

КВАНТОВЫЙ ПОСТУЛАТ И НОВОЕ РАЗВИТИЕ АТОМИСТИКИ ¹⁾.

Н. Бор, Копенгаген.

В связи с дискуссией по поводу физического толкования квантовых методов, развившихся за последние годы, мне очень хотелось изложить нижеследующие общие замечания о принципах, лежащих в основе описания атомных явлений. Эти замечания, надеюсь, помогут некоторому примирению взглядов, резко расходящихся в данной области.

§ 1. Квантовый постулат и причинность.

Для квантовой теории характерно признание принципиальной ограниченности классических физических понятий в применении к атомным феноменам. Положение, создающееся вследствие этого, очень своеобразно, ибо наше толкование опытного материала в существенных чертах основано именно на применении классических понятий. Но несмотря на затруднения, возникающие отсюда, для формулировки со-

¹⁾ Статья в существенном совпадает с содержанием доклада о современном состоянии теории квантов, сделанном во время празднования юбилея Вольты 16 сентября 1927 г. в Комо. Обзор состояния теории непосредственно перед развитием новых вспомогательных средств в этой области можно найти в докладе автора „Атомная теория и механика“ (Naturwissenschaften 14, 1, 1926 г. Nature, 116, 809, 1925). Чрезвычайное развитие теории с того времени вызвало весьма обширную литературу. Здесь мы ограничиваемся только некоторыми указаниями в тексте на новые работы, особенно важные для излагаемых соображений. [Статья Н. Бора появилась одновременно на английском языке (Nature, 121, 580, 1928) и на немецком (Naturwissenschaften 16, 245, 1928). Русский перевод сделан с немецкого текста и сверен с английским.]

держания теории квантов, (смысл ее может быть повидимому выражен, как мы убедимся, так называемым квантовым постулатом. Согласно этому постулату, каждый атомный процесс содержит черты прерывности или, скорее, индивидуальности, выражаемые планковским квантом действия и совершенно чуждые классической теории.

Следствием постулата является отказ от причинного пространственно-временного описания или координации атомных феноменов. В самом деле наше обычное описание явлений природы покоится в конечном счете на предположении, что само наблюдение данного явления на последнее существенно не влияет. Это ясно видно, например, в формулировке теории относительности, оказавшейся столь плодотворной для уяснения классических теорий. Каждое наблюдение, или измерение, как показано Эйнштейном, основано в конце концов на совпадении двух независимых событий в одной и той же точке пространства-времени. Вот это-то совпадение не должно зависеть от различия, которое в остальном может существовать в пространственно-временном описании разных наблюдателей. По квантовому постулату, однако, всякое наблюдение атомных явлений связано с таким взаимодействием последних со средствами наблюдения, которым нельзя пренебречь, и потому невозможно приписать самостоятельную физическую реальность в обычном смысле как феномену, так и средству наблюдения. Вообще понятие наблюдения включает в себе некоторый произвол, поскольку по существу оно зависит от того, какие предметы учитываются вместе с системой, подлежащей наблюдению. Разумеется, в конце концов, всякое наблюдение может быть сведено к ощущениям наших чувств. Но при истолковании наблюдений мы должны всегда привлекать теоретические представления, в результате чего в каждом отдельном случае является вопросом целесообразности тот пункт, где следует вводить понятие наблюдения, вместе с квантовым постулатом с присущей последнему иррациональностью.

Такое положение дела влечет за собою важные последствия. С одной стороны, определение состояния физической

системы, в обычном смысле, требует исключения всяких внешних влияний; но в таком случае по квантовому постулату исключается и всякая возможность наблюдения и прежде всего теряют свой непосредственный смысл понятия времени и пространства. Если, с другой стороны, для того чтобы сделать наблюдения возможными, допустить некоторые взаимодействия с подходящими, не относящимися к системе, средствами наблюдения, то по сути дела однозначное определение состояния системы более невозможно и не может быть речи о причинности в обычном смысле. Соответственно существу теории квантов, мы должны, следовательно, считать пространственно-временное представление и требование причинности, сочетание коих характеризует классические теории, как черты дополнительные, но исключающие одна другую при описании содержания опыта, — как черты символизирующие идеализацию возможностей наблюдения и соответственно определения. Точно так же, как в теории относительности целесообразность резкого разделения пространства и времени, требуемого нашими чувствами, основана на том, что обычные относительные скорости малы в сравнении со скоростью света, так и теория квантов должна привести к признанию, что допустимость всего причинного пространственно-временного воззрения обусловлена только малостью кванта действия в сравнении с обычными действиями, проявляющимися при ощущениях. Действительно при описании атомных феноменов квантовый постулат ставит перед нами задачу развития некоторой „теории дополняемости“ (Komplementaritätstheorie), об отсутствии противоречий в которой можно судить, только взвешивая возможности определений и наблюдений.

Такая интерпретация становится нужной уже в столь дискутируемом вопросе о природе света и частиц материи. Распространение света представляется, как известно, рациональным образом в электромагнитной теории света. В частности интерференционные явления в пустом пространстве и оптические свойства материальных сред управляются всецело волновым принципом суперпозиции. Тем не менее сохранение энергии и импульса при взаимодействии излуче-

ния и материи, проявляющееся в фотоэлектрическом и комптоновском эффекте, находит рациональное выражение в представлении о световых квантах, развитом Эйнштейном. Сомнения в строгой выполняемости принципа суперпозиции и в точной справедливости принципов сохранения, к которым привело это кажущееся противоречие, опровергнуты, как известно, решающими прямыми опытами. Такое положение дела ясно показывает невыполнимость причинного пространственно-временного описания световых явлений. Желая проследить пространственно-временное распространение световых действий, мы обречены, согласно квантовому постулату, на статистическое рассмотрение. С другой стороны, настаивая на требовании причинности в отдельном световом процессе, характеризуемом квантом действия, мы вынуждены отказаться от пространственно-временных отношений. Разумеется никогда не может быть речи о совершенно независимом применении пространственно-временного описания и понятия причинности. Оба толкования природы света являются скорее двумя различными попытками приспособления экспериментальных фактов к нашим обычным воззрениям, в этих попытках находит себе взаимно дополняющее выражение ограниченность классических понятий.

К аналогичному заключению приводит рассмотрение свойств материальных частиц. Индивидуальность электрических элементарных частиц как будто бы следует из самых общих опытов. Тем не менее мы вынуждены для объяснения различных фактов, в частности недавно открытого селективного отражения электронов на металлических кристаллах, прибегнуть к волновому принципу суперпозиции в соответствии с идеями, первоначально высказанными Л. де Бройлем. Подобно тому как в вопросе о свете, так и в отношении сущности материи, удерживая классические понятия, мы стоим перед неизбежной дилеммой, которую можно считать точным выражением анализа опытного материала. В действительности здесь перед нами не взаимно противоречащие, но взаимно дополняющие толкования явлений, которые только вместе дают естественное обобщение классического способа описания. При рассмотрении этих вопросов нельзя

упускать из виду, что, говоря об излучении в пустом пространстве или об изолированной материальной частице, мы имеем дело, в соответствии с излагаемым здесь толкованием, с абстракциями, так как свойства их по квантовому постулату доступны наблюдению и определению только при взаимодействии с другими системами. Тем не менее эти абстракции, как увидим, являются необходимым средством для выражения содержания опытов на основе нашего привычного воззрения.

Затруднения, противостоящие причинному пространственно-временному описанию в теории квантов, давно составлявшие предмет дискуссии, выдвинуты в последнее время на первый план, благодаря развитию новых символических методов. Важным шагом вперед в вопросе о безупречном применении этих методов является новая работа Гейзенберга (ZS. f. Phys. 43, 172, 1927). Он указал на своеобразную взаимную недостоверность, свойственную всякому измерению атомных величин. Прежде чем перейти к более подробному рассмотрению его соображений, целесообразно будет показать, как взаимно дополняющие черты описания, проявляющиеся в этой недостоверности, являются неизбежными уже при анализе самых простых понятий, положенных в основу истолкования опытов.

§ 2. Квант действия и кинематика.

Фундаментальное противоречие между квантом действия и классическими понятиями становится сразу ясным из простых формул, составляющих общее основание теории световых квантов, и волновой теории материальных частиц. Обозначая через h постоянную Планка, мы имеем, как известно:

$$E\tau = J\lambda = h, \quad (1)$$

где E — энергия, J — импульс, τ и λ — соответствующие период колебания и длина волны. В этих формулах вышеупомянутые два толкования света резко противостоят одно другому. Энергия и импульс соответствуют понятию частицы

и по классическому воззрению могут быть характеризованы координатами пространства-времени, с другой стороны, период и длина волны относятся в пространственно-временном отношении к безграничному, плоскому гармоническому чередованию волн. Только при помощи принципа суперпозиции здесь можно установить связь с обычным способом описания. Действительно ограничение пространственно-временного протяжения волновых полей всегда может быть интерпретировано как следствие интерференции внутри группы гармонических элементарных волн. Де Бройль доказал, что переносная скорость индивидуумов, сопряженных с волнами, может быть представлена при помощи так называемой групповой скорости волн. Обозначим плоскую элементарную волну так:

$$A \cos 2\pi (t\nu - x\sigma_x - y\sigma_y - z\sigma_z + \delta),$$

где A и δ — постоянные, определяющие соответственно амплитуду и фазу, величина $\nu = \frac{1}{\tau}$ — частота колебаний, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — волновые числа в направлении координат (они могут быть рассматриваемы как компоненты волнового числа $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ в направлении распространения); $\frac{\nu}{\sigma}$ — является волновой или фазовой скоростью, групповая же скорость определяется через $\frac{d\nu}{d\sigma}$. По теории относительности для частицы со скоростью v :

$$J = \frac{v}{c^2} E \text{ и } v dJ = dE,$$

где c — скорость света. По формуле (1) фазовая скорость равна, следовательно, $\frac{c^2}{v}$, а групповая скорость равна v . С одной стороны, то обстоятельство, что, вообще говоря, $\frac{c^2}{v} > c$, указывает сразу на символический характер этих рассуждений. С другой стороны, возможность отождествления

скорости частицы с групповой скоростью является указанием на область применения пространственно-временных образов в теории квантов. Здесь сказывается одновременно дополнительный характер описания, ибо применение волновых групп с необходимостью связано с нерезкостью определения периода и длины волны, а следовательно согласно (1) и сопряженных величин энергии и импульса.

Ограниченное волновое поле может быть представлено, строго говоря, только наложением множества элементарных волн, соответствующих всевозможным значениям γ , σ_x , σ_y , σ_z . В отношении порядка величины средняя разность этих значений для двух элементарных волн группы дается в благоприятнейшем случае условий:

$$\Delta t \cdot \Delta \gamma = \Delta x \Delta \sigma_x = \Delta y \Delta \sigma_y = \Delta z \Delta \sigma_z = 1,$$

где Δt , Δx , Δy , Δz указывают протяжение волнового поля во времени и по направлениям пространственных координатных осей. Эти соотношения, хорошо известные из теории оптических инструментов, в особенности на основании соображений Рэля о разрешающей способности спектральных приборов, выражают условие, что волновые отрезки могут погаситься вследствие интерференции на пространственно-временных граничных поверхностях волнового поля. Это же условие может быть истолковано так же, как отсутствие фазы у группы в целом, в том смысле как последняя приписывается отдельным элементарным волнам. Из формулы (1) следует затем, что:

$$\Delta t \Delta E = \Delta x \Delta J_x = \Delta y \Delta J_y = \Delta z \Delta J_z = h, \quad (2)$$

что выражает наибольшую возможную точность определения энергии и импульса индивидуума, сопряженного с волновым полем. Условия для сопряжения некоторых значений энергии и импульса с волновым полем по формуле (1) будут в общем случае еще менее благоприятными. Если свойства волновой группы удовлетворяют в начале соотношениям (2) то с течением времени протяжение группы будет испытывать такие изменения, что она должна становиться все менее при-

годной для представления индивидуума. Именно в этом обстоятельстве и лежит парадоксальность вопроса о природе света и материальных частиц. Ограничение классических понятий, выражаемое соотношением (2), тесно связано с ограниченной применимостью классической механики, отвечающей в волновой теории материи геометрической оптике, в которой распространение волн изображается „лучами“. Только в предельном случае таких „лучей“ можно однозначно определить энергию и импульс на основе пространственно-временной картины. Для общего определения этих понятий мы должны прибегать непосредственно к принципам сохранения, рациональная формулировка коих составляет основную проблему символических методов, к которой мы обратимся позднее.

На языке теории относительности содержание соотношений (2) можно формулировать таким образом: по теории квантов существует общая взаимная связь между максимальной остротой определения, вектора пространства-времени и соответственно векторов энергии-импульса. Такая связь может рассматриваться как простое символическое выражение взаимно дополняющей природы пространственно-временного описания и требования причинности. Одновременно общий характер этой связи позволяет до некоторой степени объединить принципы сохранения с пространственно-временным представлением наблюдений; вместо совпадения в одной точке пространства-времени некоторых точно определенных событий можно говорить о встрече неточно определенных индивидуумов в пределах конечной пространственно-временной области.

Это обстоятельство позволяет обойти известные парадоксы, характеризующие описание рассеяния излучения свободными электрическими частицами и соударения двух частиц. По классическим понятиям описание рассеяния требует конечной протяженности излучения в пространстве и времени, а в изменении движения электрона, требуемом по квантовому постулату, речь как будто бы идет о мгновенном действии, разыгрывающемся в пространственной точке. Но как для излучения, так и для электрона нельзя

определить энергию и импульс, не прибегая к конечной пространственно-временной области. Далее применение законов сохранения к данному процессу предполагает, что точность определения вектора импульса — энергии, одна и та же как для излучения, так и для электрона. Согласно (2) обоим индивидуумам при взаимодействии может быть, следовательно, сопряжена одна и та же пространственно-временная область.

Совершенно то же справедливо и для соударения между двумя материальными частицами; правда, до тех пор, пока неизбежность волнового представления не была установлена, не обращали внимания на значение квантового постулата для этого явления. Здесь этот постулат заменяет предположение об индивидуальности частиц, идущее навстречу требованию причинности, но выходящее за пределы пространственно-временного описания. В то время как конкретное содержание представления о световых квантах дается только законами сохранения энергии и импульса, в случае электрических элементарных частиц следует учитывать в этом отношении еще неизменяемость электрического заряда. Едва ли нужно напомнить, что для детального описания взаимодействий индивидуумов нельзя удовлетворяться только фактами, находящими свое выражение в формулах (1) и (2), требуется еще привлечь вспомогательные средства, позволяющие учесть взаимную связь, характеризующую взаимодействия, в которой и проявляется значение электрического заряда. Как увидим ниже, эти вспомогательные средства требуют, однако, еще более глубокого отказа от наглядности в обычном смысле.

§ 3. ИЗМЕРЕНИЯ В ТЕОРИИ КВАНТОВ.

В упомянутом уже исследовании об отсутствии противоречий в квантовых методах Гейзенберг установил соотношение (2) как выражение наибольшей возможности точности, с которой одновременно могут быть измерены пространственно-временные координаты и значения импульса — энергии для некоторой частицы. Он основывается при этом

на следующем соображении. С одной стороны, положение частицы может быть установлено с любой желаемой степенью точности, например, при помощи какого-нибудь оптического инструмента, если только при получении изображения пользоваться излучением с достаточно короткой длиной волны. Но по теории квантов рассеяние излучения предметом всегда связано с конечным изменением импульса, которое тем больше, чем короче волны. С другой стороны, импульс частицы может быть измерен с любой точностью, например по доплеровскому эффекту рассматриваемого излучения, если только применяемая длина волны настолько велика, что можно пренебречь отдачей при излучении, но соответственно этому станет неточным определение места.

Центр этого рассуждения лежит в неизбежности квантового постулата при суждении о возможностях измерения. Требуется, однако, более точное исследование возможностей определения, чтобы всесторонне выяснить взаимно дополнительный характер описания. Прерывное изменение энергии и импульса само по себе не могло бы нам служить препятствием, чтобы приписать совершенно точные значения пространственно-временным координатам и величинам импульса — энергии, до и после процесса. Взаимно связанная неопределенность, всегда присущая указанию этих значений, обусловлена, как явствует из вышеизложенного, прежде всего ограниченной точностью, с которой могут быть определены изменения энергии и импульса, когда волновые поля, применяемые для наблюдения, должны быть достаточно малыми, чтобы можно было установить пространственно-временные координаты частиц.

При определении положения с помощью оптического инструмента нужно помнить, что изображение получается всегда только со сходящимся пучком. Если через λ обозначить длину волны, то разрешающая способность микроскопа будет определяться известным выражением $\frac{\lambda}{2\epsilon}$, где ϵ — так называемая числовая апертура, т. е. синус половины отвесного угла. Даже в случае освещения предмета параллель-

ным светом, когда импульс падающего кванта $\frac{h}{\lambda}$ известен и по направлению, конечная апертура будет нам все же мешать при точном установлении обратного удара при рассеянии.

Если даже точно известен импульс частицы до процесса рассеяния, то компонента импульса в плоскости предмета будет наблюдаться нами с неточностью, лежащей очевидно в пределах $\frac{2\varepsilon h}{\lambda}$. Произведение точностей, с которыми мо-

гут быть указаны координаты положения и компонента импульса в определенном направлении, выражается, следовательно, снова формулой (2). Можно было бы думать, что для суждения о точности определения положения важна не только сходимостъ лучей, но и длина волнового отрезка, так как частица в течение конечного времени освещения может изменить положение. Но поскольку длина волны света не существенна для нашего расчета, постольку легко видеть, что волновой отрезок может быть выбран для каждой апертуры настолько коротким, чтобы возможно было пренебречь изменением положения частицы за время наблюдения в сравнении с пределами точности определения положения, зависящими от разрешающей способности.

При измерении импульса с помощью эффекта Доплера (с учетом эффекта Комптона) придется пользоваться параллельным волновым отрезком. Для точности, с которой может быть измерено изменение длины волны рассеянного света, существенно, однако, протяжение волнового отрезка в направлении распространения. Пусть направления падающего и рассеянного излучения будут такие же, или противоположные, как у подлежащих измерению компонентов положения и импульса; тогда выражение $\frac{c\lambda}{2l}$ может считаться мерою точности измерения скорости (l — длина волнового отрезка), при этом скорость света принята для простоты большей в сравнении со скоростью света. Если m — масса частицы, то недостоверность, связанная с определением импульса по наблюдениям, равна $\frac{cm\lambda}{2l}$. В этом

случае величина обратного удара $\frac{2h}{\lambda}$ достаточно хорошо определена и не может привести к заметной недостоверности при нахождении импульса частицы по наблюдению. Общая теория эффекта Комптона позволяет определить компоненты скорости в направлении излучения до и после изменения импульса по разности длин волн падающего и рассеянного излучения. Если кроме того точно известны начальные координаты положения частицы, то все же останется недостоверность в определении положения после наблюдения. Вследствие невозможности приписать обратному удару точный момент времени, мы в состоянии определить среднюю скорость в направлении наблюдения за время процесса рассеяния только с точностью $\frac{2h}{m\lambda}$. Отсюда недостоверность указания положения по наблюдению достигает $\frac{2h\lambda}{mc\lambda}$. И здесь произведение точностей измерения положения и импульса выражается общей формулой (2).

Так же как и при определении положения, длительность процесса наблюдения при измерениях импульса может быть произвольно короткой, если только пользоваться достаточно короткими волнами. Увеличение отдачи, или обратного удара при этом, как мы видели, не влияет на точность измерения. Можно еще заметить, что, говоря неоднократно о скорости частицы, мы имели в виду только целесообразную в данном случае связь с обычным пространственно-временным описанием. Как явствует из приведенных выше соображений де Бройля, понятие скорости должно применяться с осторожностью. Однозначное определение этого понятия исключается и квантовым постулатом, что особенно надо иметь в виду, сравнивая результаты многих последовательных наблюдений. Положение некоторого индивидуума в два данных момента времени может быть определено с любой желаемой точностью, но если мы хотим отсюда привычным образом вычислить скорость за промежуточное время, то получим некоторый идеальный результат, из коего нельзя извлечь никаких однозначных заключений о прежнем или будущем поведении индивидуума.

По сказанному выше относительно возможностей определения свойств индивидуумов, рассмотрение точности измерения положения и импульса частицы не может, очевидно, несколько отличаться, если от рассеяния излучения мы обратимся к соударениям материальных частиц. В обоих случаях мы находим, что рассматриваемая недостоверность в равной мере присуща как описанию средства измерения, так и описанию объекта. Действительно эта недостоверность неизбежна при описании поведения индивидуумов по отношению к обычной координатной системе с твердыми телами и невозмущаемыми часами. Условия опыта — открывания и закрывания диафрагм и т. д. — позволяют сделать только заключения о пространственно-временном протяжении сопряженных волновых полей.

Сводя наблюдения к нашим ощущениям, мы снова встречаемся с квантовым постулатом при восприятии средства наблюдения, будет ли это непосредственное действие на глаз или на подходящее вспомогательное средство в виде фотографической пластинки, облачных следов в камере Вильсона и т. д. Но легко видеть, что статистический элемент, привходящий при этом, не может повлиять на степень недостоверности описания объекта. Можно было бы даже предполагать, что произвол в выборе того, что считать объектом и средством наблюдения, открывает возможность обойти эту недостоверность. Можно, например, задаться вопросом, нельзя ли при измерении положения частицы посредством оптического инструмента определить при помощи закона сохранения импульс, отдаваемый при рассеянии, по измерению изменения импульса, испытываемого при наблюдении микроскопом (вместе с источником света и фотографической пластинкой). Ближайшее исследование показывает, однако, что такое измерение невозможно, если одновременно желательно знать с достаточной точностью положение микроскопа. В самом деле, по опытам, находящим свое выражение в волновой теории материи, следует, что положение центра тяжести любого тела и его общий импульс могут быть определены только в пределах точности, указываемых формулой (2).

Строго говоря, понятие наблюдения присуще именно причинному пространственно-временному способу описания. Но вследствие общего характера соотношения (2) это понятие без противоречий может быть применено и в квантовой теории, если только принять во внимание недостоверность, выражаемую названным соотношением. Как указывает Гейзенберг, мы получаем поучительную иллюстрацию квантового описания атомных (микроскопических) явлений, если сравним эту недостоверность с недостоверностью, свойственной при обычном описании явлений природы каждому наблюдению по причине несовершенства измерений. Он замечает при этом, что даже в отношении макроскопических процессов можно в некотором смысле сказать, что они возникают вследствие повторных наблюдений.

Нельзя, однако, забывать, что по классическим теориям каждое последующее наблюдение позволяет предвидеть дальнейшее течение явлений все с большей достоверностью, так как при каждом новом наблюдении приобретает все более точное знание начального состояния системы.

По теории квантов, однако, при каждом новом наблюдении приходит совершенно новый, не поддающийся контролю элемент, вследствие взаимодействия с измерительным средством при каждом наблюдении; причем этим взаимодействием нельзя пренебречь. Как видно из предыдущего, измерение координат положения частицы связано не только с конечным изменением динамических переменных: установление положения частицы обозначает полный разрыв с причинным описанием динамического поведения частицы; точно так же знание ее импульса приобретает только за счет незаполнимого пропуска в проследовании ее пространственно-временного распространения. Это обстоятельство ясно показывает взаимно дополнительный характер квантового описания атомных феноменов, который можно рассматривать как прямое следствие противоречия между квантовым постулатом и разделением предмета и измерительного средства, характерным для понятия наблюдения.

§ 4. Принцип соответствия и теория матриц.

До сих пор мы рассматривали только некоторые общие черты квантовой проблемы. По существу дела центр тяжести лежит, однако, в формулировке законов взаимодействия объектов, символизированных абстрактными образами изолированной частицы и излучения. Точки опоры для такой формулировки были найдены прежде всего в вопросе о строении атома. Здесь, как известно, удается осветить многие опытные факты, просто применяя классические понятия в прямой связи с квантовым постулатом. Возможность этого основана на том, что для этих вопросов можно отвлечься от детального описания пространственно-временного течения процессов. Например опыты с возбуждением спектров электронными ударами или излучением находят рациональное толкование в предположении дискретных стационарных состояний и индивидуальных процессов перехода.

При этом отличие от обычного способа описания проявляется здесь особенно резко: спектральные линии, приписываемые в классической интерпретации одному и тому же состоянию атома, по квантовому постулату соответствуют различным процессам перехода, которые предоставляются атому на выбор после возбуждения. Несмотря на это противоречие, здесь возможно установить формальную связь с классическими представлениями в предельных случаях, когда асимптотически исчезает относительное различие свойств соседних состояний и при статистических применениях возможно пренебречь прерывностями. Связь такого рода дала возможность истолковать в широких пределах закономерности в спектрах на основе наших представлений о строении атома.

Стремление рассматривать теорию квантов как рациональное обобщение классических теорий привело к установлению так называемого принципа соответствия. Истолкование этого принципа для объяснения спектральных результатов основывалось на символическом применении классической электродинамики: с каждым процессом перехода сопрягалась одна из гармонических компонент движения атом-

ной частицы, которого можно ожидать в данном случае на основании обычной механики. За исключением упомянутых предельных случаев, где можно не учитывать относительное различие последовательных стационарных состояний, такое частичное применение классических теорий позволяло только в отдельных случаях получить строгое количественное описание явлений. В этом отношении особенно следует напомнить связь, установленную Ладенбургом и Крамерсом между классическим толкованием дисперсии и статистическими законами, развитыми Эйнштейном для процессов перехода, сопряженных с явлениями излучения. Теория дисперсии Крамерса привела к выводам, весьма важным для рациональной разработки идеи соответствия. Однако стремления, заложенные в принципе соответствия, стали вполне выполнимыми только с помощью квантовых методов, созданных за последние годы.

Начало новой стадии развития было положено, как известно, фундаментальной работой Гейзенберга, в которой ему удалось вполне освободиться от классического понятия движения. Гейзенберг заменил с самого начала привычные кинематические и механические величины символами, относящимися прямо к индивидуальным процессам, требуемым квантовым постулатом. Это было достигнуто заменой разложения классически механических величин в ряд Фурье некоторой схемой — матрицей, элементы которой символизируют чисто гармонические колебания и сопряжены с возможными переходами между стационарными состояниями. На основании требования, чтобы частоты, сопряженные элементам матрицы, всегда удовлетворяли комбинационному принципу спектральных линий, получаются, как показал Гейзенберг, простые правила расчета для символов, позволяющие непосредственно перевести основные уравнения классической механики на язык теории квантов. Эта смелая и рациональная атака динамической проблемы атомной теории с самого начала оказалась крайне сильным и плодотворным средством для количественного толкования экспериментальных результатов. При сотрудничестве Борна, Иордана, а также Дирака теория получила формулировку

которая в отношении законченности и общности может спорить с классической механикой. Особенно примечательно, что элемент, характерный для теории квантов, именно постоянная Планка, входит в явной форме только в правилах расчетов над символами. Для матриц, соответствующих канонически сопряженным переменным в смысле уравнений Гамильтона, не выполняется правило коммутативности при перемножении; вместо этого для двух таких величин q и p справедливо следующее правило перестановки множителей:

$$pq - qp = \sqrt{-1} \frac{h}{2\pi}; \quad (3)$$

это соотношение резко выражает символический характер теории. Часто называют теорию матриц исчислением с непосредственно наблюдаемыми величинами. Следует, однако, помнить, что описанный прием ограничивается только такими проблемами, в которых возможен в широком объеме отказ от пространственно-временного описания при применении квантового постулата, и поэтому вопрос о наблюдении в подлинном смысле отходит на задний план.

Для дальнейшего развития соответствия квантовых законов и классической механики основное значение получило углубление статистического характера квантового описания, обусловленного квантовым постулатом. Большое продвижение вперед в этом отношении было достигнуто благодаря обобщению символических методов Дираком и Иорданом. Им удалось оперировать с матрицами, расположенными не по стационарным состояниям, именно с матрицами, в которых как индексы элементов матрицы входят допустимые значения любых переменных. В первоначальной форме теории „диагональные элементы“ матрицы, относящиеся только к одному стационарному состоянию, могли быть истолкованы как средние значения во времени от изображаемых величин. Точно так же общая теория преобразования матриц позволяет представить средние значения некоторой механической величины. При вычислении этих средних величин некоторое число переменных, характеризующих „состояние“, имеют данные значе-

ния, в то время как канонически сопряженные величины пробегают всевозможные значения. Основываясь на методе, разработанном указанными авторами, а также на идеях Борна и Паули, Гейзенберг попытался дать в работе, уже указанной вначале, более детальный анализ физического содержания теории квантов и особенно на первый взгляд парадоксального правила перемещения (3). В связи с этим он установил соотношение:

$$\Delta q \cdot \Delta p \sim h, \quad (4)$$

которое должно в совершенно общем виде указывать максимальную возможную точность одновременного наблюдения, две канонически сопряженные переменные. Таким путем Гейзенбергу удалось очень интересным образом выяснить многие парадоксы, встречаемые при применении квантового постулата, а также доказать в широких рамках отсутствие противоречий в символическом методе.

В связи с оттеняемой здесь взаимно дополняющей природой квантового описания, при суждении об отсутствии в нем противоречий нужен, как уже неоднократно указывалось, одновременный учет возможностей наблюдения и определения. Именно при рассмотрении этого вопроса, как увидим, большую помощь оказал метод волновой механики, развитый Шредингером. Этот метод дает общее применение принципа суперпозиции также для частиц, находящихся во взаимодействии, и таким образом позволяет установить непосредственную связь с вопросом об излучении и свободных частицах. В дальнейшем мы вернемся к связи волновой механики с общей формулировкой квантовых законов при помощи теории преобразования матриц.

§ 5. Волновая механика и квантовый постулат.

В своих соображениях о волновом описании материальных частиц де Бройль с самого начала указал на возможность представлять стационарные состояния атома как интерференционное явление фазовых волн, сопряженных

со связанными электронами. Эта точка зрения вначале в количественном отношении давала не больше, чем старые методы, опирающиеся на применение классически-механических понятий, при разработке которых особенно многое сделал Зоммерфельд. Но Шредингеру удалось развить волновой метод, открывший новые горизонты и имевший решающее значение для больших успехов атомной теории в последнее время. Как известно, собственные колебания волнового уравнения Шредингера дают рациональное представление стационарных состояний в атоме. При этом энергия каждого состояния связана с сопряженным периодом колебания общим квантовым соотношением (1). Счет узлов собственных колебаний дает простое толкование понятия о квантовом числе, известном уже по старым методам, но в первое время исчезнувшем в матричной формулировке. Далее Шредингер мог связать с решениями волнового уравнения непрерывные плотности электричества и тока, каковые в применении к некоторому собственному колебанию выражают электростатические и магнитные свойства атома в соответствующем стационарном состоянии. Подобным же образом наложение двух собственных решений соответствует непрерывному распределению электрических колебаний. Их излучение, вычисляемое по классической электродинамике, служит поучительной иллюстрацией к следствиям квантового постулата и требованиям соответствия в отношении процессов переходов, формулируемых в теории матриц. Борн указал важное для дальнейшего развития метода Шредингера применение его к исследованию соударений атомов и свободных электрических частиц. В связи с этим он дал статистическое толкование волновой функции, которое позволяет вычислить вероятность индивидуальных процессов перехода между стационарными состояниями, требуемых квантовым постулатом. Это соответствует волновой формулировке адиабатного принципа Эренфеста, плодотворность коего явствует особенно из многообещающих исследований Хунда о проблеме образования молекул.

Основываясь на этих результатах, Шредингер высказал надежду, что последовательное развитие волновой теории,

быть может, позволит совершенно обойти иррациональность, содержащуюся в квантовом постулате, и постепенно подойти к описанию атомных феноменов, соответствующему основным чертам классических теорий. В подтверждение такого взгляда в недавно появившейся работе (Ann. d. Phys. 83, 956, 1927) Шредингер подчеркнул, что в волновой теории мы имеем дело с простой проблемой резонанса в том случае, когда по квантовому постулату дело идет о прерывном обмене энергии между атомами. В частности, представление об индивидуальных стационарных состояниях оказалось бы в таком случае фикцией и его применимость служила бы только иллюстрацией упомянутого резонанса. Следует, однако, принять во внимание, что в указанной проблеме резонанса речь идет о замкнутой системе, которая, согласно интерпретации, положенной нами в основу, не поддается никакому наблюдению. Вообще с этой точки зрения волновая механика (и теория матриц) должна рассматриваться как символический перевод соответствующей проблемы движения в классической механике, — перевод, приспособленный к требованиям теории квантов и поддающийся истолкованию только при явном привлечении квантового постулата. Вообще обе формулировки проблемы взаимодействия (в отношении к их исходным пунктам, волновому и корпускулярному толкованию свободных индивидуумов) должны бы считаться как взаимно-дополняющие. С этим связано и кажущееся противоречие в применениях понятия энергии в обеих теориях.

Основные трудности, стоящие на пути пространственно-временного описания взаимодействующей системы частиц с помощью классических понятий, явствуют сразу из факта неизбежности принципа суперпозиции при описании поведения индивидуальных частиц. Как мы видели, знание импульса и энергии свободной частицы уже исключает точное указание координат пространства-времени. Отсюда следует, что непосредственное использование понятия энергии в связи с классическим представлением о потенциальной энергии системы здесь невозможно. В волновом уравнении Шредингера эти затруднения обходятся тем, что классическое

выражение гамильтоновой функции заменяется некоторым дифференциальным оператором при помощи соотношения:

$$p = \sqrt{-1} \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial q}, \quad (5)$$

где p — обобщенная компонента импульса и q — канонически сопряженная переменная. При этом отрицательное значение энергии рассматривается как сопряженное со временем. Таким образом как время и пространство, так энергия и импульс применяются сначала чисто формально.

Символический характер метода Шредингера ясен не только потому, что простота его так же, как и метода матриц, основана на существенном применении мнимых арифметических величин. Здесь не может быть речи о непосредственной связи с нашим привычным воззрением прежде всего потому, что „геометрическая“ проблема, представляемая волновым уравнением, отнесена к так называемому координатному пространству, число измерений коего равно числу степеней свободы системы и поэтому, вообще говоря, отлично от трех измерений обычного пространства. Помимо того, формулировка проблемы взаимодействия в волновом уравнении, так же как и матричная формулировка теории квантов, ограничены тем, что в классически-механической проблеме, положенной в основу, не принимается во внимание конечность скорости распространения сил, требуемая теорией относительности.

Желание наглядности в отношении пространственно-временных картин в проблеме взаимодействия и незаконно. Все наши сведения о свойствах атомов, если они не затрагивают их движения как целого, основаны на реакциях излучения или ударов. В конце концов толкование наблюдения делается с помощью излучения в пустом пространстве и свободных материальных частиц; на этих абстракциях покоится все наше пространственно-временное толкование явлений, так же как и определение понятий импульса и энергии. Говоря о применении этих вспомогательных средств мы можем судить только об отсутствии внутренних противо-

речий, причем надо принимать во внимание возможности определения и наблюдения.

Собственные колебания волнового уравнения Шредингера дают удобное представление стационарных состояний именно потому, что в связи с общим квантовым соотношением (1) они позволяют однозначно определить энергию системы.

При этом, однако, при интерпретации наблюдений неизбежен отказ в широком разmere в отношении пространственно-временного описания. Как мы увидим, последовательное применение понятия стационарных состояний исключает всякую возможность более детального постижения поведения отдельных частиц в атоме. В проблемах, где описание этого поведения существенно для истолкования наблюдений, мы можем обратиться к исследованию общего решения волнового уравнения, получаемого из суперпозиции собственных решений. Здесь перед нами взаимное дополнение возможностей определения того же типа, как и в рассмотренном ранее вопросе о свойствах света и свободной материальной частицы. В то время как определение энергии и импульса индивидуальных связано с понятием гармонической элементарной волны, всякая пространственно-временная черта описания явлений основывается, как мы видели, на рассмотрении интерференций, происходящих в группе таких волн. И в случае, рассматриваемом сейчас, можно непосредственно доказать согласование возможностей наблюдения с возможностями определения.

По квантовому постулату всякое наблюдение поведения электрона всегда сопровождается изменением состояния атома. Как отмечено Гейзенбергом, при наблюдении атомов в стационарных состояниях с малыми квантовыми числами, это изменение состоит в общем случае даже в выбрасывание соответствующего электрона из атома. Описание „орбиты“ электрона посредством последовательных наблюдений в таких случаях, следовательно, исключается. Это связано с тем, что из собственных колебаний с немногими узлами нельзя построить волновой группы, которая могла хотя бы приближенно представлять „движение“ частицы.

Дополнительная природа описания выражается, однако, прежде всего тем, что однозначное использование наблюдений над поведением частиц в атоме всегда основано на возможности пренебречь взаимодействием в процессе наблюдения и считать частицы свободными. Но для этого требуется, чтобы длительность процесса наблюдения была мала в сравнении с естественным периодом атома, что неизбежно влечет за собой неточность в определении энергии, изменяющейся в процессе, неточность большую, чем разности энергий соседних стационарных состояний.

При суждении о возможностях наблюдения вообще следует помнить, что решения волновой механики постольку могут получить наглядное истолкование, поскольку они описуемы с помощью понятия свободных частиц. Здесь особенно ярко обнаруживается различие классической механики и квантовой трактовки в проблеме взаимодействия. В первом случае указанная оговорка ненужна потому, что частице приписывается непосредственная „реальность“, независимо от того, свободна она, или связана. Это следует особенно иметь в виду при безупречном применении шредингеровской плотности электричества как меры вероятности нахождения электронов внутри определенной пространственной области в атоме. При упомянутой оговорке такое толкование сводится непосредственно к предположению, что вероятность присутствия свободного электрона определяется электрической плотностью, сопряженной с волновым полем, так же как вероятность наличия светового кванта определяется по плотности излучения, вычисляемой по волновой теории.

Как уже указывалось, способ общего безупречного использования классических понятий в квантовой теории дан в теории преобразования Дирака-Гейзенберга, с помощью этой теории Гейзенберг формулировал свое общее соотношение неточности (4). Именно в этой теории волновое уравнение Шредингера получило поучительное применение. Собственные решения этого уравнения служат вспомогательными функциями для преобразования матриц, в которых индексами служат значения энергии системы в матрицы, где индексами являются пространственные ко-

ординаты частиц. В связи с этим следует упомянуть, что недавно Иордан и Клейн (ZS. f. Phys. 45, 751, 1927) получили формулировку проблемы взаимодействия, содержащуюся в волновом уравнении Шредингера; опираясь на волновое представление отдельной частицы, они воспользовались символическим приемом, связанным с широкой трактовкой проблемы излучения, развитой Дираком на основе теории матриц. К этому мы вернемся ниже.

§ 6. Реальность стационарных состояний.

В понятии стационарных состояний, как говорилось, перед нами характерное применение квантового постулата. По существу своему это понятие требует полного отказа от описания во времени. С нашей точки зрения именно этот отказ является условием однозначного определения энергии атома. Строго говоря, понятие стационарного состояния требует устранения всякого внешнего взаимодействия с индивидуумами, не относящимися к системе. Приписывая такой замкнутой системе определенное значение энергии, мы непосредственно выражаем требование причинности, скрытое в начале сохранения энергии. В этом мы видим оправдание предположения, лежащего в основе применения квантового постулата к вопросам строения атомов, о сверхмеханической устойчивости стационарных состояний; по этому предположению атом до и после внешних воздействий находится в точно определенном стационарном состоянии.

При суждении о хорошо известных парадоксах, возникающих при описании реакций удара и излучения на основе этого предположения, существенно учитывать ограниченность возможностей определения средств реакции, выражаемую соотношением (2). Действительно, определение энергии реагирующих индивидуумов, настолько точное, чтобы можно было говорить о сохранении энергии при реакции, требует согласно (2) сопряжения такого промежутка времени с реакцией, который велик в сравнении с периодом, связанным с процессом перехода; этот период согласно (1) зависит от разности энергий стационарных состояний. Это обстоятель-

ство сказывается интересным образом при рассмотрении процессов, разыгрывающихся при прохождении быстро движущихся частиц сквозь атом. По обычной кинематике эффективное время удара здесь очень мало в сравнении с естественными периодами атома, и, повидимому, возникают серьезные затруднения при сочетании закона сохранения с предположением об устойчивости стационарных состояний (ср. ZS. f. Phys. 34, 142, 1925). При волновом воззрении, однако, рассматриваемое время реакции связано непосредственно с точностью определения энергии ударающей частицы, и поэтому никогда не может быть речи о противоречии с законом сохранения. По поводу парадоксов данного рода Кэмпбелл (Phil. Mag. 1, 1106, 1926) предложил рассматривать само понятие времени как по существу статистическое. С нашей точки зрения, в которой основание пространственно-временного описания следует искать в абстрактном образе свободных индивидуумов, нельзя провести в соответствии с требованием относительности такого фундаментального различия понятий времени и пространства. Особое положение времени в связи с понятием стационарных состояний должно иметь своим основанием особый характер соответствующих проблем.

Применение понятия стационарных состояний требует, чтобы при всяком наблюдении, позволяющем различить отдельные стационарные состояния (с помощью реакций удара, или излучения), можно было отвлечься от предыдущей истории атома. На первый взгляд при этом можно считать затруднением, что символические квантовые методы приписывают каждому стационарному состоянию некоторую фазу колебания, которая как будто бы устанавливает связь, противоречащую идее стационарных состояний, с теми или иными предшествующими воздействиями. Но если вообще приходится иметь дело с некоторой проблемой времени, то никогда не может быть речи о вполне замкнутой системе. Применение чисто гармонических собственных колебаний при интерпретации наблюдений в действительности является только целесообразной идеализацией, каковая при точном рассмотрении всегда должна заменяться группой гармонических колебаний, соответствующей конечному интервалу частот.

Как уже говорилось, отсутствие у группы в целом фазы в том смысле, как она имеется у отдельных элементарных волн, или собственных колебаний, является общим следствием принципа суперпозиции.

Такая ненаблюдаемость фазы, хорошо знакомая из теории оптических инструментов, проявляется особенно просто при рассмотрении опыта Штерна-Герлаха с молекулярным пучком, столь важного для исследования свойств отдельных атомов. Гейзенберг разъяснил, что для разделения атомов с различной ориентировкой в магнитном поле необходимо, чтобы отклонение лучей было больше чем диффракция от щели для волн де Бройля, представляющих поступательное движение атомов. Простой расчет показывает, что, согласно этому условию, произведение времени, необходимого для прохождения в поле на неточность в определении энергии атома в поле (проистекающую вследствие конечной ширины пучка лучей), должно по меньшей мере равняться кванту действия. Гейзенберг видит в этом результате подтверждение соотношения (2) в отношении взаимной неточности, связанной с указаниями энергии и времени. Однако в данном случае нет простого измерения энергии атома в данный момент. Периоды собственных колебаний атома в поле связаны с его полной энергией общим соотношением (1), поэтому мы видим, что указанное условие для разделения атомов соответствует как раз утрате сведений о фазе. Это обстоятельство позволяет избежать кажущихся противоречий, возникающих в некоторых, часто дискутируемых, рассматриваемых и Гейзенбергом мысленных опытах с когерентностью резонансного излучения.

Когда мы говорили выше об атоме как замкнутой системе, то это обозначало пренебрежение излучением, каковое и без внешних воздействий ограничивает длительность стационарных состояний. Пренебрегать излучением во многих случаях можно потому, что взаимная связь атома и поля излучения, которую можно ожидать по классической электродинамике, вообще говоря, очень слаба в сравнении со связью частиц в атоме. Действительно при описании состояния атома можно в широких пределах пренебрегать обратным

действием излучения, если отвлечься от размытости значений энергии, связь которой с длительностью стационарных состояний соответствует формуле (2) (ср. *ZS. f. Phys.* 13, 117, 1923). Именно на этом основана возможность вывести заключения о свойствах излучения в связи с классической электродинамикой.

Проблема излучения в новых квантовых методах трактовалась сначала именно на основе количественного применения этих соображений о соответствии. Таков был исходный пункт первоначальных заключений Гейзенберга. Поучительный анализ шредингеровской трактовки явлений излучения на основе принципа соответствия дал в последнее время Клейн (*ZS. f. Phys.* 41, 407, 1927). При рассмотрении, обоснованном более строго (Дирак. *Proc. Roy. Soc. of London A*, 114, 243, 1927), поле излучения включается в разбираемую замкнутую систему. Благодаря этому можно было рационально учесть индивидуальный характер процессов излучения, требуемый теорией квантов, и построить теорию дисперсии, в которой принимается во внимание конечная ширина спектральных линий. Отказ от пространственно-временной наглядности, отличающий этот анализ, является внушительным указанием на фундаментально дополнительную природу квантового описания. Не менее напоминают об этом и резкие отклонения от причинного способа описания, с которыми мы встречаемся в явлениях излучения и о которых говорилось уже в связи с вопросом о возбуждении спектров.

Взаимное исключение понятия о стационарных состояниях и описания поведения отдельной частицы в атоме может казаться затруднительным, если вспомнить об асимптотическом приближении свойств атомов к требованиям классической электродинамики согласно принципу соответствия. Это приближение обозначает, что механические картины электронных движений могут быть рационально использованы в области больших квантовых чисел, где постепенно исчезает относительное различие соседних стационарных состояний. Однако во всем этом нет постепенного перехода к классической теории, где квантовой постулат

становился бы постепенно излишним. Наоборот заключения, извлекаемые из принципа соответствия при помощи классических образов, основаны именно на сохранении понятия стационарных состояний и индивидуальных процессов перехода даже в пределе.

В этом вопросе поучительное применение находят именно новые методы. Шредингер (*Naturwissenschaften* 14, 664, 1926) доказал возможность построения волновых групп в этой предельной области посредством суперпозиции собственных колебаний, причем протяжения групп малы в сравнении с „величиною“ атома, и распространение групп сколько угодно близко подходит к классическому представлению о движущихся материальных частицах, если только квантовые числа выбраны достаточно большими. Для особенно простого случая гармонического осциллятора Шредингер показал, что такие волновые группы существуют даже неограниченное время и колеблются взад и вперед в соответствии с классической картиной движения осциллятора. В этом обстоятельстве Шредингер и увидел опору надежды на чистую волновую теорию материи без квантового постулата. Гейзенберг разъяснил, однако, что простые отношения у осциллятора являются исключением, связанным с чисто гармонической природой соответствующих классических движений. Здесь нет также речи о постепенном приближении к проблеме свободных частиц. В общем случае волновые группы распространятся постепенно на всю атомную область, и движение какого-либо связанного электрона удастся проследить только за такое число оборотов, которое будет порядка величины квантовых чисел, сопряженных с собственными колебаниями. Подробнее этот вопрос разбирается в недавно появившейся работе Дарвина (*Proc. Roy. Soc. of London A.* 117, 258, 1927), в которой дано несколько поучительных примеров поведения волновых групп. Аналогичная проблема с точки зрения теории матриц разобрана Кеннардом (*ZS. f. Phys.* 44, 326, 1927).

Мы сталкиваемся здесь снова с противоречием волнового принципа суперпозиции и предположения об индивидуальности частиц, с которым мы имели уже дело для свободных частиц,

асимптотическое приближение к классической механике, не знающее никакого существенного различия между свободными и связанными частицами, дает, вместе с тем, особенно ростую иллюстрацию вышеприведенных соображений о свободном от противоречий применении понятия стационарных состояний. Как мы видели, обнаружение какого-нибудь стационарного состояния посредством реакций ударов или излучения связано с некоторым пропуском при прослеживании временных соотношений, порядок величины коего по меньшей мере равен периоду, сопряженному с процессом перехода между соседними стационарными состояниями. В предельном случае больших квантовых чисел этот период может считаться равным периоду обращения. Мы видим, таким образом, что нет возможности установить причинную связь между наблюдениями, позволяющими определить стационарное состояние, и прежними наблюдениями о поведении отдельных частиц в атоме.

Подводя итоги, можно сказать, что у понятий стационарных состояний и индивидуальных переходов в пределах их области применения имеется столь же большая, или столь же малая степень реальности, как у самих индивидуальных частиц. Как в одном, так и в другом случае мы учитываем требование причинности, дополняющее пространственно-временной способ описания, причем рациональное применение этого требования ограничено только возможностями определения соответствующих понятий.

§ 7. ПРОБЛЕМА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ.

Приняв во внимание дополнительную, требуемую квантовым постулатом, повидимому, действительно возможно построить с помощью символических методов описание атомных явлений, свободное от противоречий и являющееся рациональным обобщением пространственно-временного описания. Такое заключение не значит, однако, что классическая электронная теория может рассматриваться как простой предельный случай с исчезающе малым квантом действия. Связь с опытом, к которой стремится эта теория, основана на пред-

положениях, которые едва ли отделимы от круга проблем теории квантов. Указанием на это служат уже известные затруднения в попытках объединения индивидуальности электрических элементарных частиц с общими механическими электродинамическими принципами. Общая теория тяготения, в том виде, как она формулирована в теории относительности, тоже не оправдала в этом отношении возложенных на нее надежд. Удовлетворительного решения затронутых здесь вопросов можно ждать только от рациональной переработки общей теории поля, причем электрический элементарный квант должен найти свое естественное место как выражение черты индивидуальности, характерной для теории квантов. В последнее время Клейн (*ZS. f. Phys*, 46, 188, 1927) указал на возможность связать эту проблему с пятимерным единым представлением электромагнетизма и тяготения, предложенным Лалуза. Действительно, в этой теории сохранение электричества является аналогом к принципам сохранения энергии и импульса. Эти последние понятия являются дополнительными к пространственно-временному описанию для атомных феноменов. Точно так же по Клейну допустимость обычного четырехмерного описания, а также его символического квантового применения по существу основана на том, что электрический заряд всегда фигурирует здесь как вполне определенный элементарный квант; поэтому сопряженное пятое измерение и не проявляется непосредственно при истолковании опытов.

Совершенно независимо от этих нерешенных глубоких проблем, классическая электронная теория до последнего времени служила путеводной нитью при дальнейшей разработке описания, основанного на соответствии, причем была добавлена идея, впервые высказанная Комптоном, о том, что у элементарной частицы помимо массы и заряда имеется еще магнитный момент, связанный с моментом импульса, определяемым квантом действия. Это предположение с решительным успехом введенное Гаудсмитом и Уленбеком при рассмотрении аномального зеемановского эффекта, вполне оправдалось в связи с новыми методами, как особенно показали Гейзенберг и Иордан. Можно вполне опреде-

ленно сказать, что гипотеза о магнитном электро́не вместе с резонансной проблемой, ясно поставленной Гейзенбергом (*ZS. f. Phys.* 41, 239, 1927) и возникающей при квантовом описании поведения атомов со многими электронами, завершили в некоторой мере толкование закономерностей в спектрах и периодической системе на основе соответствия. Принципы, положенные в основу этой теории, открыли даже путь к некоторым заключениям о свойствах атомных ядер. Денписону (*Proc. Roy. Soc. of London A* 115, 483, 1927) удалось, например, показать на основе идей Гейзенберга и Гунда, как могут быть обойдены затруднения, остававшиеся до сих пор при объяснении удельной теплоты водорода, если приписать и протону момент импульса такой же величины, как у электрона. Но вследствие большей массы магнитный момент протона должен быть много меньше, чем у электрона.

Недостаточность методов, существовавших до сих пор в проблеме элементарных частиц, проявляется в только что рассмотренных вопросах тем, что они не дают однозначного обоснования для различия поведения электрических элементарных частиц, с одной стороны, и „индивидуумов“, симметризуемых в представлении о световых квантах, — с другой. В принципе исключения Паули, в котором и выражено это различие, столь плодотворном для проблемы строения атомов, а также для новейшего развития статистических теорий, мы имеем дело с одной из многих мысленных возможностей, каждая из коих сама по себе удовлетворяет требованию соответствия. В частности, в вопросе о магнитном электро́не мы встречаемся с поучительным примером затруднения, как удовлетворить требованию относительности в теории квантов. До сих пор не представлялось возможным согласовать многообещающие положения Дарвина и Паули относительно удобного для данной проблемы обобщения квантовых методов с релятивистски-кинематическими соображениями Томаса, оказавшимися столь существенными для объяснения экспериментальных результатов. Однако в последнее время Дираку (*Proc. Roy. Soc. of London A* 117, 610, 1928) удалось успешно подойти к проблеме магнитного

электрона с помощью нового, чрезвычайно остроумного расширения символических методов; при этом получается согласие со спектральными явлениями и одновременно удовлетворяется требование относительности. Эта теория основана не только на комплексности предыдущих методов, характеризующейся применением мнимых величин, в ней в самых основных уравнениях используются числовые тела (матрицы) еще высшей степени комплексности.

По существу своему уже сама формулировка относительности предполагает соединение пространственно-временной координат и требование причинности, свойственное классическим теориям. Поэтому рационально приспособляя требование относительности к квантовому постулату, мы должны быть готовы к еще большему отказу от наглядности в обычном смысле, чем в рассмотренных квантовых методах. Действительно мы находимся здесь на пути, проложенном Эйнштейном, на пути приспособления наших форм воззрения, заимствованных из ощущений, к постепенно углубляющемуся познанию законов природы. Затруднения, с которыми мы здесь встречаемся, происходят прежде всего оттого, что, так сказать, каждое слово языка связано с этими формами воззрения. В квантовой теории с таким затруднением мы встречаемся с самого начала в вопросе о неизбежности черты иррациональности, присущей квантовому постулату. Я надеюсь, однако, что понятие дополнительности способно характеризовать существующее положение дела, которое как будто глубоко аналогично с общими затруднениями образования человеческих понятий, основанными на разделении субъекта и объекта.
