

Опытное подтверждение формул Лорентца — Эйнштейна.

С. Э. Фриш.

Как классическая электродинамика, так и принцип относительности приводят к зависимости массы электрона от его скорости. В обоих случаях

$$m_v = m_0 \varphi(\beta),$$

где m_v — масса электрона при скорости v , m_0 — масса при бесконечно малой скорости и $\beta = \frac{v}{c}$, где c — скорость света. Однако, вид функции φ в обоих случаях будет различен.

В 1903 году Abraham¹⁾, полагая, что электрон представляет несжимаемую сферу с постоянной плотностью заряда и пользуясь основными положениями электродинамики, определил вид функции φ ²⁾. Нужно различать две массы: массу продольную, или кинетическую m_t , и массу поперечную m_n , сказывающуюся при силе, действующей нормально к траектории. Abraham получил:

$$m_n = m_0 \frac{3}{4\beta^2} \left[\frac{1+\beta^2}{2\beta} \log \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right] \dots \dots \dots (1a)$$

$$m_t = m_0 \frac{3}{4\beta^2} \left[\frac{2}{1-\beta^2} - \frac{1}{\beta} \log \frac{1+\beta}{1-\beta} \right] \dots \dots \dots (1b)$$

Lorentz³⁾, желая объяснить отрицательный результат опытов Michelson'a и Morley'e'a, предположил, что электрон сплющивается во время движения. Радиус R , имеющий направление движения, превращается в $R\sqrt{1-\beta^2}$, в то время как радиус, перпендикулярный к направлению движения, сохраняет свою величину. В этом случае зависимость массы от скорости получается следующая:

$$m_n = m_0 (1 - \beta^2)^{-\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (2a)$$

$$m_t = m_0 (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (2b)$$

¹⁾ Abraham, Ann. d Phys. 10, p. 105, 1903.

²⁾ Значение m_0 зависит от того, считаем ли мы электрон за сферу с объемным или поверхностным зарядом, но вид функции $\varphi(\beta)$ не зависит от этого.

³⁾ Lorentz, Proceedings Acad. Sc. Amsterdam, 6.

Принцип относительности Einstein'a ¹⁾ приводит к такой же зависимости массы от скорости, как и теория Lorentz'a.

Решить вопрос, которая из формул соответствует действительности, предстоит опыту. Отклоняя пучок электронов один раз в электрическом, а другой раз в магнитном поле, можно определить скорость электронов v и отношение заряда к массе $\frac{e}{m}$. Полагая заряд электрона e величиной постоянной, можно найти массу, соответствующую данной скорости.

Так как на опыте мы имеем дело с отклонением электронов, а не с изменением их скорости, то в формулы входит поперечная масса. Таким образом опытной проверке подлежат теоретические формулы (1a) и (2a). Разлагая эти формулы в ряд, получим:

$$m_a = m_0 \left\{ 1 + \frac{6}{3.5} \beta^2 + \frac{9}{5.7} \beta^4 + \dots \right\} \dots \dots (1c)$$

$$m_n = m_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \beta^2 + \frac{3}{8} \beta^4 + \dots \right\} \dots \dots (2c)$$

Формулы различаются только на члены с β^2 и высших порядков, откуда вытекает трудность экспериментально проверить, которая из них верна.

В виду важности вопроса было предпринято большое количество экспериментальных работ. Часть авторов работала с β -лучами радия, выгодными благодаря их большой скорости, часть — с катодными лучами.

Kauffmann ²⁾ с 1902 по 1906 год произвел большую работу с β лучами радия. Он отклонял пучок лучей одновременно в электрическом и магнитном поле в двух перпендикулярных направлениях. После отклонения пучок падал на фотографическую пластинку. Благодаря наличию в пучке электронов различной скорости на пластинке получалась сплошная кривая. Меняя направление электрического поля, Kauffmann получал вторую кривую, симметричную с первой. Координаты этих кривых измерялись под микроскопом. Зная эти координаты и интенсивности отклоняющих полей, можно определить зависимость массы от скорости. Полученные результаты подтверждали теорию Abraham'a и не совпадали с требованиями теории Lorentz'a-Einstein'a. Работа Kauffmann'a подверглась тщательному разбору со стороны Plank'a, Stark'a и Heil'a. Heil ³⁾ показал, что благодаря ошибке в 4% в определении напряжения электрического поля, результаты не могут считаться подтверждающими теорию Abraham'a.

¹⁾ Einstein, Ann. d. Phys. 17, p. 891, 1905.

²⁾ Kauffmann, Ann. d. Phys. 19, p. 497, 1906.

³⁾ Heil, Dissertation. Berlin. 1909.

В 1908 году Bucherer ¹⁾ предпринял новую работу с β -лучами, пользуясь другим методом. Сперва пучек β -лучей поступал в область, где на него действовали одновременно электрическое и магнитное поле, направленные так и имеющие такую интенсивность, что они компенсировали друг друга; здесь пучок сохранял свое прямолинейное направление. Далее он подвергался действию одного магнитного поля, под влиянием которого описывал часть окружности и, наконец, попадал на фотографическую пластинку. Измеряя отклонение и зная поля, можно было определить β и по теоретическим формулам вычислить соответствующие ему $\frac{e}{m_0}$. Верна будет та формула, которая даст для $\frac{e}{m_0}$ постоянное значение. Bucherer нашел, что его работа подтверждает формулы Lorentz'a-Einstein'a.

Bestelmeyer ²⁾ подверг работу Bucherer'a критике. Neumann ³⁾ повторил работу по методу Bucherer'a и получил еще лучшее согласие с теорией Lorentz'a-Einstein'a.

Следующие работы были предприняты с катодными лучами. В 1910 году Proctor ⁴⁾ отклонял пучок катодных лучей большой скорости в электрическом и магнитном полях. Он получил для области от $\beta=0,12$ до $\beta=0,43$ результаты, совпадающие с теорией Abraham'a.

В том же году Нурка ⁵⁾ произвел новую работу с катодными лучами. Он определял скорость электронов, измеряя разрядный потенциал, а отклоняя пучок в известном магнитном поле находил $\frac{e}{m}$. Нурка получил совпадение с формулой Lorentz'a-Einstein'a, но его работа подверглась серьезной критике со стороны Heil'a.

Таким образом приведенные выше работы дали весьма противоречивые результаты. Дело объясняется большой трудностью измерений. Как легко получить отклонение электрона в электрическом поле будет

$$x = A \frac{e}{m} \frac{1}{v^2} V \dots \dots \dots (3)$$

и в магнитном поле:

$$y = B \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v} \cdot J \dots \dots \dots (4)$$

здесь V —разность потенциалов на пластинах конденсатора, создающего электрическое поле, J — сила тока в соленоиде, вызывающего магнит-

¹⁾ Bucherer, Phys. Zeitschr. 9, p. 755, 1908. Ver. d. D. Phys. Ges. 10, p. 698, 1908. Ann. d. Phys. 28, p. 513, 1909.

²⁾ Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 30, p. p. 166, 974, 1909.

³⁾ Neumann, Ann. d. Phys. 45, p. 529, 1914.

⁴⁾ Proctor, Phys. Rev. 30, p. 53, 1910.

⁵⁾ Нурка, Ann. d. Phys. 31, p. 169, 1910.

ное поле (полагаем, что магнитное поле создается не электромагнитом, а соленоидом без сердечника). A и B выразятся формулами:

$$A = \int_0^{l_1} dl \int_0^l F_1 dl ; B = \int_0^{l_2} dl \int_0^l H_1 dl \quad (5),$$

где F_1 и H_1 —значение электрического и магнитного полей при $V=1$ и $J=1$. Ввиду не полной однородности полей, A и B будут различны для различных траекторий, они будут зависеть от отклонения пучка. В невозможности точно определить A и B и кроется главная ошибка всех наблюдателей.

Чтобы избежать ошибки, кроющейся в непостоянстве A и B , Guye и Ratnowsky ¹⁾ предприняли работу, в которой они доводили каждый раз отклонение пучка до одной и той же величины. Таким образом электроны всегда двигались по одним и тем же траекториям и A и B оставались постоянными. Работа подтвердила формулу Lorentz'a-Einstein'a.

Считая, что для решения такого важного вопроса, как зависимость массы от скорости, недостаточно одной единственной работы, проведенной по правильному методу, Guye совместно с Lavanchy повторили работу с особенной тщательностью. Описанию этой работы ²⁾ и посвящен настоящий реферат.

Guye и Lavanchy называют свой метод методом «совпадающих траекторий». Как уже указано, он заключается в том, что отклонение пучка электронов каждый раз доводится до одной и той же величины. Для того, чтобы электроны двигались в магнитном поле по одной и той же траектории, достаточно:

$$\frac{J}{mv} = \frac{J'}{m'v'} \quad (6),$$

где m и m' —массы электронов скорости v и v' , J и J' сила токов в соленоидах, вызывающих магнитное поле. В магнитном поле сила нормальна к траектории, поэтому электроны, за все время движения в магнитном поле, не испытывают тангенциального ускорения и их скорость v и масса m остаются неизменными. В электрическом поле сила не все время нормальна к траектории, но подсчет показывает, что изменение скорости v много меньше ошибки наблюдения, так что им можно пренебречь. Тогда условие, чтобы электроны двигались в электрическом поле по одному и тому же пути, будет:

$$\frac{V}{mv^2} = \frac{V'}{m'v'^2} \quad (7),$$

¹⁾ Guye et Ratnowsky, C. R. 150, p. 326, 1910; Arch. des Sc. Phys. et Nat. 31, p. 293, 1911.

²⁾ Ch. E. Guye et Lavanchy, Vérification expérimentale de la formule de Lorentz-Einstein par les rayons cathodiques de grande vitesse. Arch. des Sc. Phys et Nat. XLII, pp. 287, 353, 441; 1916.

где V и V' — напряжения на пластинах конденсатора. Из формул (6) и (7) получаем:

$$\frac{v}{v'} = \frac{JV'}{J'V} \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{m}{m'} = \frac{VJ'^2}{V'J^2} \dots \dots \dots (9)$$

Отношения $\frac{m}{m'}$ и $\frac{v}{v'}$ получаются, таким образом, сравнением относительных значений двух сил токов и двух разностей потенциалов. Для сравнения результатов с теорией нужно знать абсолютное значение только одной скорости v — «скорости сравнения» и соответствующее ей $\frac{m}{m_0}$. Определение «скорости сравнения» облегчается тем, что эта скорость может быть взята небольшой. Метод определения «скорости сравнения» будет указан ниже. Отношение $\frac{m}{m_0}$, соответствующее «скорости сравнения», вычисляется по теоретическим формулам.

Недостатком метода является то, что необходимость точно доводить отклонение каждый раз до одного и того же значения не позволяет делать быстро следующих один за другим наблюдений. Последнее необходимо при электронах большой скорости в виду непостоянства режима разрядной трубки. Для уничтожения этого недостатка был введен фотографический метод наблюдения и отклонение приводилось каждый раз не точно, а приблизительно к прежнему значению. Особо предпринятые опыты показали, что для близких траекторий интегральные действия полей A и B меняются мало, так что их можно принять за равные. Предположим, что мы имеем для электронов скорости v электрическое отклонение x_0 и магнитное y_0 , а для электронов скорости v' — отклонения x_n и y_n , тогда

$$x_0 = A_0 \frac{e}{m} \frac{V}{v^2}; \quad x_n = A_n \frac{e}{m'} \frac{V'}{v'^2}$$

$$y_0 = B_0 \frac{e}{m} \frac{J}{v}; \quad y_n = B_n \frac{e}{m'} \frac{J'}{v'},$$

откуда:

$$\frac{v'}{v} = \frac{K J V' x_0 y_n}{L V y' y_0 x_n}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{L^2 V J'^2 y_0^2 x_n}{K J^2 V' x_0 y_n^2},$$

где $K = \frac{A_0}{A}$; $L = \frac{B_0}{B_n}$; полагая $A_0 = A$, $B_0 = B_n$, получим:

$$\frac{v'}{v} = \frac{J V'}{J' V} \frac{x_0 y_n}{y_0 x_n} \dots \dots \dots (10)$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{V J'^2}{V' J^2} \frac{y^2 x'}{x y'^2} \dots \dots \dots (11)$$

При $x_0 = x_n$, $y_0 = y_n$ получаем прежние формулы (8) и (9).

Вводя величины $\beta = \frac{v}{c}$ и $\frac{m}{m_0}$, можем формулы (10) и (11) переписать:

$$\beta' = \left[\beta \frac{Jx}{Vy} \right] \frac{V'y'}{J'x'} \dots \dots \dots (10a)$$

$$\frac{m'}{m_0} = \left[\frac{m}{m_0} \frac{Vy^2}{J^2x} \right] \frac{J'^2x'}{V'y'^2} \dots \dots \dots (11a)$$

Здесь штрихованные величины относятся к данному пучку электронов, а нештрихованные к медленному «пучку сравнения». Нештрихованные величины определяются один раз. Преимущества метода сказываются в окончательных формулах (10a) и (11a), из которых видно, что абсолютное значение β' и $\frac{m'}{m_0}$ зависит только от одного абсолютного значения — «скорости сравнения» β медленного пучка. Все экспериментальные величины $J, J', V, V', x, x', y, y'$ входят в формулы так, что β' и $\frac{m'}{m_0}$ зависят только от их отношений. Так как J, J' и V, V' измеряются все время одним и тем же прибором, а x, x' и y, y' одной и той же линейкой, то систематические ошибки должны быть весьма малы. Случайные ошибки уничтожаются большим числом наблюдений.

Катодная трубка и общая схема установки изображены на чертеже 1. Источником тока служила машина Wimshurst'a M в 8 пластинок, приводимая в движение электро-мотором. Машина давала достаточное напряжение, чтобы получить электроны скорости $\frac{1}{2}$ с. Катодный пучек получался весьма однородный. Напряжение регулировалось числом метелочек B и расстоянием между ними. Для получения устойчивого разряда для каждого напряжения приходилось подбирать наиболее подходящий вакуум. Разрежение производилось насосом Гедэ. Когда вакуум был подобран, кран закрывался.

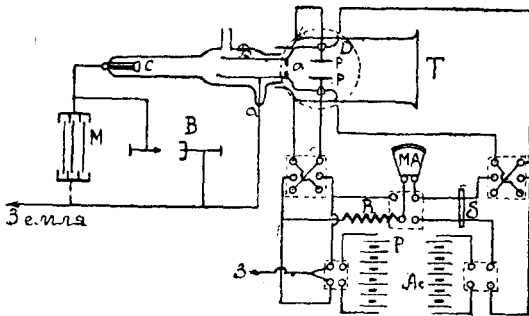


Рис. 1.

Общая длина катодной трубки была около 80 см.; диаметр—3 см. около катода и 8 см.—в конце. Для удобства разбора и чистки, трубка состояла из двух частей, соединенных сургучем. Катод сделан из алюминия. Анод — латунный цилиндр, соединенный с землей. Диафрагма a —с круглым отвер-

стием 0,2 мм. У анодной трубки имелось расширение, поддерживающее конденсатор. Часть трубки между анодом и экраном окле-

ена станиолом, соединенным с землей. Благодаря этому катодный пучок попадал в фарадеев цилиндр, состоящий из трубок *B* и *D* и станиоловой оклейки и этим предохранялся от действия внешнего электрического поля. Конец трубки был закрыт экраном с флюоресцирующим веществом. Земное магнитное поле ослаблялось железной рамой, кроме того трубка была поставлена по магнитному меридиану, так что земное поле отклоняло пучок в горизонтальном направлении в то время, как измерялось вертикальное отклонение. Как известно, существует зависимость между расстоянием катод—анод и вакуумом, необходимым для получения электронов максимальной скорости. Работа производилась с трубками различных размеров, что позволяло легко получить быстрые электроны. Отклоняющее электрическое поле создавалось конденсатором из двух латунных пластинок *pp*, размерами 2,4 см. $\times$ 5 см. Пластины не плоские, но изогнуты так, что форма эквипотенциальных поверхностей близка к форме траектории. Кроме того это имело практическое преимущество:—можно было получать сильное отклонение пучка, не заставляя его проходить слишком близко от краев конденсатора. Потенциал создавался батареей *P* сухих элементов, употребляемых в карманных фонарях, всего 250 батареек по 3 элемента каждая; напряжение 1000 вольт. Середина батареи была заземлена, благодаря чему заряд конденсатора был симметричен. Коммутатор позволял менять направление поля. Магнитное поле создавалось катушками, питаемыми током от батареи аккумуляторов *Ac*. Катушки вызывали отклонение пучка в вертикальном направлении, т.-е. в том же, что и электрическое поле.

V и *J* измерялись миллиамперметром *MA* Siemens'a и Halske. Включая сопротивление, его можно было употреблять как вольтметр, для измерения *V*; включая шунт *S*, -- как амперметр для измерения *J*. Шкала была тщательно проверена. *V* и *J* можно было измерять с точностью до $\frac{1}{4}$ %.

Светлое пятнышко на экране фотографировалось камерой *A*. На краях экрана были нанесены черные крестики. Перед и после экспозиции, части экрана, где были нанесены крестики, освещались электрической лампой. На негативе получались две черные полосы с белыми крестиками. Они служили масштабом для промеров и указывали, что за время экспозиции не было смещения.

Отклонение в электрическом и магнитном поле оба вертикальны. Их можно различить, делая их только неравными. Отклонение в магнитном поле всегда бралось более сильным. Каждое наблюдение состояло из двух двойных отклонений — магнитного, один раз вверх, другой раз вниз, и таких же двух отклонений в электрическом поле. Кроме того фотографировался неотклоненный пучок. Таким образом на фотографической пластинке получалось пять точек, расположенных на одной вертикали. Средняя соответствовала неотклоненному пучку; две крайние — двум магнитным отклонениям, две средние — двум электрическим.

На каждой пластинке таких снимков делалось несколько (10—18). Вся серия снимков на одной пластинке производилась при одной и той же скорости вращения статической машины и одним и тем же вакууме, таким образом скорость электронов была одна и та же. J и V все время оставались неизменными и их величины измерялись в начале и в конце фотографирования. На негативах с помощью линейки, градуированной до 0,1 мм., измерялось двойное электрическое и магнитное отклонение. Точность измерений $\frac{1}{300}$. Каждое измерение бралось, как среднее из 10.

Абсолютное определение «скорости сравнения» v представляло большие трудности. Казалось бы, что проще всего определить v из известного соотношения:

$$Ue = \frac{1}{2} m_i v^2 \quad \dots \dots \dots (12),$$

где U —потенциал разряда. Однако, соображения практического характера заставили принять другой способ. Формула (12) в соединении с (3) дает:

$$v = \sqrt{\frac{A}{x} \frac{e}{m_o} \frac{m_o}{m} V} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$A = 2 \frac{U}{V} \frac{m}{m_i} x \quad \dots \dots \dots (14).$$

По этим формулам и было определено v . Этот метод представляет следующие преимущества: первоначально определяется A , при этом все внимание можно обратить на точное определение U и V и не заботиться о том, чтобы скорость электронов v за все время наблюдений оставалась строго постоянной. Затем уже определяется сама «скорость сравнения» v и соответствующие ей x, y, V и J , которые также входят в окончательные формулы (10а) и (11а). При этом уже не требуется определять разрядный потенциал U .

Разрядный потенциал U был близок к 14000 в. Он измерялся обычным электрометром, который тщательно градуировался (и для тех же самых вольт) по абсолютному. Ошибка наблюдения по электрометру $\frac{1}{150}$; ошибка сравнения с абсолютным $\frac{1}{200}$. В виду того, что разрядный потенциал U измерялся только один раз и был сравнительно не высоким, его можно было определить с достаточной точностью.

$\frac{m}{m_i}$ и $\frac{m_o}{m}$ определялись по теоретическим формулам. Сперва они полагались равными 1 и определялось v ; для вычисленного v находились $\frac{m}{m_i}$ и $\frac{m_o}{m}$ и снова определялась скорость и т. д. Практически второе приближение всегда совпадало с третьим.

Для $\frac{e}{m_o}$ бралось значение, найденное другими наблюдателями, а именно $1,77 \cdot 10^7$.

Скорость сравнения v получалась, как среднее из 200 измерений. Для теории Lorentz'a-Einstein'a она равнялась:

$$\beta = 0,2279$$

и для теории Abraham'a:

$$\beta = 0,2286.$$

Всего Guye и Lavanchny получили 150 негативов, на которых было около 2000 двойных отклонений. Все данные наблюдений и вычисления опубликованы в Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève. Результаты собраны в большие таблицы, отдельно для теории Lorentz'a-Einstein'a и отдельно для теории Abraham'a. Наконец, Guye и Lavanchny дают окончательную таблицу, которую мы здесь и приводим:

Теория Lorentz-Einstein'a.				Теория Abraham'a.			
β	$\frac{m'}{m_0}$ набл.	$\frac{m'}{m_0}$ вычисл.	Δ	β	$\frac{m'}{m_0}$ набл.	$\frac{m'}{m_0}$ вычисл.	Δ
(0,2279)	—	(1,027)	—	(0,2286)	—	(1,021)	—
0,2581	1,041	1,035	+ 0,006	0,2588	1,035	1,027	+ 0,008
0,2808	1,042	1,042	$\pm$ 0,000	0,2816	1,036	1,033	+ 0,003
0,3029	1,046	1,049	— 0,003	0,3038	1,040	1,039	+ 0,001
0,3098	1,048	1,052	— 0,004	0,3107	1,042	1,040	+ 0,002
0,3159	1,054	1,054	$\pm$ 0,000	0,3168	1,048	1,042	+ 0,006
0,3251	1,059	1,058	+ 0,001	0,3260	1,053	1,045	+ 0,008
0,3302	1,063	1,060	+ 0,003	0,3311	1,057	1,047	+ 0,010
0,3356	1,060	1,062	— 0,002	0,3365	1,054	1,049	+ 0,005
0,3433	1,066	1,065	+ 0,001	0,3443	1,060	1,051	+ 0,009
0,3462	1,065	1,066	— 0,001	0,3472	1,059	1,053	+ 0,006
0,3551	1,070	1,069	+ 0,001	0,3561	1,064	1,055	+ 0,009
0,3630	1,067	1,073	— 0,006	0,3640	1,061	1,058	+ 0,003
0,3813	1,079	1,082	— 0,003	0,3824	1,072	1,065	+ 0,007
0,3894	1,085	1,086	— 0,001	0,3905	1,078	1,069	+ 0,009
0,3972	1,091	1,090	+ 0,001	0,3985	1,084	1,072	+ 0,012
0,4044	1,096	1,094	+ 0,002	0,4055	1,089	1,074	+ 0,015
0,4097	1,101	1,096	+ 0,005	0,4108	1,094	1,077	+ 0,017
0,4147	1,100	1,099	+ 0,001	0,4159	1,093	1,079	+ 0,014
0,4186	1,100	1,101	— 0,001	0,4198	1,093	1,080	+ 0,013
0,4270	1,110	1,106	+ 0,004	0,4282	1,103	1,084	+ 0,019
0,4382	1,114	1,112	+ 0,002	0,4394	1,107	1,089	+ 0,018
0,4468	1,120	1,117	+ 0,003	0,4481	1,113	1,093	+ 0,020
0,4591	1,122	1,126	— 0,004	0,4604	1,115	1,099	+ 0,016
0,4714	1,137	1,134	+ 0,003	0,4727	1,130	1,105	+ 0,025
0,4829	1,139	1,142	— 0,003	0,4842	1,132	1,111	+ 0,021

Те же результаты графически даны на чертеже 2. Сплошная кривая $L-E$ есть теоретическая кривая Lorentz'a-Einstein'a; кривая

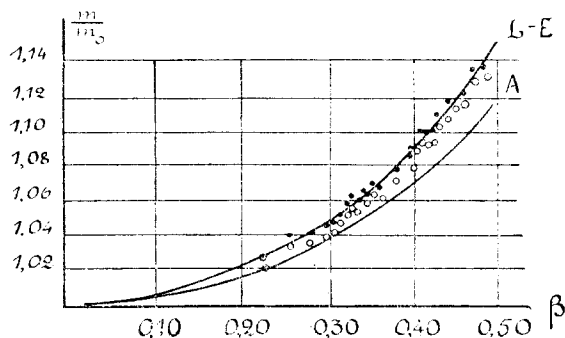


Рис. 2.

A — кривая Abraham'a. Точками изображены опытные данные, вычисленные по теории Lorentz'a-Einstein'a; кружками — по теории Abraham'a. Соответственно через значки $\odot$ и $\circ$ обозначены лучи сравнения для обеих теорий.

Из рассмотрения таблицы и кривых с несомненностью следует, что опыт подтверждает теорию Lorentz'a-

Einstein'a. Отступления от теоретической кривой чрезвычайно малы и имеют разный знак. Среднее отступление $\Delta = +0,0002$, т.-е. практически равно нулю. Отступления от кривой Abraham'a систематичны: вычисленные значения всегда меньше наблюдаемых. Среднее отступление $\Delta = +0,0112$, т.-е. много больше ошибки наблюдения.

Работа Guyc и Lavanchy проведена так тщательно и совпадение с теорией такое поразительное, что в настоящее время справедливость формулы Lorentz'a-Einstein'a можно считать экспериментально доказанной.