2	125,9
<i>Me</i>	0,0787	0,01390	12,7	72,0
<i>He</i>	0,1259	0,02221	7,95	45,0
<i>H₂</i>	0,0817	0,01444	12,2	69,1
<i>N₂</i>	0,0425	0,00751	23,5	133,0
<i>O₂</i>	0,0455	0,00805	22,0	124,2
<i>HCl</i>	0,0322	0,00570	31,0	175,5
<i>CO</i>	0,0420	0,00743	23,8	136,5

С этими выражениями тесно связана формула:

$$\nu_{12} = 2\pi^{\frac{1}{2}} N_1 N_2 \sigma_{12}^2 \left(\frac{1}{h_1 m_1} + \frac{1}{h_2 m_2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (83)$$

для полного числа соударений в единице объема в единицу времени между частицами сорта 1 и сорта 2. Когда частица, свободный путь которой мы рассматриваем, является ионом, то существует притяжение между нею и всеми соседними незаряженными частицами, вызываемое электрическим дипольным моментом, индуцируемым в каждой из таких незаряженных частиц. Величина этой силы между ионом и нейтральной молекулой на расстоянии r будет;

$$F = \frac{K-1}{4\pi N} \cdot \frac{e^2}{r^5} = Ar^{-5}, \quad (84)$$

где K есть диэлектрическая постоянная, а N — число молекул в единице объема²²². Это притяжение увеличивает число приближений центра иона на расстояние σ_{12} от центра молекулы, а также отклоняет путь иона, когда ион и молекула проходят вблизи друг от друга, но недостаточно близко для того, чтобы столкнуться. Каждый из этих эффектов уменьшает диффузию и подвижность иона. Так как постоянная диффузии и постоянная подвижности пропорциональны средней длине пути в отсутствии притяжения, мы можем воспользоваться их уменьшением, для того чтобы определить средний свободный путь при наличии притяжения, т. е.

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{D'}{D},$$

где символы со штрихами представляют величины в присутствии притяжения, а символы без штрихов — величины, которые должны бы получиться, если бы притяжения не было. Ланжевен²²³ вычислил μ и D для гладких упругих сферических ионов,двигающихся среди гладких упругих сферических молекул как при наличии притяжения, так и без него, когда ионы и молекулы находятся в тепловом равновесии и следовательно имеют одинаковые кинетические энергии $\bar{E}$. Влияние притяжения определяется отношением $\frac{A}{4\sigma_{12}^4 \bar{E}}$, где $\frac{A}{4\sigma_{12}^4}$ есть работа, необходимая для разделения иона и молекулы от контакта до бесконечности против силы, выражаемой уравнением (84). Эта величина таким

образом представляет собой энергию диссоциации элементарного облака ионов. Следующая таблица показывает размеры этого эффекта. Если бы мы определили среднюю длину свободного пути через потерю энергии, а не через диффузию и подвижность, то эти значения были бы несколько отличными, но общий вывод сохранился бы неизменным. Вывод этот состоит в том, что свободный путь иона заметно не уменьшается вследствие его заряда, если только взаимная кинетическая энергия не оказывается порядка величины энергии диссоциации облака или меньше ее. Поэтому в ионизированных газах, где скопления ионов не встречаются в заметном количестве, нам нет нужды рассматривать влияние заряда иона на его свободный путь. Повидимому, это явление не играет заметной роли в обычных вакуумных разрядных трубках или же при всяких разрядах, при которых рассеиваются значительные количества плотности энергии. Оно может быть существенным в явлениях слабой электрической проводимости через газ при высоком давлении.

Таблица 16.

$\frac{A/4\sigma_{12}^4}{E}$	$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{D'}{D}$
∞	0
10	0,076
5	15
2,5	311
1,0	732
0,5	93
0,3	97
0,0	1,00

С. Соударения и одиночное рассеяние весьма просты и для многих целей совершенно удовлетворительно рактуются кинетической теорией газов как соударения между упругими сферами.

Потери энергии при соударениях легко вычисляются из удара упругих сфер. Предположим, что сфера массы

M находится в покое перед тем как получить удар со стороны движущейся сферы массы m и первоначальной скорости v . Пусть θ будет угол между первоначальной траекторией m и радиусом-вектором, проведенным в точку удара.

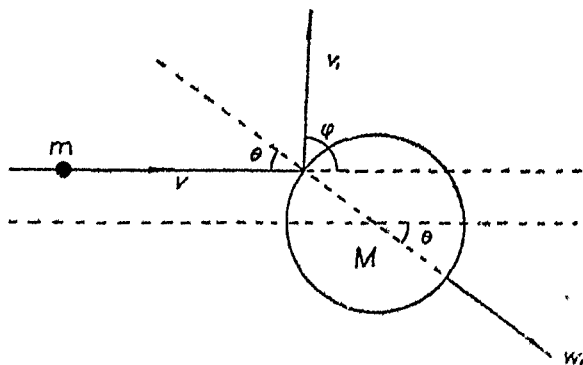


Рис. 15. Удар упругих шаров.

Результаты удара вычисляются из уравнений сохранения импульса и энергии:

$$\begin{aligned} mv - mv_1 \cos \varphi &= Mw_1 \cos \theta, \\ mv_1 \sin \varphi &= Mw_1 \sin \theta, \\ \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 &= \frac{1}{2} Mw_1^2, \end{aligned} \quad (85)$$

откуда

$$f_0 = \frac{\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_1^2}{\frac{1}{2} mv^2} = \frac{4Mm}{(M+m)^2} \cos^2 \theta, \quad (86)$$

где f_0 есть доля первоначальной энергии, которая теряется движущейся частицей при соударении под углом θ . Движущаяся частица может попадать на неподвижную в любой точке поверхности последней, характеризуемой значениями угла θ между нулем и $\frac{\pi}{2}$. Умножая f_0 на вероятность удара под углами θ и $\theta + d\theta$ и интегрируя по всем значениям θ между нулем и $\frac{\pi}{2}$, получим среднюю долю потери энергии при соударении:

$$f = \frac{2Mm}{(M+m)^2}. \quad (87)$$

Из этой теории мы можем предсказать, что электрон, ударяющийся о молекулу, в среднем теряет долю $f = \frac{2m}{M}$ своей энергии (где $m \ll M$); с другой стороны, ионы, соударяющиеся с молекулами той же массы, должны терять в среднем половину своей энергии.

Если частицы, подвергающиеся ударам, также находятся в движении, то средняя доля потери энергии налетающей частицы меньше, нежели указываемая уравнением (87). Если налетающая частица движется весьма быстро и имеет малую массу m по сравнению с массой M , то, как показал Комптон²²⁴, средняя доля потери энергии налетающей частицы при ударе будет:

$$f = 2 \frac{m}{M} \left(1 - \frac{E_m}{E_M} \right), \quad (88)$$

где E_m и E_M суть кинетические энергии соответственно налетающей частицы и подвергающейся удару. Это выражение должно быть применимо к электронам, соударяющимся с молекулами (рассматриваемыми как упругие сферы), при условии, если скорости каждого из этих двух типов частиц являются однородными.

Недавно Краватту²²⁵ удалось решить аналогичную проблему для общего случая частиц, подчиняющихся максвелловскому распределению скоростей, и без ограничений, касающихся масс или средних энергий двух групп. Он нашел формулу:

$$f = 2,66 \frac{mM}{(m+M)^2} \left(1 - \frac{E_m}{E_M} \right), \quad (89)$$

где E_m есть средняя доля средней энергии, теряемой частицами m при ударе с одной из частиц M , средняя энергия которых есть E_M . Таким образом применение уравнения (88) к проблемам подвижности электронов должно быть скорректировано заменой фактора 2 фактором 2,66.

Одиночное рассеяние легко трактуется в случае, когда соударяющиеся частицы ведут себя как упругие

сферы. Из уравнения (85) мы получаем общее соотношение между углом падения и углом рассеяния φ :

$$\begin{aligned} m [\sin(\varphi - \theta) \sin(\varphi + \theta) + \sin^2 \theta] = \\ = M [\sin^2(\varphi - \theta) - \sin^2 \theta]. \end{aligned} \quad (90)$$

Вероятность соударения под углом, лежащим между θ и $\theta + d\theta$, будет $2 \sin \theta \cos \theta d\theta$, откуда вероятность отклонения на угол между φ и $\varphi + d\varphi$ найдется подстановкой в это выражение φ вместо θ при помощи соотношения между этими углами, даваемого формулой (90). Для двух наиболее важных случаев, а именно для соударения электрона с молекулой ($m \gg M$) и для соударения иона с молекулой равной массы ($m = M$), мы таким образом найдем следующие выражения для соотношения между θ и φ и для вероятности $P(\varphi)d\varphi$ частице, которая испытывает соударение, отклониться на угол между φ и $\varphi + d\varphi$:

$$\begin{aligned} \text{для электрона } \varphi = 2\theta \text{ и } P(\varphi)d\varphi = \frac{1}{2} \sin \varphi d\varphi, \\ \text{для иона } \varphi = \frac{\pi}{2} - \theta \text{ и } P(\varphi)d\varphi = \sin 2\varphi d\varphi. \end{aligned} \quad (91)$$

Мы видим между прочим, что наиболее вероятное отклонение электрона происходит под углом 90° , а для иона — под углом 45° ; далее, что не существует ионов, которые бы отбрасывались назад, и что пути иона и молекулы после соударения расположены под прямыми углами. Распределение углов рассеяния графически представлено на рис. 16. При помощи уравнения (86) легко найти энергию, передаваемую молекулой для любого угла удара или отклонения. В этих выражениях не делается никакого различия в отношении азимута отклонения, все азимуты для данного угла φ участвуют в вероятности $P(\varphi)d\varphi$. Иногда желательно представить это распределение иначе — через относительные вероятности отклонения внутри данного элемента телесного угла для различных ориентаций этого элемента относительно оси первоначальной траектории. Другими словами, если проводить радиусы-векторы из общей точки для каждого соударения, то какова будет плотность этих векторов в данном напра-

влении? Эту плотность легко найти из уравнения (91), деля каждое значение $P(\varphi)d\varphi$ на элемент телесного угла между φ и $\varphi + d\varphi$, т. е. на $2\pi \sin \varphi d\varphi$. Обозначая результат через $F(\varphi)$, легко видеть, что эта величина характеризует долю отклонений на единицу телесного угла в направлении φ . Имеем:

$$\text{для электронов } F(\varphi) = \frac{1}{4\pi}$$

$$\text{для ионов } F(\varphi) = \frac{\cos \varphi}{4}, \quad (92)$$

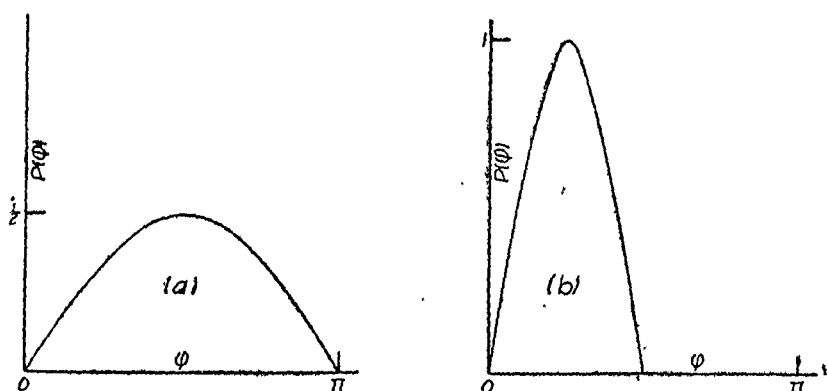


Рис. 16. Распределение углов рассеяния для упругих шаров: а) удар электронов, б) удар ионов.

откуда видно, что электроны рассеиваются равномерно во всех направлениях в пространстве, между тем как ионы рассеиваются с наибольшей плотностью по направлению полета. Рис. 17 показывает эти распределения.

Более общий классический случай есть тот, в котором частицы влияют друг на друга с силами типа $F \propto r^{-n}$. В этом случае нельзя дать естественного определения столкновению. Тем не менее относительное рассеяние под разными углами может быть вычислено, но оно теперь будет функцией числа и концентрации рассеивающих частиц и скоростей рассеянных частиц.

В качестве примера рассмотрим рассеяние электронов центрами силового поля, обратно пропорционального квадратам расстояний. Допу-

стим, что электрон с кинетической энергией $\frac{1}{2} mC^2 = eV$ проходит через область, содержащую в единице объема N молекулярных ионов с зарядом единица каждый. Притяжение электронов к каждому иону будет $\frac{e^2}{r^2}$. На пути длины l через этот ионизированный газ вероятность отклонения на угол, лежащий в пределах между φ и $\varphi + d\varphi$, в результате взаимодействия с некоторым положительным ионом будет:

$$P(\varphi)d\varphi = \frac{\pi e N l}{4 V^2} \cotg \frac{\varphi}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\varphi}{2} d\varphi, \quad (93)$$

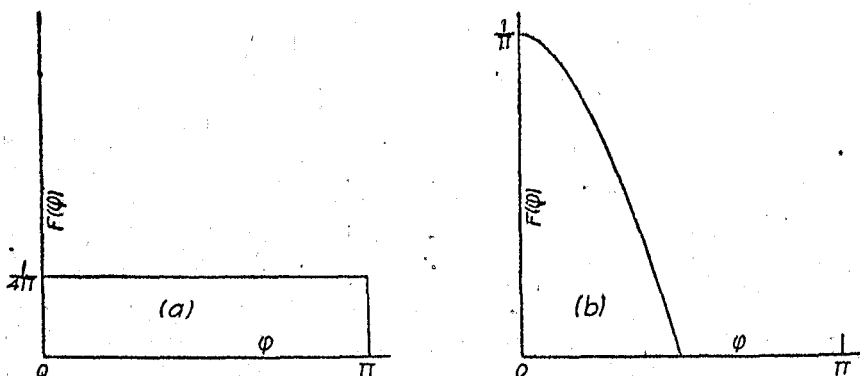


Рис. 17. Иное графическое изображение распределения углов рассеяния: а) удар электронов, б) удар ионов.

а доля отклонений на единицу телесного угла в направлении φ будет: ²²⁶

$$F(\varphi) = \frac{e^2 N l}{16 V^2} \operatorname{cosec}^4 \frac{\varphi}{2}. \quad (94)$$

Если энергия выражена в вольтах, то коэффициенты тригонометрических выражений сводятся к $16,1 \times 10^{-5} \frac{N l}{V^2}$ и $1,28 \times 10^{-15} \frac{N l}{V^2}$. Эти две функции распределения иллюстрируются рисунком 18.

Так как соударения упругих сфер эквивалентны отклонениям центрами сил $F \propto r^{-\infty}$, очевидно, что для закона силы, обратно пропорциональной другой степени расстояния, более высокой, нежели вторая, функции распреде-

ления будут по характеру промежуточными между теми, которые иллюстрированы рис. 18, и теми, которые иллюстрируются рис. 16а и 17а.

Наконец, если мы исследуем одиночное рассеяние ионов N ионами в единице объема с той же самой массой, мы найдем ²²⁷:

$$\begin{aligned} P(\varphi)d\varphi &= \frac{2\pi e^2 N l}{V^2} \cotg \varphi \operatorname{cosec}^2 \varphi d\varphi, \\ F(\varphi) &= \frac{e^2 N l}{V^2} \cotg \varphi \operatorname{cosec}^3 \varphi. \end{aligned} \quad (95)$$

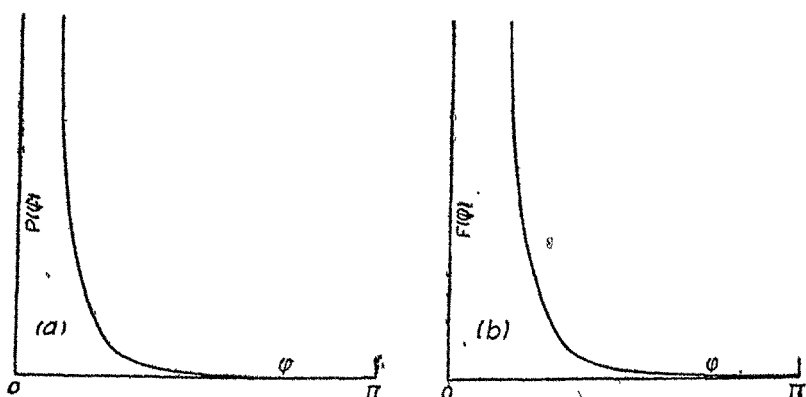


Рис. 18. Одиночное рассеяние электронов ионами (закон обратных квадратов).

Эти распределения графически показаны на рис. 19. Если V выражено в вольтах, то коэффициенты будут: $12,9 \times 10^{-15} \frac{Nl}{V^2}$ и $20,5 \times 10^{-15} \frac{Nl}{V^2}$.

Сопоставление формул показывает, что рассеяние упругими сферами в одном важном отношении отличается от рассеяния центрами сил: в первом случае в формулы не входит концентрация N рассеивающих центров. Это потому, что в первом случае определение соударения совершенно точно, тогда как в последнем — не имеется различия между соударением и несоударением. В действительности для сравнения различных типов рассеяния предпочтительнее говорить не о рассеянии при соударении, но об одиночном рассеянии на единице пути

сквозь газ, содержащий N молекул в единице объема. Тогда выражения (93), (94) и (95) останутся неизменными, но для упругих сфер мы должны будем видоизменить уравнения (91) и (92) так: совокупная площадь сечения для соударения, которую представляет N молекул в единице объема, будет $\pi\sigma_{12}^2N$. На пути l вероятность соударения будет $\pi\sigma_{12}^2Nl$, а вероятность несоударения будет $(1 - \pi\sigma_{12}^2Nl)$. Первая доля частиц, пройдя путь l , будет

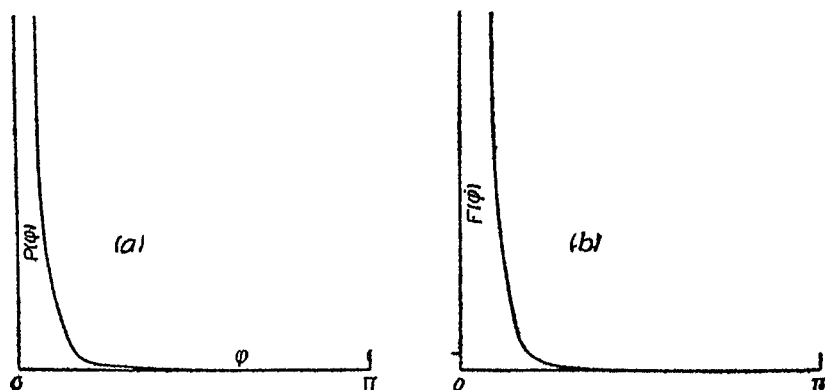


Рис. 19. Одиночное рассеяние ионов ионами (закон обратных квадратов).

рассеяна по уравнениям (91) и (92). Последняя доля не будет рассеяна вообще. Мы имеем таким образом:

для электронов

$$P(\varphi)d\varphi = \begin{cases} (1 - \pi\sigma_{12}^2Nl) & \dots \dots \dots \varphi = 0 \\ \pi\sigma_{12}^2Nl \frac{1}{2} \sin \varphi d\varphi & \dots \dots 0 < \varphi < \pi \end{cases} \quad (96)$$

$$F(\varphi) = \begin{cases} \infty & \dots \dots \dots \varphi = 0 \\ \frac{1}{4\pi} \sigma_{12}^2Nl & \dots \dots \dots 0 < \varphi < \pi; \end{cases}$$

для ионов

$$P(\varphi)d\varphi = \begin{cases} 1 - \pi\sigma_{12}^2Nl & \dots \dots \dots \varphi = 0 \\ \pi\sigma_{12}^2Nl \sin 2\varphi d\varphi & \dots \dots 0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (97)$$

$$F(\varphi) = \begin{cases} \infty & \dots \dots \dots \varphi = 0 \\ \pi\sigma_{12}^2Nl \cdot \frac{1}{\pi} \cos \varphi & \dots \dots 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Рис. 20 иллюстрирует применение этих выражений к случаю одиночного рассеяния электронов в гелии. Полная площадь, ограничиваемая каждой кривой, очевидно должна быть равна единице. В случае рассеяния упругими сферами площадь $OABC$ равняется доле частиц, которые испытали соударения, а линия CD идет в бесконечность таким образом, что площадь, расположенная под ней, имеет конечную величину, причем $OBCD$ равно единице. Для

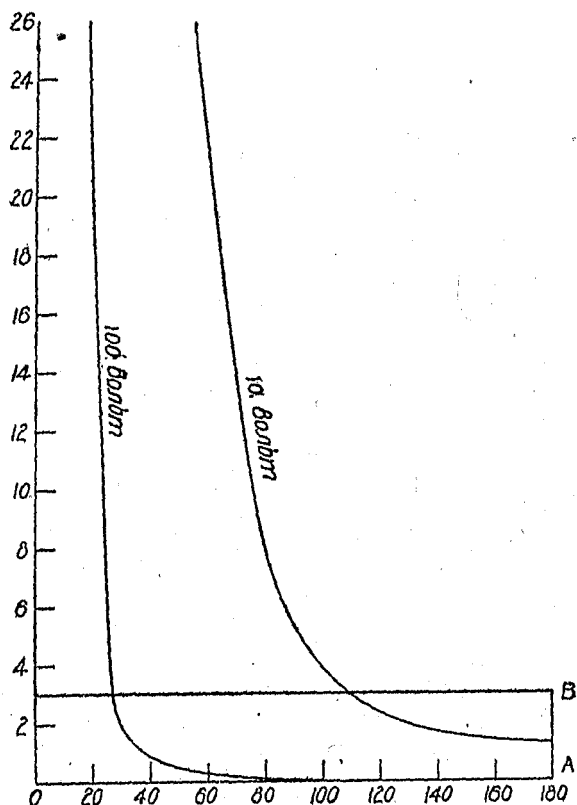


Рис. 20. Сравнение рассеяния упругих шаров и центров силы обратно пропорциональной квадратам расстояний (электроны в гелии). Ординаты

всякого закона обратной пропорциональности степени выше второй кривые лежат между двумя показанными типами.

д) Диффузия есть один из двух процессов, при посредстве которых ионы передвигаются при разряде; дру-

гой процесс есть действие поля. Основной закон диффузии гласит ²²⁸: $D_{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{N_1 \lambda_2 c_2 + N_2 \lambda_1 c_1}{N_1 + N_2}$ (98)

для взаимной диффузии газов 1 и 2, у которых молекулярные концентрации, средние длины пути и средние скорости обозначены соответственно через N , λ и c . Число молекул типа 1, которые пересекают единицу площади в направлении z в единицу времени, будет:

$$n_1 = -D_{12} \frac{dN_1}{dz}, \quad (99)$$

а скорость возрастания их концентрации в единице объема:

$$\frac{dN_1}{dt} = D_{12} \nabla^2 N_1. \quad (100)$$

Подставляя значения λ из ур. (78) и полагая $N = N_1 + N_2$ для полного числа молекул в единице объема, мы получим:

$$D_{12} = \frac{4}{3} \frac{1}{(3\pi)^2 N c_{12}^2} \left(\frac{\bar{E}_1}{m_1} + \frac{\bar{E}_2}{m_2} \right) = \frac{6,921 (C_1^2 + C_2^2)^{\frac{1}{2}}}{3\pi N c_{12}^2}, \quad (101)$$

где средняя скорость c заменена средней квадратичной скоростью C по уравнению (75), а $\bar{E}$ есть средняя кинетическая энергия по уравнению (73). Мы можем отметить, что при подстановке в уравнение (98) значений λ_1 , λ_2 , даваемых уравнением (78), мы предполагаем, что λ_1 , λ_2 относятся к свободным путям молекул одного газа, которые ограничиваются столкновениями с молекулами другого газа. Другими словами, мы пренебрегаем столкновениями между молекулами одного и того же газа. Это однако допустимо, так как столкновения последнего типа в среднем не оказывают влияния на скорость диффузии.

Введем в эти уравнения количество λ_0 , определяемое формулой

$$\lambda_0 = (\pi N c_{12}^2)^{-1} \quad (102)$$

Это есть свободный путь, который проходила бы частица, если бы ее скорость была весьма велика по сравнению со скоростями частиц, подвергающихся ударам [уравнение (80)].

Ограничимся частным случаем электронов, диффундирующих сквозь газ ($m_1 \gg m_2$ и $C_1 \gg C_2$), и ионов, диффундирующих сквозь газ ($m_1 = m_2 = M$). В таком случае уравнение (101) приводится к следующему:

$$D_{\text{электроны}} = 0,434 \lambda_0 \left(\frac{\bar{E}_1}{m_1} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,333 \lambda_0 c_1, \quad (103)$$

$$D_{\text{ионы}} = 0,434 \frac{\lambda_0}{M^{\frac{1}{2}}} \left(\bar{E}_1^2 + \bar{E}_2^2 \right) = 0,333 \lambda_0 (c_1^2 + c_2^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь следует отметить, что для электронов λ_0 есть „газ-кинетический“ средний свободный путь; для ионов газкинетическое значение λ_0 составляет $\frac{1}{4}$ соответствующей величины для электронов вследствие ничтожно малых размеров радиусов последних. Однако λ_0 для ионов в $2\frac{1}{2}$ раза больше молекулярного среднего свободного пути.

Уравнения (101) и (103) практически тождественны с уравнениями, выведенными из непосредственного рассмотрения „сохранения скоростей“, которое в принципе объясняет отступление численных значений коэффициентов от величины $\frac{1}{3}$, когда диффундирующие частицы имеют конечную массу²²⁹. Мы следовали методу Стефан-Максвелла, который обходит непосредственное рассмотрение сохранения скоростей, требуемое другой теорией Мейера.

е) Подвижность μ определяется через напряженность E электрического поля и среднее увлечение иона соотношением

$$v = \mu E, \quad (104)$$

которое является полезным, несмотря на то, что μ есть, вообще говоря, не постоянная, но функция E . Величина μ была выведена различными методами²³⁰; при этом результаты, полученные разными методами, отличаются только численными коэффициентами, значения которых варьируют приблизительно два раза в крайних случаях. Удовлетворительный метод состоит в выводе постоянной μ из постоянной диффузии D , выражаемой уравнением (101) при посредстве общего соотношения:

$$\mu = \frac{e}{kT} D, \quad (105)$$

где $\frac{3}{2} kT$ есть средняя кинетическая энергия иона E . Это соотношение было выведено Томсоном путем приравнивания средней скорости увлечения ионов, обусловленного электрическим полем $N\mu E$, среднему увлечению, которое было бы вызвано частичным градиентом давления $\frac{dp}{dz}$, достаточным для того, чтобы создать ту же самую силу для N ионов в единице объема, т. е. $NeF = -\frac{dp}{dz}$; следовательно,

$$N\mu E = -\frac{\mu}{e} \cdot \frac{dp}{dz} = -\frac{\mu kT}{e} \cdot \frac{dN}{dz},$$

так как $p = NkT$. Но эта величина должна быть тождественной с увлечением диффузией $-D \cdot \frac{dN}{dz}$, откуда непосредственно вытекает уравнение (105).

Таким путем уравнения (73), (101) и (105) приводят к формуле:

$$\mu_{12} = \frac{2e}{(3\pi)^{\frac{1}{2}} \pi N \sigma_{12}^2 \bar{E}_1} \left(\frac{\bar{E}_1}{m_1} + \frac{\bar{E}_2}{m_2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{0,921 e}{\pi N \sigma_{12}^2 m_1 C_1} \left(1 + \frac{\bar{E}_2 m_1}{\bar{E}_1 m_2} \right) \quad (106)$$

для подвижности заряженных частиц 1,двигающихся сквозь газ 2. Если пользоваться средней скоростью c_1 вместо средней квадратичной скорости C_1 , то числовой коэффициент будет 0,85 вместо 0,921.

Вводя теперь λ_0 из уравнения (102), мы имеем вообще

$$\mu_{12} = \frac{0,921 e \lambda_0}{m_1 C_1} \left(1 + \frac{\bar{E}_2 m_1}{\bar{E}_1 m_2} \right)^{\frac{1}{2}};$$

для электронов

$$\mu = \frac{0,921 e \lambda_0}{m C} = \frac{0,85 e \lambda_0}{m c};$$

для ионов

$$m_1 = m_2 = M; \quad \mu = \frac{0,921 e \lambda_0}{M C} \left(1 + \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (107)$$

Сравнивая найденную нами величину μ_{12} с наиболее распространенным уравнением подвижности Ланжевена ²³²

$$\mu_{12} = \frac{0,815 e \lambda_0}{m_1 C_1} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (108)$$

мы замечаем двоякую разницу: 1) разница в числовых факторах обусловлена разницей в методе усреднения и является типичной для ряда констант, лежащих между 0,5 и 1, которые получаются в зависимости от той или иной степени строгости выводов. Мы полагаем, что значение, данное здесь, столь же приемлемо, как и всякое другое; 2) отсутствие отношения средних энергий в уравнениях подвижности Ланжевена (и всех других) обусловлено неявным допущением равномерного распределения энергии при выполнении интеграции. Это обстоятельство вероятно объясняется тем, что когда впервые выводились уравнения подвижности, интерес концентрировался на случаях, когда ионы были практически в равновесии с молекулами газа.

В уравнениях (107) и (108) остается совершенно неясным следующее обстоятельство: λ_0 в этих уравнениях не есть обязательно средний свободный путь, но определяется уравнением (102) и в $2\frac{1}{2}$ раза больше среднего свободного пути, когда скорости ионов и молекул — одного и того же порядка величины ²³³.

Следует заметить, что Ланжевен вывел более общее уравнение для подвижности, основываясь на допущении притягательных сил между ионами и молекулами, обратно пропорциональных некоторой степени расстояния ²³⁴. Но мы уже видели, что притягательные силы не оказывают заметного влияния на свободные пути, когда энергии иона слишком велики, для того чтобы дать ему возможность образовывать „облако“; поэтому такое уточнение не должно представляться существенным для теории электрических разрядов в газах.

В той мере, в какой соударения могут быть трактованы как соударения упругих сфер, уравнение (107) должно

позволить оценку подвижности в пределах небольшой недостоверности в числовом коэффициенте, если только средние скорости и энергии известны. В сильно ионизированных газах эти количества могут быть измерены непосредственно для электронов и оценены со значительной точностью для ионов при помощи особых методов зондов²³⁵, которые будут описаны в части II. Там, где эти прямые данные не могут быть получены, уравнения (107) могут быть использованы лишь в соединении с некоторой дополнительной теорией для оценки скоростей и энергии. Попытка этого сделана в дальнейшем на основании работ Герца²³⁶ и Комптона.

Установившаяся скорость может быть вычислена путем приравнивания друг другу скоростей приобретения энергии и ее потери при движении заряженной частицы сквозь газ в равномерном поле E . Перемещаясь на расстояние dx в направлении поля, каждая частица с зарядом e приобретает энергию $e dU = e E dx$, где U — кинетическая энергия заряженной частицы, выраженная через эквивалентное падение потенциала. На этом же пути dx частица теряет энергию $\nu' f e U dx$, где ν' — среднее число столкновений, происходящее при перемещении на единицу расстояния, а f — средняя доля потери энергии при соударении в результате передачи импульса. Таким образом, величина

$$e \cdot \frac{dU}{dx} = e (E - \nu' f U) \quad (109)$$

представляет собой окончательную скорость, с какой частица приобретает дополнительную энергию. Состояние установившейся скорости определяется условием $\frac{dU}{dx} = 0$, откуда для предельной энергии U_t получаем:

$$U_t = \frac{E}{\nu' f}. \quad (110)$$

Отсюда среднее число соударений ν' , испытываемых заряженной частицей при перемещении на единицу расстояния, может быть вычислено так:

В уравнение (107) положим $eU = E_1$ и $e\Omega = E_2$ для средних энергий заряженной частицы и газовой молекулы. Тогда средняя скорость поступательного перемещения в направлении поля выразится:

$$v = \mu E = \frac{0,921 e \lambda_0}{mC} E \left(1 + \frac{\Omega m}{UM} \right)^{-1}. \quad (111)$$

Но среднее число соударений, испытываемых заряженной частицей в единицу времени, будет $\frac{c}{\bar{\lambda}}$. Отсюда среднее число соударений, испытываемых при перемещении на единицу расстояния, будет:

$$\begin{aligned} \nu' &= \frac{c}{\bar{\lambda} E} = \frac{0,921}{\bar{\lambda} E} C = \frac{mC}{0,921 e \lambda_0 \left(1 + \frac{\Omega m}{UM} \right)^{-1}} \\ &= \nu' = \frac{2U}{\lambda_0 E \left(1 + \frac{\Omega m}{UM} \right)^2} = \frac{2U}{\lambda_0^2 E} \end{aligned} \quad (112)$$

согласно уравнению (78). Принимая во внимание, что $\frac{1}{\lambda_0}$ — порядка величины числа соударений на единицу пути, мы видим, что число соударений, испытываемых при поступательном перемещении на единицу расстояний — порядка величины квадрата числа соударений, испытываемых на единицу пути вдоль траектории.

Возвращаясь к уравнению (110) и подставляя для f и ν' их значения из уравнений (89) и (112), мы получаем для окончательной энергии заряженной частицы массы m и со средним свободным путем λ в среде, молекулы которой обладают массой M и средней энергией Ω :

$$U_t = \frac{\Omega}{2} + \left[\frac{\Omega^2}{4} + \frac{\lambda_0^2 E^2 (M + m)^2}{5,32 Mm} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (113)$$

Эта величина сводится к значению для равномерного распределения $U_t = \Omega$ для весьма слабых полей $E = 0$, тогда

как в сильных полях предельная энергия становится почти пропорциональной полю по уравнению:

$$U_i = \frac{\lambda_0 E (M + m)}{2,31 M m}.$$

Так как средняя квадратная скорость выражается формулой:

$$C_1 = \left(\frac{2eUt}{m} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (114)$$

то, подставляя значение U_i из уравнения (113) в уравнение (114) и найденное таким путем значение C_1 — в уравнение (107), получаем общее уравнение для подвижности:

$$\begin{aligned} \mu = & \frac{0,921}{(2em)^2} \frac{e\lambda_0}{1} \left[\frac{\Omega}{2} + \left(\frac{\Omega^2}{4} + \frac{\lambda_0^2 E^2 (M+m)^2}{5,32 Mm} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \\ & \times \left[1 + \frac{M}{m} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{\lambda_0^2 E^2 (M+m)^2}{5,32 Mm} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (115)$$

В этой формуле первый член в скобках есть обобщение аналогичного выражения, ранее выведенного одним из нас²³⁷. Второй член в скобках заменяет фактор

$$\left(1 + \frac{m}{M} \right)^{\frac{1}{2}},$$

который фигурировал в первых уравнениях подвижности (сравни Ланжевэн²³²). Очевидно, в первоначальных уравнениях влиянием на среднюю длину пути того обстоятельства, что средняя энергия ионов превосходит среднюю энергию молекул [ср. обсуждение уравнения (78)], пренебрегали в этом члене, который по своему характеру является поправочным членом. Следует обратить внимание на то, что λ_0 определяется формулой $\lambda_0 = (\pi\sigma_{12}^2 N)^{-1}$ и потому не зависит от скоростей.

Уравнение (115) упрощается в двух случаях, представляющих для нас наибольший интерес:

а) Для электронов $m \ll M$, $\lambda_0 = \lambda =$ среднему свободному пути электрона

$$\nu_{\text{электроны}} = \frac{0,921 e \lambda_0}{(2em)^2} \left[\frac{\Omega}{2} = \left(\frac{\Omega^2}{4} + \frac{\lambda_0^2 E^2 M^2}{5,32 m} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (116)$$

б) Для ионов $m = M$, $\lambda_0 = \sqrt{2} \lambda$, где λ — средний свободный путь молекулы,

$$\begin{aligned} \nu_{\text{ионы}} = \frac{0,921 e \lambda_0}{(2eM)^2} \left[\frac{\Omega}{2} + \left(\frac{\Omega^2}{4} + \frac{\lambda_0^2 E^2}{1,33} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \left[1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{\lambda_0^2 E^2}{1,33 \Omega} \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (117) \end{aligned}$$

Оба уравнения сводятся к более простым формам в предельных случаях весьма малых полей и весьма сильных полей.

Эффект неупругих ударов состоит в увеличении подвижности; этот результат не будет представляться парадоксальным, если мы вспомним, что неупругие удары уменьшают скорость переносного движения частиц и что эта скорость входит в знаменатель уравнения подвижности (107). Если бы все соударения, испытываемые электронами, были совершенно неупругими, их подвижность выражалась бы формулой ²³⁷:

$$\nu_i = \left(\frac{\pi \lambda e}{2mE} \right), \quad (118)$$

которая находится по крайней мере в качественном согласии с наблюдениями ²³⁸.

2. Сравнение этих результатов классической кинетической теории с экспериментом может быть сделано по нескольким пунктам.

а) Максвелловское распределение скоростей было обнаружено у электронов, испускаемых накаливаемыми телами (ср. В 1). Равным образом в различных частях разрядных трубок было обнаружено ²³⁹ (методами, описанными в части II), что электроны обладают максвелловским распределением со средней энергией, определяемой ионизационным потенциалом газа и условиями разряда, причем эта энергия редко превосходит больше чем на треть минимальный ионизационный потенциал. Часто в областях интенсивной ионизации вблизи от катода обнаруживаются два наложенных друг на друга максвелловских распределения: одно — с относительно высокой энергией — очевидно, состоящее из первичных электронов с катода, которые подверглись рассеянию, и другое — со значительно более низкой энергией, — состоящее из электронов, возбужденных ионизацией газа. Механизм, при посредстве которого эти максвелловские распределения устанавливаются столь быстро, еще не раскрыт (ср. однако раздел D 4). Хорошо известно, что электроны, увлекаемые сквозь газ под влиянием равномерного поля и подчиняющиеся закону сохранения количества движения, переносятся с установившейся поступательной быстротой, при которой они обладают максвелловским распределением скоростей по отношению к системе координат, двигающейся со скоростью их равномерного увлечения ²⁴⁰. Однако приблизительный подсчет числа соударений, требуемых для достижения таких условий, показывает, что в ионизированном газе рассеяние скоростей должно быть обусловлено главным образом каким-то иным и притом более эффективным агентом. Вообще говоря, электроны обнаруживают распределение скоростей, весьма близкое к максвелловскому во всех частях разряда, где наблюдается значительное свечение, а также в фарадеевом темном пространстве. Большие отступления от полного максвелловского распределения скоростей иногда оказываются в темных пространствах между стратами и всегда в областях катодного и анодного падения потенциала.

Рис. 21 показывает два типичных распределения скоростей. Критерий максвелловского распределения скоростей

состоит в том, что график $\log i$ (электронный ток к коллектору) относительно V (потенциал коллектора) должен быть прямой линией в области, где V отрицательно по отношению к потенциалу пространства. Наклон этой прямой должен быть $\frac{3}{2\bar{V}}$, где $\bar{V}$ есть выраженная в эквивалентных

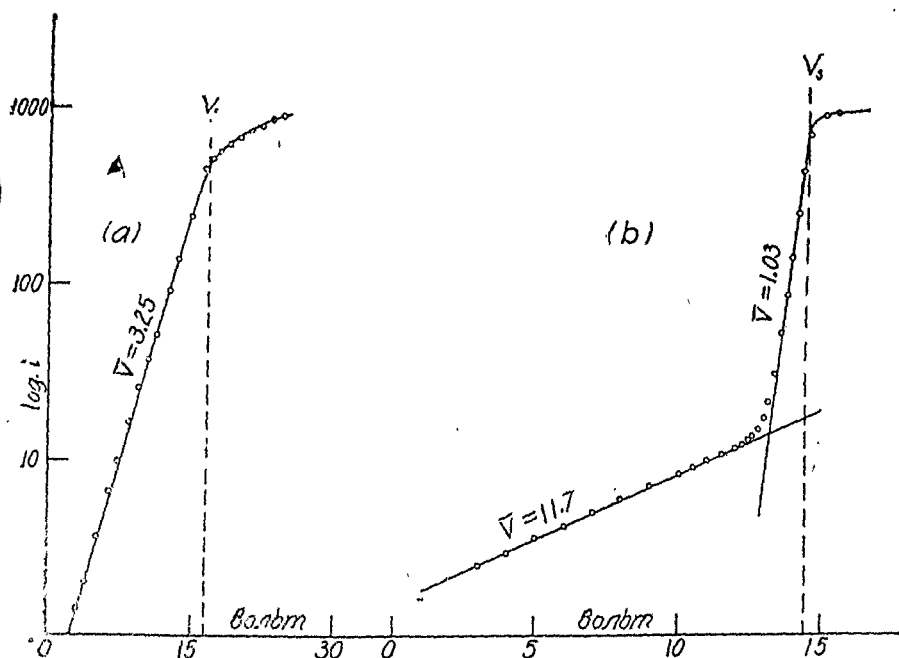


Рис. 21. а) Одно максвелловское распределение; б) два наложенных друг на друга максвелловских распределения.

вольтах средняя энергия электронов в окружающем пространстве. Рис. 21а был получен для дуги в аргоне, а рис. 21б — для дуги в гелии, причем в обоих случаях применялись накалинные катоды.

Больцмановское распределение концентраций также оказывается справедливым для электронов в разрядных трубках. Превосходный пример этого можно найти в работе Киллиана ²⁴¹.

б) В случае средних свободных путей экспериментальные результаты указывают на гораздо более сложный механизм соударения, нежели тот, который принимается в рас-

смотренной выше „классической“ кинетической теории. Несмотря на это, результаты, — вообще говоря, того же порядка величины, так что значения, даваемые классической кинетической теорией, являются полезными для грубых оценок или для использования в тех случаях, когда не имеется более точных данных. Существуют три прямых метода измерения свободных путей заряженных частиц, принадлежащие Ленарду, Рамзауеру и Лэнгмюру и Джонсу.

В методе Ленарда ²⁴² заряженные частицы ускорялись полем до желаемой скорости; получавшийся таким образом резко определенный пучок проходил сквозь систему узких диафрагм в камеру, где он мог соударяться с молекулами газа. При этом те частицы, которые прошли сквозь газ не отклоненными, могли улавливаться соответствующим приемным электродом. Число заряженных частиц N , прошедших на расстоянии x без отклонения, будет $N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$ или $N_0 e^{-\frac{x}{\lambda_1}}$, где λ_1 средняя длина пути при единице давления. Отношение чисел N' и N'' , относящихся к двум давлениям p' и p'' или к двум расстояниям x' и x'' будет $e^{-\frac{x(p' - p'')}{p(\lambda_1 - \lambda_2)}}$ или соответственно $e^{-\frac{x(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1}}$, откуда легко может быть вычислена средняя длина пути λ_1 при единице давления.

Необходимо исследовать, какой реальный смысл имеют средние длины пути, определяемые в данном эксперименте, ибо в каждом случае смысл среднего свободного пути определяется аппаратом, применяемым для его нахождения. В аппарате Ленарда свободный путь есть путь, для которого угловое рассеяние весьма мало, — достаточно мало, для того чтобы не дать возможности частице попасть на электрод. Потери энергии здесь не учитываются или учитываются лишь в той мере, в какой они сопровождают отклонение.

В методе Рамзауера (рис. 22) заряженные частицы освобождаются фото-электрическим или термоионным путем, например с нити накала F , и ускоряются до желаемой скорости электрическим полем между F и электродом C . Пучок, исходящий из щели S , загибается магнитным полем

так, чтобы он прошел через расположенную по кругу систему щелей S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 и наконец попадает в фарадеев цилиндр B .

Таким образом этот аппарат выделяет весьма узкую группу скоростей, определяемую магнитным полем и системой щелей. Ток к фарадееву цилиндру B измерялся при ряде различных давлений газа; как и прежде, — отношение токов для двух данных давлений выража-

ется $\epsilon \frac{x(p' - p'')}{\lambda_1}$, где x есть длина пути от S_5 до S_1 . Броде ²⁴³ указал некоторые необходимые предосторожности и поправки второго порядка величины.

В этом методе, как видно, не только угловые отклонения, но также и потери энергии, даже и не сопровождающиеся отклонением, выводят частицы из пучка. По этой причине коэффициент абсорбции $\frac{1}{\lambda_1}$, измеряемый этим

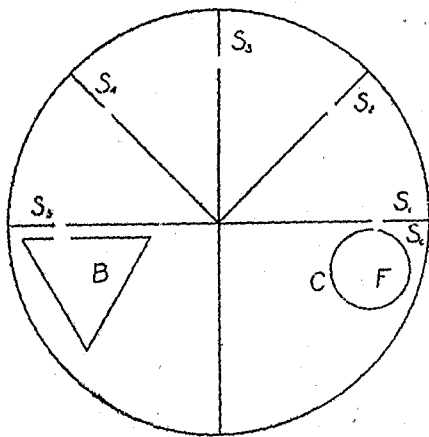


Рис. 22. Метод Рамзауера для измерения средних свободных путей.

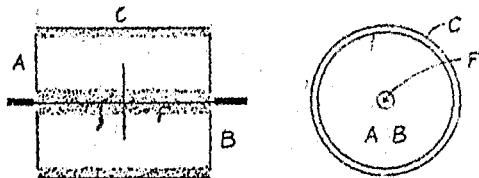


Рис. 23. Метод Лэнгмюра и Джонса для изучения соударения электронов с молекулами газа.

методом, часто называется полным коэффициентом абсорбции.

В методе Лэнгмюра и Джонса ²⁴⁴ (рис. 23) ионизация газа поддерживается между испускающей электроны накаливаемой эквипотенциальной

нитью F и анодными пластинками A и B , тогда как окружающий коаксиальный цилиндр C применяется как электрод-коллектор, ток которого измеряется при разных потенциалах по отношению к нити. Как будет показано в части II, главная масса заключенного ионизированного газа находится прибли-

зительно при одинаковом потенциале, примерно совпадающем с потенциалом анода, и разности потенциалов между этой массой газа и электродами концентрируются „в слоях пространственного заряда“ около электродов, причем толщина этих слоев относительно мала, если ионизация весьма интенсивна. Таким образом электроны, испускаемые нитью, выбрасываются радиально в газ со скоростями, соответствующими катодному падению потенциала в слое. Если коллектор C заря-

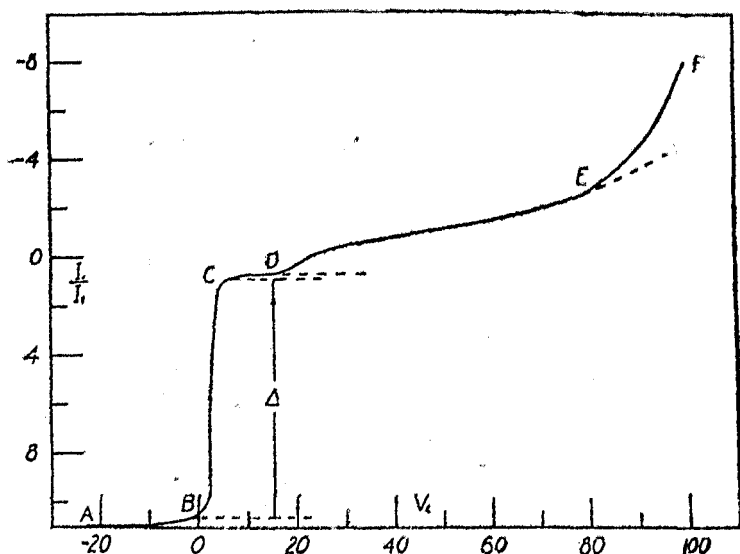


Рис. 24. Результаты Лэнгмюра и Джонса с азотом: Δ есть мера числа электронов, которые не теряют поступательного импульса.

жен отрицательно по отношению к нити F' (и потому также по отношению ко всем частям разряда), то положительные ионы проходят в него через окружающий слой пространственного заряда, но все электроны, попадающие в слой, отталкиваются назад внутрь главной части разряда и таким образом не достигают коллектора. Но если коллектор C заряжен как раз до потенциала нити, то те электроны с нити, которые не испытали потери поступательного импульса, оказываются способными проникнуть сквозь этот слой и достигают коллектора. Для более положительных потенциалов

коллектора C электроны, которые потеряли некоторую часть поступательного импульса, оказываются тем не менее способными достигнуть коллектора. Таким путем ток к коллектору при разных потенциалах его может быть использован для указания доли электронов, освобождаемых нитью, которые соударяются (теряют поступательный импульс) при прохождении через газ между нитью и коллектором. Этот опыт дает также большое число сведений относительно природы соударений, как это мы увидим в следующем разделе. Рис. 24 показывает типичную кривую для азота. В области AB только положительные ионы достигают коллектора C . В области BC цилиндр не является больше отрицательным в отношении F_2 и длина $BC = \Delta$ представляет собой относительное изменение тока к коллектору при переходе от B к C . В таком случае доля первичных электронов с нити, которая достигает коллектора C без соударений, будет:

$$\frac{\Delta}{1 - r + \beta_c} = e^{-\frac{ap}{\lambda_1}},$$

где r и β_c — малые поправки, обусловленные отражением доли r электронов, падающих на C , и изменением тока положительных ионов к C , вследствие потери этой группы электронов как ионизирующих агентов при разряде; a есть радиус коллектора C . Все эти величины могут быть измерены или оценены со значительной уверенностью, поэтому может быть найдена и λ_1 . Дальнейшие результаты, даваемые этим методом в отношении природы самих соударений, обсуждаются в следующем разделе.

Данные относительно средних свободных путей электронов, найденных этими методами, приведены на рис. 25 и 26. В соответствии с установившимся обычаем, ординаты представляют собой „коэффициенты абсорбции“ газа при давлении в 1 мм для электронов или совокупное „эффективное“ сечение всех молекул в кубическом сантиметре при 1 мм давления или среднее число соударений, совершаемых электроном на 1 см пути сквозь газ при 1 мм давления. Все эти выражения друг к другу эквивалентны и равны

обратной величине $\frac{1}{\lambda_1}$, средней длине пути при 1 мм давления.

Данные относительно средних свободных путей положительных ионов весьма скудны и полностью отсутствуют

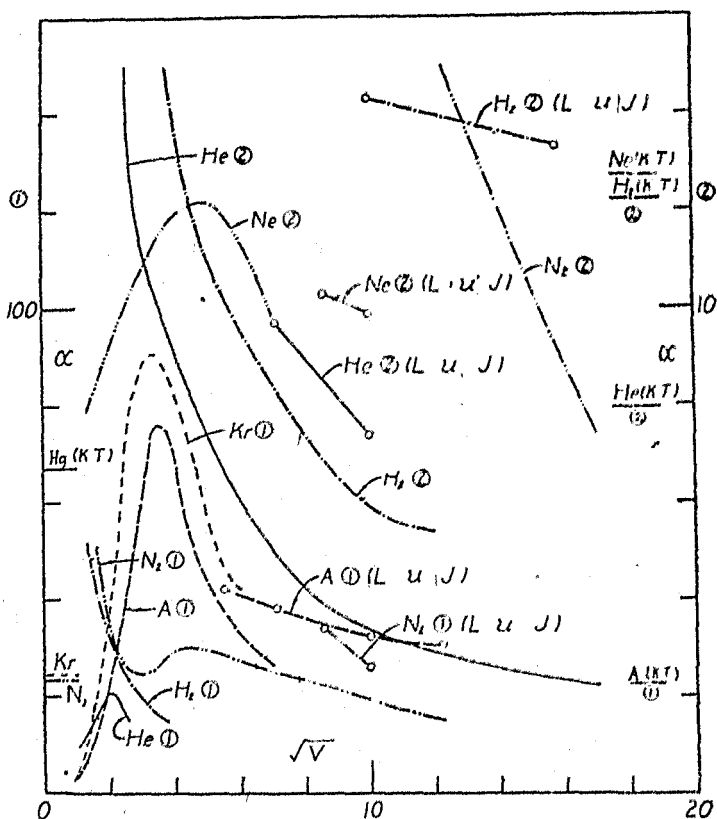


Рис. 25. Коэффициенты абсорбций $\alpha = \frac{1}{\lambda_1}$ для электронов в газах при 1 мм и 25° Ц в функции скорости электронов. К. Т. кинетические значения, вычисленные по уравнению (82), (1) и (2) указывают соответствующие шкалы ординат.

в большинстве важных случаев, когда положительные ионы двигаются среди молекул того же самого газа, за исключением случая протонов, двигающихся в водороде ²⁴⁵. Здесь Демпистер нашел, что протоны со скоростями между 50 и 2 тыс. V проходят сквозь множество молекул водорода,

не изменяя заметно своей скорости, между тем как Томсон нашел угловое распределение рассеяния такого типа, какой следовало бы ожидать, если бы при соударениях здесь имел место закон обратной пропорциональности кубу расстояния. Аналогично для протонов со скоростями в 900 V, двигаю-

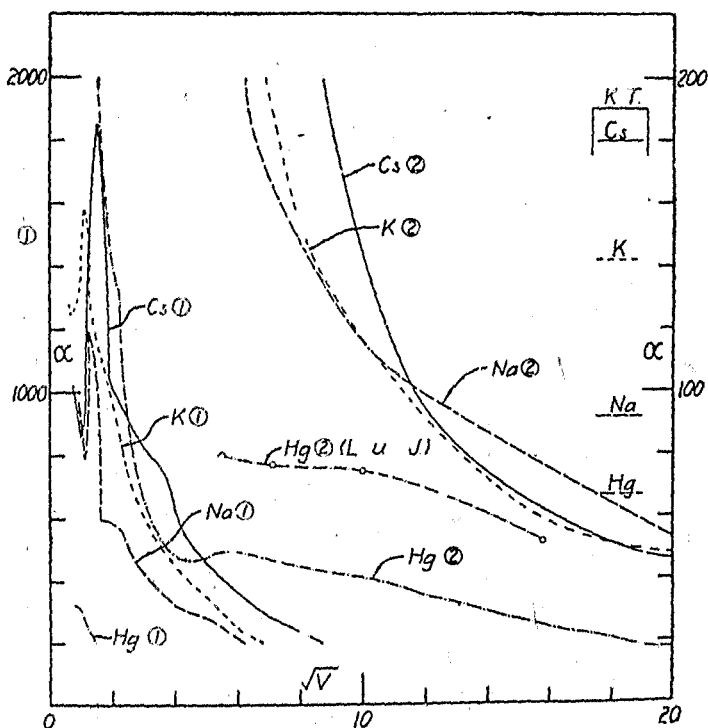


Рис. 26. Коэффициенты абсорбции α (рис. 25).

щихся в гелии, Демпстер ²⁴⁶ нашел аномально длинные свободные пути (или же неожиданно малые эффекты соударений), между тем как для протонов разных скоростей в гелии и аргоне Томсон нашел максимальное рассеяние (минимальный свободный путь) при скоростях соответственно $0,4 \times 10^8$ см/сек и $0,7 \times 10^8$ см/сек по аналогии с „эффектом Рамзауера“ для электронов.

В последнее время изучались средние свободные пути щелочных ионов в различных газах. Кенард ²⁴⁷ и Томсон ²⁴⁸ нашли, что ионы лития, натрия, калия или цезия,

двигаясь пучком сквозь водород, гелий или аргон, рассеиваются значительно меньше, чем можно было ожидать, исходя из кинетических радиусов, а также, что рассеяние меньше при больших скоростях по сравнению с малыми. Рамзауер и Бек ²⁴⁹ нашли также быстрое уменьшение рассеяния при больших скоростях, но обнаружили, что рас-

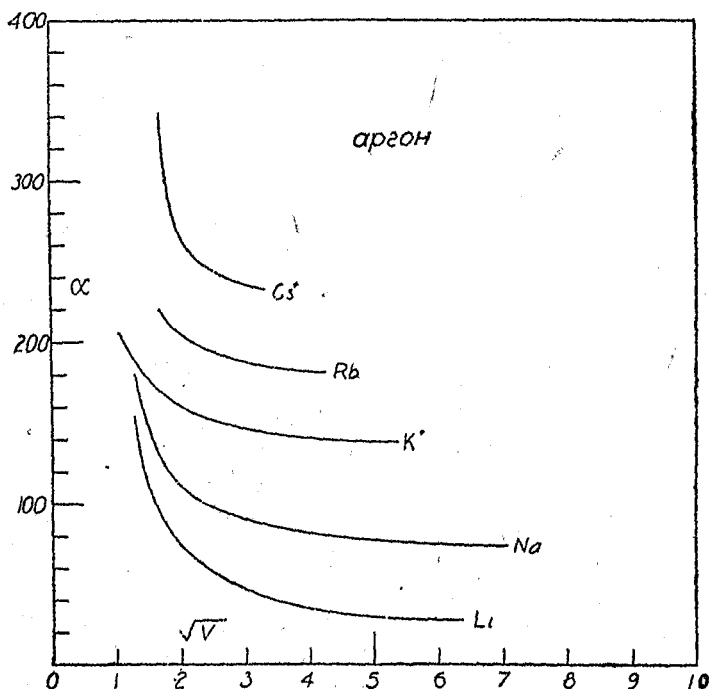


Рис. 27. Коэффициенты абсорбции $\alpha = \frac{1}{\lambda_1}$ щелочных ионов в аргоне.

сеяние приближается к предельному значению при скоростях порядка 50 V или больше и что это предельное значение весьма хорошо согласуется с предсказаниями кинетической теории. Это значит, что средний свободный путь $\lambda_1 = \frac{1}{\alpha}$ таков, какого можно было ожидать, если бы эффективный радиус соударений был равен сумме радиусов газовой молекулы и иона. (Данные относительно величины

радиусов ионов весьма значительно между собою расходятся, как это показано в таблице на стр. 22 в статье, цитированной под № 249. Согласие достигается, если взять „истинные размеры“ ионов по Фаянсу и Герцфельду.) Рис. 27 и 28 дают немногие из результатов Рамзауера и Бека. На рис. 28 линии справа от кривых, отмеченные

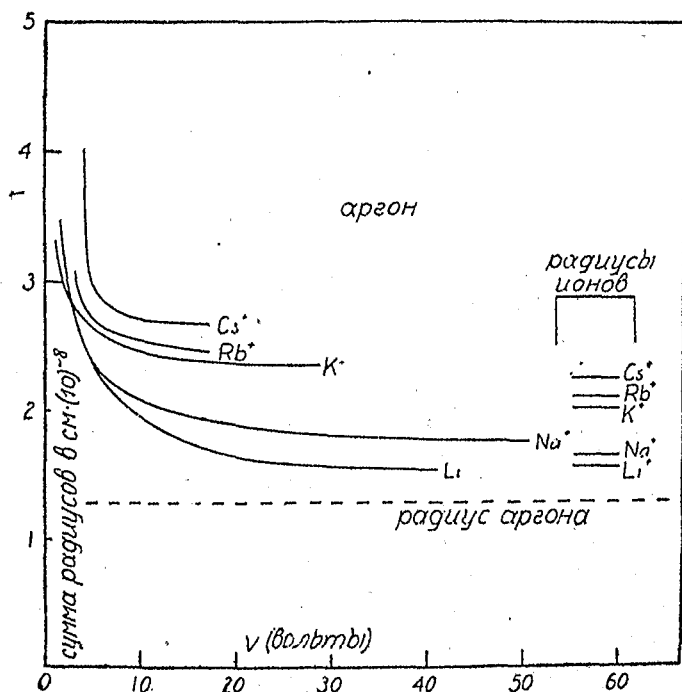


Рис. 28. Сравнение экспериментальных и газкинетических средних свободных путей положительных ионов.

Cs^+ , Rb^+ и т. д., указывают сумму радиуса атома аргона и каждого из этих ионов.

Для того чтобы согласовать между собой результаты Томсона и Рамзауера и Бека, представляется необходимым предположить, что средние свободные пути имеют действительно тот порядок величины, который указывается кинетической теорией, особенно при больших скоростях, но что соударение сказывается в потере скорости без заметного изменения направления.

с) Природа соударений и одиночное рассеяние электронов молекулами были исследованы двумя методами, из которых один был развит Даймондом, а другой — Лэнгмюром и Джонсом. Преимущество первого в том, что он является более прямым и обладает большей разрешающей силой, тогда как второй характеризуется большей экспериментальной простотой. Как мы уви-

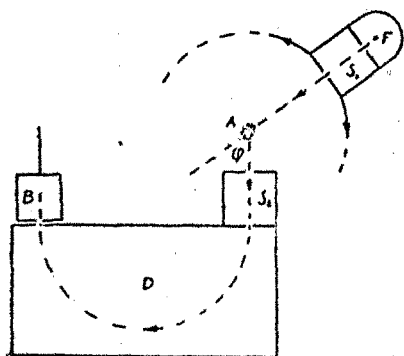


Рис. 29. Метод Даймонда для исследования рассеяния электронов.

дим, оба эти метода приводят к результатам в общем согласным, — поскольку дело идет об основных чертах рассеяния при соударениях, — но несколько отличающимся в некоторых деталях.

В методе Даймонда ²⁵⁰ электроны с накаленной нити (рис. 29) ускоряются до любой желаемой скорости и сводятся к резко определенному пучку системой щелей S_1 . Те электроны, которые соударяются с молекулами в малой области A и отклоняются на угол ϕ , проходят сквозь эвакуированную систему щелей в эвакуированную камеру D , где электроны любой желаемой скорости v_2 выделяются и отклоняются в фарадеев цилиндр при помощи магнитного поля (Даймонд) или электростатического поля (Гарнвелль). Угол рассеяния при наблюдениях можно варьировать, вращая электронную „пушку“ FS_1 около оси A . Таким путем может быть найдена вероятность отклонения на любой угол и вероятность любой потери энергии для электронов всех начальных скоростей, соударяющихся с молекулами любого газа. Типичные результаты этого метода даны на рис. 30.

Из ряда опытов аналогичных, приведенных на рис. 30, находилось угловое рассеяние в гелии. Результаты приведены на рис. 31, где для сравнения даны также и некоторые теоретические кривые. Как видно, наблюдения удовлетворительно совпадают с новой квантовой теорией рассеяния ²⁵¹, но не совпадают с классической кинетической тео-

рией. Далее, площадь, ограничиваемая каждой отдельной кривой, дает коэффициент абсорбции α (обратный средний свободный путь) для соответствующего типа рассеяния. Наиболее замечательная особенность этих результатов есть относительно высокая вероятность рассеяния под малыми углами, за исключением случаев самых малых скоростей.

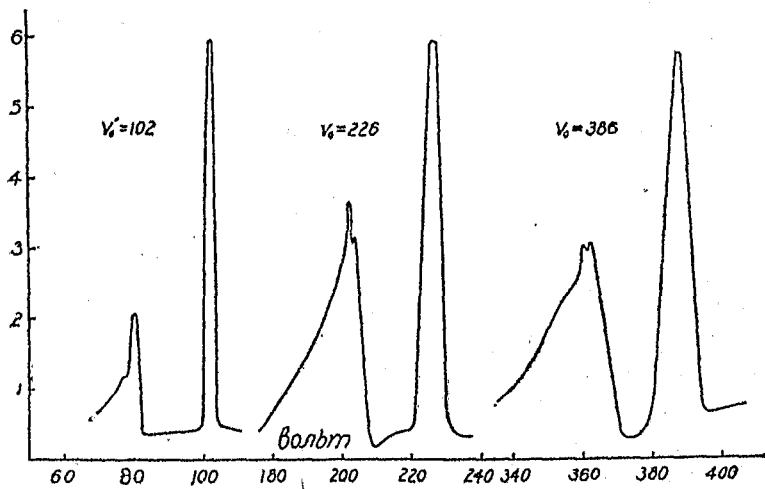


Рис. 30. Распределение скоростей электронов, рассеянных на 10° при одиночных соударениях в гелии для начальных скоростей 102, 226 и 386 V (Даймонд и Уотсон ²⁵⁰). Три высоких пика представляют упругое рассеяние; пары нижних пиков представляют рассеяние с достаточной потерей энергии, для того чтобы возбудить тот или другой из низших уровней возбужденного состояния атома гелия.

Результаты Гарнве для ²⁵⁰ показывают, что кривые рассеяния для гелия, неона, атомного водорода и азота в существенных чертах имеют тот же характер. Средний угол упругого соударения несколько возрастает при увеличении молекулярного веса.

В методе Лэнгмюра и Джонса ²⁴⁴ применяется аппарат, изображенный на рис. 23, и получаются результаты, типа, изображенного на рис. 24. Следует напомнить, что отрезок АВ кривой рис. 24 представляет ток положительных ионов к коллектору, потенциал которого есть V_c по отношению к однородному источнику электронов, которые ускоряются с любой желаемой скоростью непосредственно

к коллектору. Когда потенциал коллектора изменяется от слабо отрицательного до слабо положительного по отношению к источнику, то те электроны, которые не потеряли поступательного импульса на своем пути, оказываются способными достигнуть коллектора. Заключение о природе

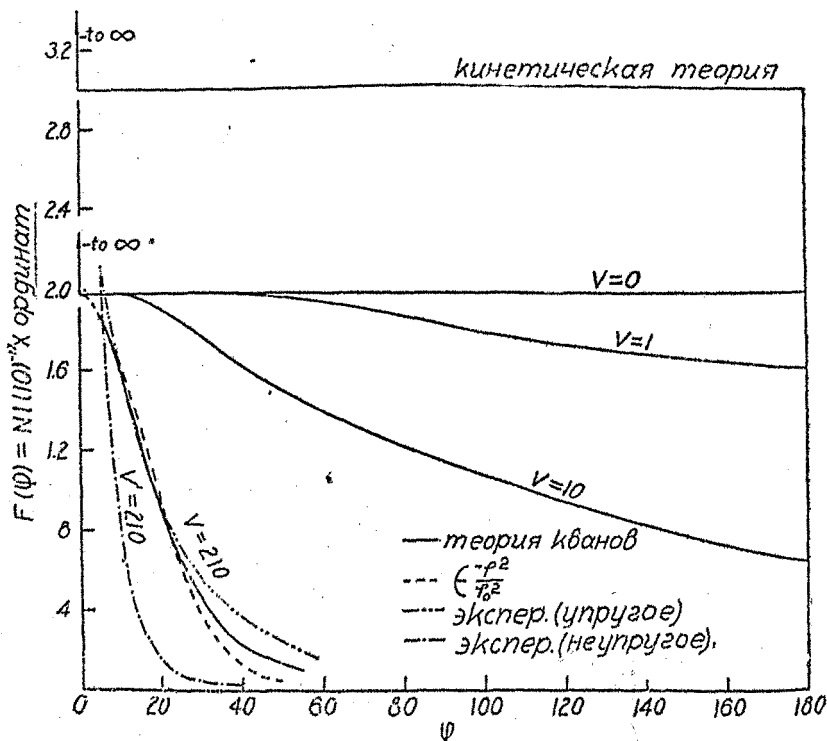


Рис. 31. Рассеяние электронов в гелии. $F(\Phi)$ есть доля, рассеянная на единицу телесного угла на угол Φ . Наблюдения над упругим рассеянием электронов в 210 V по сравнению с предсказаниями квантовой теории. Кроме того теоретическое рассеяние при других вольтажах. Наблюдения неупругого рассеяния электронов в 210 V. Наблюдения нанесены в произвольной шкале, которая является одинаковой для упругого и для неупругого рассеяния. Кривая представляет собой график уравнения (119).

соударений можно получить путем изучения характера кривой зависимости тока от вольтажа для положительных значений V_c . Основание для интерпретации этих кривых следующее.

Если все электроны, которые соударяются, теряют всю свою энергию, то очевидно, что кривая $CDEF$ должна быть

совершенно плоской и соответствовать именно тем электронам, которые прошли от источника до коллектора без соударений. Если однако некоторые электроны оказываются слегка и упруго отклоненными, они не будут в состоянии проникнуть сквозь слой пространственного заряда, окружающий коллектор, когда $V = 0$, но они смогут проникнуть сквозь него, когда V будет иметь достаточное положительное значение, так что падение потенциала в этом слое будет меньше на величину, отвечающую потере энергии, связанной с поступательной компонентой импульса. Таким образом вид поднимающейся кривой CD дает сведения об угловом распределении упругого рассеяния.

Излом кривой в точке D происходит приблизительно при 13 вольтах. При этом вольтаже V_c — электрон, который потерял энергию ровно в таком количестве, чтобы возбудить молекулы азота и продолжать свое движение дальше вперед, как-раз оказывается способным проникнуть сквозь слой и достигнуть коллектора. При больших значениях V_c электроны, которые потеряли дополнительную энергию или были отклонены в процессе возбуждения атомов, могут быть собраны в коллекторе.

При выполнении подсчетов, детально описанных в оригинальной статье, необходимо принимать во внимание некоторые вторичные эффекты, как например отражение электрона от коллектора и изменение полной ионизации, когда электроны уже собраны. Эксперимент не дает возможности резко различать потерю энергии и угловое отклонение, так как потеря поступательного импульса есть именно та величина, которая может быть в данном случае измерена. Но некоторые дополнительные эксперименты подтверждают выводы, сделанные в таб. 17.

Результаты согласуются с законом вероятности углового рассеяния, имеющего форму:

$$F(\varphi) = F(\varphi)_0 e^{-\frac{\varphi^2}{\varphi_0^2}}, \quad (119)$$

где $F(\varphi)$ — доля электронов, которые проходят единицу расстояния и на каждую единицу телесного угла рассеива-

Таблица 17.

Сводка данных относительно ударов электронов в газах (Лэнгмюр и Джонс). P_k , P_e , P_r , P_i — вероятности того, что электрон на 1 см пути сквозь газ при 1 мм давления и 20° Ц испытает соударение: неупругое, упругое, переводящее в первое возбужденное состояние, ионизирующее Φ_e и Φ_r средние квадратичные углов отклонения для упругого рассеяния, и для рассеивания, сопровождающего первое возбуждение. $E_e = \nu \Phi_e^2$ (вольт. радиан²) оказывается „приблизительно“ константой для каждого газа и может быть полезным для предвычисления Φ_e для других энергий электрона ν (вольт). Иметь в виду, что Φ_e должно быть выражено в радианах. $P_k + P_e$ полная вероятность соударения.

Газ	Вольты	P_k	P_e	P_r	P_i	Φ_e	Φ_r	E_e
He	50	7,7	2,1	2,8	0,9	25°	(25)°	9,5
	100	6,0	1,5	0,7	1,6	19	16	11,0
Ne	75	9,3	1,1	1,5	1,8	21	(21)	9,8
	100	9,2	9	1,3	2,4	19	(19)	11,0
A	30	19,1	24,1	5,9	4,7	24	(24)	5,3
	50	18,4	20,8	1,9	9,5	18	(18)	5,2
	100	18,7	14,5	1,7	11,4	12	(12)	4,7
	250	18,4	12,8	2,7	11,4	10	(10)	4,5
H ₂	30	48,0	33,3	17,3	13,6	17	(17)	2,5
	50	49,1	29,5	14,7	19,9	11	13	3,1
	100	50,3	25,9	16,7	21,7	10	12	3,3
	250	32,0	21,3	6,7	20,4	6	(6)	3,2
H ₂	100	9,2	5,3	3,5	3,9	5	16	7,3
	250	7,2	6,3	2,1	3,6	9	5	6,7
N ₂	75	20,2	14,9	5,3	9,3	16	(16)	5,9
	100	16,2	10,4	4,8	10,3	14	8	5,8

ются на угол φ , $F(\varphi)_0$ есть доля при угле $\varphi=0$, а φ_0 может быть названо средним квадратичным углом рассеяния. Рис. 31 показывает, что это уравнение находится в приблизительном соответствии также и с опытами Даймонда и Уотсона в гелии, причем величина φ_0 здесь будет равна 22,7° для упругого рассеяния электронов в 210 вольт. Хотя это уравнение может быть и неточно, оно находится в удовлетворительном согласии с фактами, и его форма такова, что ею удобно пользоваться при вычислениях. Поэтому можно полагать, что этот закон должен быть весьма полезным при интерпретации влияния углового рассеяния в ре-

альных разрядных трубках. Соответствующие константы, которыми и следует пользоваться в этом уравнении для ряда газов, могут быть заимствованы из табл. 17, хотя имеются и более прямые измерения, как например в случае гелия.

Полная вероятность рассеяния в результате соударения при перемещении на единицу расстояния получается из уравнения (119), а именно:

$$P = \int_0^{\pi} 2\pi \sin \varphi \cdot F(\varphi)_0 \cdot \varepsilon^{\frac{\varphi^2}{\varphi_0^2}} d\varphi = \pi \varphi_0^2 F(\varphi), \quad (120)$$

откуда приближенно

$$F(\varphi) = \frac{P}{\pi \varphi_0^2} \varepsilon^{-\frac{\varphi^2}{\varphi_0^2}}. \quad (121)$$

Величины P и φ_0 , полученные подстановкой экспериментальных результатов в это уравнение, даны в табл. 17. Отсюда могут быть вычислены значения $F(\varphi)$ для любого угла.

В некоторых случаях кривая выше первого потенциала возбуждения оказывается непригодной для точной оценки φ_r . Так как φ_r , вообще говоря, оказывается приблизительно равным φ_0 , то принимают, что в этих недостоверных случаях обе величины между собой действительно равны. Эти значения даны в скобках.

При пользовании уравнением (121), φ_0 полагается равным φ_r или φ_0 , смотря по обстоятельствам и берется соответствующее значение P .

Сравнение этих результатов с результатами Даймонда и Гарнвеля, описанными раньше, показывает согласие, поскольку дело идет о преобладании рассеяния на малые углы и величины среднего угла рассеяния. Лэнгмюр и Джонс нашли неупругие соударения относительно более вероятными, нежели Даймонд и Гарнвель. В обоих случаях наблюдаемое распределение $F(\varphi)$ для малых скоростей стремится к распределению сферических частиц.

Для важного случая рассеяния в ртутных парах табл. 18 дает цифры, найденные обоими методами.

Таблица 18.

Одиночное рассеяние электронов в ртутных парах. $F_e(\Phi)$ число электронов упруго рассеянных на угол Φ на 1 единицу телесного угла, на первичный электрон, на 1 см пути, на 0,001 мм давления при 20° Ц. $F_k(\Phi)$ соответствующее количество для неупругих ударов. Первичные электроны в 82 вольта.

Метод Даймонда (Арно ²⁵⁰) Дэнгмюр и Джонс				
Φ	$F_e(\Phi)$	$F_k(\Phi)$	$F_e(\Phi)$	Отношение
0°	—	—	0,228	—
5	0,127	0,187	184	1,45
10	051	063	102	2,00
15	024	025	038	1,58
20	0144	0111	0099	0,69
25	0089	0061	0012	0,15
30	0056	0 36	0003	0,05
40	0028	0019	—	—
50	0015	0011	—	—
60	0005	0004	—	—

В табл. 18 первые значения вычислены из данных Арно, последние значения вычислены из данных табл. 17 и уравнения (121), полагая $P_e = 0,0204$, $\varphi_e = 11,3^\circ = 0,198$ радианов.

д) Диффузия электронов еще совсем не изучалась экспериментально с достаточной точностью, для того чтобы можно было воспользоваться результатами для проверки теорий, подобных развитой в разделе D(1d). Экспериментально легче измерять подвижности и отсюда вычислять константы диффузии по уравнению (105).

е) Подвижности положительных ионов еще не изучались при условиях, в которых природа иона бы была установлена достаточно хорошо, для того чтобы результатами можно было воспользоваться для проверки уравнений типа уравнения (117). Эта величина более пригодна для комбинирования теории и эксперимента с целью исследования природы ионов, нежели для проверки самой теории.

Подвижности электронов известны для многих газов в широком интервале полей и давлений, и эти данные позволяют произвести проверку теории. В этом отношении единственная теория, которая претендует на строгий вывод и которая не содержит произвольных постоянных есть теория, выражаемая уравнением (116). Следуя обыкновенно, это уравнение может быть представлено через посредство „константы подвижности“ K (которая в действительности не является константой, так как она зависит от температуры), определяемой как подвижность при стандартных условиях температуры и давления. K может быть выражено формулой:

$$K = \frac{P}{760} \cdot \frac{273}{T} \mu, \quad (122)$$

если подставить μ из уравнения (116) и ввести значения постоянных, то уравнение это приобретает вид:

$$K = \frac{271\,000 \lambda_1 \frac{273}{T}}{\left[1 + (1 + 1\,106\,000 M \lambda_1^2 \left(\frac{E}{p} \right)^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (123)$$

где λ_1 средняя длина свободного пути электрона при $p=1$ мм и 273° К, M —молекулярный вес, выраженный через $M_H=1$ и E —поле в вольтах на сантиметр. Числовые константы слегка отличаются от ранее опубликованных²⁵², и, как мы полагаем, лучше пригодны для представления теории.

Экспериментальные результаты неожиданно близко совпадают с предсказаниями этой теории, если принять во внимание значительные отступления условий действительных соударений от простой кинетической теории, а также тот факт, что константы уравнения не являются произвольно устанавливаемыми константами. Рис. 32 и 33 дают сравнение теории с экспериментом для двух случаев; другие случаи рассмотрены Комптоном²⁵².

Эти и аналогичные результаты показывают, что теория дает результаты правильного порядка величины и верно

указывает характер изменения K в зависимости от $\frac{E}{p}$ даже в отношении своеобразного пересечения кривой с осью при $\frac{E}{p} = 0$. Таким образом общая идея, лежащая в основе теории, вероятно правильна, и неточность обусловлена тем,

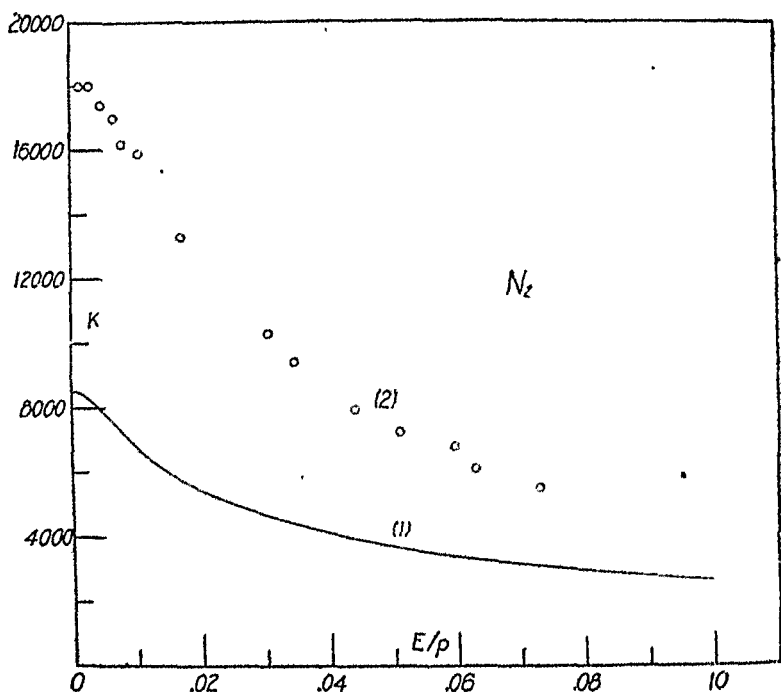


Рис. 32. „Константа“ подвижности электрона; кривая (1) — теоретическая по уравнению (123); кривая (2) — экспериментальные результаты В а л и н а ²⁵³.

что теория использует чрезмерно упрощенное представление кинетической теории о соударении. Каким именно образом теоретические результаты должны видоизмениться введением экспериментальных значений свободных путей еще не видно. Например рис. 25 показывает, что экспериментальные определения средних длин путей дают величины значительно меньшие, нежели те, к которым приводит кинетическая теория для случая столь малых скоростей, какие встречаются в опытах с подвижностью. Однако введение таких малых свободных путей должно скорее подчеркнуть,

нежели устранить расхождения, показанные на рис. 32. Принятие во внимание возможной неидеальной упругости соударения не дает согласия, так как эта причина не изменяет значения K для $\frac{E}{p} = 0$, но лишь изменяет последующий ход кривой. Тем не менее в случае азота тот

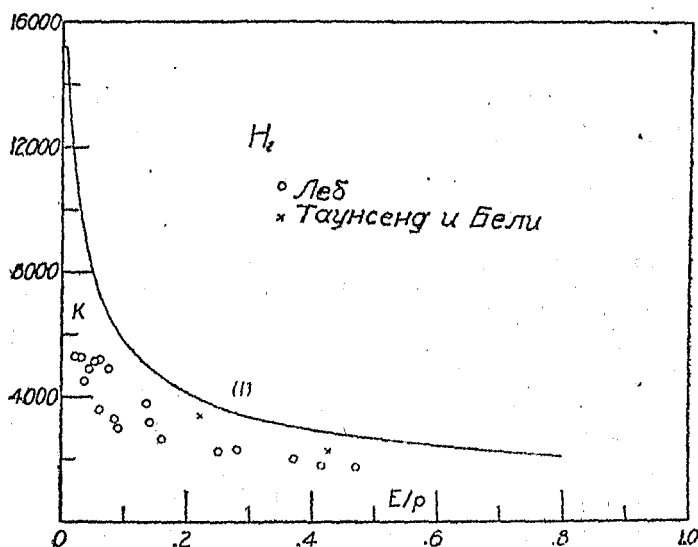


Рис. 33. "Константа" подвижности электронов; сплошная кривая проведена по теоретическому уравнению (123); экспериментальные результаты по Лебу²⁶⁴, Таунсенду и Бели.

факт, что рассеянные электроны концентрируются в направлении первоначального полета (малые углы рассеяния) в большей степени, нежели это было бы в случае упругого удара, вводит поправку, увеличивающую подвижность и следовательно идущую в направлении сглаживания разницы между теорией и экспериментом.

С другой стороны, в водороде и гелии, экспериментальные значения постоянных подвижностей несколько меньше предсказываемых теорией. Следовательно в этих случаях экспериментальные свободные пути при малых скоростях значительно меньше величин, полученных по кинетической теории. Это в свою очередь дает поправку в нужном направ-

влении, сглаживающую показанное на рис. 33 расхождение между теорией и экспериментом.

Однако поправка эта несколько чрезмерно велика и чтобы вновь получить согласие, необходимо опять-таки принять во внимание избыток рассеяния в первоначальном направлении. В случае водорода и гелия квантовая теория рассеяния, которая, как мы видели, хорошо подтверждается экспериментами, предсказывает, что избыток рассеяния в первоначальном направлении менее выражен при малых скоростях, по сравнению с большими, и что по мере приближения скорости к нулю рассеяние стремится стать равномерным по всем направлениям, как того требует простая кинетическая теория. Можно сказать, что эти соображения являются вполне достаточными для того чтобы видоизменить уравнение (123), так чтобы оно согласовалось с опытом, однако в этом направлении еще не предпринималась проверка теории.

Очевидно теория подвижностей, основанная на истинных законах рассеяния электронов при малых скоростях, должна быть чрезвычайно сложной. Быть может, принимая приближенные аналитические функции для представления вариаций свободных путей и углов рассеяния в зависимости от электронных скоростей, можно будет найти приближенное решение более удовлетворительное, нежели уравнение (123).

Существует другой путь проверки уравнений подвижности. Этот путь обходит всякие соображения о предельной энергии, на которых базируются уравнения (117) и (123), и исходит от более общего уравнения (107), построенного лишь на допущении максвелловского распределения скоростей и допущении о том, что все направления движения после соударения равно вероятны. Метод Лэнгмюра и Мотт-Смита, уже упомянутый ранее ²⁸⁵, позволяет произвести проверку характера распределения скоростей и нахождение средней скорости электрона в случае максвелловского распределения при условии, что ионизация газа достаточна интенсивна. В этих случаях уравнение (107) позволяет непосредственно вычислить подвижность μ , если известен средний свободный путь или наоборот. Экспери-

ментально легко определить μ , ибо полный ток, переносимый электронами, равен $\int NeE\mu dS$, причем интегрирование распространяется на все поперечное сечение тока, а N и E даются измерениями при помощи зондов. Отсюда практически средние свободные пути электронов λ вычисляются путем введения экспериментальных результатов в уравнение (107). Для паров ртути было найдено ²⁵⁶, что средние свободные пути, вычисленные таким путем, несколько меньше величин, найденных по кинетической теории. Это в свою очередь согласуется с экспериментальными значениями, приведенными на рис. 26 для малых скоростей, с которыми здесь приходится иметь дело (для большинства частей разряда — порядка 2 вольт или меньше). Весьма желательны дальнейшие проверки, выполненные этим методом для разнообразных условий и других газов.

3. Квантовые теории соударения и рассеяния требуют специального обзора и потому здесь рассматриваются лишь в той мере, в какой это необходимо для полноты обсуждения явлений рассеяния, столь важных для газовых разрядов. Имеются три случая, которые с большим успехом трактуются квантовой теорией: а) средние свободные пути для весьма малых отклонений, — таких, какие встречаются при измерениях средних свободных путей; б) распределение углового рассеяния в функции скорости, которое приводит к теории типа рассеяния, изученного Даймондом и Гарнвелом; в) аномальная прозрачность некоторых молекул для весьма медленных электронов — эффект Рамзауэра, наблюдаемый по видимому для всех атомов или молекул с замкнутой наружной оболочкой из 8 электронов. Все эти теории применяются только к электронам, но теория для случая а) может быть расширена также и на случай отклонений положительных ионов. Мы рассмотрим эти три случая весьма кратко.

а) Средние свободные пути электронов были исследованы Цвикки ²⁵⁷ при помощи метода возмущений и при посредстве аппарата старой квантовой теории. Задача может быть поставлена следующим образом: „как далеко от центра молекулы должна проходить первоначальная траек-

тория электрона, с тем чтобы он испытал отклонение φ . Так как теория относится только к малым значениям φ , то применяется метод возмущений, который используется следующим образом: сначала предполагается, что электрон движется без отклонения в направлении своей первоначальной траектории. На пути он оказывает возмущающую силу на молекулу. Тогда сила, с которой эта возмущенная молекула действует на электрон, применяется для вычисления его отклонения. Эта сила включает и силу поляризационную равную $\frac{(K-1)e^2}{2\pi Nr^3}$, где K — диэлектрическая постоянная, N — число молекул в единице объема и r — расстояние между электроном и молекулой. Эта сила может также включать действие постоянного поля молекулы, если последняя обладает неизменным дипольным моментом и если электрон на орбите молекулы имеет период τ_1 , сравнимый с временем, в течение которого электрон проходит сквозь молекулу. Здесь происходит своеобразный резонансный эффект, обусловленный появлением у молекулы дипольного момента за счет орбитального электрона, даже в тех случаях, когда эта молекула не обладает дипольным моментом в явлениях со значительно большим естественным периодом. Отклонение φ , вычисляемое таким образом, оказывается пропорциональным:

$$\varphi \sim \frac{U(a)}{mv^2} \cdot \varphi\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right), \quad (124)$$

где $U(a)$ — потенциальная энергия электрона на расстоянии a , a — ближайшее расстояние молекулы от первоначальной траектории электрона, τ_2 определяется соотношением $\tau_2 = \frac{a}{v}$ и φ есть своего рода резонансная функция.

Если молекула обладает высокой симметрией, то потенциальная энергия обусловлена одной только вышеупомянутой поляризационной силой, и φ будет пропорционально

$$\varphi \sim \frac{(K-1)e^2}{4\pi Na'mv^2}. \quad (125)$$

Экспериментально мы находим долю электронов, отклонен-

ных на угол больший некоторого данного угла φ_0 , определяемого конструкцией прибора. Другими словами, мы находим долю электронов, траектории которых проходят внутри определенного расстояния от молекулы. Эта доля будет:

$$Ng = N\pi a^2 = \alpha = \frac{1}{\lambda},$$

где g есть эффективное поперечное сечение молекулы, а α (рис. 22 и 26) есть совокупное эффективное сечение молекул в единице объема. Таким образом из уравнения (125) мы находим

$$\alpha v = \frac{v}{\lambda} - \text{const} (K-1)^{\frac{1}{2}}. \quad (126)$$

На рис. 25 и 26 видно, что кривая для H_2 напоминает гиперболу и что кривая для Hg более или менее сходна с ней. На самом деле, оказывается, что количественная оценка константы в уравнении (126) ведет к вычисленным значениям α , которые с точностью примерно до 10% воспроизводят реальные значения в случаях H_2 , Hg, Zn, Cd.

Если, с другой стороны, молекула обладает дипольным моментом μ , колеблющимся или вращающимся вследствие орбитального движения электрона с периодом $\tau_1 = \frac{1}{\omega}$, то уравнение (124) принимает вид

$$\varphi \sim \frac{\mu v e}{a^2 m v} \varphi \left(\frac{v}{\omega a} \right) \quad (127)$$

или

$$\alpha v^2 = \text{const} \left[\varphi \left(\frac{v}{\omega a} \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Здесь α должна уменьшаться с увеличением v более быстро, нежели в случае просто поляризующихся молекул, она должна быть больше, чем в том случае, если бы действовала одна только поляризация, она должна возрастать с атомным объемом для атомов, находящихся в* одном и том же столбце периодической системы и наконец она должна достигать максимального значения вблизи $v = \omega a$.

Все эти характерные особенности в резко выраженной форме обнаруживаются благородными газами и в меньшей степени Hg и N₂.

Из сказанного видно, что изложенная теория Цвикки основана на таких физических явлениях, которые на самом деле играют роль в рассеянии электронов при соударениях. Те же самые соображения могут быть использованы в теории рассеяния положительных ионов на малые углы с тою особенностью, что в этом последнем случае необходимо принимать во внимание взаимную поляризацию.

б) Распределение углов рассеяния электронов в функции скорости трактовалось при помощи методов волновой механики для атомного водорода и прочих одноэлектронных систем — Борном ²⁵⁸ и Зоммерфельдом ²⁵⁹ и Моттом ²⁶⁰ — для случая гелия. Некоторые результаты этих исследований уже обсуждались в связи с рис. 31. Мы бы зашли слишком далеко в сторону от излагаемого предмета, если бы стали здесь развивать волномеханическую теорию рассеяния, но основные идеи и результаты должны быть сформулированы.

Электрон с массой m и скоростью v трактуется как плоская волна с длиной волны $\frac{h}{mv}$ и амплитудой ψ ; произведение ψ на комплексно сопряженную величину $\bar{\psi}$ для каждой данной точки измеряет среднюю плотность заряда или вероятность нахождения электрона в данной точке. Волновая функция удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$\Delta \psi + \frac{8\pi^2 m}{h} (E - V) \psi = 0, \quad (128)$$

где E есть полная энергия, а V — потенциальная энергия электрона. Если подставить соответствующие значения E и V в это уравнение и решить его для ψ в функции координат, то распределение ψ даст распределение рассеяния. Для применения этого метода должны быть известны величины V , характерные для полей, окружающих различные типы атомов.

Эффект Рамзауера или большая прозрачность некоторых газов для электронов малых скоростей в свою очередь хорошо объясняются волновой механикой ²⁶¹. Это явление наблюдается для таких газов, как Ne, A и др., молекулы которых настолько симметричны, что электрические поля их весьма быстро убывают с расстоянием. Таким образом функция V в уравнении (128) имеет заметные значения только на весьма малых расстояниях от каждой молекулы. Поэтому молекула представляет собой объект весьма малых линейных размеров, поскольку дело касается V . С другой стороны, электрон очень малой скорости v имеет относительно большую эквивалентную длину волны $\frac{h}{mv}$. Таким образом эта комбинация молекулы, обладающей очень малым внешним полем, и медленного электрона с большой эквивалентной длиной волны представляет случай аналогичный малому предмету на пути потока волн большой длины волны. В этом случае предмет имеет относительную малую способность рассеяния волн, которые проходят сквозь предмет неизмененными.

4. Колебания „плазмы“ электронов и ионов представляют собой совершенно своеобразный тип колебаний, которые могут быть получены в разрядных приспособлениях и которые характеризуются тем, что они совершенно не зависят от констант сети L , C , R . Эти колебания впервые были открыты Пеннингом ²⁵², причем было предположено, что они являются причиной неожиданно быстрого рассеяния электронов в сильно ионизированных газах, открытого Лэнгмюром ²⁶³ и далее изученного Дитмером ²⁶⁴. Лэнгмюр и Тонкс ²⁶⁵ частично объяснили это явление следующим образом.

„Плазма“ определяется как область ионизированного газа, в которой концентрации электронов и положительных ионов приблизительно равны между собой. Если в такой области группа электронов в x смещается в направлении x на величину $\xi(x)$, причем функция $\xi(x)$ подчиняется условию $\xi(x)$ на двух параллельных граничных плоскостях, то создается электрическая сила, обусловленная неуравнове-

шенным пространственным зарядом, которая стремится сдвинуть эти электроны обратно к равновесному состоянию нулевого пространственного заряда. Изменение концентрации электронов и результирующее поле могут быть вычислены по уравнению Пуассона и равны:

$$\delta n = n \frac{\delta \xi}{\delta x} \quad \text{и} \quad \frac{dE}{dx} = 4\pi e \delta n,$$

где

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi n e \frac{d\xi}{dx}$$

интеграл которого будет

$$E = 4\pi n e \xi.$$

Так как восстанавливающая сила, как видно из последнего уравнения, пропорциональна смещению, то ясно, что движение каждого электрона есть простое гармоническое колебание, происходящее по уравнению

$$m \ddot{\xi} + 4\pi n e^2 \xi = 0.$$

Решение этого уравнения дает собственную частоту

$$\nu_0 = \left(\frac{n e^2}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} = 8980 n^{\frac{1}{2}}. \quad (129)$$

Таким образом мы получаем собственную частоту, пропорциональную квадратному корню из концентрации электронов n . Обычные значения n в разрядных трубках малого давления 10^{10} см^{-3} , что ведет по уравнению (129) к значению $\nu_0 = 9 \times 10^8$ циклов, что соответствует радиоволнам длиной примерно 33 см.

Скорость распространения этих волн будет:

$$v = \lambda \left(\frac{n e^2}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (180)$$

Так как скорость пропорциональна длине волны, то волны обнаруживают большую дисперсию, и групповая скорость волн стремится к нулю. Таким образом, хотя эти волны могут распространяться в пространстве, они не переносят энергии.

Средняя амплитуда этих колебаний может быть оценена, если рассматривать каждый элемент объема как независимый гармонический осциллятор в равновесии с самими электронами, предполагая, что мы знаем нижний предел величины этого элемента объема. В качестве целесообразной догадки мы можем положить, что он равен кубу „дебаевского“ расстояния ²⁶⁸, выражаемого формулой:

$$\lambda_D = \left(\frac{kT_e}{8\pi n e^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 4.90 \left(\frac{T_e}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ см}, \quad (131)$$

где T_e есть „температура“ электронов (λ_D — расстояние, на котором средний потенциал вблизи заряженной плоскости в ионизированном газе составляет $\frac{1}{e}$ часть потенциала самой плоскости). Если принять это допущение, то полная плотность энергии электрического поля колебаний будет:

$$\frac{E^2}{8\pi} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\lambda_D} \right)^3 kT_e, \quad (132)$$

где

$$E = 96^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{5}{4}} e^{\frac{3}{2}} n^{\frac{3}{4}} (kT_e)^{-\frac{1}{4}} = \\ = 1.17 (10)^{-6} n^{\frac{3}{4}} T_e^{-\frac{1}{4}} \text{ вольт/см.}$$

Это соотношение вероятно дает слишком большие значения для E , так как вероятно, что минимальный элемент объема должен быть больше, чем λ_D , хотя и имеет тот же порядок величины.

Очевидно, что всякий однородный пучок электронов, проходя сквозь ионизированный газ, стремится приобрести случайное распределение скоростей около средней скорости, за счет полей этих колебаний плазмы электронов. Поэтому эти колебания представляют возможность обмена между ионами и электронами на ряду с индивидуальными соударениями.

Описанные колебания пространственного заряда электронов в отношении более инертного пространственного заряда положительных ионов представляют „колебания“ плазмы электронов. Существуют также собственные колебания

положительных ионов, которые Лэнгмюр называет колебаниями плазмы ионов. Для этого случая рассуждения, аналогичные предшествующим дадут частоту

$$\nu_p = \left(\frac{ne^2}{\pi M + ne^2 M \lambda^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{kT_e}. \quad (138)$$

Если длина волны мала, то это уравнение по форме сводится к уравнению (129) с массой ионов M вместо массы электронов. С другой стороны, для длинных волн частота приближается к $\left(\frac{kT_e}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \lambda$, что дает волны, распространяющиеся со скоростью $\left(\frac{kT_e}{M} \right)^{\frac{1}{2}}$. Эти последние волны аналогичны звуковым волнам, проходящим сквозь ионизированный газ и их частоты обычно меньше 5×10^5 в секунду. Границу между этими двумя типами колебаний плазмы ионов грубо дает дебаевская длина волны (уравнение 131).

В части II этой статьи авторы рассмотрят реальные типы разрядов — дуга, искра, тлеющий разряд и корона — и попытаются интерпретировать их характеристики на основании данных об основных процессах, рассмотренных в настоящей I части.

ЛИТЕРАТУРА

216. Stueckelberg and Morse. Phys. Rev. 35, 116, 1930; Adams, *ibid.* 34, 537, 1929.
217. Jeans. Dynamical Theory of Gases, 2 ed., Chap. 11.
218. Richardson. Phil. Mag. 18, 695, 1919.
219. См. например Richardson. Electron Theory of Matter.
220. Mott-Smith and Langmuir. Phys. Rev. 28, 727, 756—756, 1926.
221. Jeans. Dynamical Theory of Gases, 2 ed., Chap. X.
222. Langevin. Ann. d. Chem. et de Phys. 28, 316, 1903.
223. Langevin. Ann. d. Chem. et de Phys. 5, 215, 1905; Навя, Phil. Mag. 1, 139, 1926.
224. Compton. Phys. Rev. 22, 333, 1923.
225. Cravath. в Phys. Rev. 1930.

226. Это — известная формула для одиночного рассеяния, применявшаяся Дарвином к рассеянию частиц (Rutherford, Phil. Mag. 21, 669, 1911; Millikan. „The Electron“ Appendix F). Хотя в этих работах рассеяние рассматривается для закона отталкивания обратно пропорционального квадратам расстояний, тот же самый метод, примененный к проблеме притяжения, ведет к идентичным результатам.

227. Путем приспособления методов, развитых для исследования отдачи легких атомов при столкновениях с частицами: Darwin. Phil. Mag. 27, 499, 1914; Rutherford, *ibid.* 37, 537, 1919; Proc. Roy. Soc. 97 374, 1920.

228. Jeans. Dynamical Theory of Gases, 2 ed., p. 326.

229. Jeans. Dynamical Theory of Gases, 2 ed., p. 328.

230. Langevin. Ann. de Chim. et de Phys. 5, 245, 1905; 28, 317, 495, 1908; Mayer. Ann. der Phys. 62, 358, 1920; Loeb. Kinetic Theory of Gases. Chap. XI; Townsend. Electricity in Gases, p. 84.

231. Thomson. Conduction of Electricity Through Gases, 3 ed., p. 79.

232. Langevin. Ann. de Chim. et de Phys. 5, 245, 1905; 28, 495, 1908; Mayer. Ann. de Phys. 62, 358, 1920.

233. Loeb (Kinetic Theory of Gases, p. 447) обращает особое внимание на правильное определение λ_0 .

234. Langevin. Ann. de Chim. et Phys. 8, 238, 1905; Thomson. Conduction of Electricity Through Gases, 3 ed., p. 165.

235. Langmuir and Mott-Smith, G. E. Rev. 27, 449, 538, 616, 762, 810, 1924; Tonks and Langmuir. Phys. Rev. 34, 877, 1929.

236. Hertz. Z. f. Physik 32, 298, 1925; Physika 2, 15, 1922.

237. Compton. Phys. Rev. 22, 333, 1923.

238. Compton. Phys. Rev. 22, 333, 432, 1923.

239. Langmuir and Mott-Smith, G. E. Rev. 27, 449, 538, 616, 762, 810, 1924. См., однако D(4).

240. Langevin. Ann. Chim. Phys. 105, 245, 1905; Boltzmann. Gastheorie. Vol. 1, p. 114; Benade and Compton. Phys. Rev. 11, 196, 1918.

241. Killian. Phys. Rev. 35, 1930.

242. Lenard. Ann. d. Physik 12, 714, 1903; Mayer. *Ibid.* 45, 24, 1914; 64, 451, 1921; Compton and Benade. Phys. Rev. 8, 449, 1916. Maxwell. Proc. Nat. Acad. Sc. 12, 509, 1926; Jones. Phys. Rev. 32 459, 1928.

243. Ramsauer. Ann. d. Physik 64, 513, 1921; 66, 546, 1921; 77, 345, 1923; Jahrb. d. Radioakt. 19, 345, 1922; Brode. Proc. Roy. Soc. 125, 134, 1929; Phys. Rev. 34, 673, 1929; Bethe. Ann. d. Physik 84, 949, 1927; вероятно искажено загрязнениями. Brüche, *ibid.* 5, 909, 1929; Jones. Phys. Rev. 32, 459, 1928 сравнивают методы Рамзауера и Ленарда для электронов в парах ртути; см. в особенности работу Рамзауера и Коллата. Ann. d. Physik 4, 91, 1930, представляющую последние результаты для электронов весьма малых скоростей.

244. Langmuir and Jones. Science 59, 380, 1923; Phys. Rev. 31, 457, 1928.

245. Dempster. Proc. Nat. Acad. Sc. 11, 552, 1925; G. P. Thomson. Phil. Mag. 1, 61, 1926.
246. Dempster. Proc. Nat. Acad. Sc. 12, 96, 1926.
247. R. B. Kennard. Phys. Rev. 31, 423, 1928.
248. J. S. Thompson. Phys. Rev. 31, 432, 1928.
249. Ramsauer and Beek. Ann. d. Physik 87, 1, 1928.
250. Dymond. Phys. Rev. 29, 433, 1926; Dymond and Watson. Proc. Roy. Soc. 122, 571, 1929; Harnwell, Proc. Nat. Acad. Sc. 14, 564, 1928; Phys. Rev. 33, 459, 1929; 34, 661, 1929; 35, 285, 1930; Kollath. Ann. d. Physik 87, 259, 1928; Whiddington. Phil. Mag. 6, 889, 1928; Arnot. Proc. Roy. Soc. 125, 660, 1929.
251. Для водорода или в любом кулоновом поле—Born. Göttingener Nachrichten, S. 46, 1926; Ztschr. f. Physik 36, 803, 1926; Oppenheimer. Phys. Rev. 32, 361, 1928; рассеяние частиц или электронов защищенным ядром см. у Sommerfeld. Wellenmechanischer Ergänzungsband, S. 231; рассеяние в гелии см. Mott. Proc. Camb. Phil. Soc. 25, 304, 1929.
252. Compton. Phys. Rev. 22, 432, 1923.
253. Wahlin. Phys. Rev. 23, 169, 1924.
254. Loeb. Phys. Rev. 19, 24, 1922; 20, 397, 1922.
255. Townsend and Bailey. Phil. Mag. 42, 873, 1921.
256. Langmuir and Mott-Smith, G. E. Rev. 27, 819, 1923; Kilian. Phys. Rev. 35, 1930.
257. Zwicky. Phys. Ztschr. 24, 171, 1923; Proc. Nat. Acad. Sc. 12, 461, 1926.
258. Born. Götting. Nachr. S. 146, 1926.
259. Sommerfeld. Atombau u. Spektrallinien, Wellenmechanischer Ergänzungsband, S. 231.
260. Mott. Proc. Camb. Phil. Soc. 25, 304, 1929.
261. Faxen and Holtsmark. Ztschr. f. Physik 45, 307, 1927; Holtsmark. Naturwiss. 16, 614, 1928; ibid. 17, 365, 1929; Ztschr. f. Physik 48, 231, 1928; ibid. 55, 437, 1929.
262. Penning. Nature August 28, 1926; Physika 6, 241, 1926.
263. Langmuir. Phys. Rev. 26, 585, 1925.
264. Dittmer. Phys. Rev. 28, 507, 1906.
265. Langmuir. Proc. Nat. Acad. Sc. 14, 627, 1928; Tonks and Langmuir. Phys. Rev. 33, 195, 1928.
266. Debye and Huckel. Phys. Ztschr. 24, 185, 305, 1923.