

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ПИЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КРИСТАЛЛОВ.

П. Н. Беликов, Москва.

Изучению пьезоэлектрических явлений посвящено много работ крупнейших физиков прошлого столетия (Кюри, Рентген, Фогт, Покельс, Липман, Томсон, Рике). В последнее время эти явления приобрели новый интерес благодаря весьма плодотворным применениям пьезоэлектрических свойств кварца в радиотехнике и в акустике.

Первые наблюдения над пьезоэлектричеством известкового шпата были сделаны в 1817 г. Аюи (Найу) и затем Беккерелем (E. Becquerell). Но в то время эти новые явления не вызвали большого интереса и не послужили предметом изучения; на возникновение зарядов на гранях кристалла под влиянием приложенного давления было вновь обращено внимание в 1880 г. братьями Кюри¹⁾*) (Р. и J. Curie) и ими же этот эффект был впервые подвергнут подробному изучению на турмалине и на некоторых иных кристаллах. Схема начальных опытов Кюри такова: основания призмы, вырезанной из турмалина так, что ребра ее параллельны оси кристалла, снабжаются металлическими обкладками, которые соединяются с квадрантами электрометра. Давление, производимое на основания призмы, вызывает отклонение электрометра, и по прекращении давления электрометр возвращается к начальному положению; если же, подвергнув кристалл сдавливанию, разрядить электрометр и начать уменьшать давление, то электрометр показывает отклонение в другую сторону.

*) Ссылки, обозначенные цифрами, относятся к указателю литературы стр. 325.

Таковыми начальными качественными наблюдениями Кюри было установлено, что когда призма подвергается сжатию вдоль оси, то на ее противоположных гранях возникают разноименные заряды, которые меняются на обратные при замене сжатия растяжением, причем пьезоэлектрический эффект оказывается пропорциональным давлению.

Дальнейшее изучение пьезоэлектрических явлений при более сложных деформациях велось Рентгеном²⁾ и Кундтом³⁾ (Kundt), причем для определения знака возникающих при механических воздействиях зарядов Кундт пользовался тем способом опыления, который применялся им при изучении пьезоэлектрических явлений: ради этого кристалл посыпается из пульверизатора смесью тонкого порошка сурика и серы. Вследствие трения при распылении сера электризуется отрицательно, а сурик положительно, так что места кристалла, получившие отрицательные заряды, оказываются покрытыми красным налетом сурика, а те, где возникли положительные заряды, покрываются белым налетом серы.

Липман (Lippmann), исходя из термодинамических соображений, предсказал обратный пьезоэлектрический эффект. И действительно, эксперимент подтвердил, что если две грани кристалла, перпендикулярные его электрической оси, снабдить металлическими обкладками и к этим обкладкам приложить некоторую разность потенциалов, то кристалл расширяется или сжимается в зависимости от того, как приложена разность потенциалов к его концам.

Если тот конец кристаллической призмы, который при сжатии заряжается положительно, зарядить отрицательно, а противоположный положительно, то кристалл сжимается и, наоборот, если придать положительный заряд той грани кристаллической призмы, которая при сжатии электризуется положительно же, то кристалл испытывает расширение.

Теорией пьезоэлектричества, как уже сказано, занимались многие из крупных физиков. Не касаясь теорий явления⁴⁾, мы здесь приведем лишь конечные уравнения теории Фогта, которыми устанавливается связь между механическими деформациями и возникающей при пьезоэлектрических явлениях поляризацией в кристалле.

Обозначив через P_1, P_2, P_3 компоненты пьезоэлектрического момента, отнесенного к единице объема кристалла, подвергнутого деформации, и через x_x, y_y, z_z смещения по соответствующим осям, а через y_z, z_x, x_y — изменения угла, происходящие при вращении вокруг соответствующей оси, Фогт получает компоненты вектора P в виде

$$\begin{aligned} P_1 &= E_{11}x_x + E_{12}y_y + E_{13}z_z + E_{14}y_z + E_{15}z_x + E_{16}x_y \\ P_2 &= E_{21}x_x + E_{22}y_y + E_{23}z_z + E_{24}y_z + E_{25}z_x + E_{26}x_y \\ P_3 &= E_{31}x_x + E_{32}y_y + E_{33}z_z + E_{34}y_z + E_{35}z_x + E_{36}x_y \end{aligned}$$

где E — пьезоэлектрические константы кристалла. Если вместо компонент смещения x, y, z воспользоваться измеряемыми на опыте компонентами давлений X, Y, Z , то получается аналогичная система уравнений

$$\begin{aligned} -P_1 &= \delta_{11}X_x + \delta_{12}Y_y + \delta_{13}Z_z + \delta_{14}Y_z + \delta_{15}Z_x + \delta_{16}X_y \\ -P_2 &= \delta_{21}X_x + \delta_{22}Y_y + \delta_{23}Z_z + \delta_{24}Y_z + \delta_{25}Z_x + \delta_{26}X_y \\ -P_3 &= \delta_{31}X_x + \delta_{32}Y_y + \delta_{33}Z_z + \delta_{34}Y_z + \delta_{35}Z_x + \delta_{36}X_y \end{aligned}$$

Величины δ носят название пьезоэлектрических модулей. Пьезоэлектрические модули связаны с пьезоэлектрическими константами соотношениями

$$\delta_{ik} = \sum_j E_{ij} \cdot s_{jk} \text{ и } E_{ih} = \sum_k \delta_{ik} \cdot c_{hk},$$

где k — целые числа от 1 до 6, а c и s — упругие константы и модули, определяемые из уравнений теории упругости

$$-X_x = c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y$$

и

$$-x_x = s_{11}X_x + s_{12}Y_y + s_{13}Z_z + s_{14}Y_z + s_{15}Z_x + s_{16}X_y$$

Из всех пьезоэлектрических кристаллов обширное практическое применение нашел только один кварц (SiO_2). Это обусловливается, с одной стороны, его значительными пьезоэлектрическими свойствами, а с другой — его большой механической прочностью.

Относясь к кристаллам гексагональной системы, кварц принадлежит к группе трапецоэдрической тетартоэдри,

имеющей одну тройную оптическую ось и три перпендикулярных к ней двойных (электрических) оси, составляющих между собой углы в 120° . Его кристаллы представляют из себя шестигранную призму, ограниченную двумя пирамидами (рис. 1). При сжатии в направлении одной из электрических осей (т. е. в направлении LM , NP , RS), на концах этих осей возникают пьезоэлектрические заряды, при сжатии же в направлении оптической оси (AB) зарядов не получается.

Структура кварца (α -кварц) может быть изображена рис. 2 (слева); здесь черные кружки, белые кружки и крестики представляют атомы Si, лежащие в разных горизонтальных плоскостях. Между атомами Si лежат атомы O так что каждая отдельная ячейка кристаллической структуры имеет такой вид, какой показывает ее модель (рис. 3), где большие черные шары изображают атомы Si, а малые белые — атомы O. Лево- и правовращающие кварцы отличаются лишь различием в ходе винта (правый и левый), соответствующего расположению атомов Si. При 573° α -кварц, имеющий несимметричную атомную структуру, переходит в β -кварц, который обладает симметричной структурой и который не пьезоэлектричен. Его структура показана на рис. 2 справа. Если же путем охлаждения β -кварц перевести в форму α , то пьезоэлектрические свойства его снова вполне восстанавливаются.

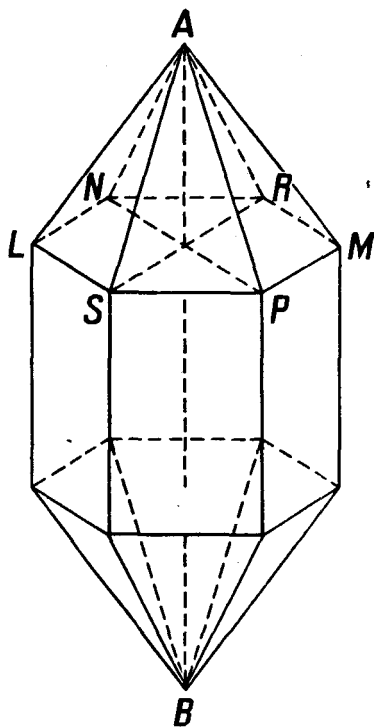


Рис. 1.

Следует заметить, что из α -кварцев также встречается большое количество не обладающих пьезоэлектрическими свойствами, что объясняется, повидимому, одновременным

существованием во всей массе кристаллов левого и правого кварца (Коленко⁵).

Для практических целей из кварца вырезают пластинку так, чтоб ее широкие грани были бы перпендикулярны одной из электрических осей (E), а оптическая ось (O) была бы перпендикулярна плоскости, ограниченной наиболее длинными и наиболее короткими ребрами пластинки (рис. 4). Тогда при сжатии вдоль оси E , на гранях $ABCD$ и $EFGH$, перпендикулярных оси E , возникают разноименные заряды, меняющие свой знак при перемене знака деформации (продольный эффект). При сжатии вдоль оси Y на гранях $ABCD$ и $EFGH$ возникают

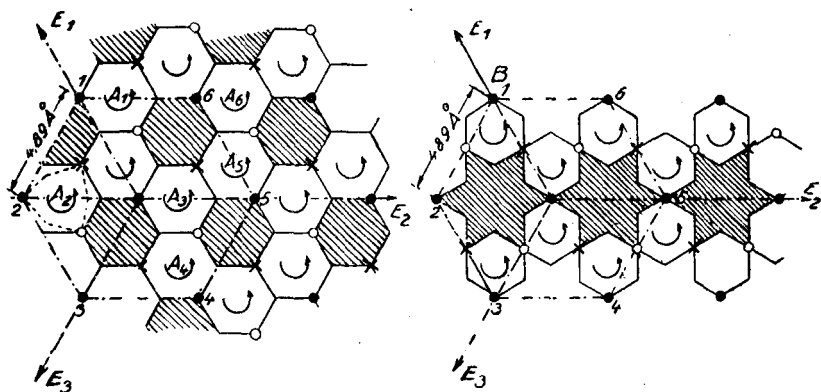


Рис. 2.

заряды такие же, какие получались при растяжении вдоль оси E , и наоборот — при растяжении вдоль оси Y на гранях $ABCD$, $EFGH$ создаются те же заряды, какие получались при сжатии вдоль оси E (поперечный эффект). Помимо этого прямого пьезоэлектрического эффекта на той же кварцевой пластинке можно заметить обратный пьезоэлектрический эффект, состоящий в том, что если грани $ABCD$ и $EFGH$ зарядить противоположными зарядами, то это приводит, во-первых, к сжатию кристалла в направлении созданного электрического поля, т. е. вдоль оси E (продольный эффект), и во-вторых, к удлинению его в направлении, перпендикулярном к оптической и электрической осям, т. е. вдоль оси Y (поперечный эффект). Само собою разумеется, что перемена

знака зарядов влечет за собой и изменение знака деформации.

Согласно Фогту, кристаллическая группа, к которой относится кварц, имеет лишь 5 пьезоэлектрических модулей, отличных от нуля, и 5 пьезоэлектрических констант не равных нулю. Числовые значения их в единицах CGS таковы: пьезоэлектрические константы

$$\begin{aligned} E_{11} &= -E_{12}' = -E_{26}' = \\ &= -4,77 \cdot 10^4; \quad E_{25} = -E_{14} = \\ &= 1,23 \cdot 10^4, \text{ а пьезоэлектрические модули} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= -\delta_{12} = -\frac{1}{2} \delta_{26}' = \\ &= -6,36 \cdot 10^{-8}; \quad \delta_{14} = -\delta_{25} = \\ &= 1,69 \cdot 10^{-8}. \end{aligned}$$

Следует заметить, однако, что при измерениях, сделанных Даусоном⁶⁾ (Dawson) над тонкими кварцевыми пластинками, оказалось, что в разных участках одной и той же пластинки пьезоэлектрическая постоянная имеет различные значения. Так при давлениях в 1 кг, прилагаемых к различным участкам пластинки, причем площадь, на которую оказывается давление менее

0,1 мм², электрометр дал показания, по которым δ_{11} на отрицательной стороне пластины менялось от $5,8 \cdot 10^{-8}$ до $7,1 \cdot 10^{-8}$, а на положительной — от $4,9 \cdot 10^{-8}$ до $6,4 \cdot 10^{-8}$. Такое различие в значениях δ , определяемой на одном и том же экземпляре кристаллической пластины, может быть объяснено тем, что в общей массе кристалла могут существовать вкрапленные в нее мелкие кристаллики, ориентированные по-другому, чем весь кристалл, как это было обнаружено рентгенографически Брэггом, Дарвином и Джемсом⁷⁾ (Bragg, Darwin, James).

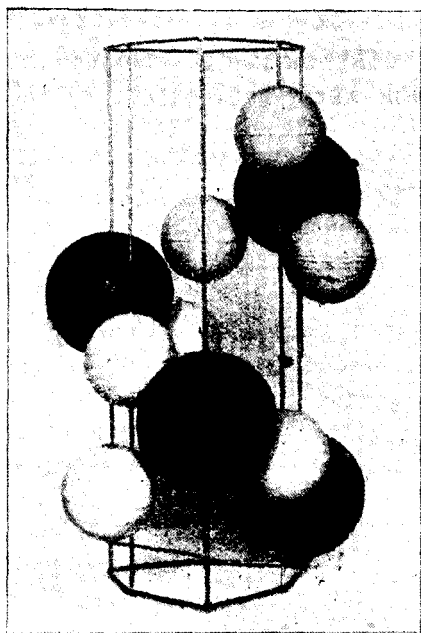


Рис. 3.

Так как из всех модулей и констант лишь по 5 отличны от нуля, то для кварца основные уравнения напишутся так:

$$\begin{aligned} P_1 &= E_{11}x_x + E_{12}y_y + E_{14}y_z \\ P_2 &= E_{25}z_x + E_{26}x_y \\ P_3 &= 0 \end{aligned}$$

или же

$$\begin{aligned} -P_1 &= \delta_{11}X_x + \delta_{12}Y_y + \delta_{14}Y_z \\ -P_2 &= \delta_{25}Z_x + \delta_{26}X_y. \end{aligned}$$

Но так как в экспериментальных условиях имеют значение лишь деформации сжатия и удлинения, то эти уравнения можно упростить, написав

$$P_1 = E_{11}x_x + E_{12}y_y \quad \text{и} \quad -P_1 = \delta_{11}X_x + \delta_{12}Y_y.$$

В этих двух уравнениях первые члены относятся к продольному пьезоэлектрическому эффекту (деформация или давление в направлении электрической оси), а вторые — к поперечному (деформация или давление в направлении, перпендикулярном электрической и оптической осям). Количество

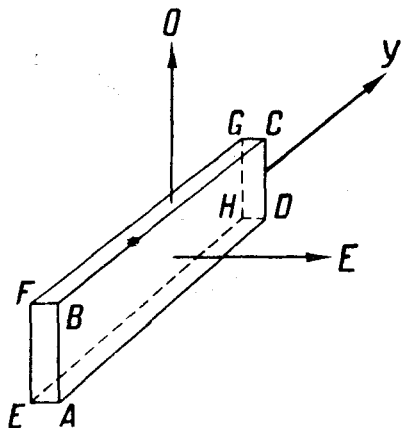


Рис. 4.

электричества, возникающее на грани $ABCD$ (рис. 4) при продольном эффекте $q = -\delta_{11} \Gamma$ (Γ — сила, действующая на площадь $ABCD$); при поперечном эффекте на грани $ABCD$ возникает

количество электричества $q' = \delta_{12} \frac{L}{d} \cdot \Gamma$ (L — длина пластинки, d — ее толщина, Γ — сила, приложенная к грани $ABFE$).

Так же точно, при обратном пьезоэлектрическом эффекте смещение для продольного эффекта $x = v \cdot \delta_{11}$, а для поперечного

$y = v \cdot \delta_{12} \frac{L}{d}$, где v — разность потенциалов; подсчет показывает, что при разности потенциалов в сотни вольт создается смещение порядка 10^{-7} см.

Если кварцевая пластинка, вырезанная так, как было показано на рис. 4, снабжена металлическими обкладками и к ним приложено переменное напряжение, то, благодаря обратному пьезоэлектрическому эффекту, пластинка приходит в упругие колебания. Так как она обладает собственной частотой механических колебаний, зависящей от размеров и упругих свойств кварца, то ее упругие колебания оказываются наиболее интенсивными, когда частота переменного тока равна собственной частоте упругих колебаний кристалла. На явлении резонанса между электрическими и механическими колебаниями в сущности и основаны все практические применения кварца, причем оказывается, что при поперечном эффекте смещение конца стержня при резонансе превышает в 4000 раз смещение, создаваемое статическим полем. Впервые возбуждение кварца переменным током высокого напряжения было осуществлено Лангсвеном⁸⁾ (Langevin), который построил, таким образом, мощный излучатель акустических колебаний высокой частоты; затем Кэди⁹⁾ (Cady) исходя из приведенных выше уравнений, разработал, пользуясь графическим методом, теорию колебаний кварцевого стержня и указал на возможные применения кварца в радиотехнике. Этими работами и была положена основа для практического использования пьезоэлектрических свойств кварца.

Собственная частота упругих колебаний кварцевой пластинки может быть подсчитана по ее размерам, по плотности кварца ($d = 2,65 \text{ г/см}^3$) и его модулю упругости ($= 7,85 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$). По этим величинам скорость звука в кварце $= \sqrt{\frac{7,85 \cdot 10^{11}}{2,65}} = 545 \cdot 10^3 \text{ см/сек}$. Очевидно при колебаниях с собственной частотой размер стержня (l) равен половине длины стоячей волны в нем, и собственная частота колебаний $n = \frac{545 \cdot 000}{2l} \text{ сек}^{-1}$. Отсюда видно, что в случае электромеханического резонанса длина волны замкнутого контура, создающего электрические колебания, должна быть равна $\lambda = \frac{3 \cdot 10^{10} \cdot 2l}{545 \cdot 000}$ или $\lambda_{\text{мт}} \approx 110 l_{\text{мт}}$. Пластина, имеющая вид

параллелепипеда, имеет три основных собственных частоты и большое количество (до 50) обертонов, соответствующих каждой из этих частот. Так как пластинки обычно вырезаются так, чтобы их линейные размеры заметно различались между собою, то и резонансные частоты обычно тоже достаточно далеки друг от друга. Круглые кварцевые пластинки, вырезанные перпендикулярно электрической оси так, что оптическая ось кристалла является одним из диаметров диска, тоже имеют, как обнаружил Гунд¹⁰⁾ (Hund), три собственных частоты, опытным путем определенные как $f = \frac{2870}{d}$, $f_1 = \frac{2715}{D}$, $f_2 = \frac{3830}{D}$, где f — частота в килоциклах, d — толщина диска, а D — его диаметр в мм.

Обертоны механических колебаний пластинки можно удобно обнаружить, насыпая на пластинку кварца тонкий порошок, как это делали Вахсмут и Ауэр (Wachsmuth u. Auer³⁰⁾). При колебаниях с частотами большими, чем основ-

ная частота пластинки, порошок собирается в узловых линиях. Тогда можно непосредственно измерить длину упругих волн в кварце, а по ним и скорость звука в нем. По опытам этих авторов оказалось, что скорость звука в кварце изменяется с частотой колебаний, возрастая с ее увеличением.

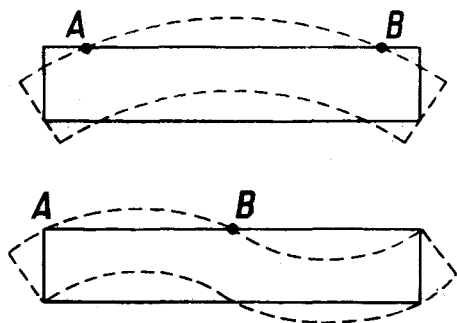


Рис. 5.

Наконец кварцевая пластинка обладает, кроме того, собственными частотами, гораздо меньшими чем те, которые зависят от длины стоячих акустических волн в ней, и которые обуславливаются поперечными колебаниями пластинки, подобными колебаниями струны. Гаррисон¹¹⁾ (Harrison) получал такие колебания в кварце, применяя для этого электроды, один из которых покрывает не всю пластинку, а лишь определенную часть ее; тогда на пластинке можно отметить

ряд узловых точек, на которых удерживается насыпанный на пластинку порошок (рис. 5).

Так как все практические применения кварца основываются именно на явлении электромеханического резонанса, то в практических целях оказывается чрезвычайно важным иметь способ точного определения момента резонанса. Кэди пользовался для этого определением силы тока, идущего через колебательный контур, параллельно емкости которого приключен кварц, причем собственная частота кварца приблизительно соответствует частоте контура. На

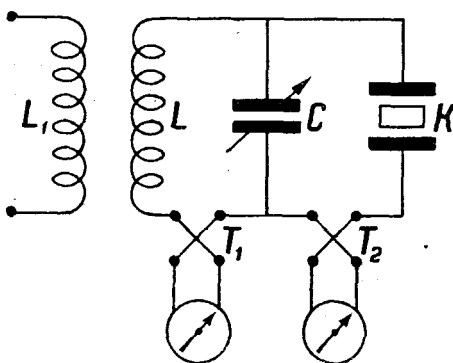


Рис. 6.

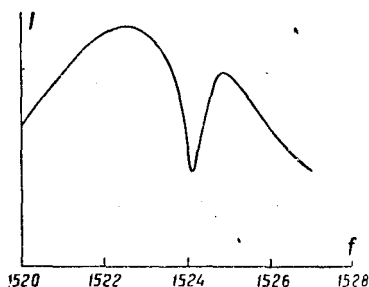


Рис. 7.

рис. 6 показана схема такого измерения. Для измерений силы тока в цепь контура (LC) и в цепь кварца K введены два термоэлемента T_1 и T_2 . Когда из контура L_1 передаются колебания в контур LC , то по мере приближения к резонансу ток в контуре LC увеличивается, но в момент резонанса между контуром LC и механическими вибрациями кварца, т. е. когда интенсивно колеблющийся кварц отбирает много энергии от контура, ток в цепи LC резко падает; поэтому на резонансной кривой, которую можно определить гальванометром, связанным с T_1 , получается провал (рис. 7). В то же время ток, идущий через кварц и измеряемый термоэлементом T_2 при резонансе резко возрастает.

Так как постоянство собственной частоты механических колебаний кварцевой пластинки очень велико и, как видно по рис. 7, резонансная кривая кварца очень остра, то кварцевая пластинка может с удобством быть применяемой для

контроля постоянства частоты в колебательном контуре. Так, например, контроль постоянства частоты может быть осуществлен по схеме рис. 8. Контролируемые волны действуют на контур LC , параллельно емкости которого приключен

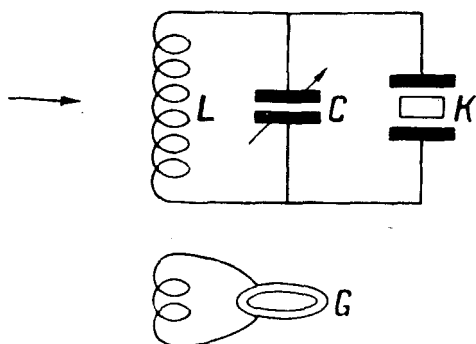


Рис. 8.

кварц. С контуром связана маленькая лампа тлеющего света, загорающаяся по мере приближения к резонансу между частотой входящих колебаний и частотой контура LC . Но в момент, когда достигается резонанс между LC и частотой вибраций кварца, лампа потухает. Таким спо-

собом достигается настройка контура на определенную длину волны с точностью до $1/100\,000$.

Еще более простым является акустический способ для определения момента резонанса кварца с колебательным контуром, предложенный Кэди (рис. 9). Ламповый генератор, с которым соединен кварц, действует на приемный контур усилителя V ; если плавно менять частоту в генераторе, то в момент резонанса колебательного контура с кварцем в телефоне приемного устройства слышен щелчок.

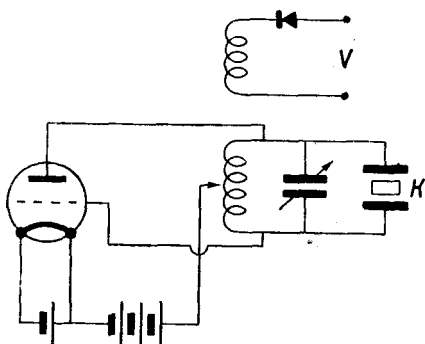


Рис. 9.

Этот способ оказался очень удобным и чувствительным для распознавания пьезоэлектрических кристаллов. Гибе и Шейбе¹²⁾ (Giebe u. Scheibe), так исследовали большое количество различных веществ, причем испытание на пьезоэлектричность велось не на больших экземплярах кри-

сталлов, а на кристаллических порошках, насыпанных между обкладками конденсатора, приключенного параллельно емкости колебательного контура генератора (рис. 9). При плавном изменении длины волны контура (λ от 50 до 1 000 м), при некоторых положениях переменного конденсатора, в теле-

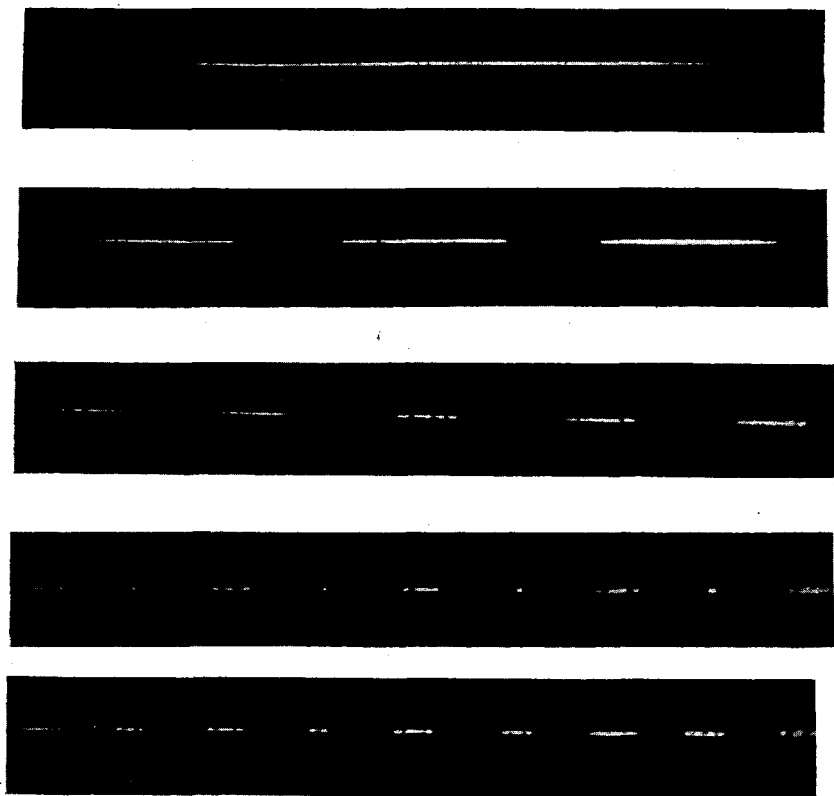


Рис. 10.

фоне усилителя слышится шум, происходящий от того, что частоты некоторых из кристалликов оказываются находящимися в резонансе с частотой контура. Этот способ весьма удобен для качественных испытаний, но не дает возможности для количественных измерений.

Еще более точный способ определения резонанса предложен Гиббе и Шейбе¹³⁾ по световому эффекту, наблю-

даемому в момент резонанса на кварцевой пластинке, помещенной в вакуум (10—15 мм ртутного столба) и положенной свободно между электродами так, чтобы расстояние между нею и верхним электродом было бы 0,5 мм или несколько более. Под влиянием переменного поля кварц приходит в интенсивные колебания и вторичный прямой эффект, созданный сжатиями и расширениями пластинки, создает настолько сильное поле между кварцем и электродами, что возникает свечение, фотографии которого приведены на рис. 10. Как видно по фотографиям, подбором частоты возбуждающего поля можно получить картины свечения, со-

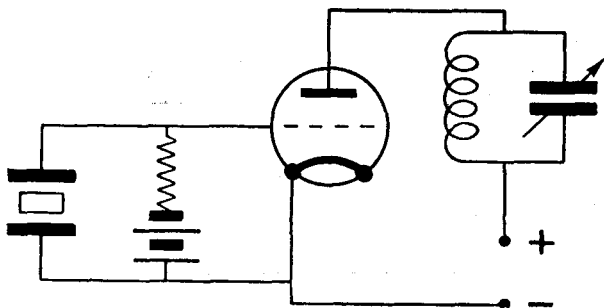


Рис. 11.

ответствующие различным обертонам механических колебаний кварца.

Пользуясь несколькими гармониками механических колебаний, можно кварцевую пластинку применять в качестве контролирующего приспособления для нескольких частот. Несколько измененный тип подобного приспособления разработанный теми же авторами¹⁴⁾, в котором маленькие электроды приложены лишь к средней части кварца и световые пятна получают вдоль всего стержня, не соприкасающегося с электродами, в настоящее время выпущен в продажу берлинской фирмой Radio-Frequenz для контроля частот.

В позднейшей работе Гибе и Шейбе³¹⁾ применили тот же световой метод для обнаружения механических колебаний, возникающих не только при удлинениях кварцевого стержня (продольные волны), но и при его периодических изгибаниях

(поперечные волны) или его закручиваниях. Такого рода колебания вызываются неоднородным переменным полем, которое можно создать в кварце при помощи двух пар маленьких электродов, соответственным образом приложенных в средней части стержня. Изменяя частоты подводимого к электродам напряжения, можно создать в карцевом стержне интенсивные колебания, соответствующие его обертонам частотам. При этом весь стержень, помещенный в вакуум 0,3 — 0,5 мм ртутн, делится на резко разделяющиеся светлые и темные участки, по которым можно распознать места максимальных деформаций *).

Влияние температуры на частоте колебаний кварца сказывается не очень сильно; при изменении температуры на 1° пластинка, имеющая частоту в 10^6 , изменяет число своих колебаний всего на 25 кол./сек. для продольного эффекта и на 50 кол./сек. для поперечного эффекта ¹⁵⁾. Постоянство собственной частоты кварца и достигаемая при помощи него точность настройки в настоящее время делают пьезокварц совершенно необходимым прибором при стандартной градуировке и при проверке волномеров.

Благодаря тем же своим свойствам, кварц имеет еще одно весьма важное значение в радиотехнике — являясь стандартным генератором колебаний. В настоящее время уже имеется большое количество различных генераторных схем, в которых приводимый в колебания кварц служит регулятором частоты. Одна из начальных схем такого рода показана на рис. 11. Здесь кварц помещен в цепь сетки генераторной лампы параллельно с сопротивлением. Частота продольных или поперечных колебаний кварца должна быть одинакова с частотой колебательного контура, находящегося в цепи анода генераторной лампы. Момент резонанса между кварцем и колебательным контуром можно определить по резкому спаданию тока в цепи анода. Такой генератор работает с неизменной частотой, и точность настройки кварцевого генератора может быть доведена до $10^{-4}\%$.

*) Прекрасные фотографии Гибе и Шейбе здесь не приводятся, так как упоминаемая работа появилась после того, как настоящая статья была сдана в печать.

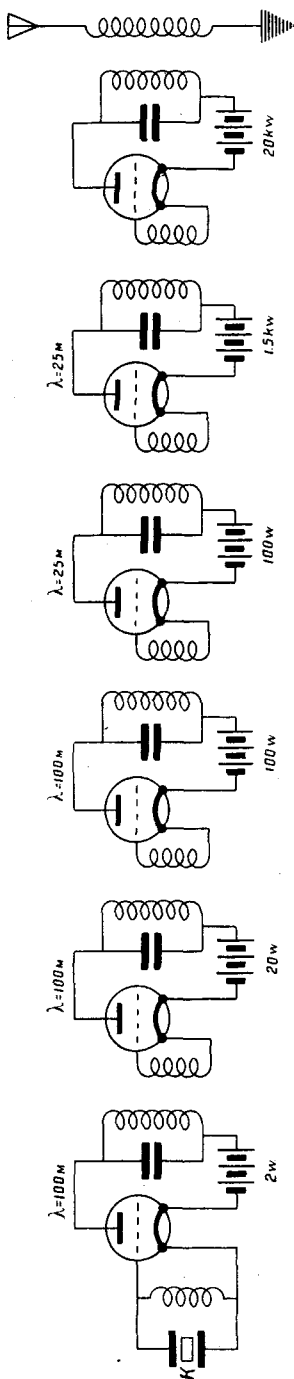


Рис. 12.

Само собою разумеется, что особенно важную роль должны играть такие стандартные генераторы в области коротких волн, которая за последние годы завоевывает все более прочное место в радио. Однако, практические пределы частот, между которыми может работать кварцевый генератор, ограничиваются размерами кварцевых пластинок. Для длинных волн требуются слишком большие пластинки, а пластинки толщиной менее 1 мм (что соответствует, приблизительно, длине волны около 100 м) оказываются хрупкими и не выдерживают высоких напряжений. Тем не менее возможно применение стандартных кварцевых генераторов для передачи короткими волнами при условии искусственного повышения частоты, как это делается, например, на станции Науэн. Схема передатчика Науэна показана на рис. 12. Кварцевый генератор мощностью в 2 W создает волны длиной в 100 м; в дальнейшем ведется повышение мощности до 20 kW и учетверение частоты до длины волны в 25 м.

Наконец надо упомянуть еще об одном свойстве кварца, тоже широко применяемом теперь в радиотехнике в тех же целях — достичь возможно большего по-

стоянства частоты колебаний в генерирующем контуре. Кэди в своей первой работе ⁹⁾ о колебаниях пьезоэлектрического кристалла теоретически исследовал вопрос об обратном действии кварца на колебательный контур. Им было показано, что емкость кварцевого конденсатора, приключенного параллельно конденсатору колебательного контура так, как это было изображено на рис. 6, по мере приближения к резонансу не остается постоянной: при увеличении частоты она сначала быстро возрастает, затем резко падает, принимая отрицательные значения, и потом по мере удаления от положения резонанса, снова увеличивается, опять достигая значения статической емкости кварцевого конденсатора (рис. 13).

Позднее те же вопросы были теоретически разобраны Лауе ¹⁶⁾ (Laue). Наличие такого резкого скачка емкости кварцевого резонатора в момент резонанса дает возможность применить кварц в качестве стабилизатора колебаний в контуре. В самом деле, в случае, если емкость контура почему-либо уменьшается, то это

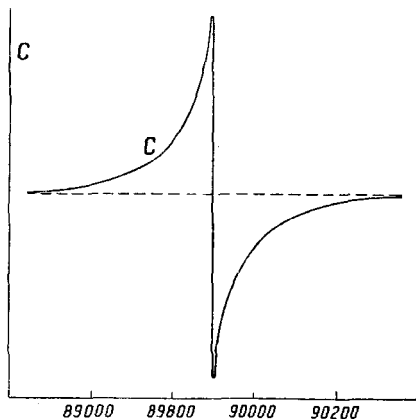


Рис. 13.

повлечет за собою возрастание емкости кварца и наоборот — увеличение емкости контура вызовет компенсирующее ее уменьшение емкости кварцевого конденсатора. Область, в которой кварц является стабилизатором, конечно, очень узка — она определяется кривой резонанса кварцевой пластинки. Таким образом кварц в различных своих применениях дает возможность разрешить одну из весьма важных для современного состояния радиотехники задач — вопрос о постоянстве частоты и излучаемой волны, и за последние 2—3 года уже создалась обширная, преимущественно американская литература, посвященная вопросу о применении кварца в радио ¹⁷⁾.

Несмотря на то, что кварц преимущественно может обслуживать область высоких частот, он может быть применен и для создания колебаний звуковой частоты. Две кварцевые пластинки, имеющие недалекие друг от друга собственные частоты, будучи помещены в общей генераторной схеме, создают в генераторе биения, частота которых может быть произвольно низкой. Такие же биения низкой частоты могут быть получены и тогда, когда две кварцевых пластинки находятся в разных генераторных контурах или же при помощи одной пластинки, имеющей форму, показанную на рис. 14 из

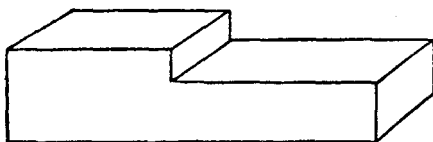


Рис. 14.

обладающей двумя различными частотами¹⁰⁾. Таким образом пьезоэлектрические свойства кварца могут быть использованы и в акустических целях. Но глав-

ное значение для акустики кварц имеет в качестве излучателя мощных колебаний высокой частоты, лежащей далеко за пределами слышимости — в области так называемых ультразвуковых частот.

Для целей практической акустики кварц был впервые применен, как уже было сказано, Ланжевен^ом, которым был сконструирован подводный ультразвуковой передатчик, первоначально предназначенный для определения морских глубин *) (эхолот). Это же было и первым техническим применением пьезоэлектричества, потому что Ланжевен^ом был первым, кто использовал для получения мощных механических колебаний явления резонанса упругих и электрических колебаний пьезоэлектрического кристалла, снабженного соответственной арматурой. Первоначально применявшиеся для этой цели Ланжевен^ом кварцевые пластинки размером $10 \times 10 \times 1,6$ см были заменены впоследствии устройством, состоящим из множества кварцевых пластин, уложенных наподобие мозаики между двумя массивными

*) См. У. Ф. Н. т. 5, 240, 1925.

стальными дисками, служившими электродами; один из дисков, будучи подвижным, является источником акустических волн. Переменное напряжение у Ланжевена доставлялось дуговым генератором с частотой около 40 000, что соответствовало резонансной частоте применявшегося им устройства. Переход к области ультразвуковых частот дал возможность иметь излучатель, размеры которого больше длины излучаемой им звуковой волны, и тем самым была создана возможность получить в воде направленный пучок акустических волн, излучаемых в направлении, перпендикулярном к плоскости электрода. При затраченной мощности около 1 kW (при излучаемой мощности в несколько сот ватт) достигается дальность распространения пучка ультразвуковых волн в несколько десятков километров. В дальнейшем ультразвуковой передатчик Ланжевена служил не только в качестве эхолота, а был применяем также в целях связи между кораблями; при этом обратное превращение ультразвуковых волн в электрические колебания может быть выполнено аналогично монтированным и имеющим соответствующие размеры кварцевым приемником, на электродах которого возникают колебания напряжения строго определенной частоты; после усиления, и передачи в радиоприемное устройство, возникшие на электродах кварца электрические колебания обнаруживаются обычными методами.

Кварцевый передатчик Ланжевена, при напряжении на электродах 30 000—40 000 V, создает в воде настолько мощное акустическое излучение, что мелкие рыбы, попадающие в зону ультразвукового луча умирают, а если в воде на пути звукового луча, исходящего от этого передатчика, поставить руку, то ощущается резкая боль. Этот способ создавать мощные акустические колебания очень высоких частот дал возможность новых акустических исследований. В 1927 г. была опубликована интересная работа Вуда и Лумиса¹⁸⁾ (R. Wood и A. Loomis), которые обнаружили некоторые весьма любопытные явления, сопровождающие распространение коротких звуковых волн.

Для изучения свойств плоских акустических волн ультразвуковой частоты и большой мощности, Вуд и Лумис

пользовались катодным генератором, состоящим из двух ламп, мощностью по 1 kW, который давал частоты от 100 000 до 700 000. С колебательным контуром генератора через трансформатор, доводящий напряжение приблизительно до 50 000 V, соединены металлические обкладки кварцевой пластинки: одна из этих обкладок — массивная свинцовая, вторая же из тонкой меди. Применявшиеся кварцевые пластинки представляли собой диски в 10 см диаметром и толщиной от 7 до 14 мм. Кварц с его арматурой помещался на дно стеклянного сосуда, наполненного трансформаторным маслом. От медного тонкого электрода в масле распространяются акустические волны очень большой мощности, несмотря на то, что Вуд и Лумис работали не в условиях электро-механического резонанса. Прежде всего оказалось, что эти волны оказывают чрезвычайно большое давление на преграду, поставленную на их пути. Так стеклянный диск в 8 см диаметром, на который снизу оказывают давление звуковые волны, может не падая быть нагружен гирьками в 150 г. Наибольшее давление на диск волны оказывают в том случае, когда расстояние между источником звука и отражающим диском равно целому числу полуволн. Если при наличии звукового давления опускать диск вниз, держа его рукою за палочку, приклеенную к его центру, то рука чувствует периодически, через каждые проходящие четверть волны, увеличения и уменьшения сопротивления для прилагаемого усилия. Таким образом можно определить длину звуковой волны в жидкости, а следовательно и скорость звука в ней. Этот способ определения скорости звука был подробно разработан Хаббардом и Лумисом¹⁹⁾ (Habbard a. Loomis). Когда расстояние между отражающей пластинкой и кварцевым излучателем равно целому числу полуволн, то обратное действие кварца на передатчик становится наиболее интенсивным, что узнается по свечению неоновой лампы, связанной с передатчиком.

Перемещая отражающий диск микрометрическим винтом, можно отсчитывать положение узлов с точностью до 0,01 мм. Этот способ дает возможность точно определить скорость звука в любой жидкости, пользуясь весьма небольшим коли-

чеством ее: для этого небольшой сосудик с жидкостью помещают непосредственно на колеблющийся кварц, и в этот сосуд опускают кружок, соединенный с опускающим его микрометрическим винтом. Бойль ²⁰⁾ (Boyle) этим же приемом демонстрирует стоячие ультразвуковые волны в жидкостях: узловые плоскости в жидкости резко видны по собирающимся в них мелким пузырькам газа.



Рис. 15.

Насколько в этих опытах велико звуковое давление, можно видеть по фотографии, рис. 15, изображающей поверхность масла, в котором находится кварцевый вибратор. Так как на поверхность жидкости волны, идущие от вибратора, тоже оказывают давление, то она сначала покрывается рябью, затем по мере приближения частоты генератора к области резонанса кварца, поверхность жидкости поднимается кверху, и с нее начинается вылет отдельных капель. При резонансе поверхность масла поднималась в опытах Вуда на 7 см, а при увеличенной мощности даже на 10 см.

Чрезвычайно интересными оказались также результаты опытов с получением стоячих волн в стеклянных трубках. Для этого заплавленная с одного конца трубка погружается концом в масло, где возбуждены быстрые колебания. Если

внешняя сторона трубки облита маслом или жидким парафином, то этот жидкий материал собирается в узловых линиях, образуя систему колец. Точно так же можно наблюдать стоячие волны на положенном на поверхность масла стеклянном диске, к центру которого приклеен поддерживающий его стеклянный стержень. Система стоячих волн образуется в этом случае благодаря отражению от

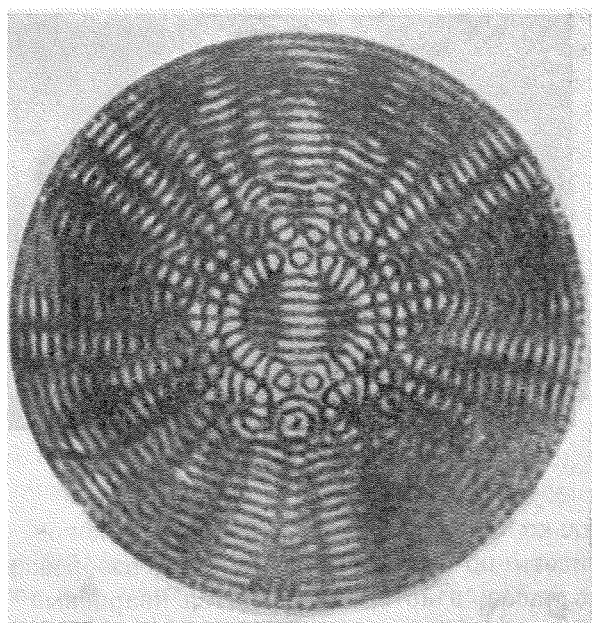


Рис. 16.

края диска. На рис. 16 (негатив) видна система полос, образованных лycopидием, насыпанным на стеклянный диск, к которому поддерживающий стержень прикреплен не центрально. Место его прикрепления видно на системе полос, причем симметрично месту прикрепления образовался фокус волн, отраженных от края диска; этот фокус сам является источником вторичных волн, породивших сложную систему полос интерференции. Опыты со стеклянным диском, имеющим различную толщину у центра и периферии

(дно от бутылки), привели к заключению, что в стекле в этом случае распространяются поперечные волны, так как расстояния между узловыми линиями, имеющими вид кругов, в этом случае оказываются не одинаковы: у центра, где стекло толще, расстояния между узлами больше, чем у края диска. Тот же эффект — различие в длине волны, распространяющейся в таких стеклянных стержнях разных диаметров при одной и той же частоте колебаний иллюстрируется рис. 17.

На нем приведены микрофотографии стеклянных стержней диаметром в 0,15, 0,5 и 1 мм, на которых упомянутым выше способом получены отметки узловых линий, создавшихся при одинаковой частоте колебаний. Чем меньше диаметр стержня, тем меньше длина звуковой волны в нем. Это также подтверждает заключение авторов о поперечном характере наблюдавшихся ими звуковых колебаний в стекле. Определенная по полученным данным скорость звука в стеклянных стержнях оказалась в этих случаях зависящей от двух величин — от диаметра стержня и от частоты колебаний; скорость звука оказывается тем большей, чем

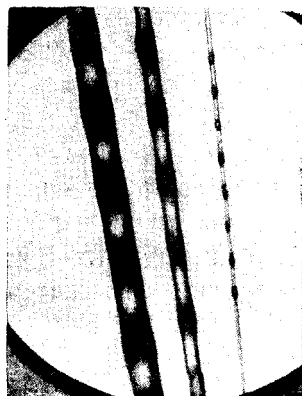


Рис. 17.

толще стержень и чем больше частота, причем скорость, определенная таким способом, гораздо меньше обычной скорости звука в стекле — она изменялась в разных условиях опытов от 400 до 2600 м/сек.

Через такие тонкие стеклянные стержни можно передать энергию при большой ее плотности. Так, например, стеклянная трубка с запаянным концом, заканчивающаяся тонкой стеклянной нитью в метр или более длины, может служить удобным коллектором для звуковой энергии, которую через тонкий конец стеклянной нити можно подводить, например, к живым организмам, изучаемым под микроскопом, или к каким-либо отдельным органам животного. Если за конец такой

нити взяться пальцами, то получается сильный ожог вследствие тепла, выделяемого в месте контакта; также любопытно, например, что за термометр, погруженный в масло и показывающий всего 25° , нельзя взяться рукой, так как в месте соприкосновения выделяется настолько большое количество тепла, что на коже остается ожог. Заостренный конец стеклянного стержня, по которому передается энергия, свободно проходит через дерево, обугливая его, и даже через стекло, высверливая в нем дырочку.

При поглощении этих мощных волн развивается настолько большое количество тепла, что 50 см^3 воды приобретают за минуту 430 калорий и температура воды, помещенной в пробирке в среду, по которой проходят ультразвуковые волны, очень быстро поднимается несмотря на то, что окружающая ее среда поддерживается при 0° . Спирт в количестве 45 см^3 в тех же условиях показал повышение температуры на 4° через 20 сек. Так же точно лед, поглощая звуковые волны, превращает их в тепло и тает.

Едва ли не наиболее интересным опытом из тех, какие были сделаны Вудом и Лумисом с ультразвуковыми волнами, оказывается образование при помощи этих волн очень тонких эмульсий. Масло и вода, под действием мощных колебаний большой частоты, дают стойкую эмульсию. Вода со ртутью дает эмульсию сначала белого цвета, затем коричневатую и, наконец, черную; даже через 24 часа после образования такой эмульсии большие количества ртути остаются в воде в виде суспензии. Таким образом ультразвуковые волны, как оказывается, могут быть применяемы для изготовления коллоидальных растворов. Бензол, подвергнутый действию ультразвуковых волн, распыляется и образует туман; фотография образовавшегося так тумана приведена на рис. 18. Такой же туман, но с более крупными каплями, может быть получен и от воды.

Если стеклянную трубку, утоньшенную в средней части, облить маслом и затем привести через жидкость в соприкосновение с вибрирующим кварцем, то на утоньшенной части трубки тоже образуется чрезвычайно тонкий туман масла, как это можно видеть на рис. 19, где в некоторых

пунктах (узловые точки стоячих колебаний) видны отдельные очаги тумана. Если к образующемуся таким способом туману медленно подносить спичку, то сначала заметно большое число вспышек отдельных капелек, а затем вся окруженная туманом трубка загорается, как факел.

Далее Вуд и Лумис обратили внимание еще на некоторые свойства коротких звуковых волн. Под действием этих волн мелкие частицы, взвешенные в жидкости, соединяются

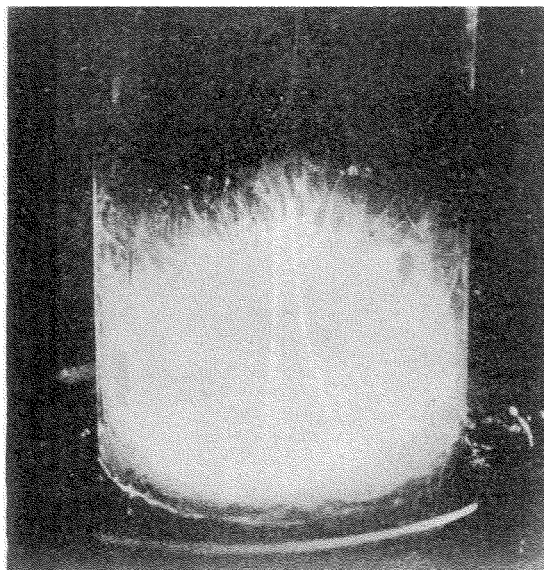


Рис. 18.

в крупные образования, ход некоторых химических реакций ускоряется, и под действием этих волн ускоряется процесс кристаллизации.

Более подробно химические действия мощных ультразвуковых волн были изучены Ричардсом и Лумисом²¹⁾ (Richards a. Loomis), которые обнаружили ускорение некоторых химических реакций и распад под действием этих волн некоторых метастабильных химических соединений; ими же было отмечено, что температура кипения жидкости, находящейся под действием ультразвуковых волн, несколько по-

нижается, а в тех случаях, когда в жидкости присутствует газ, ультразвуковые волны способствуют удалению газа из жидкости.

Не менее интересны результаты биологического действия волн, обнаруженные Вудом и Лумисом. Мелкие организмы,

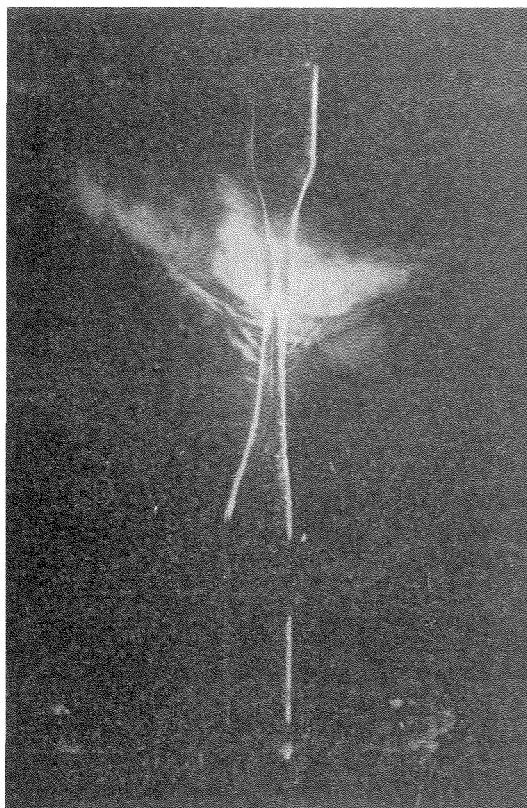


Рис. 19.

как, например, парамеции, под действием ультразвуковых волн быстро утрачивают способность двигаться и затем умирают. Красные кровяные шарики, находящиеся в физиологическом растворе, быстро разрушаются. Мелкие рыбы и лягушки под действием мощных ультразвуковых волн умирают через одну или две минуты; мышцы оказываются менее

чувствительными к звуковым волнам и лишь теряют способность двигаться.

Таким образом пьезоэлектрические свойства кварца могут служить удобным методом для акустических исследований. Пользуясь этим методом, Абелло²²⁾ (Abello) измерял поглощение звука при $f=612\,000$ в водороде и CO_2 , Бойль применил этот же способ для изучения прохождения коротких звуковых волн через различные преграды²³⁾.

Говоря об акустических явлениях, сопровождающих пьезоэлектрические процессы, следует упомянуть об одном интересном явлении, подмеченном Мейснером²⁴⁾ (Meissner). Если кварцевую пластинку, вырезанную как обычно, поло-

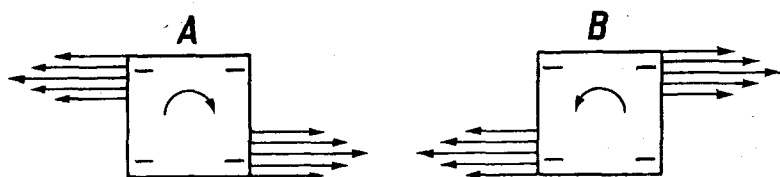


Рис. 20.

жить свободно между обкладками конденсатора, закрепив ее в центре, то при наложении на ее обкладки переменного поля частоты соответствующей электромеханическому резонансу, кварцевая пластинка приходит в быстрое вращение. Особенно интересно, что если взять две одинаковые пластинки, вырезанные одна из правовращающего, а другая из левовращающего кварцев, и положить их в конденсатор так, чтобы у той и у другой сверху приходились бы плоскости, заряжающиеся при сжатии отрицательно, то правовращающий кварц начинает вращаться в правую сторону, а левовращающий в левую. Исследуя эти вращения, Мейснер обнаружил, что когда при периодических удлинениях и укорочениях кварцевой пластинки вдоль ее длинной оси (поперечный эффект) создаются акустические волны в воздухе, то от соответствующих сторон пластинки исходит ветер. Этот ветер отклоняет пламя свечи и может вращать маленькую мельничку. В случаях, если взята пластинка с одинаковыми продольными и поперечными размерами, ветер воз-

никает не по всей стороне пластинки, а лишь с одного ее края, как это видно на рис. 20.

Вследствие этого пластинка получает вращающий момент, создающий этот любопытный эффект. Далее оказалось, что правый и левый кварцы дают ветер, направленный по-разному, чем и обуславливается вращение правого и левого кварцев в противоположные стороны. На рис. 20 *A* показано возникновение вращения правого, а на рис. 20 *B* — левого кварцев. То обстоятельство, что ветер возникает по краям пластинки, Мейснер объясняет тем, что кварцевая пластинка имеет некоторые направления, в которых концентрация молекул не одинакова, из-за чего в ней создаются неодинаковые условия для распространения упругих волн; автор указывает, что эти пьезоакустические явления могут послужить для дальнейших исследований над структурой кварца.

В акустических целях возможно применение пьезоэлектрических свойств кристаллов не только для создания звуковых волн. Выше уже было упомянуто, что то же устройство, какое было применено Ланжевром в качестве передатчика звуковых волн под водой, может служить и как приемное приспособление. По тому же принципу могут быть устроены как пьезоэлектрические телефоны или громкоговорители, так и микрофоны. В 1919 г. Никольсон²⁵⁾ (Nicolson), а затем Рессель и Коттон²⁶⁾ (Russell a. Cotton) сконструировали пьезоэлектрические излучатель и приемник акустических волн низкой частоты из кристаллов сегнетовой соли.

Сегнетова соль (винно-кислый калий — натрий — $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$) обладает гораздо более сильными пьезоэлектрическими свойствами, чем кварц, и не находит практического применения лишь вследствие своей хрупкости и нестойкости.

Кристаллы ее принадлежат к ромбической системе, и согласно Покельсу (Pockels) ее пьезоэлектрические модули (в единицах CGS) имеют величины $\delta_{14} \sim 1000 \cdot 10^{-8}$; $\delta_{25} = -165 \cdot 10^{-8}$; $\delta_{36} = 35,4 \cdot 10^{-8}$.

Как видно из приведенных чисел, сегнетова соль проявляет сильные пьезоэлектрические свойства при кручении.

Валашеком (Valašek) были обнаружены некоторые интересные особенности в пьезоэлектрических свойствах сегнетовой соли. Так, например, оказывается, что если кристалл сегнетовой соли служит изолятором в конденсаторе, то количество электричества, возникающее на обкладке конденсатора, зависит от того напряжения, под каким ранее был этот конденсатор, так что график, связывающий напряжение с количеством электричества, имеет вид петли гистерезиса.

При -30°C сегнетова соль не пьезоэлектрична. С повышением температуры ее пьезоэлектричность увеличивается, достигает максимума при -5° и начинает после этого уменьшаться, снова исчезая при 50° , не доходя нескольких градусов до температуры ее плавления (56°).

Кристаллы, искусственно полученные из пересыщенного раствора при определенных условиях роста, имеют такой

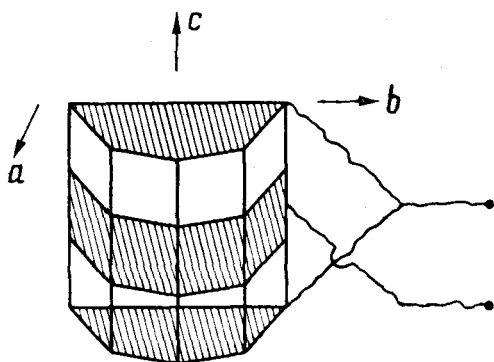


Рис. 22.

вид, какой показан на рис. 21. Они являются сложными кристаллами и состоят из пирамид, обращенных вершинами к центру. Такой тип кристаллов удобен для работ с токами низкой частоты. Никольсон для кристаллов такого типа применял взаимно-перпендикулярные электроды, расположение которых показано на рис. 22.

Руссель и Коттон в своем микрофоне предоставляли звуковым волнам действовать непосредственно на кристалл,

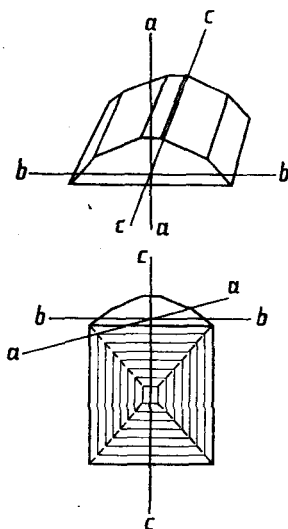


Рис. 21.

раствора при определенных условиях роста, имеют такой вид, какой показан на рис. 21. Они являются сложными кристаллами и состоят из пирамид, обращенных вершинами к центру. Такой тип кристаллов удобен для работ с токами низкой частоты. Никольсон для кристаллов такого типа применял взаимно-перпендикулярные электроды, расположение

один электрод которого соединен с катодом, а другой с сеткой катодного усилителя. Но так как на пьезоэлектрические свойства сегнетовой соли сильно влияет влажность, то микрофоны такого рода современем меняют свои качества, хотя Руссель и Коттон указывают, что через несколько недель после изготовления их микрофон сохранял постоянство.

Высоких напряжений сегнетова соль не выдерживает, поэтому она и не может применяться в качестве мощного передатчика, и по этой же причине она не находит применения и в радиотехнике.

Совсем особое применение этим кристаллам дал Вин-Вильямс²⁷⁾ (Winn-Williams). Кристаллы сегнетовой соли, раз-

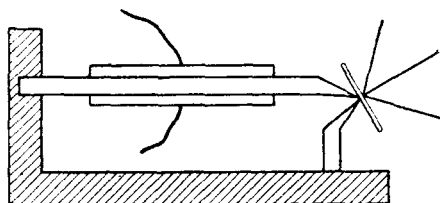


Рис. 23.

мерами вдоль осей b и c в 2,5 см и в направлении оси a в 1 см (см. рис. 21), снабженный такими электродами, какие показаны на рис. 22, имеет легкий алюминиевый указатель в 3 см длины, скрепленный с плоскостью ab . Этот ука-

затель отмечает вращение вокруг оси c , для чего он снабжен маленьким зеркальцем. Монтированный таким образом кристалл сегнетовой соли может служить осциллографом, применимым для частот от 0 до 600. Для более высоких частот этот осциллограф оказывается малопригодным, так как на нем слишком сильно сказываются всякие посторонние факторы — влажность, температура, возраст кристалла.

Аналогичные пьезоэлектрические осциллографы были построены Вудом²⁸⁾ (A. Wood) из кварца, несмотря на его относительно малую пьезоэлектричность. Кварцевый стержень, закрепленный на одном конце, удлиняется пропорционально напряжению, приложенному к пластинкам, служащим обкладками кварца (рис. 23). Удлинение тем больше, чем стержень длиннее и чем меньше его размер в направлении между обкладками. Если подвижной конец кварца соединен с вращающимся зеркальцем, то при длине стержня в 5 см и

толщине в 0,01 см можно получить на шкале, удаленной на 1 м от зеркала, смещение в 1 см при 935 V.

Аналогичное устройство осциллографа из сегнетовой соли, в котором использовано непосредственное удлинение кристалла, было выполнено Шейбе и оказалось, приблизительно, в 4000 раз более чувствительным.

Еще более чувствительный осциллограф был сконструирован А. Вудом из двух пластин кварца, сложенных вместе. Пластины подобраны так, что когда одна удлиняется, то другая должна укорачиваться. Закрепив один конец стержня, он получил чувствительный осциллограф, у которого свободный конец сложенных вместе кварцевых пластин, монтированных подобно осциллографу, изображенному на рис. 23, при изменениях напряжения движется вверх и вниз и вращает подвижное зеркальце. От такого осциллографа можно получить на шкале, стоящей на расстоянии 1 м от зеркала, смещение в 1 см при напряжении всего в 2,5 V.

Наконец следует упомянуть еще об одном возможном практическом использовании свойств пьезокварца. Керр Грант²⁹⁾ (Kerr Grant) применил кварц в качестве изолятора в конденсаторе Керра. Когда кварц находится между скрещенными никольями и возбуждается переменным электрическим полем с его резонансной частотой, то луч света, проходящий через него в направлении оптической оси, дает периодические затемнения и вспышки с частотой, соответствующей удвоенной частоте электрического поля. Так при частоте поля 144000 было отмечено при помощи вращающегося зеркала соответствующее число проходов луча света через конденсатор Керра. Очевидно, что число световых перерывов может быть сделано гораздо большим и доведено до нескольких миллионов в секунду. Этот способ может быть во многих случаях более совершенным, чем, например, методы Физо и Фуко и может быть применен, например, для определения скорости света, для отсчета малых промежутков времени на движущихся фильмах или же он может быть применен в той системе передачи изображений на расстояние, которая была разработана Каролусом, и которая в настоящее время уже вошла в практику.

ЛИТЕРАТУРА.

- 1) P. u. J. Curie. C. R. 91, 294, 1880; 93, 204, 1881.
- 2) W. Röntgen. Wied. Ann. 18, 534, 1883; 19, 523, 1883.
- 3) A. Kundt. Wied. Ann. 20, 592, 1883.
- 4) См., напр., Graetz, Handb. d. Elektriz. u. Magnetism. B. I, § 342 ff. 1918. W. Voigt. Lehrbuch d. Kristallphysik. Kap. VIII. 1910.
- 5) Б. Коленко. Полярное электричество кварца. С.-Петербург. 1884.
- 6) L. Dawson. Ph. Rev. 29, 535, 1927.
- 7) Bragg, Darwin, James, Phil. Mag. 1, 897, 1926.
- 8) Langevin. Sondage par le son; La Nature, May, 1925.
- 9) W. Cady. Proc. Inst. Radio-Eng. 10, 48, 1922; Journ. Opt. Soc. Amer. 10, 475, 1925.
- 10) A. Hund. Proc. Inst. Rad. Eng. 14, 457, 1926.
- 11) J. Harrison. Proc. Inst. Rad. Eng. 15, 1040, 1927.
- 12) E. Giebe u. A. Scheibe. ZS. f. Phys. 33, 760, 1925.
- 13) E. Giebe u. A. Scheibe. ZS. f. Phys. 33, 335, 1925.
- 14) E. Giebe u. A. Scheibe. E. T. Z. 47, 380, 1926.
- 15) A. Crossley. Proc. Inst. Rad. Eng. 15, 9, 1927.
- 16) M. Laue. ZS. f. Phys. 34, 347, 1925.
- 17) См. A. Scheibe. Jahrb. d. drahtl. Telegr. 28, 15, 1926.
- 18) R. Wood a. A. Loomis. Phil. Mag. 4, 417, 1927.
- 19) J. Hubbard a. A. Loomis. Nature, 6 August, 1927.
- 20) R. Boyle. Nature, 1 October, 1927.
- 21) W. Richards a. A. Loomis. Journ. Amer. Chem. Soc. 49, 3086, 1927.
- 22) T. Abello. Proc. Nat. Acad. 13, 699, 1927.
- 23) R. Boyle. Nature, № 3037, 45, 1928.
- 24) A. Meissner. ZS. f. techn. Phys. 7, 585, 1926.
- 25) A. Nicolson. Proc. Amer. Inst. Electr. Eng. 38, 1315, 1919.
- 26) E. Russel u. A. Cotton. Electr. Rev. 92, 1923.
- 27) C. Wynn-Williams. Phil. Mag. 49, 288, 1924.
- 28) A. Wood. Phil. Mag. 50, 631, 1925.
- 29) Kerr Grant. Nature. № 3025, 586, 1927.
- 30) R. Wachsmut u. H. Auer. ZS. f. Phys. 47, 323, 1928.
- 31) Giebe u. A. Scheibe. ZS. f. Phys. 46, 607, 1928.